ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

MOSCOW AVIATION INSTITUTE SPACE ASSOCIATION

(MAISA)

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

по теме:

PERSEVERANCE MARS-2020

Москва

2022

Список исполнителей

Тимлид команды	_____________	Гиголаев А.А.
Физик	_____________	Евсеев Ю.В.
Программист	_____________	Мирошников Д.Е.
Программист	_____________	Калиниченко А.А.
Программист	_____________	Беспалов А.М.

Реферат

Страниц – 19, книг отчета – 1, иллюстраций - 11, использованные источники - 4.

СИМУЛЯЦИЯ ПОЛЕТА НА МАРС, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ, МЕЖОРБИТАЛЬНЫЕ ПОЛЕТЫ, ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Объектом исследования является марсоход «Perseverance», а также космический корабль «Atlas V», предназначенный для его доставки на поверхность Марса.

Цель работы – разработка математической и физической модели и проведение симуляции исторической миссии «МАРС 2020».

В процессе работы проводилось детальное изучение информации о конструкции корабля и марсохода.

В результате исследования были составлены математические модели, на основе реальных данных, был построен прототип корабля в системе KSP и проведен пилотируемый полет к Марсу.

Основные конструктивные показатели: высокая схожесть с реальным космическим аппаратом.

Содержание

Термины и определения

В настоящем отчете о научно-исследовательской работе применяют следующие термины с соответствующими определениями.

Kerbal space program	Компьютерная игра, система для симуляции космических полетов.
Гомановский переход	Переход между двумя орбитами небесных тел
Перигелий	Ближайшая к Солнцу точка орбиты планеты или иного небесного тела Солнечной системы, а также расстояние от этой точки до центра Солнца
Афелий	Наиболее удалённая от Солнца точка орбиты вращающегося вокруг него небесного тела.

Перечень сокращений и определений

В настоящем отчете о научно-исследовательской работе применяют следующие сокращения и обозначения.

KSP	Kerbal space program.

Введение

В наше время все активнее проводятся наблюдения за экосистемой Марса. Многие ученые рассматривают эту планету как «новый дом» для человечества. Одним из прорывов в изучении Марса стал полет космического корабля «Atlas V» с миссией «Mars 2020». На борту корабля находился марсоход «Perseverance» и вертолет Ingenuity, которые были успешно доставлены на красную планету 18 февраля 2021 года. Эти беспилотные транспортные средства также являются небольшими научными лабораториями: так, в марсоходе «Perseverance» установлен бур и отсек для гильз, в которые можно поместить образцы пород с поверхности Марса.

Наша команда сделала выбор в сторону этой миссии из-за ее комплексности и важности для дальнейшей судьбы человечества.

Основная часть

1 этап. Разработка математической модели.

Юрий Евсеев, физик из команды MAISA, разработал физическую и математическую модель.

Данные:

- Длина ракеты - 58.3 м
- Стартовая масса ~ 571.6 т
- Масса полезного груза ~ 27 т
- Стартовая масса топлива ~ 284.5 т
- Расход топлива первой ступени ~ 259 кг/с
- Расход топлива второй ступени ~ 251 кг/с
- Время работы первой ступени - 253 секунды
- Время работы второй ступени - 842 секунды
- Диаметр ракеты - 3.81 м
- Тяга ускорителя ~ 1660 кН

Все сделанные графики, будут относиться только в этапу взлета ракеты, так как именно здесь максимально хорошо прослеживаются зависимости переменных.

Физическая модель

Глобальные константы:
$G = 6.6 * 10^{-11}$
R = 6400 км
U = 4100 м/с
$M = 5.9 * 10^{24}$
$\rho_0 = 1.225$

Пусть изменение массы космического аппарата со временем:
$m = m_\circ - \eta t$, где $m_\circ$ - начальная масса, η - расход топлива.
Рассмотрим второй закон Ньютона.

$ma = F_{тяги} - F_{гр} - F_{сопр}$, где $F_{гр} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$, $F_{сопр} = 0{,}5cS\rho_{среды}V^2$ (1)

$S = \pi d^2/4$ - площадь поперечного сечения ракеты
c - табличное значение (∼0.45)

Изменение высоты (высоту атмосферы) считаем от 0 до 150 км.
Сила тяги меняется в зависимости от высоты и от этапа полета.
Предположим, что сила тяги меняется по линейному закону.

$$F_{\text{тяги}} = -U\frac{dm}{dt} \quad (2)$$

Где U - скорость истечения газов из сопла двигателя, n - расход топлива
В графике мы увидим, что сила тяги уменьшается, происходит это из-за уменьшения общей массы ракеты.

Проецируем второй закон Ньютона на вертикальную ось и подставив формулы получим:

$$m\frac{dv}{dt} = -U\frac{dm}{dt} - \frac{GMm}{(R+h)^2} - 0{,}5cS\rho V^2 \quad (3)$$

Также с течением времени меняется скорость от высоты: $\frac{dh}{dt} = v(t)$
(по определению скорости)

Относительно высоты также меняется плотность среды

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta h} \ (4)$$

где $\beta = 1{,}29 * 10^{-4}$, а ρ_0 - плотность среды около поверхности Земли
С учетом того, что ракета летит под определенным углом к горизонту, этот угол α будет меняться с течением времени также по линейному закону.

