

Signal Analyse

Hausaufgabe 3

Hannes Reindl
01532129

March 6, 2020

Beispiel 1: PSD Estimation

Task 1: Non-Parametric and Parametric Approach

Non-Parametric:

`[Sxx, f] = pwelch(x,h,NDFT/2,NDFT,fS)` Für h wurde ein einfaches Rechtecksfenster gewählt und zuvor normiert.

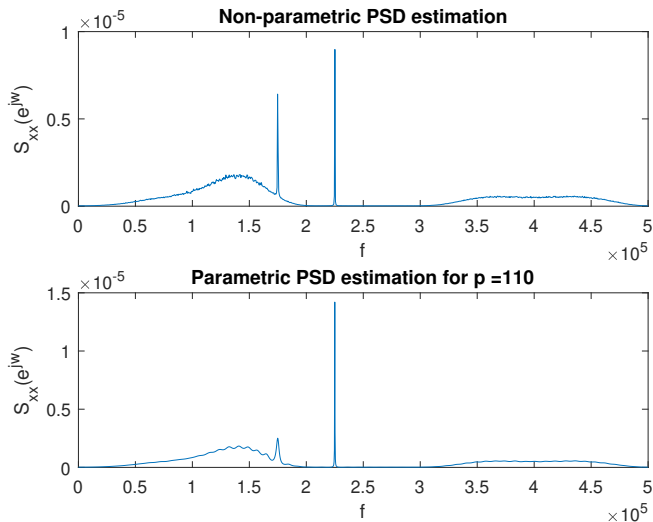
Parametric:

`[a, e] = aryule(x, p)` für $p = 110$. a ist der Nenner der Übertragungsfunktion $H(z)$. Mithilfe der Super Formula und weißen Rauschen am Eingang kann die PSD berechnet werden

$$S_{xx} = \left| \frac{b(e^{jw})}{a(e^{jw})} \right|^2 \cdot \sigma^2 \quad (1)$$

wobei σ^2 dem Parameter e entspricht.

Task 1: Non-Parametric and Parametric Approach



Task 1: Non-Parametric and Parametric Approach

Total Signal Energy

Mithilfe des 2 Moments:

$$TSP = \text{var}(x) = 0.2209 \quad (2)$$

Über Integration der PSD:

$$TSP = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} S_{xx}(e^{j\omega}) \cdot d\omega = \sum_n S_{xx}[n] \cdot \Delta x = 0.2209 \quad (3)$$

Task 1: Non-Parametric and Parametric Approach

Bei der Parametric PSD musste der Plot skaliert werden, indem die PSD durch die Anzahl der Elemente im Filter Modell dividiert wird. Danach wurde wieder die Total Signal Energy berechnet, wie bereits zuvor erklärt wurde.

Total Signal Energy für Parametric PSD

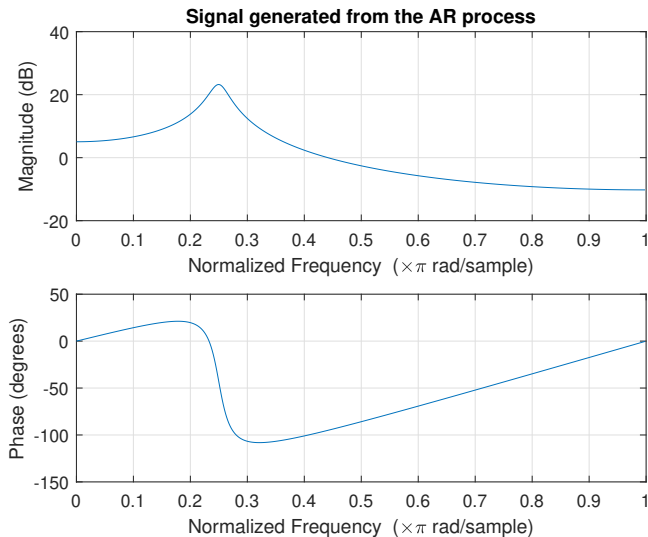
$$TSP = 0.2209 \quad (4)$$

Task 2: Frequency Estimation

AR(2) Prozess mit zwei konjugiert komplexen Polen: $r = 0.95$,
 $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$, $z_{1,2} = r \cdot e^{\pm j\omega_0}$

$$H(z) = \frac{z^2}{(z - z_1) \cdot (z - z_2)} = \frac{z^2}{z^2 - 1.344z + 0.9025} \quad (5)$$

