Arquitectura de ordenadores

4-1. Aritmética I

Ignacio Calles González ignacio.gonzalez@ext.live.u-tad.com
Tiago Manuel Louro Machado de Simas tiago.louro@u-tad.com
Francisco Javier García Algarra javier.algarra@u-tad.com
Carlos M. Vallez Fernández carlos.vallez@u-tad.com

2023-2024

Sistemas Operativos by Javier García Algarra is licensed under a Creative Commons Reconocimiento 4.0 Internacional License.

Índice

U-tad
CENTRO UNIVERSITARIO
DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL

1. Sistemas de numeración

Al igual que las personas utilizamos datos numéricos basados en el sistema decimal, el ordenador necesita sistemas de numeración adecuados para manejar datos y que sean compatibles con su naturaleza electrónica.

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos que se emplean para la representación de cantidades y las reglas que permiten trabajar con los mismos.

1. Sistemas de numeración

- Los ordenadores trabajan con el sistema binario.
- Tanto en el sistema binario como en el decimal las cantidades se representan mediante cadenas de símbolos.
- Cada uno de dichos símbolos:
  - además de tener su propio significado
  - obtiene un significado adicional debido a la posición donde se encuentra.
- A estos sistemas de numeración, en los que la posición de los símbolos influye en su significado, se les denomina **sistemas posicionales**.

1.1 Sistema decimal

- Es un sistema de numeración posicional que emplea el siguiente conjunto de símbolos: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.
- Las cantidades numéricas que formamos con ellos vienen determinadas por los propios símbolos y la posición que ocupen los mismos. Así por ejemplo si tenemos el número 23 y el número 32, si nos fijamos en el 2, aunque es el mismo símbolo, en el primer número son decenas y en el segundo unidades.
- Las posiciones se identifican de forma relativa a donde se encuentre el punto decimal. Si no existiera punto decimal en la cantidad, se supone que está colocado de forma implícita a la derecha del todo de la cantidad.

1.1 Sistema decimal

Ejemplo de cómo se representan y se interpretan cantidades en el sistema decimal:

$1325 = 1x10^3 + 3x10^2 + 2x10^1 + 5x10^0$

$1.235 = 1x10^0 + 2x10^{-1} + 3x10^{-2} + 5x10^{-3}$

Es muy importante ver cómo el punto decimal es el que establece que a su derecha están los exponentes negativos y a su izquierda los positivos, numerados de forma consecutiva y siendo la base de la potencia el número 10 por tratarse de números decimales.

Al ser el sistema de numeración que empleamos en nuestro día a día no entraremos a explicar las ya sabidas operaciones con el mismo pero si estimamos conveniente emplearlo como ejemplo inicial de sistema de numeración.

U-tad CENTRO UNIVERSITARIO DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL

1.2 Sistema binario

Es el sistema de numeración que emplea internamente el ordenador cuya base es el 2. En ocasiones y por simplicidad se suele utilizar el sistema octal (una cifra equivale a 3 dígitos binarios y emplea el 8 como base) y el sistema hexadecimal (una cifra equivale a 4 dígitos binarios y emplea el 16 como base). Los veremos en los siguientes apartados.

El sistema binario representa cantidades empleando los símbolos o dígitos 0 y 1. Es también un sistema posicional con base 2.

Cada dígito de u número en este sistema de numeración se denomina bit (contracción de las palabras binary digit)

1.2 Sistema binario

Por encima del bit existen otras unidades que hay que conocer, sabiendo previamente que un byte (B) equivale a 8 bits:

Unidades de información digital				
Almacenamiento	**byte**		**Transferencia (bit/s)**	
Prefijo + unidad	**Símbolo**	**Base 2**	**Prefijo + unidad**	**Símbolo**
byte	B	2^{0}	bit	b - bit
kilobyte	kB	2^{10}	kilobit	kb - kbit
megabyte	MB	2^{20}	megabit	Mb - Mbit
gigabyte	GB	2^{30}	gigabit	Gb - Gbit
terabyte	TB	2^{40}	terabit	Tb - Tbit
petabyte	PB	2^{50}	petabit	Pb - Pbit
exabyte	EB	2^{60}	exabit	Eb - Ebit
zettabyte	ZB	2^{70}	zettabit	Zb - Zbit
yottabyte	YB	2^{80}	yottabit	Yb - Ybit

Nota: es importante diferenciar las unidades si hablamos de almacenamiento de información (base es el byte) o transferencia (la base es el bit)

En apartados posteriores aprenderemos a convertir cantidades entre distintos sistemas de numeración.