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma t \ (5)$$

где γ - угол между вертикальной осью и кораблем
β = const

Объединив все уравнения получаем систему:

$$\begin{cases} m\frac{dv}{dt} = -U\frac{dm}{dt} - \frac{GMm}{(R+h)^2} - 0{,}5cS\rho V^2 \ (6) \\ m = m_\circ - \eta t \\ F_{\text{тяги}} = -U\frac{dm}{dt} \\ \rho = \rho_0 e^{-\beta h} \\ \alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma t \end{cases}$$

Проецируя на оси Ох и Оу получим:

$$\begin{cases} m\frac{dv_x}{dt} = -U\frac{dm}{dt}cos\alpha - \ 0,5cS\rho V^2 cos\alpha \\ m\frac{dv_y}{dt} = -U\frac{dm}{dt}sin\alpha \ - \frac{GMm}{(R+h)^2} - \ 0,5cS\rho V^2 sin\alpha \\ m = m_\circ \ - \eta t \\ F_{тяги} \ = \ U(m_0 - \eta t) \\ \rho \ = \ \rho_0 e^{-\beta h} \\ \alpha \ = \frac{\pi}{2} - \gamma t \end{cases}$$

Данная система описывает взлет ракеты с поверхности Земли. В ней учитывается сила сопротивления, однако в дальнейшей работе придется прибегнуть к ее пренебрежению, из-за чего на начальных этапах показатели модели будут отличаться от реальности, однако со временем, из-за уменьшения силы сопротивления, значения модели будут приближены к реальности. Это происходит, так как сопротивление исчезает в определенный момент времени, а мы пренебрегаем его с самого начала.

Математическая модель

Для упрощения математических вычислений в формуле не будет учитываться сила сопротивление; это повлияет только на начальный этап полета.

Проведем преобразования с уравнением (6)

$$m\frac{dv}{dt} = -U\frac{dm}{dt} - \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

умножим на dt и разделим на m и получим:

$$dv = -U\frac{dm}{m} - \frac{GMdt}{(R+h)^2}$$

Наши познания в дифференциальных уравнениях и их аналитическом программном решении не позволили нам проинтегрировать уравнение, поэтому мы решили прибегнуть к упрощению , заменив в начальной формуле во втором слагаемом m на $\frac{dm}{dt}$

Тогда формула примет вид:

$$m\frac{dv}{dt} = -U\frac{dm}{dt} - \frac{GM\frac{dm}{dt}}{(R+h)^2}$$

Умножим обе части на dt и разделим на m и получим:

$$dv = -U\frac{dm}{m} - \frac{GM}{(R+h)^2}\frac{dm}{m}$$

Проинтегрируем обе части уравнения. Левую часть по dv – правую по dm , от v0 до v и от m0 до m соответственно.

$$\int_{v0}^{v} dv = -U\int_{m0}^{m} \frac{dm}{m} - \frac{GM}{(R+h)^2}\int_{m0}^{m} \frac{dm}{m}$$

$v - v0 = -Uln\frac{m}{m0} - \frac{GM}{(R+h)^2}ln\frac{m}{m0}$, перенесем v0 вправо и получим конечную формулу скорости.

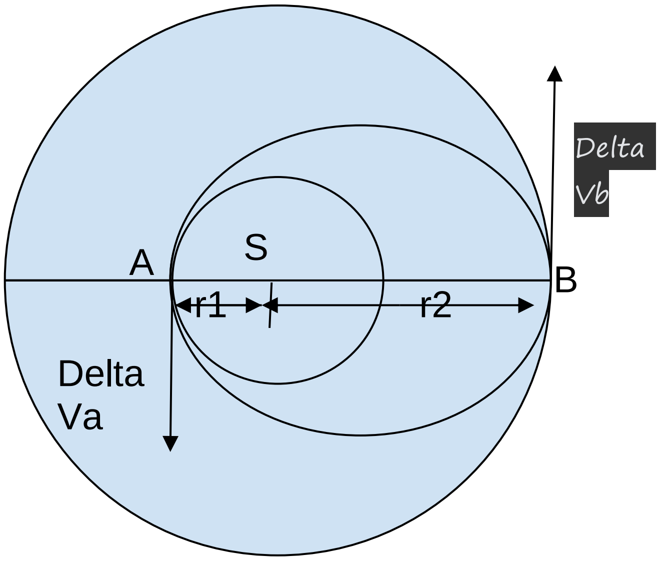
$$v = v0 - Uln\frac{m}{m0} - \frac{GM}{(R+h)^2}ln\frac{m}{m0}$$

$$v = v0 - ln\frac{m}{m0}\left(U + \frac{GM}{(R+h)^2}\right) \quad (7)$$

По полученному уравнению видно, что $ln\frac{m}{m0} < 0$, следовательно, мы можем утверждать, что скорость ракеты будет возрастать, с изменением массы, которая в свою очередь зависит от времени. При этом мы считаем, что масса всё время изменяется по линейному закону.

График скорости был построен по конечной формуле (7)

Гомановский перелет



Допустим после взлета через определенное время мы оказались на геопереходной орбите и нам нужно попасть на орбиту Марса. Сделаем это с помощью Гомановского перехода.

Для этого нужно узнать орбитальную скорость тела.

$v\ =\ \sqrt{\mu(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}}$, μ - гравитационный параметр, r - расстояние между телами, a - большая полуось.

Так как орбита круговая, то формула примет вид:

$$v\ =\ \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

Тогда приращение скоростей можно выразить следующим образом:

$$\Delta V_A\ =\sqrt{\frac{\mu}{r1}}(\sqrt{\frac{2r1}{r1+r2}}-1)$$

$$\Delta V_B\ =\sqrt{\frac{\mu}{r2}}(-\sqrt{\frac{2r1}{r1+r2}}+1)$$

Суммарное изменение скорости будет равно $\Delta V_S\ =\Delta V_A+\Delta V_B$

По формуле Циолковского находим расход топлива
$\Delta m = (1 - e^{-\frac{\Delta V_S}{l}})m_0$, где l - удельная тяга ракеты.

Эксцентриситет орбиты перехода: $e = \frac{r2-r1}{r2+r1}$

Время, за которое совершается переход, равно половине периода Гомановской орбиты.

