

Lógica y Matemática Discreta

Hoja 4

Relaciones

Ejercicio 1. Sobre $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ se define la relación

$$R = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (4, 4), (5, 2), (5, 5)\}$$

- (a) Representar R mediante un grafo.
- (b) Obtener la matriz de adyacencia.
- (c) ¿Es R una relación de equivalencia? En caso afirmativo, calcular $\frac{X}{R}$.

Ejercicio 2. Sobre \mathbb{Z}^2 se define la relación

$$(n_1, m_1) \sim (n_2, m_2) \Leftrightarrow 2(n_1 - n_2) = 5(m_1 - m_2)$$

- (a) Comprobar que es una relación de equivalencia.
- (b) Dar tres elementos de la clase $[(2, -3)]$. ¿Cuántos elementos hay en dicha clase?

Ejercicio 3. Sea $X = \mathbb{R} - \{0\}$. Se define sobre X^2 la relación

$$(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow a^2d = c^2b$$

- (a) Demostrar que es una relación de equivalencia.
- (b) ¿Quién es el conjunto $\frac{X^2}{\sim}$?

Ejercicio 4. Sobre \mathbb{R}^2 se define la relación

$$(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 = \frac{9}{4}(y_2^2 - y_1^2)$$

- (a) Demostrar que es una relación de equivalencia.
- (b) Analizar quién es $[(0, 2)]$ y qué representa geoméricamente. Dibujarlo.
- (c) ¿Quién es el conjunto $\frac{\mathbb{R}^2}{\sim}$?

Ejercicio 5.

- (a) Dibujar el diagrama de Hasse correspondiente al conjunto parcialmente ordenado con la relación de divisibilidad

$$X = \{2, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 48, 60, 72\}$$

- (b) Calcular los elementos maximales y minimales de X .
- (c) Calcular, si existen, el máximo y el mínimo de X .
- (d) Obtener el conjunto de cotas superiores de $A = \{2, 9\}$ y, si existe, el supremo de A .
- (e) Obtener el conjunto de cotas inferiores de $B = \{60, 72\}$ y, si existe, el ínfimo de B .