Лекция 12.07.2023

Умножения дробей.

Если мы одно число умножаем на дробь то оно летит в числитель

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^k = \frac{a^k}{b^k}$$

$$\left(\frac{3x}{5}\right)^2 = \frac{3^2x^2}{5^2} = \frac{9x^2}{25}$$

если

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{3} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot c}$$

число

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b\ c}$$

$$2 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

сложение дробей

$$\frac{a}{b} + c = \frac{a}{b} + \frac{c \cdot b}{b} = \frac{a + c \cdot b}{b}$$

$$\frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3} + \frac{3}{3} = \frac{1+3}{3} = \frac{4}{3}$$

если знаменатели равны то сокра

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \quad 12 < \frac{|x-1| - x}{x^2 |x-1}$$

$$z = 4x / x^2 z 11$$

При сложении подобных слагаемых нужно сложить их числовые коэффициенты, а буквенную часть оставить неизменной.

$1+\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3=-2+3\sqrt{2}$

$xyz-3xyz=(1-3)xyz=-2xyz$

$ab\left(\frac{a}{b}-c\right)=a^2-abc$

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

$(x-y)(x^2$

$(a+b)(c+d+l+l)$

ФСУ

Квадрат суммы

$(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=$

$=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Квадрат первого

+ уровенное умножения / просуществ

+ квадрат Третнего

$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab$

$-ba+b^2=a^2-2ab+b2$

Формулы разности квадрат

$(a+b)(a-b)=ab+ba-b^2=a^2-b^2$

Куб суммы

$(a+b)^3=(a+b)(a+b)(a+b)=$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)=a^3+2a^2b+$

$+b^2a+a^2b+2ab^2+b^3=a^3+3a^2b+$

$+3ab^2+b^3$

Куб разности

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Суммы кубов и разность кубов

$(a+b)(a^2+-ab+b^2)=a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

$x^2-2x = x(x-2)$

Представление суммы
в виде произведения

$a(c+d)+b(c+d) = (a+b)(c+d)$

$(xy)^k = x^k y^k$

Чтобы что умножить с одинаковыми основаниями!

$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ — работает только с умножением

Чтобы возвести в степень произведение нужно возвести в эту степень каждый множитель:

$(xy)^k = x^k y^k$

$\frac{1}{x^k} = x^{-k}$

Сделать все примеры в на сайте, выучить формулу сокращенного умножения,

Домашка 12.07.2023

Д/з 12/07/2023

Модулі чисел:

$|4| = 4 \quad |-1| = 1 \quad |-\frac{10}{3}| = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

Відстань:

$\cancel{3}\,-2 \qquad -3$

Відстань $= 3 + |-2| = 3 + 2 = 5$.

$-7 \qquad -13$

$-7 - 13 = -13 + 7 = -6$.

Возведение в степень:

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

$10^0 = 1$

$(-a)^3 = -a^3$.

$(-b)^4 = b^4$

Значення функції:

$y = -x^2 + 2x$, при $x = -1$

$y = -(-1)^2 + 2 \cdot (-1) \qquad y = 1$

$y = 1^2 + (-2)$

$y = 2 - 1^2$.

$\sqrt{\ }$ Извлечение корней

$\sqrt{12} = \sqrt{2\cdot 6} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{20} = \sqrt{2\cdot 10} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 5} = 2\sqrt{5}$

$\cancel{\sqrt{43} = \sqrt{(6\cdot 6)+7} = 6\sqrt{7}}$

$\sqrt{72} = \sqrt{2\cdot 36} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 18} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 2\cdot 9} =$

$= 2\sqrt{18} = \cancel{\sqrt{2\cdot 2\cdot 8\cdot 2\cdot 3\cdot 3} = 6\sqrt{2}}$

$\sqrt{43} = \sqrt{43}$, так как 43 является простым числом, то есть делится только на себя и на 1

$\sqrt{72} = \sqrt{2\cdot 36} = \sqrt{6\cdot 6\cdot 2} = 6\sqrt{2}$

$\sqrt{121} = \sqrt{121}$, так как 121 тоже с простым числом

$\sqrt{1000} = \sqrt{2\cdot 500} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 250} =$

