Mathematics Tasks 16/08/2023

Geometry [illegible]

16.08.23

1. $AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = 8^2 - 5^2 = 64 - 25 = 39$

O: 39.

3. Согласно правилу пересечения двух параллельных прямых третьей прямой ~~AB~~ $\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA}$

$OC = \frac{OD}{OB} \cdot OA = \frac{15}{5} \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$

O: 6

1. $\sin 30° = \frac{2}{AB}$; $\sin 30° = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{AB}$

$AB = \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = 4$

$AB = 4$

O: 4

5. $AC = 22$, $BC = 21$; $\angle ACB = 60°$ AB^2 - ?

Сумма всех углов треугольника

рівне 180°.

$\cos 60° = 0{,}5$ $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos(\angle ACB)$

$AB^2 = 22^2 + 21^2 - 2 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 0{,}5$

$AB^2 = 484 + 441 - 924 \cdot 0{,}5$

$AB^2 = 925 - 462$

$AB^2 = 463$

4. $\left(\frac{5}{6}\right)^x = \left(\frac{36}{25}\right)^2$

$\frac{5}{6} = \sqrt{\frac{36}{25}}$

$\cancel{\frac{5}{6} \neq \sqrt{\frac{6}{5}}}$

$\left(\frac{5}{6}\right)^x = \left(\frac{36}{25}\right)^2$

$\left(\frac{5}{6}\right)^x = \left(\frac{6}{5}^{2}\right)^2$

$\left(\frac{5}{6}\right) = \left(\frac{6}{5}\right)^4$ $\quad \frac{6}{5}^4 = \frac{5}{6}^{-4}$

В: -4

7.

7. $6^{x^2+5} = \frac{1}{64^x \cdot 3^{6x}}$

1. Если $64^x \cdot 3^{6x}$ будет равен 0, значит уравнение не исполнится, тогда $x \neq 0$ и $64^x \cdot 3^{6x} \neq 0$

2. Мы видим x^2 в первой части экспоненты это значит что тогда у нас зашифрована ~~отрицательны~~ положительная степень и в выражении $6^{x^2+5} \Rightarrow x^2+5 > 0$.

Это значит что у нас x - должен быть отрицательным чтобы перевернуть вторую дробь.

$(a^{-n}) = \frac{1}{a^n}$, также $\frac{1}{a^{-n}} = \frac{1}{\frac{1}{a^n}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{a^n}{1}$,

Тогда: $x < 0$, чтобы перевернуть дробь

$6^{x^2+5} = \frac{1}{(2^6)^x \cdot 3^{6x}}$

$6^{x^2+5} = \frac{1}{(2 \cdot 3)^{6x}}$ $\quad a^n \cdot b^n = (ab)^n$

$$6^{x^2+5} = \frac{1}{6^{6x}}$$

$$6^{x^2+5} = \left(\frac{1}{6}\right)^{-6x}$$

$$x^2+5+6x=0$$

$$x^2+6x+5=0$$

$$D=(b^2)-4ac=36-20=16$$

$$D=16 \quad \sqrt{16}=4$$

$$x_{1,2} = \frac{-6\pm 4}{2} = -5 \ (x_1) = \frac{-2}{2} = -1 \ (x_2)$$

$$O: x_1=-5, \ x_2=-1.$$

4.

$$4. \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-5} < \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-5} = \sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^3}$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2\cdot\frac{3}{2}} =$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{6}{2}=3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-5} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

Если а обычными числами типа множество N у нас степень должна больше чтобы условие выполнялось, то для степеней чисел которые находятся в диапазоне:
$0 < n < 1$, у нас все наоборот например:
$2^3 > 2^2$, но $\left(\frac{1}{2}\right)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)^2$ — не верно, так как для чисел меньше 1 и больше 0 у нас работает обратный принцип, как видим ~~…~~ Тогда:

$2x^2 - 5 > 3$

$2x^2 - 8 > 0 \quad 2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4)$

$2(x^2 - 4) = 2(x+2)(x-2)$

Далее можем решить просто чему равен $x+2$ и $x-2$ для того ~~что~~ чтобы выражение соответствовало 0,

$x+2=0$ $\quad$ $x-2=0$

$x_1=-2$ $\quad$ $x_2=2$

$O: x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

7. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x^2-2x}{x^2}} \geq 1$

$x^0 = 1$, тогда

$\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x^2-2x}{x^2}} \geq \left(\frac{3}{7}\right)^0$

$\frac{x^2-2x}{x^2} \leq 0$ $\quad x \neq 0$ и ~~$x \neq 1$~~

Выражение должно быть меньше 0 для того чтобы показатель дроби перевернулось иначе левая никогда не выполнит наше неравенство

$\frac{x^2-2x}{x^2} \leq 0$, учитывая что в знаменателе быть не может

$$\frac{x(x-2)}{x^2} \le 0$$

$x-2 \le 0$

$x=2$, но помним что $x \neq 0$

Так как $x \in \left(\frac{n}{2}\right)$ и $z \neq 0$

О: $x \in [0, 2]$

18. $3 \cdot 3^{2x} + 11 \cdot 3^{x} - 4 > 0$

1) Мы видим что у нас есть две переменных!

