Mathematics Tasks 15/08/2023

IRRATIONAL EQUATIONS 18.08

$N^{\underline{o}}$ 3, 10

$\sqrt{3x+10} - \sqrt{x+4} = 2$

$)) \; 3x+10 - x+4 = 4 \;|(^2)$

$2x + 14 = 4$

$2x = -(14+4)$

$2x = -10$

$x = 5 \Rightarrow \frac{-10}{-2} = 5.$

$\sqrt{3x+10} - \sqrt{x+4} \;) = 2$

$(\sqrt{3x+10})^2 = (2 + \sqrt{x+4})^2$

$3x + 10 = 4 + 4\sqrt{x+4} + x + 4.$

$2x + 2 = 4\sqrt{x+4}$

$x + 1 = 2\sqrt{x+4} \;(:2)$

$(x+1)^2 = 4(x+4) \quad \wedge 2$

$x^2 + 2x + 1 = 4x + 16$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 4 + 60 = 64$

$$x_1, x_2 = \frac{2 \pm 8}{2} = \frac{-6}{2} = -3;$$

$$x_2 = \frac{10}{2} = 5$$

-3 не подходит, так как

$$\sqrt{3 \cdot -3 + 10} - \sqrt{-3+4} = 2$$

$$\sqrt{1} - \sqrt{1} \neq 2.$$

О: 5.

$$x + \sqrt{\frac{x}{2} + 2} = 2$$

$$\sqrt{\frac{x}{2} + 2} = 2 - x$$

$$\frac{x}{2} + 2 = (2 - x)^2$$

$$\frac{x}{2} + 2 = 4 - 4x + x^2$$

$$4x - 4 - x^2 + \frac{x}{2} + 2 = 0$$

$$4x - 2 + \frac{x}{2} - x^2 = 0$$

$$8x - 4 + x - 2x^2 = 0$$

$-2x^2 + 9x - 4 = 0$

$D = (9)^2 - 4 \cdot 8 = 81 - 32 = 49$

$x_{1,2} = \frac{-9 \pm 7}{2 \cdot (a)} = \frac{-16}{2 \cdot (-2)} \ \ 7\left(\frac{-2}{-4}\right)$

$x_1 = 4 \quad , \quad x_2 = \frac{1}{2}$

$4 + \sqrt{\frac{4}{2} + 2} = 6 \neq 2$

$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{2} + 2} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2.$

Or $x = \frac{1}{2}$

$\sqrt{5x-4} + \sqrt{3x+1} < 3$

$\sqrt{5x-4} < 3 - \sqrt{3x+1} \quad (\uparrow 2)$

$5x - 4 < 9 - 6\sqrt{3x+1} + 3x + 1$

$6\sqrt{3x+1} < -5x + 4 + 9 + 3x + 1$

$6\sqrt{3x+1} < 14 - 2x$

$3\sqrt{3x+1} < 7 - x$

$3\sqrt{3x+1} < 7-x \quad (^2)$

$9(3x+1) < 49-14x+x^2$

$27x+9 < 49-14x+x^2$

$x^2-41x+40>0$

$x^2-41+40=0$

$D=(-41)^2-4\cdot 40=1521 \quad (\sqrt{1521}=39)$

$x_{1,2}=\dfrac{41\pm 39}{2}=\dfrac{80}{2}=40;\ \dfrac{2}{2}=1$

$x_1=40, \quad x_2=1$

ОДЗ $x \geq -\dfrac{1}{3}$, для

$\sqrt{3x+1}=\sqrt{3\cdot -\frac{1}{3}+1}=\sqrt{\frac{3}{3}+1}=\sqrt{1-1}=$

$0.$

$\sqrt{5\cdot -\frac{1}{3}-4}=\sqrt{-\frac{5}{3}-4}=\sqrt{-\frac{17}{3}}$ –

отрицательным корень быть не может значит диапазон с $[-\infty; -\frac{1}{3})$ не подходит

$\sqrt{5x-4} = x \in \frac{4}{5}$ $5 \cdot \frac{4}{5} = \frac{20}{5} - 4 = 4 - 4 =$
$= \sqrt{0}$, значит все что меньше
$\frac{4}{5}$, нам не подходит так, как
это нам даст отрицательный резуль-
тат у корня, а этого быть не должно
если корень квадратный.
~~Ответ x ∈~~
$x^2 - 41x + 40 > 0$ $x \in (-\infty; 1) \cup (40; +\infty)$
$3\sqrt{3x+1} < 7 - x$, следовательно

x должен быть $x \leq 7$. и x
должен быть $x \geq -\frac{1}{3}$, для отрицания
возможности получения от негатив-
ное число под корнем.
Так как нами $x \in (-\infty; 1) \cup (40; +\infty)$,
а подходящим условием является $[\frac{4}{5}; +\infty)$,
следовательно $x \in [\frac{4}{5}; 1)$.
О: $x \in [\frac{4}{5}; 1)$

20. $\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2}} \le 1$

$x^2-3x+2 \neq 0$

$(x-2)(x-1)$

$x^2-4x+3=0$

$(x-3)(x-1)$

$x \in (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup [3, +\infty)$

$\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2}} = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{x^2+3x+2}} \quad \wedge 2 \quad =$

$= \frac{x^2-4x+3}{x^2+3x+2} \le 1$

$\frac{(x-3)\cancel{(x-1)}}{(x-2)\cancel{(x-1)}} \le 1$

$\frac{(x-3)}{(x-2)} \le 1$

$$\frac{x-3}{x-2} - 1 \le 0$$

$$\frac{x-3-(x-2)}{(x-2)} \le 0$$

$$\frac{x-3-x+2}{(x-2)} \le 0$$

$$\frac{-1}{x-2} \le 0$$

Нам нужно чтобы минус сохранился, следовательно x может быть только положительным:

$x > 0$. , так как - в знаменателе даст нам плюс, тогда, если

$x = 1$, $\frac{-1}{-1-2} = \frac{-1}{-1} < 1$, но -1 и 2

нам не подходят так как у нас знаменатель $(x-2)(x-1)$.

Тогда x может начинаться с 3ки

$4\cos^2(\alpha)-1$

$4\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=4\cos^2(\alpha)-1$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos(\alpha)\cos(\beta)+$
$+\sin(\alpha)\sin(\beta)$

$\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos(\alpha)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin(\alpha)$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)+\frac{1}{2}\sin(\alpha)$

$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin(\alpha)\cos(\beta)-\cos(\alpha)$
$\sin(\beta)$

$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos(\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin(\alpha)$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)-\frac{1}{2}\sin(\alpha)$

$4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)+\frac{1}{2}\sin(\alpha)\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)-\frac{1}{2}(\sin(\alpha))\right)$

$4\left(\frac{3}{4}\cos^2(\alpha)-\frac{1}{4}\sin^2(\alpha)\right)$

$\frac{-1}{3-2} = \frac{-1}{1} \leq 0$ и так же

≤ 1. ответ $x \in [3 + \infty)$

№ 1, 4, 20

1. $\sin(A) = \frac{11}{61}$

4. $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$

20. $4\cos(\frac{\pi}{6} - a)\sin(\frac{\pi}{3} - a) = (\frac{\sin 3a}{\sin a})$

$\sin(3a) = 3\sin(a) - 4\sin^3(a)$

$$\frac{3\sin(a) - 4\sin^3(a)}{\sin(a)}$$

$\sin^2(a) + \cos^2(a) = 1$

$\cos^2(a) = 1 - \sin^2(a)$

$3 - 4(1 - \cos^2(a))$

$3 - 4 + 4\cos^2(a)$

$3\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$

$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

$\sin^2(\alpha) = 1 - \cos^2(\alpha)$

$3\cos^2(\alpha) - (1 - \cos^2(\alpha))$

$4\cos^2(\alpha) - 1$

$4\cos^2(\alpha) - 1 = 4\cos^2(\alpha) - 1$

№ 1, 13, 19.

t

1. $\cos(2x) - \sin(7x) - 4 = 0$

$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$

$\sin(7x) = 2\sin(3.5x)\cos(3.5x)$

$\cos(2x) - 2\sin(3,5x)\cos(3,5x) - 4 = 0$

$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha)$ für $\cos(2x)$

$1 - 2\sin^2 x - 7\sin x - 4 = 0$

$-2\sin^2 x - 7\sin x - 3 = 0 \quad |\cdot -1|$

$2\sin^2 x + 7\sin x + 3 = 0$

$\sin x = y, \quad y \in [-1, 1]$

$2y^2 + 7y + 3 = 0$

$D = 25 = |49| - 24| = \sqrt{25} = 5$

$y_1 = \dfrac{-7+5}{4} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$y_2 = \dfrac{-7-5}{4} = -\dfrac{12}{4} = -3$

$\sin x = -\dfrac{1}{2}$

$\sin \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$ и $\sin(-a) = -\sin(a)$

$\sin(-\dfrac{\pi}{6}) = -\sin\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow a = -\dfrac{\pi}{6}$