$= \sqrt{2\cdot 2\cdot 2\cdot 125} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 2\cdot 25\cdot 5} =$

$= \sqrt{\underbrace{5\cdot 5}\cdot 5\cdot 2\cdot \underbrace{2\cdot 2}} = \cancel{2}\,10\sqrt{10}$

+ умножить вынести

$\sqrt{1875} = \sqrt{5\cdot 375} = \sqrt{75\cdot 5\cdot 5} = \sqrt{15\cdot 5\cdot 5\cdot 5} =$

$= \sqrt{5\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 3} = 5\cdot 5\sqrt{3} = 25\cdot\sqrt{3}$

$\sqrt[3]{-81} = \sqrt[3]{9\cdot 9} = \sqrt[3]{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3} = 3\sqrt{3}$

$\sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{-2 \cdot -8}$, ~~так как у нас сверху чётный корень~~, ~~то мы спокойно можем убрать знаки~~

$\rightarrow \sqrt[4]{-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = -2.$

Избавиться от иррациональности:

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{-1 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{-1 \cdot \sqrt{7}}{7} = -\frac{\sqrt{7}}{7}.$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt[4]{2}}{2} = \frac{\sqrt[4]{2}}{2} =$$

$$\cancel{\frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{\sqrt[4]{2}}{1} = \sqrt[4]{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2}^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{2}^{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{\sqrt[4]{2}^{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}}{2} = \frac{\sqrt[4]{2}^{\frac{1}{4} + \frac{2}{4}}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2^3}}{2}$$

3. Выполнить действия:

$3 \cdot 2^2 + 1 = 3 \cdot 4 + 1 = 13$

$3 \cdot (2^2 + 1) = 15$

$\frac{6 \cdot 5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{1} = \frac{10}{1} = 10$

$\left(\frac{\sqrt[3]{-8}}{2} - 1\right)^3 \quad \left(\frac{-2}{2} - 1\right)^3 = \left(\frac{-2}{2} - \frac{1}{1}\right)^3 =$

$= \left(\frac{-2}{2} - \frac{2}{2}\right)^3 = \left(\frac{-4}{4} \cdot \frac{1}{1}\right)^3 = (-1-1)^3 =$

$= -(1+1)^3 = -2^3 = -8$

$\sqrt{13 - 2 \cdot 7} = \sqrt{13-14} = \sqrt{-1} = 1 \cancel{}$

$-2(x - \sqrt{9} - 3(1-2)) \cancel{= -2(x-3} =$

$= -2(x - 3 \cdot (-1)) = -2(x \cancel{+} 3) = -2(x+3) =$

$= -2x \cancel{+} 6 = -(2x+6)$

Задание 2.

Превращение и сокращение дроби:

$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$-1,34 = -1\frac{34}{100} = -\frac{134}{100} = -\frac{67}{50} = -1\frac{17}{50}$

$\frac{625}{1000} = 2\frac{\cancel{75}125}{200} = 2\frac{25}{40} = 2\frac{5}{8}$

Выполнить следующие действия

$$\frac{\sqrt{8}}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4\sqrt{8} \cdot 27}{12} = \frac{108\sqrt{8}}{12} = \frac{52\cdot\sqrt{8}}{3}$$

$$\frac{6}{5} \cdot \left|-\frac{2}{3}\right|^3 = \frac{6}{5} \cdot -\frac{8}{27} = \frac{162 \cdot 40}{135} = -\frac{\cancel{6480}}{135} =$$

$$= \frac{1296}{27} = \frac{48}{1} = -48 \Rightarrow$$ не верно.