$t = \pi\frac{a^{3/2}}{\mu^{1/2}}$, где $a = \frac{r1+r2}{2}$

Для гомановского перелета угловая дальность равна 180°
Угол начальной конфигурации определяется по формуле $\gamma = 180^o - a$
где a – дуга, которую проходит ракета за время перелета.
$a = \omega t$, где ω - угловая скорость.

Начальная конфигурация наступает за определенное время до того, как либо внутренняя планета догонит Землю и окажется на нижней линии соединения, либо Земля догонит внешнюю планету и окажется на линии верхнего соединения.

Посадка на Марс

Садится на поверхность Марса будем при помощи торможения, то есть придачи скорости в противоположном направлении движению ракеты.
Пусть V0 - скорость на круговой орбите Марса, тогда V1 - скорость в афелии траектории снижения, V2 - скорость в перигелии траектории снижения (будем считать, что аппарат еще не совершил посадку).
$\Delta v = v0 - v1$ - искомая скорость, которую нужно придать ракете для торможения.

По Закону Сохранения Энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GM_{\text{марса}}m}{R_{m0} + h} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{GM_{\text{марса}}m}{R_{m0}}$$

$$V1 = \sqrt{v_0^2 - 2GM(\frac{1}{R_m + h} - \frac{1}{R_m})}$$

Так как движение выполняется по круговой орбите, то используем формулу центростремительного ускорения

$$a = \frac{v_0^2}{R_{m0} + h}$$

По второму закону Ньютона выразим V_0

$$\frac{G\text{М}_{\text{марса}}m}{(R + h)^2} = \frac{mv_0^2}{R_{m0} + h}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{G\text{М}_{\text{марса}}}{R_{m0} + h}}$$

В конечном итоге получаем формулу

$$\varDelta v = \sqrt{\frac{G\text{М}_{\text{марса}}}{R_{m0} + h}} - \sqrt{v_0^2 - 2GM(\frac{1}{R_m + h} - \frac{1}{R_m})}$$

Мы получили скорость, придав которую в направлении, обратном движению, мы будем снижаться для посадки на Марс

2 этап. Построение графиков с помощью ЯП.

Дмитрий Мирошников, Артем Калиниченко и Артем Беспалов, программисты из команды MAISA, пользуясь историческими данными, с помощью языка программирования Python и библиотек Numpy и Matplotlibсмоделировали графики выведенных математических законов, которые бы смогли пригодиться при испытаниях, на основании реальных данных о ракетоносителе.

Данные:

- Длина ракеты - 58.3 м
- Стартовая масса ~ 571.6 т
- Масса полезного груза ~ 27 т
- Стартовая масса топлива ~ 284.5 т
- Расход топлива первой ступени ~ 259 кг/с
- Расход топлива второй ступени ~ 251 кг/с
- Время работы первой ступени - 253 секунды
- Время работы второй ступени - 842 секунды
- Диаметр ракеты - 3.81 м
- Тяга ускорителя ~ 1660 кН

