Fiche d'exercices : avec des tableaux de variations

Exercice 1 :

On donne le tableau de variations suivant :

x	-5	-3	-2	$-0,5$	1	4	7
$f(x)$	5	0	-1	0	4	0	6

1) Déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

a) $f(x) = 3$; **b)** $f(x) = 0$; **c)** $f(x) = 5$; **d)** $f(x) = -2$.

2) Déterminer le maximum et le minimum de f sur son ensemble de définition.

3) Comparer :

a) $f(2)$ et $f(3)$; **b)** $f(5)$ et $f(6)$; **c)** $f(0)$ et $f(-1)$; **d)** $f(x)$ et $f(4)$ sur $[1 ; 7]$; **e)** $f(x)$ et -1 sur $[-5 ; 1]$.

4) Compléter :

a) Si $x \in [-5 ; 1]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$ **b)** Si $x \in [-2 ; 4]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$ **c)** Si $x \in [-5 ; 7]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$
d) Si $x \in [-5 ; 4]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$

5) Résoudre :

a) $f(x) = 0$; **b)** $f(x) \leqslant 0$; **c)** $f(x) < 0$; **d)** $f(x) \geqslant 0$; **e)** $f(x) > 0$.

Exercice 2 :

On donne le tableau de variations suivant :

x	-4	-3	-1	1	3	$4,5$	6	10
$f(x)$	-3	0	2	0	-4	0	1	0

1) Déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

a) $f(x) = 3$; **b)** $f(x) = 0$; **c)** $f(x) = 1$; **d)** $f(x) = -1$.

2) Déterminer le maximum et le minimum de f sur son ensemble de définition.

3) Comparer :

a) $f(4)$ et $f(5)$; **b)** $f(0)$ et $f(2)$; **c)** $f(7)$ et $f(9)$; **d)** $f(x)$ et $f(6)$ sur $[3 ; 10]$; **e)** $f(x)$ et -4 sur $[-1 ; 6]$.

4) Compléter :

a) Si $x \in [-4 ; 3]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$ **b)** Si $x \in [-1 ; 6]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$ **c)** Si $x \in [-4 ; 10]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$
d) Si $x \in [-3 ; 4,5]$ alors $f(x) \in \ldots\ldots\ldots$

5) Résoudre :

a) $f(x) = 0$; **b)** $f(x) \leqslant 0$; **c)** $f(x) < 0$; **d)** $f(x) \geqslant 0$; **e)** $f(x) > 0$.

Exercice 3 :

On donne le tableau de variations suivant :

x	-7	-5	-3	$-0,5$	1	$1,5$	2	5
$f(x)$	4	0	-2	0	1	0	-3	-1

1) Déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

a) $f(x) = 2$; **b)** $f(x) = 0,5$; **c)** $f(x) = -2$; **d)** $f(x) = -1$.

2) Déterminer le maximum et le minimum de f sur son ensemble de définition.

3) Comparer :

a) $f(-6)$ et $f(-4)$; **b)** $f(0)$ et $f(0,5)$; **c)** $f(4)$ et $f(3)$; **d)** $f(x)$ et $f(2)$ sur $[1 ; 5]$; **e)** $f(x)$ et 1 sur $[-3 ; 2]$.

4) Compléter :

a) Si $x \in [-7 ; 1]$ alors $f(x) \in$ .... **b)** Si $x \in [-3 ; 2]$ alors $f(x) \in$ .... **c)** Si $x \in [-5 ; 5]$ alors $f(x) \in$ ....
d) Si $x \in [-7 ; 2]$ alors $f(x) \in$ ....

5) Résoudre :

a) $f(x) = 0$; **b)** $f(x) \leqslant 0$; **c)** $f(x) < 0$; **d)** $f(x) \geqslant 0$; **e)** $f(x) > 0$.

