

Modelos probabilísticos continuos

Problemas. Tema 6

1.-X es una variable que mide el tiempo de retraso (en minutos) en una línea de metro

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) ¿cuál debe ser el valor de k para que f sea una función de densidad?
- b) ¿cuál es la probabilidad de que el metro llegue entre 60 y 90 segundos tarde?
- c) ¿cuál es la probabilidad de que el retraso del metro sea mayor de minuto y medio?
- d) ¿cuál es el retraso medio esperado?
- e) Obtener la función de distribución de X

2.- X mide la cantidad de tiempo que un libro en reserva de dos horas está realmente prestado y la función de distribución de X es:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2}{4} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

- a) $p(X \leq 1)$
- b) $p(0,5 < X \leq 1)$
- c) Obtener la función de densidad de X
- d) Hallar EX y Var X
- e) Si se cobra $h(X)=0,5X+10$ euros por cada hora de préstamo. ¿Cuál será el coste medio de los préstamos?

3.- El tiempo de reacción (en segundos) a un estímulo es una variable aleatoria continua con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x^2} & 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Obtener la función de distribución
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de reacción sea como mucho de 2,5 sgs?
- c) Y de que esté entre 1,5 y 2,5 sgs?
- d) Calcular el tiempo de reacción esperado
- e) Calcular la desviación típica del tiempo de reacción

4.- La temperatura de reacción en cierto proceso químico sigue una distribución uniforme entre -5 y 5 °C

- a) Calcular la probabilidad de que la temperatura sea negativa
- b) $p(-2,5 < X < 2,5)$
- c) $p(-2 \leq X \leq 3)$
- d) probabilidad de que la temperatura difiera de la media en más de una desviación típica

5.- El contenido de un bote de cerveza se distribuye normalmente con media 30cl y desviación típica 2 cl.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un bote determinado tenga más de 33 cl?
- b) En un envase de 6 botes ¿cuál es la probabilidad de que alguno de los botes contenga más de 33 cl?

6.- Examen Final MAIS 2021

Suponemos que el número de clientes que entran durante un día a un centro comercial por cada una de las puertas de acceso (1,2 y 3) es una variable aleatoria normal con medias de 500, 300 y 1100 personas respectivamente y desviaciones típicas respectivas para cada una de las puertas de 12, 8 y 18 personas. Las entradas de personas al centro a través de los diferentes accesos se producen de forma independiente.

- a) A lo largo de un mes, (se considera que el número de clientes que entran en el centro comercial se distribuye de forma idéntica cada día) ¿qué porcentaje de días entran en el centro comercial más de 1930 clientes?
- b) ¿y qué día del mes (comenzando a contar el día 1) cabe esperar que esa situación se produzca por tercera vez?
- c) ¿cuál es el porcentaje de días en que el número de clientes que entran en el centro comercial por la puerta 3 es mayor que el número total de clientes que entran por las puertas de acceso 1 y 2?
- d) Se ha activado en el centro comercial un protocolo anti-Covid de limitación de aforo que se aplica sólo el 15 por ciento de los días en que la entrada total de personas es mayor. ¿A partir de qué número total de clientes será necesario activar el protocolo?

7.- La distribución de resistencia de transistores es una distribución normal y la resistencia del 10% de ellos es mayor de 10,256 ohmios y la del 5% es menor de 9,671 ohmios

¿cuáles son el valor medio y la desviación típica de la distribución de resistencia?

8.- El tiempo de espera (en milisegundos) de un servidor web ante la solicitud de un cliente sigue una variable aleatoria X cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot e^{-\frac{x+4}{4}} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- a) Calcular el valor de k para que, efectivamente, $f(x)$ sea una función de densidad.

- b) Si en hora punta, el servidor tarda, como mínimo 5 mseg y, como máximo, 10 mseg, ¿cuál es la probabilidad de que tarde menos de 7 mseg?
- c) En un determinado intervalo de tiempo, acceden 10 clientes al servidor web. Suponiendo que los tiempos de espera de cada acceso son independientes, ¿cuál es la probabilidad de que, al menos 3 clientes, tengan que esperar más de 4 milisegundos?

9.- Examen Parcial MAIS 2022

El peso de los bebés nacidos en una población durante el último año sigue una distribución normal con media 3,43kg y desviación típica 0,48 kg.