Рисунок 1

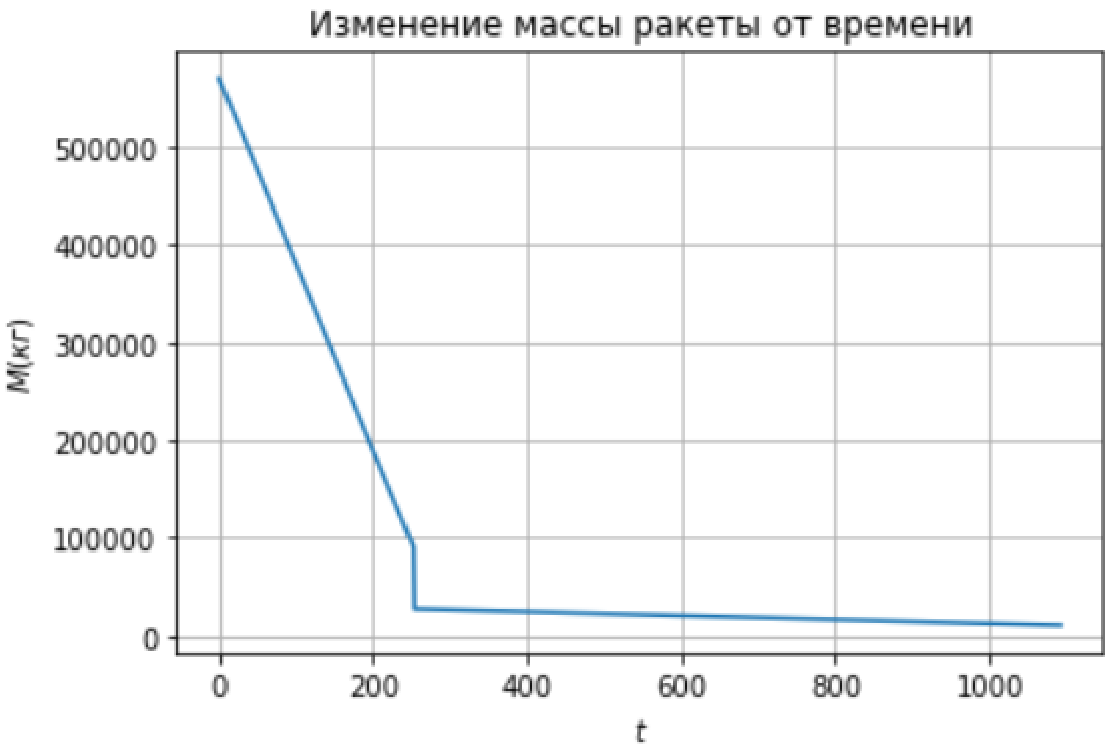


Рисунок 2

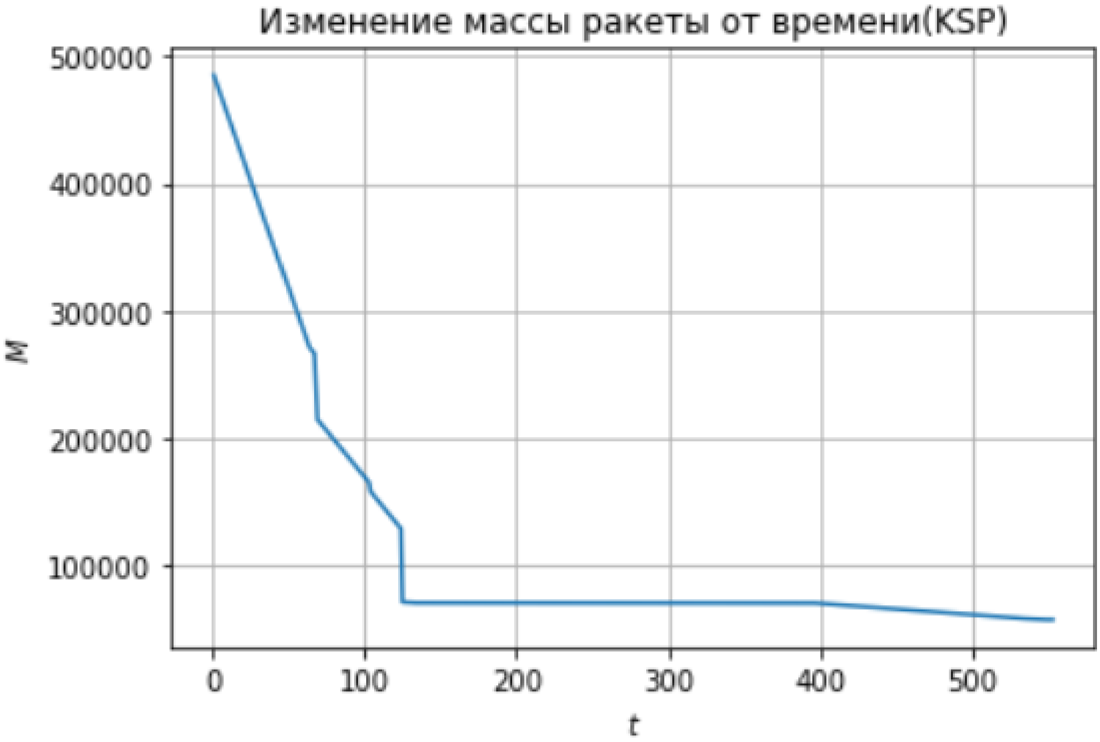


Рисунок 3

Рисунок 4

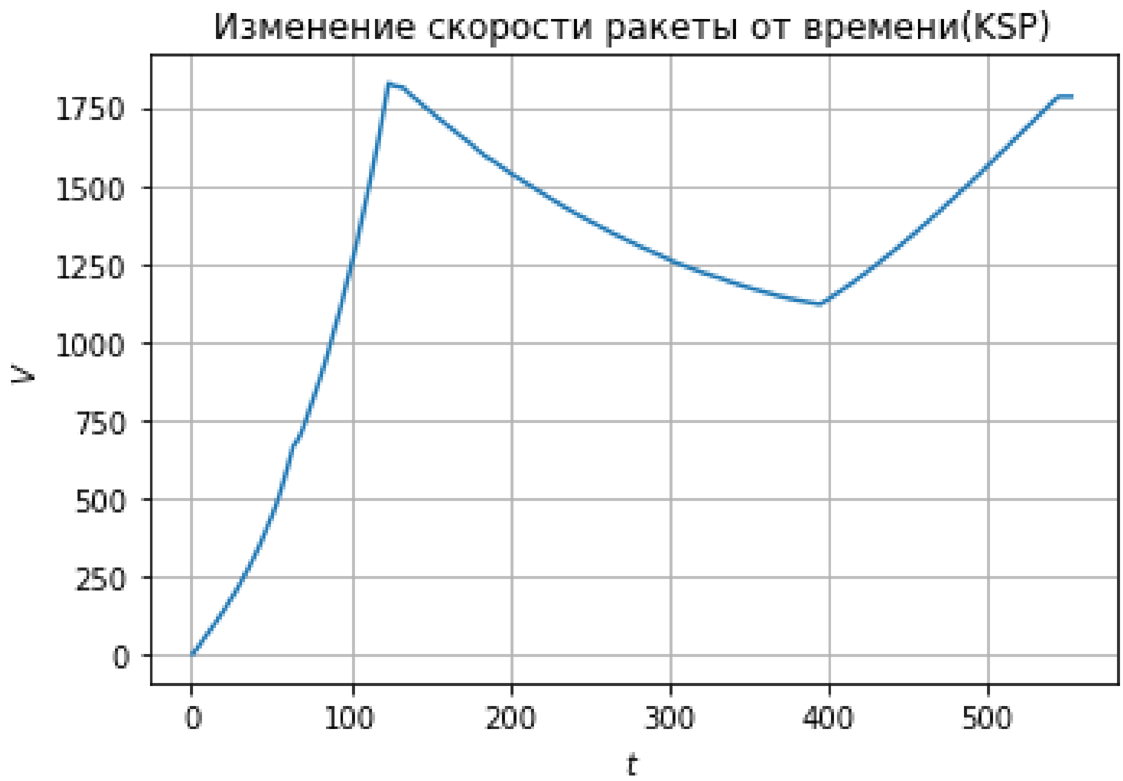