Exercice 4 :

On donne le tableau de variations suivant :

x	-2	-1	1	3	5	6	7	11
$f(x)$	-5	0	3	0	-2	0	4	2

1) Déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

a) $f(x) = 2$; **b)** $f(x) = -1$; **c)** $f(x) = 3$; **d)** $f(x) = -6$.

2) Déterminer le maximum et le minimum de f sur son ensemble de définition.

3) Comparer :

a) $f(4)$ et $f(2)$; **b)** $f(5,5)$ et $f(6,5)$; **c)** $f(-1,5)$ et $f(0)$; **d)** $f(x)$ et $f(5)$ sur $[1 ; 7]$; **e)** $f(x)$ et 3 sur $[-2 ; 5]$.

4) Compléter :

a) Si $x \in [-2 ; 5]$ alors $f(x) \in$ .... **b)** Si $x \in [1 ; 7]$ alors $f(x) \in$ .... **c)** Si $x \in [-2 ; 7]$ alors $f(x) \in$ ....
d) Si $x \in [-1 ; 6]$ alors $f(x) \in$ ....

5) Résoudre :

a) $f(x) = 0$; **b)** $f(x) \leqslant 0$; **c)** $f(x) < 0$; **d)** $f(x) \geqslant 0$; **e)** $f(x) > 0$.

Solutions

Exercice 1 :

1) a) 4 solutions. **b)** 3 solutions. **c)** 2 solutions. **d)** Pas de solution.

2) Le maximum de f est 6 (atteint pour $x = 7$) et le minimum est -1 (atteint pour $x = -2$).

3) a) $\left.\begin{array}{c} 2 < 3 \\ f \text{ est décroissante sur } [1\,;\,4] \end{array}\right\}$ donc $f(2) > f(3)$.

b) $\left.\begin{array}{c} 5 < 6 \\ f \text{ est croissante sur } [4\,;\,7] \end{array}\right\}$ donc $f(5) < f(6)$.

c) $\left.\begin{array}{c} 0 > -1 \\ f \text{ est croissante sur } [-2\,;\,1] \end{array}\right\}$ donc $f(0) > f(-1)$.

d) Sur $[1\,;\,7]$, $f(4) = 0$ est le minimum donc $f(x) \geqslant f(4)$.

e) Sur $[-5\,;\,1]$, -1 est le minimum donc $f(x) \geqslant -1$.

4) a) $[-1\,;\,5]$ **b)** $[-1\,;\,4]$ **c)** $[-1\,;\,6]$ **d)** $[-1\,;\,5]$

5) a) $S = \{-3\,;\,-0,5\,;\,4\}$ **b)** $S = [-3\,;\,-0,5] \cup \{4\}$ **c)** $S =]-3\,;\,-0,5[$
d) $S = [-5\,;\,-3] \cup [-0,5\,;\,7]$ **e)** $S = [-5\,;\,-3[\cup]-0,5\,;\,4[\cup]4\,;\,7]$

Exercice 2 :

1) a) Pas de solution. **b)** 4 solutions. **c)** 3 solutions. **d)** 3 solutions.

2) Le maximum de f est 2 (atteint pour $x = -1$) et le minimum est -4 (atteint pour $x = 3$).

3) a) $\left.\begin{array}{c} 4 < 5 \\ f \text{ est croissante sur } [3\,;\,6] \end{array}\right\}$ donc $f(4) < f(5)$.

b) $\left.\begin{array}{c} 0 < 2 \\ f \text{ est décroissante sur } [-1\,;\,3] \end{array}\right\}$ donc $f(0) > f(2)$.

c) $\left.\begin{array}{c} 7 < 9 \\ f \text{ est décroissante sur } [6\,;\,10] \end{array}\right\}$ donc $f(7) > f(9)$.

d) Sur $[3\,;\,10]$, $f(6) = 1$ est le maximum donc $f(x) \leqslant f(6)$.

e) Sur $[-1\,;\,6]$, -4 est le minimum donc $f(x) \geqslant -4$.

