Hoja de problemas nº 2

Álgebra lineal y geometría en R^3

Tema 2

1._ Hallar todas las expresiones de una recta s que pasa por el punto (1,0,1) y tiene vector director (1,2,1)

Hallar las ecuaciones paramétricas y la ecuación general del plano que:

2.- pasa por A= (1,0,1) B=(2,0,-1) y C=(1,1,2)

3.- pasa por P=(3,-1,0) y tiene vectores directores $\vec{u}$ =(1,2,3) y $\vec{v} = (0,0,1)$

4.- pasa por Q=(2,2,2) y un vector normal es (1,2,-1)

5.- Calcular:

a) el plano que pasa por P=(3,2,1), Q=(3,1,-5) y es perpendicular al plano 6x+7y+2z=10

b) el plano que pasa por R= (1,2,-1) y S=(2,5,6) y es paralelo al eje X

c) el plano que pasa por (2,2,1) y contiene a la recta:

$$r\equiv \frac{x}{2} = \frac{y-4}{-1} = z$$

6.- Calcular el ángulo que forman las rectas

$$r\equiv \left\{\begin{matrix} x = 2+3\gamma \\ y = 1+2\gamma \\ z = 4-\gamma \end{matrix}\right\} \qquad s \equiv \left\{\begin{matrix} 2+x-3y+z=0 \\ 1+4x+2y-3z=0 \end{matrix}\right\}$$

7.- Calcular el ángulo que forman los planos

$$\pi_1 \equiv \left\{\begin{matrix} x = 1+2\gamma+\mu \\ y = 2-\gamma+2\mu \\ z = -1+3\gamma+\mu \end{matrix}\right\} \; y \; \pi_{2\ que\ pasa\ por\ A=(1,-2,1), B=(3,1,2)\ y\ C=(-1,5,1)}$$

8.- Calcular el ángulo que forman la recta

$$r\equiv \left\{\begin{matrix} x = 2-3\gamma \\ y = 1+2\gamma \\ z = 4-\gamma \end{matrix}\right\} \text{ y el plano } \pi \equiv 5+3x-8y+z=0$$

9.- Estudiar posiciones relativas de los planos:

$$\left\{\begin{matrix} x+y+z=5 \\ 2x-y+z=4 \\ 3x+z=6 \end{matrix}\right\}$$

10.- Estudiar para los diferentes valores de a las posiciones relativas de los planos:

$$\left.\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases}\right\}$$

11.- Calcular los valores de los parámetros a y b para que los planos

$\left.\begin{cases} x + by + z - 1 = 0 \\ 2x + ay - z + b = 0 \\ x - y + z + a = 0 \end{cases}\right\}$ pasen por una misma recta

12.- Determinar el valor de b para que la recta

r$\equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{b} = \frac{z}{6}$ *no corte al plano* π= 2x+ −4y+ 5z =6

13.- Calcular los valores de "a" y "b" para que los planos

$$\left.\begin{cases} bx + 2y + z + 2 - a = 0 \\ ay + z = 0 \\ 3x + 2y + z = 3 \end{cases}\right\}$$

a) Formen un ángulo triedro
b) Formen un haz de planos

14.- Hallar los valores de m y n para que sean paralelas las rectas:

R$\equiv \left.\begin{cases} x = 5 + 4\gamma \\ y = 3 + \gamma \\ z = -\gamma \end{cases}\right\}$ s $\equiv \frac{x}{m} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{n}$

15.- Calcular el valor de k para que las rectas r y s se corten en un punto. Calcular dicho punto

$$\text{r} \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+1}{5}$$

y $s \equiv \left.\begin{cases} x + 2y + z = k \\ 2x - y - z = -2 \end{cases}\right\}$

16.- Calcular la recta paralela a la recta

$$\text{r} \equiv \frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{0}$$

que pasa por el punto P(5,1,1)

17.- Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$ y

$$s \equiv x = y = \frac{z-1}{2}$$

calcular su posición relativa

18.- **Problema examen Parcial curso 21-22**

Dados los puntos P=(1,2,-1) , Q=(1,3,2) y la recta $r \equiv \begin{Bmatrix} 2x + y - z = 6 \\ x - y + z = 1 \end{Bmatrix}$ calcular:

a) La proyección ortogonal del punto P sobre r

b) La proyección ortogonal del vector $\overrightarrow{PQ}$ sobre el vector director de la recta.

19.- Hallar la distancia entre las rectas

$$r \equiv x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \quad y$$

$$s \equiv \frac{x-1}{-1} = y - 4 = z + 1$$

20.- Obtener el punto simétrico del punto (2,-1,4) respecto del plano 2x+y+z=2

21.- Obtener el punto simétrico del punto (1,1,1) respecto de la recta $\begin{Bmatrix} x = z \\ y = 3z + 1 \end{Bmatrix}$

22.- **Problema examen Final curso 21-22**

Consideramos en el espacio las rectas

r$\equiv \begin{Bmatrix} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{Bmatrix}$ y s$\equiv x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La ecuación del plano que contiene las rectas r y s . (3 puntos)

b) La recta que pasa por P = (0, −1,2) y corta perpendicularmente a la recta r. (4 puntos)

c) El valor que deben tener los parámetros reales a y b para que la recta s esté contenida en el plano $\pi \equiv x - 2y + az = b$