Рисунок 5

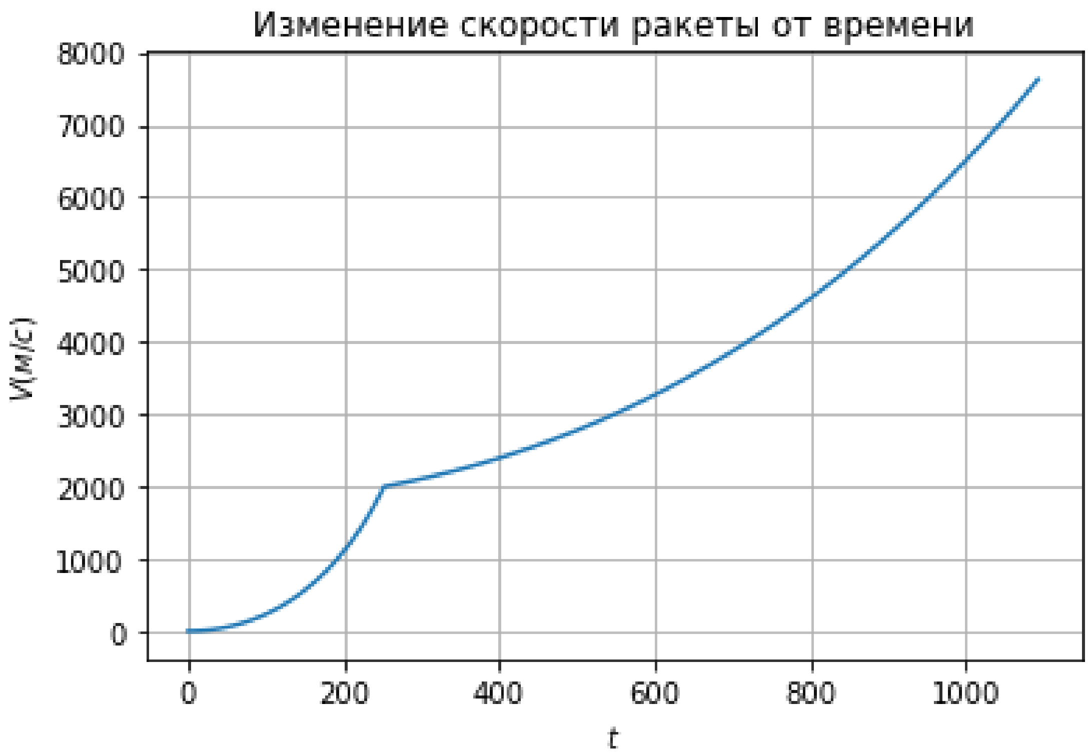


Рисунок 6

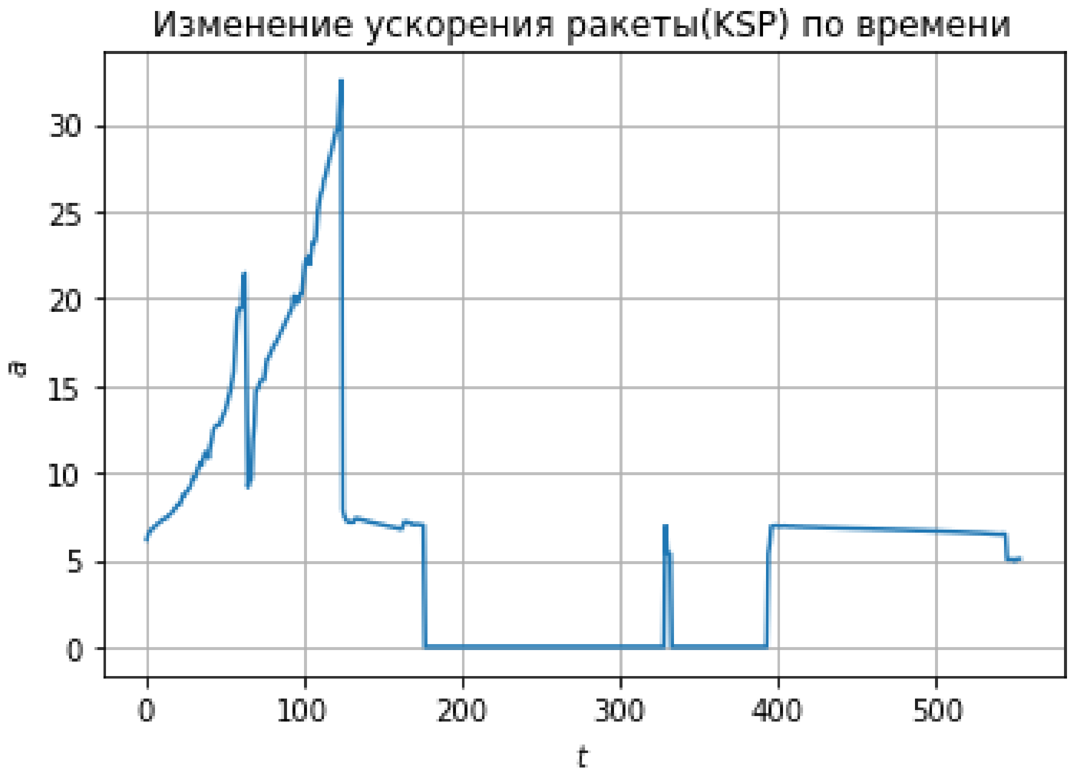
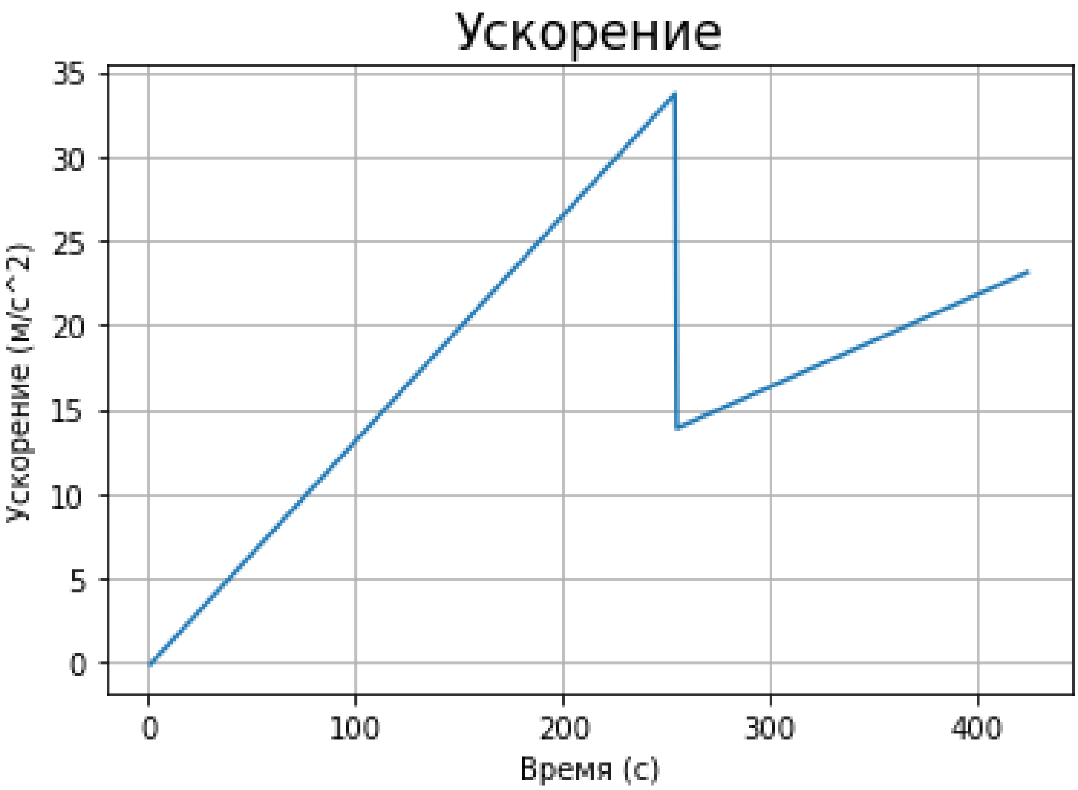


