

# Lógica y Matemática Discreta. Curso 2022/23

## Hoja 1

### Lógica

**Ejercicio 1.** Consideramos las siguientes proposiciones:

- $X_1 \equiv \neg(P \wedge Q) \vee \neg R$
- $X_2 \equiv (P \vee R) \rightarrow (P \vee Q)$
- $X_3 \equiv \neg R \vee P \vee Q$
- $X_4 \equiv R \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$

- (a) Dar ejemplos de  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y traducir a lenguaje natural tanto  $X_1$  como  $X_2$ .
- (b) Comprobar si son tautología, contradicción o contingencia las siguientes proposiciones:
  - $X_3 \rightarrow X_1$
  - $(X_4 \rightarrow X_2) \leftrightarrow (X_1 \rightarrow X_3)$

**Ejercicio 2.** Escribir la tabla de veracidad de:

$$P \wedge (Q \vee R) \rightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

**Ejercicio 3.** Escribir las siguientes proposiciones utilizando lógica proposicional.

- (a) Nieva siempre que el viento sopla del noreste.
- (b) Que los Pistons ganen el campeonato implica que previamente vencieron a los Lakers.
- (c) Es necesario caminar 12 km para llegar a la cima del pico.
- (d) Tu garantía es válida solo si compraste el reproductor hace menos de 90 días.
- (e) El tren llega con retraso exactamente aquellos días que tengo que cogerlo.
- (f) Solo puedes ver al mago si no está y no está solo si puedes verlo.

**Ejercicio 4.** Enuncia las afirmaciones recíproca, contrarrecíproca e inversa de las siguientes afirmaciones:

- (a) Voy a clase siempre que vaya a haber un control.
- (b) Si nieva hoy, iré a esquiar mañana.
- (c) Un entero positivo es primo si y solo si no tiene más divisores que 1 y él mismo.

**Ejercicio 5.** Determinar la consistencia de las siguientes proposiciones:

- (a) El router puede enviar paquetes al sistema remoto solo si soporta el nuevo espacio de direcciones.

- (b) Para que el router soporte el nuevo espacio de direcciones es necesario que se haya instalado la última actualización de software.
- (c) El router puede enviar paquetes al sistema más remoto si se ha instalado la última actualización de software.
- (d) El router no soporta el nuevo espacio de direcciones.

**Ejercicio 6.** Determinar la consistencia de las siguientes proposiciones:

- (a) El mensaje de diagnóstico se almacena en un buffer o se vuelve a transmitir.
- (b) El mensaje de diagnóstico no se alcanza en un buffer.
- (c) Si el mensaje de diagnóstico se almacena en un buffer, entonces se vuelve a transmitir.

**Ejercicio 7.** Expresar las siguientes proposiciones utilizando la lógica proposicional y analizar su consistencia.

- (a) Los salarios no suben si no aumentan los precios.
- (b) Se van a incrementar los salarios y no los precios, a no ser que suban los salarios y simultáneamente se produzca inflación.
- (c) Así que, en cualquier caso, se producirá inflación.

**Ejercicio 8.** En la investigación del robo de un diamante existen tres posibles sospechosos: Pedro, Carlos y Julia. El investigador principal interroga a unos testigos que afirman lo siguiente:

- **Testigo 1:** Si Pedro está involucrado en el robo, entonces Carlos también lo está y Julia no.
- **Testigo 2:** Si Carlos o Pedro están involucrados, entonces Julia también.
- **Testigo 3:** Tan cierto es que Carlos está involucrado como que Julia también lo está.

- (a) Traducir las afirmaciones de los testigos utilizando la lógica proposicional.
- (b) Si el inspector descubre que uno de los testigos ha mentido, ¿a qué sospechoso debería detener?
- (c) ¿Es posible que los tres testigos hayan mentido?

**Ejercicio 9.** Formalizar en proposiciones lógicas y analizar la validez del siguiente razonamiento:

- Si la inversión privada permanece constante, aumenta el gasto público o sube el paro.
- Si no aumenta el gasto público, pueden rebajarse los impuestos.
- Si la inversión privada permanece constante y los impuestos pueden rebajarse, no sube el paro.
- Por tanto, aumenta el gasto público.

**Ejercicio 10.** Un detective entrevista a los cuatro sospechosos de un crimen. Ocurre lo siguiente:

- Si el mayordomo dice la verdad, también lo hace el cocinero.
- El cocinero y el jardinero no pueden decir ambos la verdad.
- El jardinero y el empleado de mantenimiento no están mintiendo ambos.
- Si el empleado de mantenimiento dice la verdad, entonces el cocinero miente.

Para cada sospechoso, ¿puede el detective determinar si dice la verdad o no?

**Ejercicio 11.** Expresar mediante lógica de predicados:

- (a) Todos los alumnos de esta clase han estudiado cálculo.
- (b) Algunos alumnos de esta clase no han visitado Australia.
- (c) Algunas personas que han estudiado cálculo no han estado en Australia.

**Ejercicio 12.** Traducir a expresiones lógicas las siguientes frases:

- (a) Nadie es perfecto.
- (b) No todo el mundo es perfecto.
- (c) Todos tus amigos son perfectos.
- (d) Alguno de tus amigos es perfecto.
- (e) Todo el mundo es tu amigo y es perfecto.
- (f) No todo el mundo es tu amigo o alguien no es perfecto.

**Ejercicio 13.** Traducir a expresiones lógicas las siguientes frases:

- (a) Todo estudiante de ingeniería software necesita un curso de Matemática Discreta.
- (b) Hay un estudiante en esta clase que tiene un ordenador personal.
- (c) Todo estudiante de esta clase ha cursado al menos un curso de computación.
- (d) Todo estudiante de esta clase ha estado en todos los edificios del campus.
- (e) Hay un estudiante en esta clase que ha estado en todas las aulas de al menos un edificio del campus.
- (f) Todo estudiante de esta clase ha estado al menos en un aula de cada edificio del campus.

**Ejercicio 14.** Simplificar la expresión

$$x + y(x + y) + x(y + \bar{x})$$

**Ejercicio 15.** Determinar la tabla de valores de  $F(x, y, z) = x(yz + \bar{y}\bar{z})$ .