- Se plantea realizar un estudio sobre los bebés que pesaron menos de 2 kgs o más de 5 kgs al nacer. ¿Cuál es la proporción total de bebés objeto del estudio?
- Si en el último año nacieron 1000 niños ¿Cuál es la probabilidad de que más de 20 de ellos nacieran con un peso inferior a 2,5 kgs?
- ¿Entre qué 2 valores se encuentra el 95% central de la distribución? Interpretar el resultado.

10.- Se sabe que el voltaje de ruptura de un diodo seleccionado al azar está normalmente distribuido con valor medio de 40V y $\sigma = 1,5V$

- ¿cuál es la probabilidad de que el voltaje de un diodo esté entre 39 y 42
- ¿a partir de qué valor están el 15% de los diodos de mayor voltaje?
- Si se seleccionan 4 diodos independientemente, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos uno tenga un voltaje mayor de 42?

11.- La duración de vida de un cierto componente eléctrico sigue una distribución exponencial con media de 8 meses. Se pide:

Calcular la probabilidad de que un elemento tenga una vida entre 3 y 12 meses;

El percentil 95 de la distribución

la probabilidad de que un componente que ha vivido ya más de 10 meses viva más de 25 meses.

12.- El tamaño (mm) de grano de un tipo de aluminio es una distribución normal de media 96 y desviación típica 14.

- a) ¿cuál es la probabilidad de que el tamaño de grano exceda de 100?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tamaño de grano esté entre 50 y 80?
- c) ¿Qué intervalo incluye el 90% central de todos los tamaños de grano?

13.-Supongamos que el ingreso medio por familia en un país es 780 euros, y la desviación típica es 150. Asumiendo que los ingresos siguen una distribución normal y sabiendo que el gobierno da ayudas al 3% de las familias más pobres. ¿A partir de qué ingresos se beneficiarán las familias?

14.-Un individuo puede elegir dos autobuses para ir a su casa. Ambos tienen parada en el mismo lugar. El primero de ellos tiene un tiempo de espera que se distribuye como una exponencial cuya media es 6 minutos; y el segundo tiene una media de 10 minutos. Si X es el tiempo de espera, se pide calcular la probabilidad de que espere más de 20 minutos el autobús.

15.- La distribución de probabilidad del precio de acciones de una empresa digital tiene un valor esperado de 200 €, una desviación estándar de 100 € y se asume normalidad. Si se compran 30 acciones, ¿cuál es la probabilidad de que el precio medio de las acciones compradas sea menor a 175 €?

16.- Examen Parcial MAIS1A 2021

La dureza Rockwell de una aleación de metales está normalmente distribuida con una media de 70 unidades y una desviación típica de 3

- d) Si una probeta se considera aceptable sólo cuando su dureza está comprendida entre 67 y 75, ¿cuál es el porcentaje de probetas que se rechazan?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 8 de 10 probetas independientemente seleccionadas tengan una dureza inferior a 73,84?
- f) ¿y cuál es la probabilidad de que esa misma situación se de en un máximo de 80 de un total de 100 probetas?

17.- Tres carreteras diferentes entroncan en la entrada de una autovía. Suponemos que durante un día el número de vehículos que llegan a la autovía por cada una de las carreteras es una variable aleatoria normal con medias de 800, 1000 y 600 vehículos respectivamente y desviaciones típicas respectivas para cada una de las carreteras de 16, 25 y 18 vehículos. Las entradas de vehículos a la autovía desde las diferentes carreteras se producen de forma independiente.

- a) A lo largo de un año, (se considera que el tráfico que entra en la autovía se distribuye de forma idéntica cada día) ¿Qué número de días cabe esperar que el número total de vehículos que se incorporan a la autovía esté comprendido entre 2.350 y 2.410?
- b) ¿cuál es el porcentaje de días en que el número de vehículos que entran en un día determinado desde la carretera 2 sea mayor que el número de vehículos totales que entran desde las carreteras 1 y 3?
- c) Se decide activar en la autovía un protocolo determinado sólo el 15 por ciento de los días en que la entrada total de vehículos es mayor. ¿Cuál es el número mínimo de vehículos que deben entrar en la autovía para que sea necesario activar el protocolo?
- d) Si sabemos que un día determinado han entrado en la autovía más de 3.000 vehículos, ¿cuál es la probabilidad de que se hayan incorporado más de 1.000 vehículos desde cada una de las carreteras?