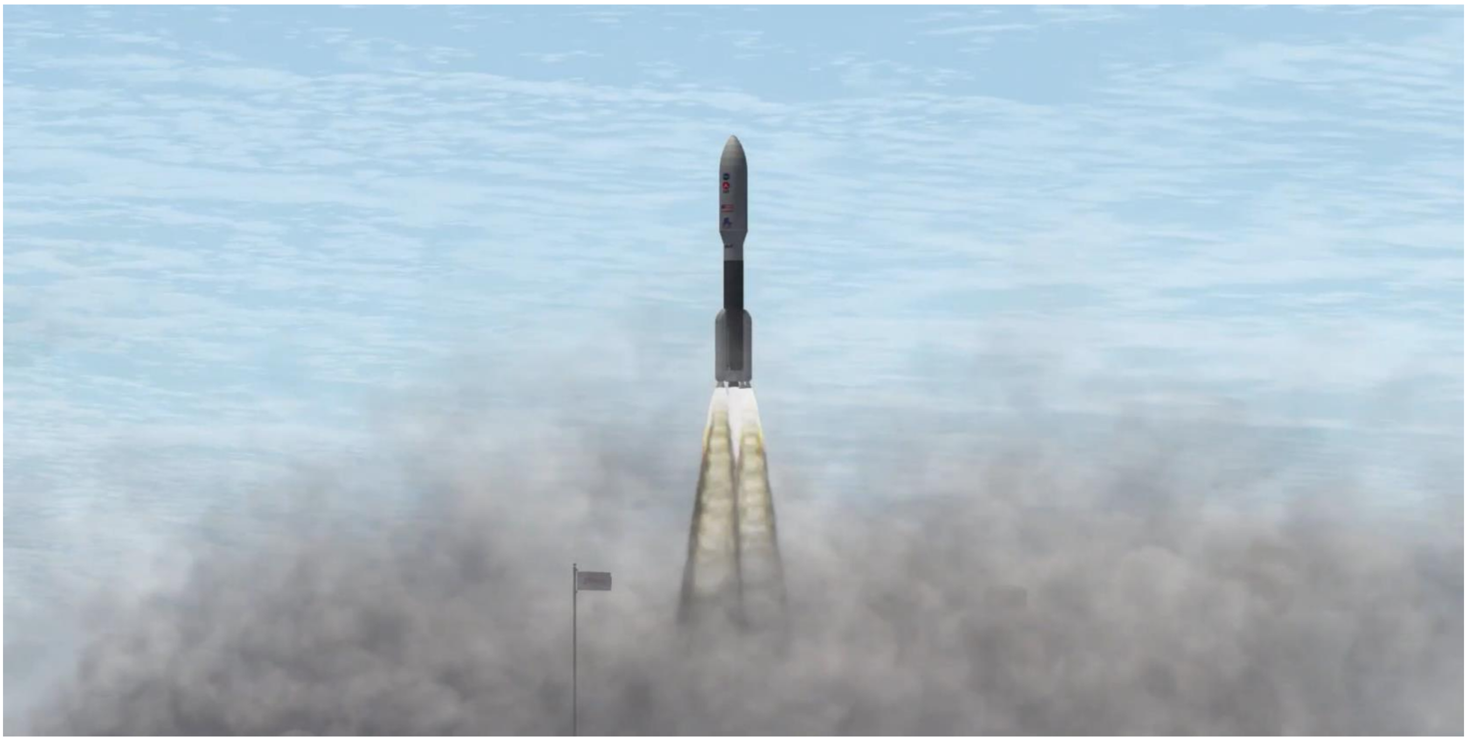
Рисунок 7



3 этап. Полёт.

