Solución Ejercicios Espacios Vectoriales

Juan Rodriguez

April 21, 2024

1 Ejercicio 1

$$S = \{(x, y, z) \in R^3 \ / \ 2x - y + 3z = 0\} = \{(x, 2x + 3z, z) \in R^3 \ / \ x, z \in R\}$$

1. Ver si es distinto del vacío: $S \neq \emptyset$

$$(1, 2, 0) \in S \to S \neq \emptyset$$

2. Ver si la combinación lineal de dos vectores de S pertenece a S: ¿$\alpha(x, 2x + 3z, z) + \beta(x', 2x' + 3z', z') \in S$?

$$\alpha(x, 2x+3z, z)+\beta(x', 2x'+3z', z') = (\alpha x+\beta x', \alpha(2x+3z)+\beta(2x'+3z'), \alpha z+\beta z') \in S, \forall\alpha, \beta$$

Al verificar esas dos condiciones, podemos afirmar que es subespacio vectorial.

2 Ejercicio 2

$$S = \{(x, y) \in R^2 \ / \ x \cdot y = 0\}$$

$x \cdot y = 0$ no se verifica en un grupo conmutativo; por tanto no es subespacio vectorial

3 Ejercicio 3

$$S = \{(x, y, z) \in R^3 \ / \ 2x-y+3z = 1\} = \{(x, 2x+3z-1, z) \in R^3 \ / \ x, z \in R\}$$

1. Ver si es distinto del vacío: $S \neq \emptyset$

$$(1, 1, 0) \in S \to S \neq \emptyset$$

2. Ver si la combinación lineal de dos vectores de S pertenece a S: ¿$\alpha(x, 2x + 3z - 1, z) + \beta(x', 2x' + 3z' - 1, z') \in S$?

$$\alpha(x, 2x + 3z - 1, z) + \beta(x', 2x' + 3z', z') =$$

$$(\alpha x + \beta x', \alpha(2x + 3z - 1) + \beta(2x' + 3z' - 1), \alpha z + \beta z') \notin S, \alpha + \beta \neq 1, \forall\alpha, \beta$$

Al no verificar ambas condiciones, podemos afirmar que no es subespacio vectorial.

4 Ejercicio 4

$S = \{(x, y, z) \in R^3 \ / \ 2x - z = 0; x + y + z = 0\} = \{(x, -3x, 2x) \in R^3 \ / \ x \in R\}$

1. Ver si es distinto del vacío: $S \neq \emptyset$

$$(1, -3, 2) \in S \rightarrow S \neq \emptyset$$

2. Ver si la combinación lineal de dos vectores de S pertenece a S: ¿$\alpha(x, -3x, 2x) + \beta(x', -3x', 2x') \in S$?

$\alpha(x, -3x, 2x) + \beta(x', -3x', 2x') = (\alpha x + \beta x', \alpha(-3x) + \beta(-3x'), \alpha 2x + \beta 2x') \in S, \forall \alpha, \beta$

Al verificar esas dos condiciones, podemos afirmar que es subespacio vectorial.