

Examen parcial de Álgebra

Doble Grado Ingeniería del Software y Matemática Computacional		22 marzo 2024		 CENTRO UNIVERSITARIO DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL
CURSO	1º	HORA 11.00	Mod	
GRUPO	MAIS 1A	DURACIÓN 1h 45m		
ALUMNO				

Problemas

Problema 1 (2 ptos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ k & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

- (1 punto) Determinar para qué valores de k , la ecuación matricial $XA = B - X$ admite una solución única
- (1 punto) Resolver la ecuación matricial anterior para $k=2$

Problema 2 (2 ptos)

- (0,75 puntos) Discutir utilizando el teorema de Rouché-Frobenius el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x + z = k \\ 4x + (k-2)y + (k+2)z = k+2 \\ 2(k+1)x - (k+6)z = -k \end{cases}$$

- (0,75 puntos) Dado que esas tres ecuaciones son respectivamente las ecuaciones de tres planos $\pi_1, \pi_2, y \pi_3$, realizar la interpretación geométrica de la posición relativa de esos tres planos para los distintos valores de k
- (0,5 puntos) Y si todos los términos independientes fuesen nulos, ¿existe algún valor de k para el que se trate de tres planos paralelos?

Problema 3 (2 ptos)

Si consideramos las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$

- (0,75 puntos) Estudiar razonadamente la posición relativa de las rectas r y s
- (0,5 puntos) Obtener la ecuación del plano que contenga a r y sea perpendicular a s . Hallar en ese caso la ecuación de dicho plano
- (0,75 puntos) Obtener la proyección ortogonal del vector $(1,1,-1)$ sobre el vector director de r .

Cuestiones

Cuestión 1 (1 punto)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, razonar si es posible encontrar una matriz M de rango 1 tal que $AM=B$

Cuestión 2 (1 pto)

Calcular el determinante de la matriz $M = \begin{pmatrix} a & b & c \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ sabiendo que $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ a & b & c \\ a-4 & b-4 & c-4 \end{vmatrix} = 8$

Cuestión 3 (1 pto)

Dado el vector columna $v = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \end{pmatrix}$ determinar para qué valores de a se cumple que $vv^t v = v$

Cuestión 4 (1 pto)

Razonar si las siguientes afirmaciones son VERDADERAS o FALSAS:

- a) Un sistema de $n+1$ ecuaciones y n incógnitas tal que el rango de su matriz ampliada es $n + 1$ puede ser compatible indeterminado.
 - b) Un sistema de ecuaciones lineales homogéneo tal que el rango de la matriz de coeficientes es igual al número de incógnitas puede ser compatible indeterminado
-

Problema Tema 0 (para evaluación continua)

Una de las raíces octavas de un número complejo, z , es $-1 + i$.

Encontrar el valor de z y obtener las otras siete raíces octavas de dicho número expresando los resultados en forma binómica.