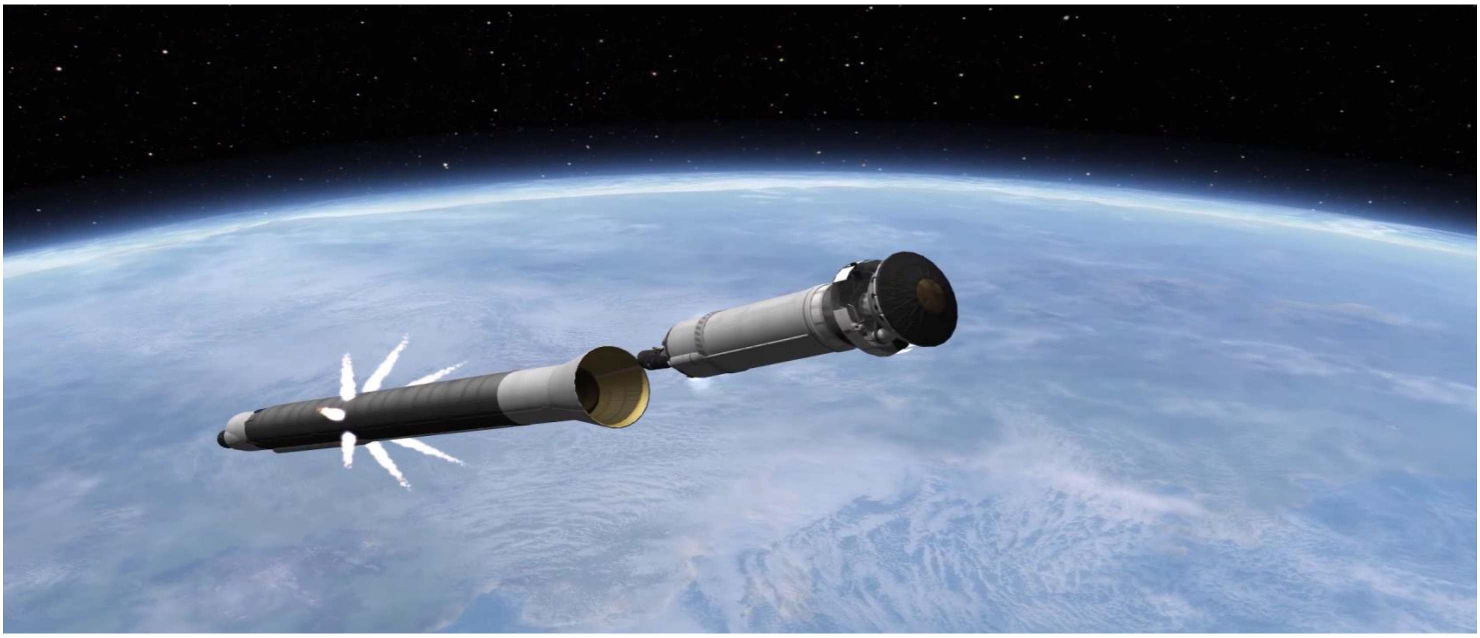
1) Начинаем свой гравитационный разворот с уменьшения угла тангажа до 45 градусов на интервале изменения скорости с 50м/с по 250м/с Сбрасываем обтекатель на высоте 40000м.

Рисунок 8



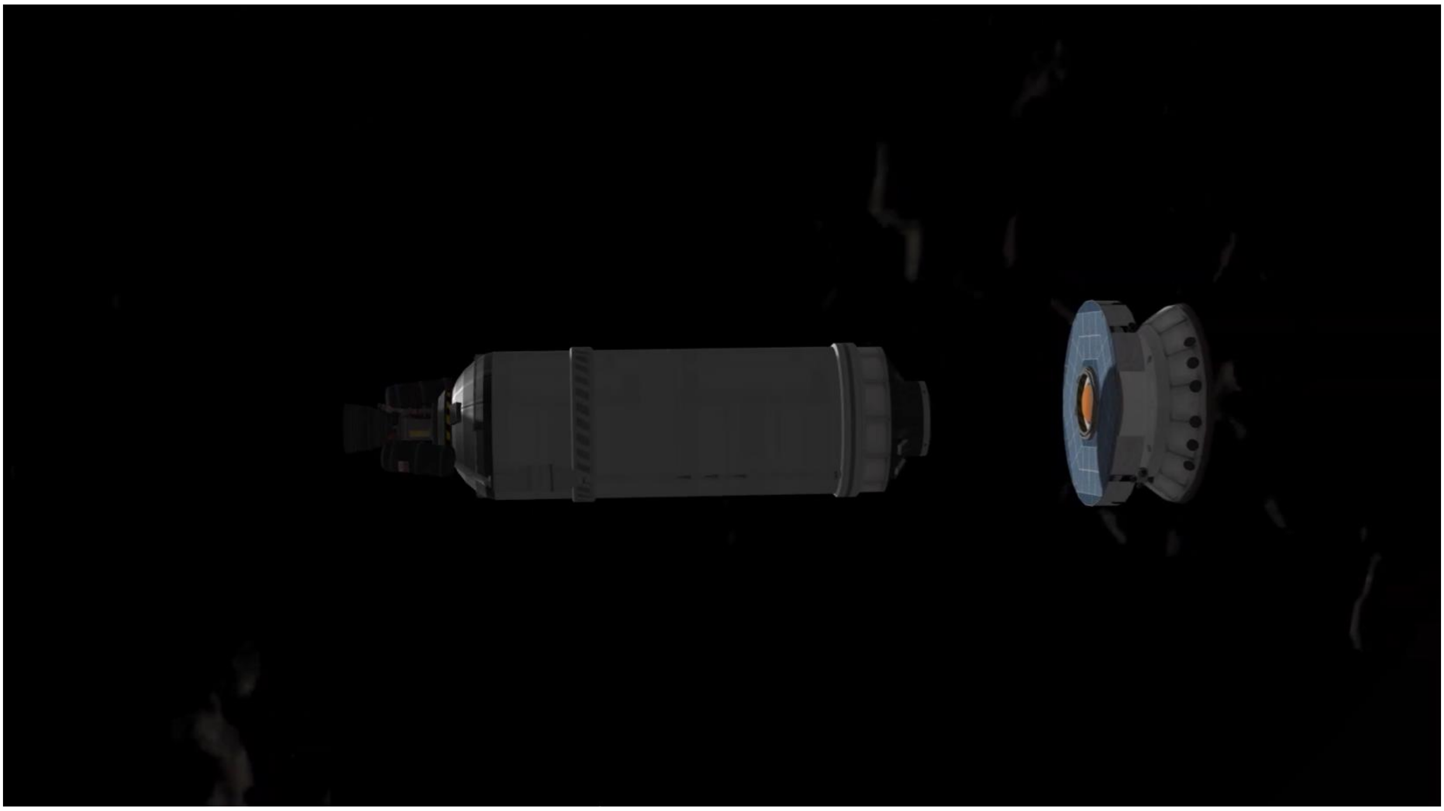
2) Отделение первой ступени происходит на высоте 80000м через 304 секунды после начала полёта.

