

Fiche d'entraînement : suites arithmétiques et problèmes

Exercice 1 :

William participe à une course organisée par une association récoltant des fonds pour la recherche médicale. Les amis de William verseront 20 € à l'association, auxquels s'ajouteront 5 € pour chaque kilomètre que William aura parcouru lors de la course.

On note u_0 la somme initiale versée par les amis de William à l'association et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, u_n est la somme versée si William réussit à parcourir n kilomètres.

- 1) Déterminer les valeurs de u_0 , u_1 et u_2 .
- 2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3) En déduire la nature de la suite (u_n) .
- 4) Exprimer u_n en fonction de n .
- 5) Calculer u_{12} et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- 6) Déterminer le nombre minimum de kilomètres que William devra parcourir s'il veut récolter la somme de 120 €.

Exercice 2 :

Un arbre grandit de 4 cm chaque mois. Le 1^{er} janvier 2 019, il mesure 470 cm.

On note u_n la hauteur en centimètres de l'arbre, n mois **après** le 1^{er} janvier 2 019.

On a donc $u_0 = 470$.

- 1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 2) En déduire la nature de la suite (u_n) .
- 3) Exprimer u_n en fonction de n .
- 4) Déterminer la hauteur de l'arbre au mois de juin 2 019.
- 5) Déterminer à partir de quel mois la hauteur de l'arbre dépassera 5 m.

Exercice 3 :

Pour isoler une maison du bruit, on installe de fines plaques d'isolation sonore. Chaque plaque permet de baisser l'intensité sonore de 3 décibels. Avant l'installation des plaques, on constate que le niveau sonore dû aux bruits de la rue est de 84 décibels.

On note u_n le niveau sonore, en décibels, constaté à l'intérieur de la maison après la pose de n plaques isolantes.

- 1) Déterminer u_0 , u_1 et u_2 .
- 2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3) En déduire la nature de la suite (u_n) .
- 4) Exprimer u_n en fonction de n .
- 5) Déterminer u_5 et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- 6) On voudrait un niveau sonore inférieur à 40 décibels.
Déterminer le nombre de plaques nécessaires afin d'atteindre cet objectif.

Solutions

Exercice 1 :

- 1) $u_0 = 20$, $u_1 = 20 + 5 = 25$, $u_2 = 20 + 2 \times 5 = 30$
- 2) $u_{n+1} = u_n + 5$
- 3) (u_n) est une suite arithmétique car, pour passer d'un terme au suivant, on ajoute toujours le même nombre : 5 (raison de la suite).
- 4) $u_n = u_0 + n \times r = 20 + n \times 5$
- 5) $u_{12} = u_0 + 12 \times r = 20 + 12 \times 5 = 80$.
S'il parcourt 12 km, il récoltera 80 € pour l'association.
- 6) Il faut résoudre $u_n \geq 120$, c'est-à-dire $20 + n \times 5 \geq 120$.
On obtient donc $n \times 5 \geq 120 - 20$ donc $n \times 5 \geq 100$ donc $n \geq \frac{100}{5} = 20$.
Il devra donc parcourir au moins 20 km pour récolter 120! €.

Exercice 2 :

- 1) $u_{n+1} = u_n + 4$
- 2) (u_n) est une suite arithmétique car, pour passer d'un terme au suivant, on ajoute toujours le même nombre : 4 (raison de la suite).
- 3) $u_n = u_0 + n \times r = 470 + n \times 4$
- 4) le mois de juin 2 019 correspond à $n = 5$. On calcule donc $u_5 = u_0 + 5 \times r = 470 + 5 \times 4 = 490$.
Au mois de juin, l'arbre mesure 490 cm.
- 5) Il faut résoudre $u_n > 500$ c'est-à-dire $470 + n \times 4 > 500$.
On obtient donc $n \times 4 > 500 - 470$ donc $n \times 4 > 30$ donc $n > \frac{30}{4} = 7,5$.
Donc c'est à partir du 8^{ème} mois, c'est-à-dire au mois septembre 2 019 que l'arbre dépassera 5 m.

Exercice 3 :

- 1) $u_0 = 84$, $u_1 = 84 - 3 = 81$, $u_2 = 84 - 2 \times 3 = 78$
- 2) $u_{n+1} = u_n - 3$
- 3) (u_n) est une suite arithmétique car, pour passer d'un terme au suivant, on ajoute toujours le même nombre : -3 (raison de la suite).
- 4) $u_n = u_0 + n \times r = 84 + n \times (-3) = 84 - 3n$
- 5) $u_5 = u_0 + 5 \times r = 84 + 5 \times (-3) = 69$.
Après avoir posé 5 plaques isolantes, l'intensité sonore sera de 69 décibels.
- 6) Il faut résoudre $u_n < 40$, c'est-à-dire $84 - 3n < 40$.
On obtient donc $-3n < 40 - 84$ donc $-3n < -44$ donc $n > \frac{-44}{-3} \approx 14,67$.
Il faudra donc au minimum 15 plaques pour obtenir une intensité sonore inférieure à 40 décibels.