$x_1 = a + 2k\pi = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$

$x_2 = \pi - a + 2k\pi = \pi - (-\dfrac{\pi}{6}) + 2k\pi = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi.$

$3\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$

$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

$\sin^2(\alpha) = 1 - \cos^2(\alpha)$

$3\cos^2(\alpha) - (1 - \cos^2(\alpha))$

$4\cos^2(\alpha) - 1$

$4\cos^2(\alpha) - 1 = 4\cos^2(\alpha) - 1$

№ 1, 13, 19.

t

1. $\cos(2x) - \sin(7x) - 4 = 0$

$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$

$\sin(7x) = 2\sin(3.5x)\cos(3.5x)$

$\cos(2x) - 2\sin(3,5x)\cos(3.5x) - 4 = 0$

$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha)$ для $\cos(2x)$

$1 - 2\sin^2 x - 7\sin x - 4 = 0$

$-2\sin^2 x - 7\sin x - 3 = 0 \quad | \cdot -1 |$

$2\sin^2 x + 7\sin x + 3 = 0$

$\sin x = y, \quad y \in [-1, 1]$

$2y^2 + 7y + 3 = 0$

$D = 25 = |49| - 24| = \sqrt{25} = 5$

$y_1 = \dfrac{-7+5}{4} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$y_2 = \dfrac{-7-5}{4} = -\dfrac{12}{4} = -3$

$\sin x = -\dfrac{1}{2}$

$\sin \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$ и $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$

$\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = -\sin\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \alpha = -\dfrac{\pi}{6}$

$x_1 = \alpha + 2k\pi = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$

$x_2 = \pi - \alpha + 2k\pi = \pi - \left(-\dfrac{\pi}{6}\right) + 2k\pi = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi.$

$\sin^2 x - (\sqrt{3}+1)\sin x \cos(x) + \sqrt{3}\cos^2 x$

~~Вы~~ Используем свойство:

$\sin(x)/\cos(x) = \tan(x)$

и делим наше уравнение на cos

$$\frac{\sin(x)^2 - (\sqrt{3}+1)\cdot\sin(x)\cos(x) + \sqrt{3}\cos(x)^2}{\cos(x)^2}$$

$$\frac{\sin(x)^2}{\cos(x)^2} - \frac{(\sqrt{3}+1)\times\sin(x)\cos(x)}{\cos(x)^2} + \frac{\sqrt{3}\cos(x)^2}{\cos(x)^2}$$

$= 0$

$$\frac{\sin(x)^2}{\cos(x)^2} - \frac{(\sqrt{3}+1)\sin(x)}{\cos(x)} + \sqrt{3} = 0$$

$$\tan(x)^2 - \frac{\sqrt{3}+1 \cdot \sin(x)}{\cos(x)} + 3 = 0,$$

$$\tan(x)^2 - (\sqrt{3}+1)\cdot\frac{\sin(x)}{\cos(x)} + \sqrt{3} = 0$$

$\tan(x)^2 - (\sqrt{3}+1)\cdot\tan(x) + \sqrt{3} = 0$

$\tan(x)^2 - (\sqrt{3}\tan(x) + \tan(x) + \sqrt{3}$

$\tan(x)^2 - \sqrt{3}\tan(x) - \tan(x) + \sqrt{3}$

$\tan(\ )\ \tan(x) - (\tan(x) - \sqrt{3}) - \tan(x) + 3 = 0$

$\tan(x)(\tan(x) - \sqrt{3}) - (\tan(x) - \sqrt{3}) = 0$ − ( )

$(\tan(x) - \sqrt{3}) \times (\tan(x) - 1) = 0$ → $+\tan(x) - \sqrt{3}$

$\tan(x) - \sqrt{3} = 0$

$\tan(x) - 1 = 0$

$\tan(x) = \sqrt{3}$

$\tan(x) = 1$

Тангенс периодическая функция её значения повторяются через π радиан (180 градусов).

$x = \arctan(\sqrt{3}) + \pi k$, k − целое число

$\arctan(\sqrt{3}) \approx \frac{\pi}{3}$ радиан (60 градусов)

Угол для которого тангенс равен 1 это угол 45 градусов.

$\tan(x) = \frac{\pi}{4}$, 4 − так как значения повторяются каждые 45°, $180/45 = 4$

$\tan(x) = \frac{\pi}{4} + \pi k$

О: $\tan(x) = \frac{\pi}{3} + \pi k$; $\frac{\pi}{4} + \pi k$