Рисунок 10



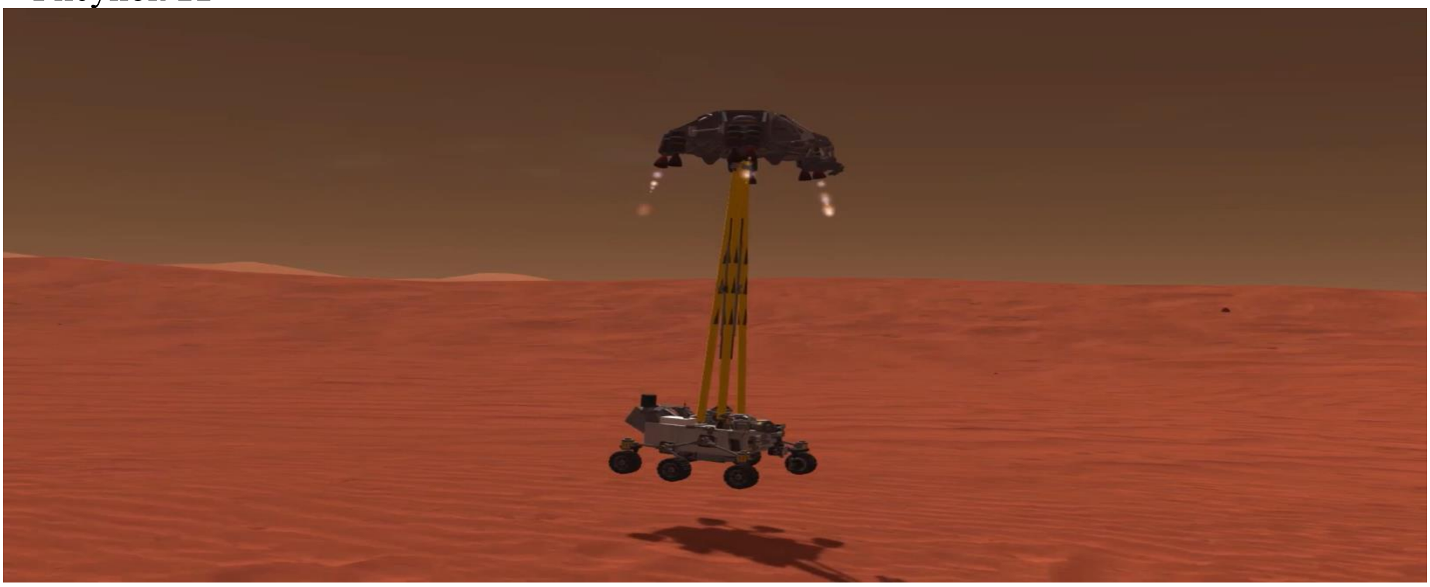
3) Наблюдаем отделение посадочного модуля

Рисунок 9



4) Перед входом в атмосферу выключаем SAS. Это переориентирует сердечник зонда для лучшего управления посадкой. Снова включаем SAS для стабилизации зонда. После того, как парашют раскрыт, нужно снять теплозащитный экран. На высоте 2500м включаем посадочные двигатели в зонде. Увеличиваем газ до максимума на высоте 2000 м, чтобы замедлить спуск. Как только скорость упадет до 20 м/с, отключаем посадочные двигатели. Опускаем вездеход на небесный кран.

Рисунок 11



Заключение

Несмотря на трудности, у команды MAISA получилось найти решение, позволяющее исследовать историческую миссию МАРС 2020. Были составлены математические и физические модели, запрограммированы графики и проведено испытание.

Список использованных источников

1. Статья из Википедии про миссию: https://ru.wikipedia.org/wiki/Марс-2020#Полёт_и_посадка_на_Марс
2. Статья про моделирование полёта космических ракет https://habr.com/ru/post/652407/
3. Статья, посвящённая можелированию миссии MARS 2020 в KSP https://kerbalx.com/tehmattguy/Mars-2020-Perseverance-and-Ingenuity
4. Статья в Википедии про ракету Atlas-V https://ru.wikipedia.org/wiki/Атлас-5