$$-3 \cdot \frac{2x}{7} \cdot \left|-\sqrt{\frac{25}{9}}\right| = -3 \cdot \frac{2x}{7} \cdot -\frac{5}{3} = -\frac{3}{1} \cdot -\frac{25}{3}.$$

$$\frac{\cancel{15}}{\cancel{15}} \cdot \frac{2x}{7} = \frac{15}{3} \cdot \frac{2x}{7} = \frac{30x}{21}$$

$$\frac{6}{5} \cdot -\frac{8}{27} = \cancel{-\frac{48}{135} = \frac{16}{} \Rightarrow 1\,\frac{1}{5} \cdot \frac{8}{27} = 1\frac{8}{135}}$$

$$= -\frac{48}{135} = -\frac{16}{45}$$

$$\left|\frac{x}{2}\right|^2 \cdot \frac{10}{3xy} \cdot \frac{2y^2}{5} = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{20y^2}{15xy} = \frac{40x^2y^4}{60xy} =$$

$$= \frac{40xy^3}{60} \qquad \frac{2xy^3}{3}$$

$$\left|\frac{1}{4}\right|^2 \cdot \left|-\frac{\sqrt{5}}{5}\right|^2 \qquad \frac{1}{16} \cdot \frac{5}{25} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{80}$$

$$\frac{-3}{\frac{3}{7}} = \frac{-3 \cdot 7}{3 \cdot \cancel{1}1} = \frac{-\cancel{21}}{\cancel{7}3} = -\frac{21}{3} = -7$$

$$\frac{\frac{6}{13}}{2} = \frac{6 \cdot \cancel{2}}{13 \cdot \cancel{2}} = \frac{\cancel{12}}{\cancel{13}} = \frac{12}{13}$$

$\dfrac{\frac{11}{5}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{11 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \dfrac{33}{10} = 3\dfrac{3}{10}$

2) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{6}$

$\dfrac{5}{6} - 2 = \dfrac{5}{6} - \dfrac{12}{6} = -\dfrac{7}{6} = -1\dfrac{1}{6}$

$-3 + 5 \cdot \dfrac{3}{14} = -3 + \dfrac{15}{14} = 1\dfrac{1}{14} - 3 = -2\dfrac{1}{14}$

$\dfrac{1}{6} + \dfrac{3}{8} - \dfrac{7}{12} = \dfrac{8}{48} + \dfrac{18}{48} - \dfrac{\cancel{21}\ 38}{48} = \ldots = -$

$\dfrac{1}{6} + \dfrac{3}{8} - \dfrac{7}{12} = \dfrac{8}{48} + \dfrac{18}{48} - \dfrac{28}{48} = \dfrac{-2}{48} = -\dfrac{2}{48}$

$\dfrac{\frac{3}{14} + \frac{5}{21}}{3} = \dfrac{3}{14} \cdot \dfrac{3}{1} + \dfrac{6}{21} \cdot \dfrac{3}{1} = \dfrac{9}{14} + \dfrac{15}{21} = \dfrac{27+30}{42} = \dfrac{57}{42} = 1\dfrac{15}{42}$ X

$14 = 2 \cdot 7, \quad 21 = 3 \cdot 7 \quad$ НОК $= 2 \cdot 3 \cdot 7$ X

Якщо у нас є багатоповерховий дріб, то першими виконуються дії вверху управу.

$\dfrac{\frac{3}{14} + \frac{5}{21}}{3} = \dfrac{\frac{9+10}{42}}{3} = \dfrac{\frac{19}{42}}{3} = \dfrac{19 \cdot 1}{42 \cdot 3} = \dfrac{19}{126}$

$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a \cdot c}{b}$ $\frac{2}{1+\frac{3}{5}} = \frac{2}{\frac{5}{5}+\frac{3}{5}} = \frac{2}{\frac{8}{5}} = \frac{2 \cdot 5}{8 \cdot 5} - \cancel{\frac{10}{40}} = \frac{1}{20} =$

$= \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

д) (+) Привести к общему знаменателю

$\frac{2}{x+1} - 1 = \frac{2 -}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} = \frac{2-x+1}{2x+2} = \frac{1+x}{2x+2}$

$\frac{1}{2x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^3+x^2}{x^6} = \frac{x^5}{x^6}$

$\cancel{\frac{2}{3x} - \frac{x}{x-2} = \frac{2x-4-4x}{4x-6x}} = \cancel{-12x}$

$\frac{2}{3x} - \frac{x}{x-2} = \frac{2x-4-4x}{4x-6x} = \frac{-4x-x2x-4}{4x-6x} = \frac{\cancel{-6x}}{4x-6}$