3^{2x} и 3^{x}, учитывая свойство степеней;

$(a^n)^m = a^{nm}$ мы можем представить 3^{2x} как $(3^x)^2$. Далее мы имеем два числа с одинаковыми базой и степенью, тогда пусть $3^x = y$

$3y^2 + 11x - 4 > 0$

$D = (11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 121 + 48 = 169$

$\sqrt{169} = 13$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm 13}{6} = -4\,(x_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}\,(x_2)$$

$x_1 = -4$, $x_2 = \frac{1}{3}$

$(y+4)(y-\frac{1}{3}) > 0$

$y \in (-\infty, -4)$ $y \in (\frac{1}{3}, \infty)$

$y < -4$ $\quad y = 3^x$

$y > \frac{1}{3}$

$3^x < -4$

$3^x > \frac{1}{3}$

$3^x < -4$ – это условие никогда не исполнится при любых значениях x, а значит

$3^x < -4 \rightarrow x \in \varnothing$

$3^x > 3^{-1} \Leftrightarrow 3^{-1} = \frac{1}{3}$, значит

$x > -1 \Leftrightarrow x \in (-1; +\infty)$

О: $x \in (-1; +\infty)$

1. $3^{2x+1} = 27$ $\quad (2x+1) = y$

$3^{y} = 27$

$3^3 = 27$

$2x+1 = y = 3$

$2x+1 = 3$

$2x = 2$

$x = 1$

О: 1

11. $2 \cdot 3^{3x-1} + 27^{x-\frac{2}{3}} = 9^{x-1} + 2 \cdot 3^{2x-1}$

Используя свойства степени: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ or $m-n$

$2 \cdot 3^{3x} \cdot 3^{-1} + 27^x \cdot 27^{-\frac{2}{3}} = 9^x \cdot 9^{-1} + 2 \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-1}$

$2 \cdot \frac{3^{3x}}{3^1} + \frac{27^x}{27^{\frac{2}{3}}} = \frac{9^x}{9} + 2 \cdot \frac{3^{2x}}{3^1}$

Далее используем свойство $(a^x)^m = a^{xm}$

$2 \cdot \frac{(3^x)^3}{3^1} + \frac{(3^x)^3}{(\sqrt[3]{27})^2} = \frac{(3^x)^2}{9} + 2 \cdot \frac{(3^x)^2}{3}$ $\quad \sqrt[3]{27}^2 =$

$3^2 = 9$

$y = 3^x$

$$2\cdot\frac{y^3}{3}+\frac{y^3}{9}=\frac{y^2}{9}+2\cdot\frac{y^2}{3}$$

$$\frac{2y^3}{3}+\frac{y^3}{9}=\frac{y^2}{9}+\frac{2y^2}{3}$$

Домножим все на 9 чтобы сократить

$$9\cdot\cancel{2y^3}\quad\frac{9\cdot 2y^3}{3}+\frac{9y^3}{9}=\frac{9y^2}{9}+\frac{9\cdot 2y^2}{3}$$

$$6y^3+y^3=y^2+6y^2$$

$$7y^3=7y^2 \ / \ \text{cancel } 7.$$

$$y^3=y^2$$

$$y^3-y^2=0$$

$$y^2(y-1)=0$$

$y_1=0$, $y_2=1$, но

при $y=1=3^x \Rightarrow$

$\Rightarrow 3^x=1$ и y не может быть равным 0, так как нет степени которая нам даст 0

$3^x = 1 \doteq 3^0 = 1$, так как любое число в 0 степени это 1.

Ответ: 0

6. Из определения тринома:

Трином — специфическая разновидность полинома, являющаяся суммой 3х членов. Значит трином всегда имеет 3 члена.

$5x^2 - x^4 + (3-5) = 5x^2 - x^4 + (-2) =$

$= 5x^2 - x^4 - 2$.

У нас ровно 3 члена, а значит это трином.