Fiche d'entraînement : arbres de probabilités

Exercice 1 :

Un sac contient 6 jetons verts et 14 jetons rouges. On tire trois jetons successivement dans le sac en remettant à chaque fois le jeton tiré dans le sac avant d'effectuer le prélèvement suivant.

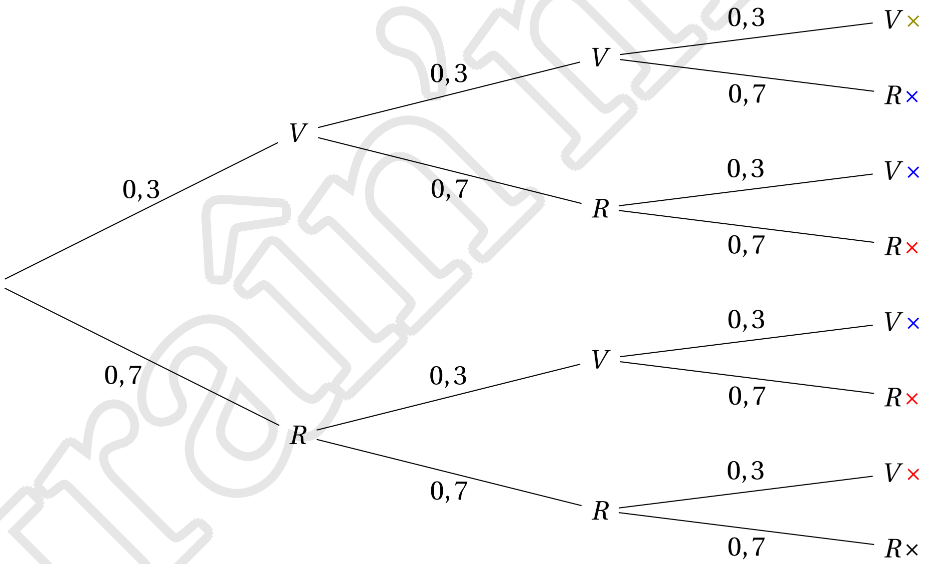
1) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre de probabilité en désignant pas V l'évènement : « le jeton tiré est vert » et par R : « le jeton tiré est rouge ».

2) Déterminer la probabilités de chacun des évènements suivants :

- **a)** A : « on tire trois jetons verts »
- **b)** B : « on tire exactement deux jetons verts »
- **c)** C : « on tire exactement un jeton vert »
- **d)** D : « on ne tire aucun jeton vert »
- **e)** E : « on tire au moins deux jetons verts »
- **f)** F : « on tire au plus deux jetons verts »
- **g)** $G = \overline{B}$
- **h)** $H = A \cap B$
- **i)** $I = A \cup B$

Méthode et correction :

1) $P(V) = \dfrac{6}{6+14} = \dfrac{6}{20} = 0,3$ et $P(R) = \dfrac{14}{6+14} = \dfrac{14}{20} = 0,7$



2)

- **a)** × $P(A) = \underbrace{0,3 \times 0,3 \times 0,3}_{\text{chemin VVV}} = 0,3^3 = 0,027$
- **b)** × $P(B) = \underbrace{0,3 \times 0,3 \times 0,7}_{\text{chemin VVR}} + \underbrace{0,3 \times 0,7 \times 0,3}_{\text{chemin VRV}} + \underbrace{0,7 \times 0,3 \times 0,3}_{\text{chemin RVV}} = 3 \times 0,3^2 \times 0,7^1 = 0,189$
- **c)** × $P(C) = \underbrace{0,3 \times 0,7 \times 0,7}_{\text{chemin VRR}} + \underbrace{0,7 \times 0,3 \times 0,7}_{\text{chemin RVR}} + \underbrace{0,7 \times 0,7 \times 0,3}_{\text{chemin RRV}} = 3 \times 0,3^1 \times 0,7^2 = 0,441$
- **d)** × $P(D) = \underbrace{0,7 \times 0,7 \times 0,7}_{\text{chemin RRR}} = 0,7^3 = 0,343$
- **e)** $P(E) = P(A) + P(B) = 0,027 + 0,189 = 0,216$ (tirer au moins deux jetons verts c'est tirer deux jetons verts ou tirer trois jetons verts)
- **f)** $P(F) = P(B) + P(C) + P(D) = 0189 + 0,441 + 0,343 = 0,973$ (tirer au plus deux jetons verts c'est tirer deux jetons verts ou un seul jeton vert ou aucun jeton vert)
- **g)** $P(G) = P\left(\overline{B}\right) = 1 - P(B) = 1 - 0,189 = 0,811$
- **h)** $P(A \cap B) = 0$ (car il est impossible de tirer trois jetons verts **et** tirer exactement deux jetons verts)
- **i)** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,027 + 0,189 - 0 = 0,216$

Exercice 2 :

Dans une famille, il a été établi que la probabilité qu'une femme soit enceinte de jumeaux lors d'une grossesse est égale à 0,2. Une jeune femme de cette famille souhaite vivre 4 grossesses au cours de sa vie.

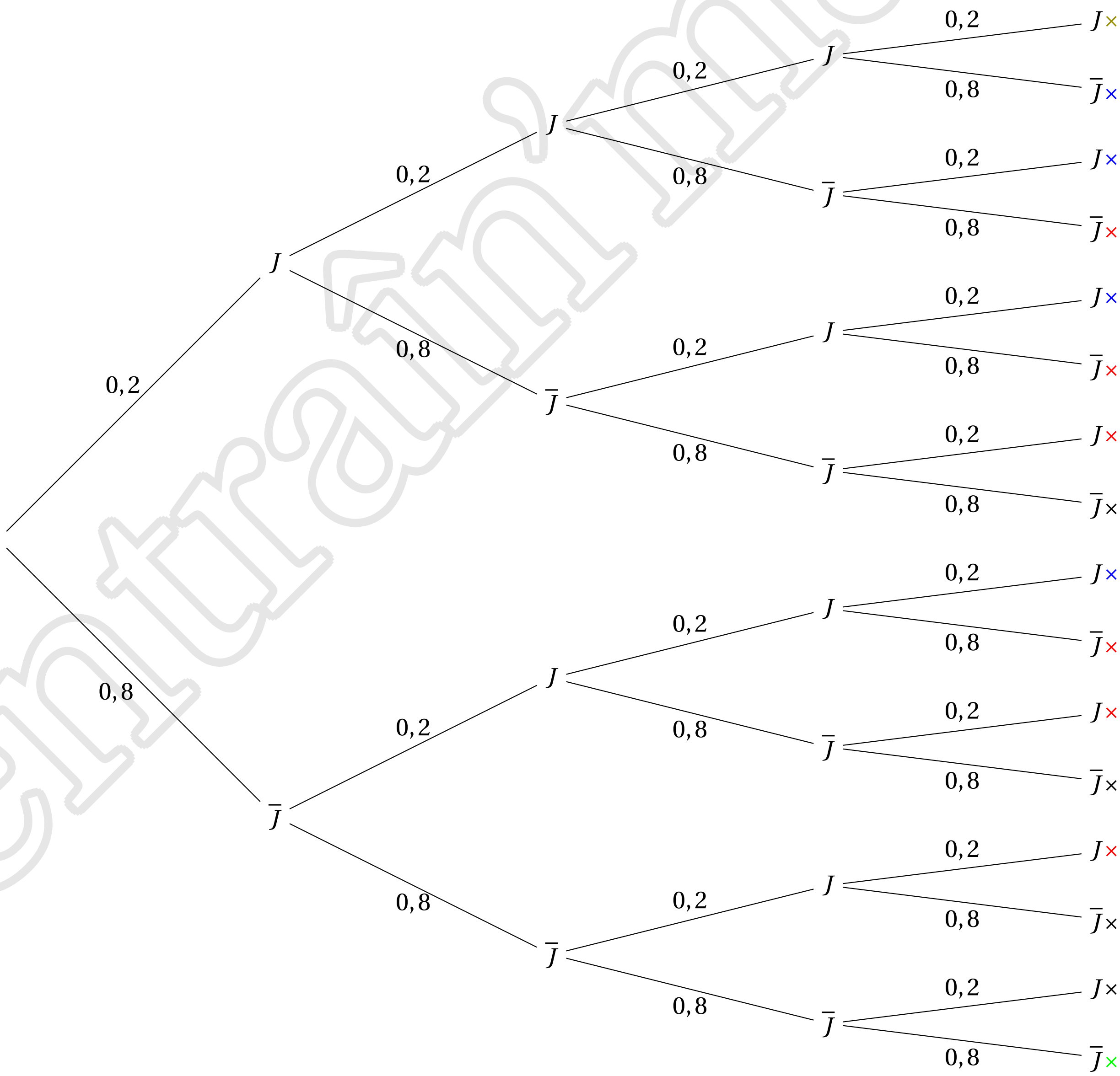
1) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en désignant par J l'évènement « la femme est enceinte de jumeaux ».