$= \frac{-4}{4x} = -\frac{1}{\cancel{4x}}$; В. $-\frac{1}{x}$

$\frac{2}{3x} - \frac{x}{x-2} + \frac{1}{2(x-2)^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2(x-2)^2} =$

$= \frac{x-2^2}{2x-2^2} \pm + \frac{1}{2x-2^2} = \frac{x-2^2+1}{2x-x^2} = \cancel{x+1}$

$= -\frac{1}{x}$

$$-\frac{1}{x} + \frac{1}{2(x-2)^2} = -\frac{2(x-2)^2}{2x(x-2)^2} + \frac{x}{2x(x-2)^2} =$$

$$= \frac{*^2/}{} = \frac{-2(x-2)^2 + x}{2x(x-2)^2} = \frac{-2(x^2-4x+4)+x}{2x(x-2^2)} =$$

$$= \frac{-2x^2+9x-8}{2x(x-2^2)}$$

e) упростить дроби:

$$\frac{3x}{\sqrt{1+\frac{1}{4}+\frac{2}{8}}} = \frac{3x}{\sqrt{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}} = \frac{3x}{\sqrt{4\frac{16}{4}}} =$$

$$= \frac{3x}{\sqrt{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + 3y}{x} = \frac{\frac{6y\sqrt{x}+}{2\sqrt{x}+}}{x} = \frac{\frac{6y}{2}}{x} = \frac{6y \cdot x}{x^{(2)}} = \frac{6xy}{x}$$

$$= 6y$$

$$\frac{2ab}{\frac{a^2}{b} - 5a} = \frac{2ab}{\frac{a^2-5ab}{b}} \quad \frac{2ab}{\frac{-5a^3b}{b}} = \frac{2ab^2}{-5a^3b} = -\frac{2b}{5a^2}$$

При сложении подобных слагаемых нужно сложить их числовые коэффициенты, а буквенную часть оставить неизменной

Формулы сокращенного умножения

1. Квадрат суммы:

$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

или кратко: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Квадрат разности:

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$

3. Формула разности квадратов:

$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

К2.1. Куб суммы:

$(a+b^3) = (a+b)(a+b)(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)$
$(a+b) = a^3 + 2a^2b + b^2a + a^2b + 2ab^2 +$
$+ b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

2.2. Куб разности

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Суммы кубов:

$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

Задание 3.

а) Привести подобные слагаемые:

$1+3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-5-3\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}+7=$

$=\cancel{3+2\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{5}=5\sqrt{9}}=$

$=3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}.$

$a(1+b)-ab^2-(1+ab)=a+ab-ab^2-$

$-(1+ab)=a+\underline{ab}-ab^2-1-\underline{ab}=$

$=a-ab^2-1$

$3\pi+2\pi x-\pi(1-x)=\overset{1}{3\pi}+2\overset{2}{\pi x}-\overset{1}{\pi}+\overset{2}{\pi x}=$

$=2\pi+3\pi x$

б) Раскрыть скобки:

$\frac{1}{2}x(x-2x^2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{2}x^3=\frac{1}{2}x^2-1x^3$

$(xy+1)(1-\sqrt[3]{x})=\cancel{xy-\sqrt[3]{x}+1}$

$=xy-xy\sqrt[3]{x}+1-\sqrt[3]{x}$

$x(x+1)(x-2) = x(x^2-2x+x-2) =$

$= x^3-2x^2+x^2-2 = x-2x^2-2.$

$(x-1)(x-\sqrt{x}+2) = x^2-x\sqrt{x}+2x-x+\sqrt{x}-$

$-2 = x-x\sqrt{x}+2x+\sqrt{x}$

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{1}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{1}-\frac{1}{2}\right) =$

$= x^2-\frac{x}{2}-\frac{x}{2}+\frac{1}{4} = x^2-\frac{2x}{2}+\frac{1}{4}.$

$(\sqrt{2}x+1)^2 = (\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2}x+1) =$