U-tad CENTRO UNIVERSITARIO DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL

1.2 Sistema Octal y hexadecimal

Nuevamente estamos ante dos sistemas posicionales.

El octal emplea los símbolos 0 1 2 3 4 5 6 7 y el hexadecimal 01 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F.

Como se ha comentado se emplean mucho para trabajar de forma más cómoda con los binarios.

A continuación se muestran las tablas de equivalencias a dígitos binarios de los dígitos octales y hexadecimales:

1.2 Sistema Octal y hexadecimal

OCTAL	0	1	2	3	4	5	6	7
BINARIO	000	001	010	011	100	101	110	111

HEXADECIMAL	BINARIO
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

1.3 Teorema fundamental de la numeración

Es un teorema que relaciona una cantidad expresada e un sistema de numeración posicional cualquiera con la misma cantidad expresada en el sistema decimal.

Imaginemos que una cantidad está expresada en un sistema con base B. Representaremos por Xi cada uno de los dígitos que representan la cantidad, siendo i el elemento que indica la posición de la cifra con respecto al punto decimal. Recordemos que las posiciones a la izquierda del punto decimal se numeran de uno en uno empezando por el 0. A la derecha del punto decimal se numera desde -1 en adelante con incremento de -1.

1.3 Teorema fundamental de la numeración

En resumen, el teorema viene a decir que el valor decimal de una cantidad expresada en cualquier sistema de numeración posicional se obtiene mediante la fórmula:

$$\sum X_i B^i$$

Por ejemplo: Imaginemos el número 543.1 expresado en un sistema de numeración con Base= 6. Por tanto, utiliza los dígitos 0 1 2 3 4 5 . Su valor decimal equivalente es:

543.3 en Base 6= $5 \times 6^2 + 4 \times 6^1 + 3 \times 6^0 + 3 \times 6^{-1} = 180 + 24 + 3 + 0.5 = 207.5$ en decimal.

Índice

U-tad
CENTRO UNIVERSITARIO
DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL

2. Conversiones

En este apartado se explica cómo se puede cambiar de un sistema de numeración a otro.

U-tad
CENTRO UNIVERSITARIO
DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL

2.1 Conversiones de decimal a binario

Para convertir números enteros decimales a binarios, el proceso consiste en dividir sucesivamente el número decimal y los cocientes que se vayan obteniendo por 2, hasta que el cociente de alguna división sea 0. La unión de los diferentes restos obtenidos en sentido inverso nos da el número equivalente en binario.

2.1 Conversiones de decimal a binario

Ejemplo, pasar el número decimal 10 a binario:

10	2
0	5

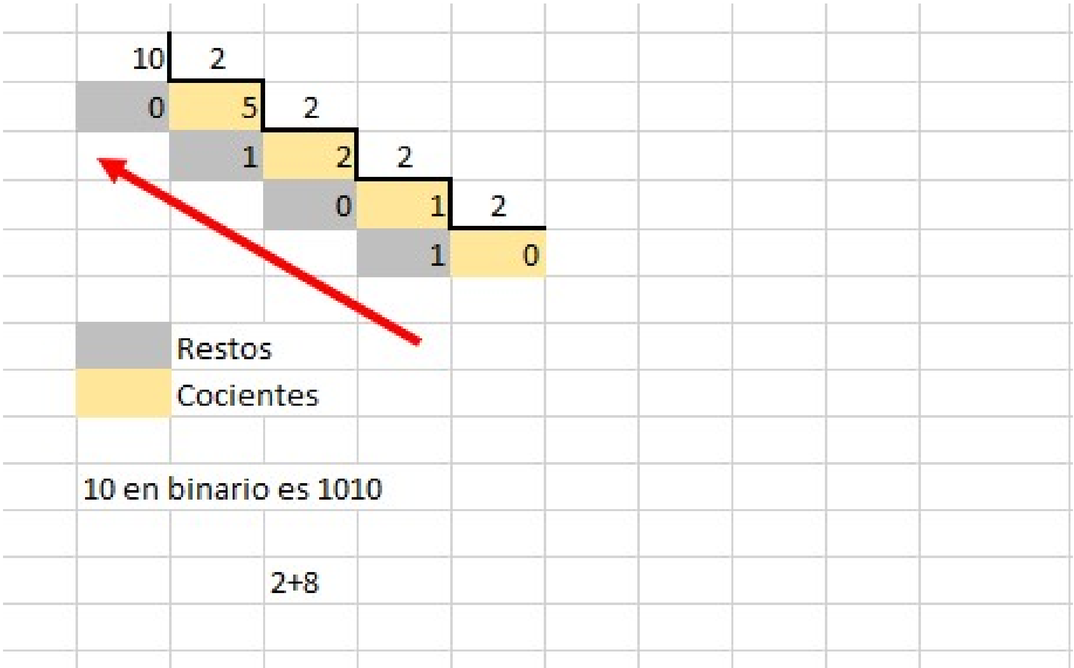
2.1 Conversiones de decimal a binario

Ejemplo, pasar el número decimal 10 a binario:

10	2	
0	5	2
	1	2

2.1 Conversiones de decimal a binario

Ejemplo, pasar el número decimal 10 a binario:



U-tad
CENTRO UNIVERSITARIO
DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL

2.1 Conversiones de decimal a binario

Por otra parte, para convertir los decimales de un número en decimal a binario el método consiste en multiplicar dichos decimales por 2.

Separamos la parte entera obtenida (primer dígito binario que buscamos) de la parte decimal obtenida al multiplicar.

Repetimos el proceso (multiplicación por 2) con la parte decimal que hemos obtenido del paso anterior. Repetiremos el proceso hasta que o bien desaparezca la parte decimal o bien tengamos suficientes dígitos binarios.

2.1 Conversiones de decimal a binario

Ejemplo, pasar el número decimal 0,3125 a binario:

0,3125	*2	0,625	0	,625
0,625	*2			

U-tad
CENTRO UNIVERSITARIO
DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL

2.1 Conversiones de decimal a binario

Ejemplo, pasar el número decimal 0,3125 a binario:

0,3125	*2		0,625	0	,625
0,625	*2		1,25	1	,25
0,25	*2				

2.1 Conversiones de decimal a binario

Ejemplo, pasar el número decimal 0,3125 a binario:

0,3125	*2	0,625	**0**	,625
0,625	*2	1,25	**1**	,25
0,25	*2	0,5	**0**	,5
0,5	*2	1	**1**	0

0.3125 en base 10 es 0.0101 en base 2

2.1 Conversiones de decimal a binario

Un método alternativo válido consiste en realizar restas sucesivas de las diferentes potencias de 2, pero exige tener una tabla con dichas potencias.

Básicamente se trata de ir buscando la máxima potencia de 2 que se puede restar al número que se desea convertir . Al final el número binario resultante tendrá 1 en las posiciones correspondientes a las potencias restadas y 0 en las no empleadas.

2.2 Conversiones de binario a decimal

Básicamente hay que realizar las sumas de las potencias de 2 correspondientes a las posiciones (dígitos) que tienen un 1 en binario. Ejemplo:

Numero	1	0	1	0	1	0
Posición	5	4	3	2	1	0
Potencia de 2	32	16	8	4	2	1

101010= 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0= 42 en decimal

Hemos aplicado básicamente el Teorema fundamental de la numeración.

2.3 Conversión de decimal a octal / hex

Para realiza este tipo de conversión se utiliza el método explicado de divisiones sucesivas por 8 o por 16 respectivamente.

En una diapositiva posterior veremos un ejemplo.

2.4 Conversión de octal / hex a decimal

Se realiza mediante la aplicación del Teorema Fundamental de la numeración..

2.5 Hex/octal vs decimal ejemplos

Se realiza mediante la aplicación del Teorema Fundamental de la numeración..

Convertir decimal 1992 a octal

1992	8			
0	249	8		
	1	31	2	
		7	3	8
			3	0

Restos (gris) · Cocientes (amarillo)

1992 en decimal es 3710 en octal

3710 en octal = 3 * 8^3 + 7 *8^2 + 1 * 8^1 + 0 *8^0

3710 en octal = 1536 + 448 + 8 + 0 =1992

Convertir decimal 1992 a hexadecimal

1992	16		
8	124	16	
	12	7	16
		7	0

Restos (gris) · Cocientes (amarillo)

1992 en decimal es 7 12 8 que en realidad es 7C8 en hexadecimal

7C8 en hexadecimal = 7* 16^2 + 12* 16^1 + 8 * 16^0

7C8 en hexadecimal = 1792 + 192+ 8= 1992

U-tad CENTRO UNIVERSITARIO DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL