Mathematics
Tasks
11/08/2023

Exponents and radicals

11.08.

1. $7 \cdot 7 = 49$

$3^3 = 27 \cdot 3 = 81$

О: $7^2 < 3^4$ — правда

2. $4^2 = 2^4$, так, как

$4^2 = 2^4 = 4^2 = (2^2)^2 = 4^2 = 4^2$

3. ~~$3^5 = (3^3)^3$ 27, 9 5^3 ! 7~~

а ~~27 · 3~~ $3^5 > 5^3$

$3^4 = 81$, $5^3 = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 75$

О: $3^5 > 5^3$

4. $3^5 \cdot 3^2 \cdot 3^{-3} = 3^4$; $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

5. $\frac{2^{12}}{2^8} = 2^{12-8} = 2^4 = 2^3 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$

$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$ — ответ

№ 2 15, 23, 25, 34

$(\sqrt{\sqrt[3]{x}})^5 = |(x^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}|^5 = (x^{\frac{1}{6}})^5 = x^{\frac{5}{6}}$

23. $|\sqrt[3]{x}|^2 = |x^{\frac{1}{3}}|^2 = x^{\frac{2}{3}}$

15. $a^{\neq}$

34. $\sqrt[3]{8^x} = 8^{\frac{x}{3}} = 128$

$2^{\frac{3x}{3}} = 128$

$2^x = 128$

$2^x = 2^7$

$x = 7$

$\sqrt{128} = \sqrt{2 \cdot 64} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 32} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 16} =$

$= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^7$

№ 2, 5, 6, 9, 11

2. $4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1}+2} = 0$

$\left| 4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1}+2} \right|^2 = 0$

$4^{x+1} - 4^{x+1+4} = 0$

$a^m - a^n = a^n \left| a^{m-n} - 1 \right.$

$2^{\sqrt{x+1}} \left| 2^{\sqrt{x+1}} - 2^2 \right| = 0$

$2^{\sqrt{x+1}} \left| 2^{\sqrt{x+1}} - 4 \right. \neq 0$

$2^{\sqrt{x+1}} - 4 = 0 \quad , \quad 2^{\sqrt{x+1}} \neq 0$

$2^{\sqrt{x+1}} = 4$

$\sqrt{x+1} = 2$

$\left(\sqrt{x+1}\right)^2 = 2^2$

$x+1 = 4$

$x = 3$

$2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0$

3^{-x} ~~шо~~ дію значить що

у нас зашифрована дріб вида:

$\frac{1}{3^x}$

$2 - \frac{1}{3^x} + 3^{x+1} = 0$

$3^{x+1} = 3^x \cdot 3$

$2 - \frac{1}{3^x} + 3 \cdot 3^x$

$\frac{2 \cdot 3^x - 1 + 3 \cdot 3^x \cdot 3^x}{3^x} = 0$

$2 \cdot 3^x - 1 + 3 \cdot 3^{2x} = 0$

$3^x \cdot 2 - 1 + 3 \cdot (3^x)^2 = 0$

Перетворимо в квадратне рівняння

$3^x = a$

$3 \cdot (a)^2 + 2 \cdot a - 1 = 0$

$3a^2 + 2a - 1 = 0$

$D = 4 + 12 = 16$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 3(a)} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{6} =$$

$$= \frac{-2 \pm 4}{6} = \frac{-6}{6} = -1; \quad \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

x_1, x_2 $2^0 - 1$; $\frac{1}{3}$

Так как 3^x всегда положительное число, то

$3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1}$, $x = -1$

$6 \cdot 6^{2x-8} = 1$

Тут мы воспользуемся правилом любое число в степени $^0 = 1$, следовательно:

$2x - 8 = 0$

$2x = 8$

$x = 4$

$5 \cdot 6^{2 \cdot 4 - 8} = 5$, Так как $56^0 = 1$.

9.

$$3^{7x+4} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x-3}$$

$$\frac{1}{3} = 3^{-1}$$

$$3^{7x+4} - \left(\frac{1}{27}\right)^{x-3} = 0$$

$$\frac{1}{27} = 3^{-3}$$

$$3^{7x+4} = \left(\frac{1}{3^3}\right)^{x-3}$$

$$\left(3^{-3}\right)^{x-3} = 3^{-3x+9}$$

$$3^{7x+4} = 3^{-3x+9}$$

$$7x + 4 + 3x = 9 = 0$$

$$7x + 3x = 9 - 4$$

$$10x = 5$$

$$x = 8\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$3^{7\cdot\frac{1}{2}+4}$$

$$x\frac{7}{2} + 4 = \frac{7+8}{2} = 15$$

$$3^{15} = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{2}-3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - \frac{6}{2} = -5$$

$$3^{15} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-5} = 27^5 = (3^3)^5$$

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{-8x+3} = \left(\frac{1}{16}\right)^{7x-2}$$

Приведем к общему основанию

$$4^2 = 16,$$
$$4^3 = 64.$$

Далее получаем:

$$\left(\left(\frac{1}{4}\right)^3\right)^{-8x+3} = \left(\left(\frac{1}{4}\right)^2\right)^{7x-2}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-24x+9} = \left(\frac{1}{4}\right)^{14x-4}$$

$$-9-24x = 14x-4$$
$$-24x-14x = -9-4$$
$$-38x = -13$$
$$x = \frac{-13}{-38}$$
$$x = \frac{13}{38}$$