$= \cancel{2x\sqrt{2}}\ 2x^2+\sqrt{2}x+\sqrt{2}x+1 =$

$= 2x^2+2\sqrt{2}x+1.$

$(x-2)(x+1)(2x+4) =$

$= (x^2+x-2x-2)(2x+4) =$

$= (x^2-x-2)(2x+4) =$

$= 2x^3+4x^2-2x^2-4x-4x-8 =$

$= 2x^3+2x^2-8x-8.$

$(2x+3y)^3\ (2x+3y)(2x+3y)(2x+3y)-$

$= (4x^2+6xy+6xy+9y^2)(2x+3y) =$

$\sqrt{x}$

$\sqrt{x}\cdot\sqrt{x} =$

$= x,$

[illegible]

$0,5+0,5 =$

$= 1$

$=(4x^2+12xy+9y^2)(2x+3y)=$
$=8x^3+12x^2y+24x^2y+36xy^2+$
$+18xy^2+27y^3=8x^3+36x^2y+$
$+54xy^2+27y^3$

$(x^2+x+1)(x-1)=x^3-x^2+x^2+x+x-$
$-1=x^3-2x-1$

в) Доказать что $(a-b)^2=(b-a)^2=$

Согласно формуле:
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, тогда
$(b-a)^2=b^2-2ab+a^2$, чтобы доказать правильность условия, нужно обратить совпадают ли знаки в первом и втором варианте:
$-2ab=-2ab$
$b^2=b^2$
$a^2=a^2$
Так как знаки сохранились, то соответственно $(a-b)^2=(b-a^2)$.

Вывести формулу для

$(a+b)^4$, Так как мы знаем формулу для квадратов, то из нее мы можем вывести следующее:

$$(a+b)^4 = (a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2) =$$
$$= a^4 + 2a^3b + a^2b^2 + 2a^3b + 4a^2b^2 +$$
$$+ 2ab^3 + a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 =$$
$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4.$$

$(a-b)^4$, I-4 Зробимо тоже самое и для этого примера, только с помощью квадрата разности:

$$(a-b)^4 = (a^2-2ab+b^2)(a^2-2ab+b^2) =$$
$$= a^4 - 2a^3b + a^2b^2 - 2a^3b + 4a^2b^2 - 2ab^3$$
$$+ a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 =$$
$$= a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

2) Разложить на множители

$a^3 - 3a^2 = a(a^2 - 3a)$

$x^2y + xy^2 = x(xy + y^2)$

$x^2 - 2 = (+ = 1 \cdot (x^2 - 2)$, данный $(x^2 - 2) \neq \cancel{x}$, данное выражение больше никак нельзя разложить на множители, кроме как на 1 и само выражение.

$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$

$a^2 \quad -2ab \quad b^2$

$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

$x^3 + x^2 - x - 1 = (x + 1)^2 (x - 1)$

$x^3 + 8 = \cancel{(x + 2)^2 (x + 2)}$, I

I Данное выражение нельзя разложить на множители, так как вынесение натурального числа за скобки, приведёт к появлению у x знака перед ним, а вынесение x, приведёт к появлению x в натуральном числе.

$x - x^4 = (1 - x^2)(\cancel{x} + x^2) = x + x^2 - x^3 - x^4$

$x - x^4 = x(1 - x^3)$

$8x^3 - 12x^2y - y^3 + 6xy^2$

$8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 =$

$= (2x - y)(2x - y)(2x - y) =$

$= (4x^2 - 4xy - 2xy + y^2)(2x - y) =$

$= (4x^2 - 6xy + y^2)(2x - y) =$

$\cancel{= 8x^3 - 4x^2y - 6x^2 + 6xy +}$

$\cancel{+ xy^2 - y^3}$

$= (4x^2 - 6xy + y^2)(2x - y) =$

$= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 + 2xy^2 - y^3$

$(2x - y)^3 = (2x - y)(2x - y)(2x - y) =$

$= (4x^2 - 2xy - 2xy + y^2)(2x - y) =$

$= (4x^2 - 4xy + y^2)(2x - y) =$

$= 8x^3 - 4x^2y - 8x^2y + 4xy^2 + 2xy^2 -$

$- y^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

д/ упростить дроби

$$\frac{x^2+2x}{x\sqrt{x}} = \frac{(x^2+2x)\cdot\sqrt{x}}{x\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}} = \frac{x^2\sqrt{x}+2x\sqrt{x}}{x^2} =$$

$$\frac{2ab^2}{a^2-5ab} = \frac{2ab^2}{a(a-5b)} = \frac{2b^2}{a-5b}$$

$$\frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = \frac{(x-1)\cdot\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-1}} = \frac{(x-1)\cdot\sqrt{x-1}}{x-1}$$