4) a) $[-4\,;\,2]$ **b)** $[-4\,;\,2]$ **c)** $[-4\,;\,2]$ **d)** $[-4\,;\,2]$

5) a) $S = \{-3\,;\,1\,;\,4,5\,;\,10\}$ **b)** $S = [-4\,;\,-3] \cup [1\,;\,4,5] \cup \{10\}$ **c)** $S = [-4\,;\,-3[\cup]1\,;\,4,5[$
d) $S = [-3\,;\,1] \cup [4,5\,;\,10]$ **e)** $S =]-3\,;\,1[\cup]4,5\,;\,10[$

Exercice 3 :

1) **a)** 1 solution. **b)** 3 solutions. **c)** 3 solutions. **d)** 4 solutions.

2) Le maximum de f est 4 (atteint pour $x = -7$) et le minimum est -3 (atteint pour $x = 2$).

3) **a)** $\left.\begin{array}{c} -6 < -4 \\ f \text{ est décroissante sur } [-7\,;\,-3] \end{array}\right\}$ donc $f(-6) > f(-4)$.

b) $\left.\begin{array}{c} 0 < 0,5 \\ f \text{ est croissante sur } [-3\,;\,1] \end{array}\right\}$ donc $f(0) < f(0,5)$.

c) $\left.\begin{array}{c} 4 > 3 \\ f \text{ est croissante sur } [2\,;\,5] \end{array}\right\}$ donc $f(4) > f(3)$.

d) Sur $[1\,;\,5]$, $f(2) = -3$ est le minimum donc $f(x) \geqslant f(2)$.

e) Sur $[-3\,;\,2]$, 1 est le maximum donc $f(x) \leqslant 1$.

4) **a)** $[-2\,;\,4]$ **b)** $[-3\,;\,1]$ **c)** $[-3\,;\,1]$ **d)** $[-3\,;\,4]$

5) **a)** $S = \{-5\,;\,-0,5\,;\,1,5\}$ **b)** $S = [-5\,;\,-0,5] \cup [1,5\,;\,5]$ **c)** $S =]-35\,;\,-0,5[\cup]1,5\,;\,5]$
d) $S = [-7\,;\,-5] \cup [-0,5\,;\,1,5]$ **e)** $S = [-7\,;\,-5[\cup]-0,5\,;\,1,5[$

Exercice 4 :

1) **a)** 4 solutions. **b)** 3 solutions. **c)** 3 solutions. **d)** Pas de solution.

2) Le maximum de f est 4 (atteint pour $x = 7$) et le minimum est -5 (atteint pour $x = -2$).

3) **a)** $\left.\begin{array}{c} 4 > 2 \\ f \text{ est décroissante sur } [1\,;\,5] \end{array}\right\}$ donc $f(4) < f(2)$.

b) $\left.\begin{array}{c} 5,5 < 6,5 \\ f \text{ est croissante sur } [5\,;\,7] \end{array}\right\}$ donc $f(5,5) < f(6,5)$.

c) $\left.\begin{array}{c} -1,5 < 0 \\ f \text{ est croissante sur } [-2\,;\,1] \end{array}\right\}$ donc $f(-1,5) < f(0)$.

d) Sur $[1\,;\,7]$, $f(5) = -2$ est le minimum donc $f(x) \geqslant f(5)$.

e) Sur $[-2\,;\,5]$, 3 est le maximum donc $f(x) \leqslant 3$.

4) **a)** $[-5\,;\,3]$ **b)** $[-2\,;\,4]$ **c)** $[-5\,;\,4]$ **d)** $[-2\,;\,3]$

5) **a)** $S = \{-1\,;\,3\,;\,6\}$ **b)** $S = [-2\,;\,-1] \cup [3\,;\,6]$ **c)** $S = [-2\,;\,-1[\cup]3\,;\,6[$
d) $S = [-1\,;\,3] \cup [6\,;\,11]$ **e)** $S =]-1\,;\,3[\cup]6\,;\,11]$