Task 2: Frequency Estimation



Task 2: Frequency Estimation

Ermitteln der Frequenz über Polstellenwinkel

$$x = \sin(2\pi f \cdot t) \text{ mit } f = 13\,212 \text{ Hz} \quad (6)$$

Mithilfe von `a = aryule(x,2)` wurde der Zähler der Übertragungsfunktion ermittelt und mit `a_angle = angle(pole(tf(1,a)))` der Winkel der Polstellen ermittelt. Diese sind noch in Radiant. Wir wissen $\varphi = \pi$ im EHK entspricht der halben Abtastfrequenz $\frac{f_s}{2}$. Über eine einfache Umrechnung kann somit die Frequenz ermittelt werden.

$$f_{est} = a_angle \cdot \frac{f_s}{2\pi} = 13\,256 \text{ Hz} \quad (7)$$

Task 2: Frequency Estimation

Für mehrere Frequenzen getestet: Für $f = 13\,500\text{ Hz}$:

$$f_{est} = 13\,500\text{ Hz}$$

$$\text{Für } f = 24\,143\text{ Hz: } f_{est} = 24\,167\text{ Hz}$$

$$\text{Für } f = 57\,053\text{ Hz: } f_{est} = 57\,052\text{ Hz}$$

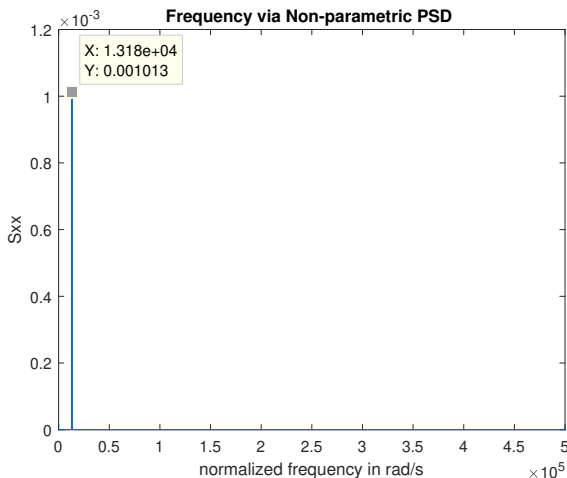
Die Qualität ist sehr gut. Der geschätzte und wahre Wert unterscheiden sich nur marginal. Im ersten Fall berechnet sich der relative Fehler zu

$$U_{rel} = \left| \frac{A - W}{W} \right| = \left| \frac{13256 - 13212}{13212} \right| = 0.0033 = 0.33\% \quad (8)$$

Task 2: Frequency Estimation

Vergleich mittels Non-Parametric PSD

Für $f = 13212$ Hz zeigt der Plot eine Frequenz von $f_{est} = 13180$ Hz. Die Non-Parametric PSD zeigt somit auch ein qualitativ gutes Ergebnis.

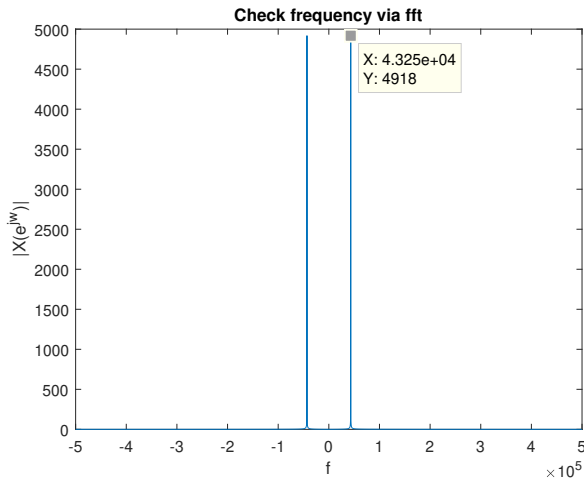


Task 2: Frequency Estimation

Frequenz von signalgenerator(25,2)

Über den Polstellenwinkel: $f_{est} = 43\,222\text{ Hz}$

Über FFT:



Task 3: Monte Carlo Simulation

	Error Unbiased	Error Biased	Error Least Square
a_0	0,0000	0,0000	0,0000
a_1	0,0001	0,0130	0,0050
a_2	-0,0007	-0,0133	-0,0006
a_3	0,0042	0,0165	0,0071
a_4	0,0171	0,0194	0,0156

Table: Fehler für den Mittelwert μ_{e_i}

	Error Unbiased	Error Biased	Error Least Square
a_0	0,0000	0,0000	0,0000
a_1	0,0112	0,0101	0,0105
a_2	0,0121	0,0108	0,0113
a_3	0,0118	0,0103	0,0111
a_4	0,0110	0,0095	0,0105

Table: Fehler für die Varianz σ_{e_i}

Task 3: Monte Carlo Simulation

	Error Unbiased	Error Biased	Error Least Square
a_0	0,0000	0,0000	0,0000
a_1	0,0112	0,0103	0,0105
a_2	0,0121	0,0110	0,0113
a_3	0,0118	0,0106	0,0112
a_4	0,0113	0,0098	0,0107

Table: Fehler für für mean square error $E(e_i)^2$