Мы знаем что $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a$, следовательно, мы можем воспользоваться этим правилом в числителе и разложить его на $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-1}$, тогда

$$\frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1}$$

$$\frac{2x+4}{x^3-4x} = \frac{2x+4}{x^3-4x} = \frac{2(x+2)}{x(x+2)(x-2)} =$$

$$= \frac{2}{x(x-2)}$$

$$\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2} = \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)(x+y)} =$$

$$= \frac{x-y}{x+y}$$

Если N - четное число, большее нуля, то корень $\sqrt[n]{x}$ определен только для неотрицательных значений x, если N - нечетное число больше единицы, то корень определен для всех x

Если m делится на N, то корень $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n]{x^{kn}}$ определен для всех значений x, при этом:
$\sqrt[n]{x^{kn}} = |x^k|$

Корень это $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

$x^2 \cdot x^4 = x^{2+4}$

$(x^2)^4 = x^{2 \cdot 4}$

Задание 4.

а) Упростить

$x^2 \cdot (x^3)^4 = x^2 \cdot x^{3+4} = x^{2+7} = \cancel{x^9} - x$

$x^2 \cdot (x^3)^4 = x^2 \cdot x^{12} = x^{2+12} = x^{14}$.

$$\frac{(2xy^2)^3}{4x^2} = \frac{8x^3y^6}{4x^2} = \frac{\cancel{8}\,\cancel{4x^2}\cdot 2xy^6}{\cancel{4x^2}} =$$

$$= 2xy^6.$$

$$3ab^2\cdot(ab)^{-2} = 3ab^2\cdot\frac{1}{a^2b^2} = \frac{3ab^2}{1}\cdot\frac{1}{a^2b^2} =$$

$$= \frac{3\cdot a^3b^4}{a^2b^2} = \frac{3ab^2\cdot a^2b^2}{a^2b^2} = 3ab^2$$

$$\frac{e^{x^2}\cdot e^{-x}}{e^2} = \frac{e^{x^2-x}}{e^2} = e^{x^2-x-2}$$

$$(e^{x^2})^2 = e^{x^4}$$

$(2^x)^{\frac{1}{x}} = = 2$, Так ~~как~~ $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$, $\frac{x}{1}\cdot\frac{1}{x} = \frac{x}{x} = 1$

и $x^{x\cdot x} = x^{x^2}$

б/ выполнить действие и записать результат в виде корня

$$\sqrt{x^2}\cdot\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{2}{3}} = \cancel{x^{\frac{3}{4}}}\,x^{\frac{2}{6}} = x^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \sqrt[3]{x}$$

$$\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}} = x^{\frac{9-4}{6}} = x^{\frac{5}{6}} =$$

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$= \sqrt[6]{x^5}$$

$$x^2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{2}{1}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{4}} =$$

$$= x \cdot x^{\frac{5}{4}} = x^{1} + x^{\frac{5}{4}} = x^{\frac{4}{4}} \cdot x^{\frac{5}{4}} =$$

$$= x^{\frac{4}{4}+\frac{5}{4}} = x^{\frac{9}{4}} = \sqrt[4]{x^9}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}}{x} = \frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}}}{x} = \frac{x^{\frac{1}{12}}}{x} = \frac{x^{\frac{1}{12}}}{x^{\frac{12}{12}}} =$$

$$= x^{\frac{1}{12}-\frac{12}{12}} = x^{-\frac{11}{12}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}$$