2) Déterminer la probabilité des évènements suivants :

- **a)** A : « la jeune femme accouche 4 fois de jumeaux »
- **b)** B : « la jeune femme accouche exactement 3 fois de jumeaux »
- **c)** C : « la jeune femme accouche exactement deux fois de jumeaux »
- **d)** D : « la jeune femme accouche exactement une fois de jumeaux »
- **e)** E : « la jeune femme n'accouche pas de jumeaux »
- **f)** F : « la jeune femme accouche au moins une fois de jumeaux »
- **g)** G : « la jeune femme accouche au plus une fois de jumeaux »

Méthode et correction :

1) On a $P(J) = 0,2$ donc on obtient :



2) **a)** × $P(A) = \underbrace{0,2 \times 0,2 \times 0,2 \times 0,2}_{\text{chemin } JJJJ} = 0,2^4 = 0,0016$

b) × $P(B)=\underbrace{0,2\times0,2\times0,2\times0,8}_{\text{chemin } JJJ\bar{J}}+\underbrace{0,2\times0,2\times0,8\times0,2}_{\text{chemin } JJ\bar{J}J}+\underbrace{0,2\times0,8\times0,2\times0,2}_{\text{chemin } J\bar{J}JJ}+\underbrace{0,8\times0,2\times0,2\times0,2}_{\text{chemin } \bar{J}JJJ}=4\times0,2^3\times0,8^1$

$=0,0256$

c) × $P(C)=\underbrace{0,2\times0,2\times0,8\times0,8}_{\text{chemin } JJ\overline{J}\overline{J}}+\underbrace{0,2\times0,8\times0,2\times0,8}_{\text{chemin } J\bar{J}J\bar{J}}+\underbrace{0,2\times0,8\times0,8\times0,2}_{\text{chemin } J\overline{J}\overline{J}J}+\underbrace{0,8\times0,2\times0,2\times0,8}_{\text{chemin } \bar{J}JJ\bar{J}}$

$+\underbrace{0,8\times0,2\times0,8\times0,2}_{\text{chemin } \bar{J}J\bar{J}J}+\underbrace{0,8\times0,8\times0,2\times0,2}_{\text{chemin } \overline{J}\overline{J}JJ}$

$=6\times0,2^2\times0,8^2=0,1536$

d) × $P(D)=\underbrace{0,2\times0,8\times0,8\times0,8}_{\text{chemin } J\overline{J}\overline{J}\overline{J}}+\underbrace{0,8\times0,2\times0,8\times0,8}_{\text{chemin } \bar{J}J\overline{J}\overline{J}}+\underbrace{0,8\times0,8\times0,2\times0,2}_{\text{chemin } \overline{J}\overline{J}J\bar{J}}+\underbrace{0,8\times0,8\times0,8\times0,2}_{\text{chemin } \overline{J}\overline{J}\overline{J}J}=4\times0,8^3\times0,2^1$

$=0,4096$

e) × $P(E)=0,8\times0,8\times0,8\times0,8=0,8^4=0,4096$

f) $P(F)=P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=00016+0,0256+0,1536+0,4096=0,5904$

g) $P(G)=P(D)+P(E)=0,4096+0,4096=0,8192$