Fiche d'entraînement : fonctions de degré 2 (aspect calculs)

Exercice 1 :

Dans chacun des cas suivants, déterminez l'axe de symétrie de la courbe (a), les coordonnées de son sommet (b), son tableau de variations (c) et son tableau de signes sur $\mathbb{R}$ (d) :

1) $f_1(x) = 2(x+3)(x-5)$

2) $f_2(x) = -3(x-2)(x+4)$

3) $f_3(x) = 4(x-1)(x-7)$

4) $f_4(x) = -2(x+6)(x+2)$

5) $f_5(x) = 5(x-1)(x+4)$

6) $f_6(x) = -6(x+3)^2$

7) $f_7(x) = -(x-1)^2$

8) $f_8(x) = (x+4)^2$

Exercice 2 :

1) f_1 est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_1(x) = 2x^2 + 2x - 12$.

- **a)** Vérifier que $\alpha = 2$ est une racine du polynôme.
- **b)** Factoriser $f_1(x)$.

2) f_2 est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_2(x) = -3x^2 + 9x + 12$.

- **a)** Vérifier que $\alpha = 4$ est une racine du polynôme.
- **b)** Factoriser $f_2(x)$.

3) f_3 est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_3(x) = x^2 + x - 6$.

- **a)** Vérifier que $\alpha = -3$ est une racine du polynôme.
- **b)** Factoriser $f_3(x)$.

4) f_4 est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_4(x) = -x^2 - 2x + 8$.

- **a)** Vérifier que $\alpha = -4$ est une racine du polynôme.
- **b)** Factoriser $f_4(x)$.

5) f_5 est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_5(x) = -4x^2 + 4$.

- **a)** Vérifier que $\alpha = 1$ est une racine du polynôme.
- **b)** Factoriser $f_5(x)$.

Solutions

1)

- **a)** $f_1(2) = 2 \times 2^2 + 2 \times 2 - 12 = 8 + 4 - 12 = 0$
- **b)** $f_1(x) = 2(x-2)(x-\beta) = 2(x^2 - \beta x - 2x + 2\beta)$
  $= 2x^2 - 2\beta x - 4x \boxed{+4\beta}$
  $= 2x^2 + 2x \boxed{-12}$ donc $\beta = -3$ donc $f_1(x) = 2(x-2)(x+3)$

2)

- **a)** $f_2(4) = -3 \times 4^2 + 9 \times 4 + 12 = -48 + 36 + 12 = 0$
- **b)** $f_2(x) = -3(x-4)(x-\beta)$
  $= -3(x^2 - \beta x - 4x + 4\beta)$
  $= -3x^2 + 3\beta x + 12x \boxed{-12\beta}$
  $-3x^2 + 9x \boxed{+12}$ donc $\beta = -1$ donc $f_2(x) = -3(x-4)(x+1)$

3)

- **a)** $f_3(-3) = (-3)^2 + (-3) - 6 = 9 - 3 - 6 = 0$
- **b)** $f_3(x) = (x+3)(x-\beta) = x^2 - \beta x + 3x \boxed{-3\beta}$
  $= x^2 + x \boxed{-6}$ donc $\beta = 2$ donc
  $f_3(x) = (x+3)(x-2)$

4)

- **a)** $f_4(-4) = -(-4)^2 - 2 \times (-4) + 8 = -16 + 8 + 8 = 0$
- **b)** $f_4(x) = -(x+4)(x-\beta) = -(x^2 - \beta x + 4x - 4\beta)$
  $= -x^2 + \beta x - 4x \boxed{+4\beta}$
  $= -x^2 - 2x \boxed{+8}$ donc $\beta = 2$ donc $f_4(x) = -(x+4)(x-2)$

5)

- **a)** $f_5(1) = -4 \times 1^2 + 4 = -4 + 4 = 0$
- **b)** $f_5(x) = -4(x-1)(x-\beta) = -4(x^2 - \beta x - x + \beta)$
  $= -4x^2 + 4\beta x + 4x \boxed{-4\beta}$
  $= -4x^2 \boxed{+4}$ donc $\beta = -1$ donc
  $f_5(x) = -4(x-1)(x+1)$

Solutions

Exercice 1 :

1) **a)** $x = \dfrac{-3+5}{2} = 1$

b) $S(1\ ;\ -32)$

c)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f_1(x)$		↘	-32	↗	

d)

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
2		$+$		$+$		$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$f_1(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2) **a)** $x = \dfrac{2-4}{2} = -1$

b) $S(-1\ ;\ 27)$

c)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f_2(x)$		↗	27	↘	

d)

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$f_2(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3) **a)** $x = \dfrac{1+7}{2} = 4$

b) $S(4\ ;\ -36)$

c)

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f_3(x)$		↘	-36	↗	

d)

x	$-\infty$		1		7		$+\infty$
4		$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-7$		$-$		$-$	0	$+$	
$f_3(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4) **a)** $x = \dfrac{-6-2}{2} = -4$

b) $S(-4\ ;\ 8)$

c)

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$f_4(x)$		↗	8	↘	

d)

x	$-\infty$		-6		-2		$+\infty$
-2		$-$		$-$		$-$	
$x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f_4(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5) **a)** $x = \dfrac{1-4}{2} = -\dfrac{3}{2} = -1,5$

b) $S(-1,5\ ;\ -31,25)$

c)

x	$-\infty$		$-1,5$		$+\infty$
$f_5(x)$		$\searrow$	$-31,25$	$\nearrow$	

d)

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
5		$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$f_5(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

6) **a)** $x = \dfrac{-3-3}{2} = -3$

b) $S(-3\ ;\ 0)$

c)

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f_6(x)$		$\nearrow$	0	$\searrow$	

d)

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
-6		$-$		$-$	
$x+3$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	
$f_6(x)$		$-$	0	$-$	

7) **a)** $x = \dfrac{1+1}{2} = 1$

b) $S(1\ ;\ 0)$

c)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f_7(x)$		$\nearrow$	0	$\searrow$	

d)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
-1		$-$		$-$	
$x-1$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$	
$f_7(x)$		$-$	0	$-$	

8) **a)** $x = \dfrac{-4-4}{2} = -4$

b) $S(-4\ ;\ 0)$

c)

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$f_8(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

d)

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$	
$f_8(x)$		$+$	0	$+$	