в) Разделить почленно:

$$\frac{2x+\sqrt{x}}{x^2} = \frac{2 \cdot x + x^{\frac{1}{2}}}{x \cdot x} = \frac{\cancel{2 + x^{\frac{1}{2}}}}{\cancel{x}}$$

$$\frac{2x+\sqrt{x}}{x^2} = \frac{2x + x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{4}{2}}} = \frac{2 \cdot x}{x^{\frac{4}{2}}} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{4}{2}}} =$$

$$= 2x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{4}{2}} =$$

$$= 2x^{\frac{2}{2}} = 2x^{-1} = \frac{2}{x^{\frac{4}{2}-1}} = \frac{2}{x^{\frac{3}{2}}} + x^{\frac{1}{2}-\frac{4}{2}} = x^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} + \frac{2}{x}$$

$$\frac{1-x+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{x}{x^{\frac{1}{2}}} + \frac{4x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} =$$

$$= 1 - x^{\frac{4}{4}} + x^{\frac{1}{4}} = 1 - x^{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{x\sqrt{x} + \sqrt[4]{x^3} - 2x}{x^3\sqrt{x}} :$$

$$\frac{1-x+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} = 1 - x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{2}{2}-\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{4}-\frac{2}{4}} =$$

$$= 1 - x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{4}} = 1 - x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}$$

$$\frac{x\sqrt{x} + \sqrt[4]{x^3} - 2x}{x^3\sqrt{x}} = \frac{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}} + \frac{x^{\frac{3}{4}}}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}} - \frac{2 \cdot x^{\frac{3}{3}}}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}} =$$

$$= \cancel{x}^2 \cdot \cancel{x}\, x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} + \frac{x \cdot x}{} \frac{1}{x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{3}}} - 2 \cdot x^{\frac{3}{3}-\frac{1}{3}} =$$

$x = \frac{x}{1}$

$$= x^{\frac{1}{6}} + \frac{1}{x^{\frac{7}{12}}} - 2x^{\frac{2}{3}} \; \cancel{x}$$

Привести к общему знаменателю

$$\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x(x+1)} = \frac{\cancel{2 \cdot x(x+1)}\; 2 \cdot x(x+1) - \sqrt{x}}{\sqrt{x}\, x(x+1)} = \frac{2x^2 + 2x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}\, x(x+1)} =$$

$$= \frac{\sqrt{x}\,(2\sqrt{x}\,(1+x) - 1)}{\sqrt{x}\, x\,(x+1)} = \frac{2\sqrt{x}\,(x+1) - 1}{x(x+1)}$$

$$\frac{3}{2\sqrt[3]{x}} + \frac{5}{4\sqrt[4]{x}} = \frac{3\cdot 4\sqrt[4]{x} + 5\cdot 2\sqrt[3]{x}}{2\cdot x^{\frac{1}{3}}\cdot 4\cdot x^{\frac{1}{4}}} = \frac{3\cdot 12\sqrt[4]{x} + 10\sqrt[3]{x}}{8x^{\frac{4}{12}+\frac{3}{12}}} =$$

$$= \frac{12\sqrt[4]{x} + 10\sqrt[3]{x}}{8\sqrt[12]{x^7}}$$

д) Преоброзовать

$$\sqrt[6]{36} = 36^{\frac{1}{6}}$$

$$\frac{\sqrt{x^5}}{x} = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{x^{\frac{2}{2}}} = x^{\frac{5}{2}-\frac{2}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[4]{x^9} = x^{\frac{9}{4}}$$

$$\sqrt[2]{8x^6} = 8^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{6}{2}}$$

$$\sqrt[3]{(-x)} = (-x)^{\frac{3}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt[4]{x-1}}} = \frac{1^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[2\cdot 4]{x-1}} = \frac{1^{\frac{1}{2}}}{(x-1)^{\frac{1}{8}}}$$

$$\left(\sqrt[4]{(x^2+1)^3}\right)^{\frac{4}{3}} = \left(\sqrt[4]{x^6+1^3}\right)^{\frac{4}{3}} =$$

$$= \left(x^{\frac{6}{4}}+1\right)^{\frac{4}{3}} = x^{\frac{24}{12}}+1 = x^2+1$$