

Fiche d'exercices : probabilités (variables aléatoires)

Exercice 1

Une urne contient 2 jetons noirs et 8 jetons blancs. Trois prélèvements sont successivement réalisés en remettant à chaque fois le jeton dans l'urne avant d'effectuer le prélèvement suivant.

- 1) Justifier qu'il s'agit d'une répétition d'épreuves de Bernoulli.
- 2) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré en désignant par N l'évènement : « le jeton tiré est noir » et par B l'évènement : « le jeton tiré est blanc ».
- 3) Calculer la probabilité de l'évènement E : « obtenir trois jetons noirs ».
- 4) Calculer la probabilité de l'évènement F : « obtenir exactement deux jetons noirs ».
- 5) Calculer la probabilité de l'évènement G : « obtenir au moins deux jetons noirs ».
- 6) Soit X la variable aléatoire associée au nombre de jetons noirs tirés au cours des trois prélèvements. Déterminer la loi de probabilité associée à la variable aléatoire X .

Exercice 2

En France, la probabilité de la naissance d'un garçon est $p = 0,515$. Dans cet exercice on s'intéresse à une famille de 4 enfants.

- 1) Justifier qu'il s'agit d'une répétition d'épreuves de Bernoulli.
- 2) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré en désignant par F l'évènement : « l'enfant est une fille » et par G l'évènement : « l'enfant est un garçon ».
- 3) Calculer la probabilité de l'évènement A : « aucun des enfants n'est un garçon ».
- 4) Calculer la probabilité de l'évènement B : « il n'y a qu'un seul garçon parmi les enfants ».
- 5) Calculer la probabilité de l'évènement C : « il y a exactement 2 garçons parmi les enfants ».
- 6) Calculer la probabilité de l'évènement D : « il n'y a qu'une fille parmi les enfants ».
- 7) Calculer la probabilité de l'évènement E : « tous les enfants sont des garçons ».
- 8) Soit X la variable aléatoire associée au nombre de garçons parmi les 4 enfants. Déterminer la loi de probabilité associée à la variable aléatoire X .

Exercice 3

Des pièces d'un certain type sont fabriquées en grandes séries. On prélève au hasard une pièce d'un lot dans lequel 97 % des pièces sont conformes au cahier des charges. On remet la pièce dans le lot et on effectue un deuxième prélèvement d'une pièce. On répète une troisième fois l'expérience de la même manière.

On note C l'évènement : « la pièce est conforme au cahier des charges ».

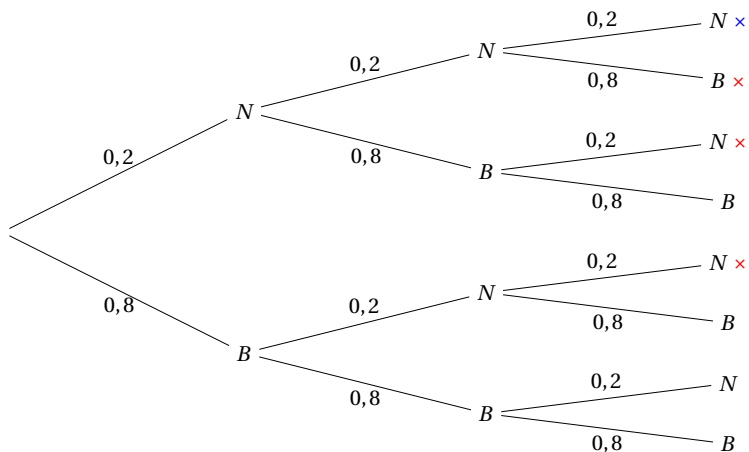
- 1) Justifier qu'il s'agit d'une répétition d'épreuves de Bernoulli.
- 2) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- 3) Calculer la probabilité de l'évènement E : « les trois pièces sont conformes au cahier des charges ».
- 4) Calculer la probabilité de l'évènement F : « deux pièces exactement sont conformes au cahier des charges ».
- 5) Calculer la probabilité de l'évènement G : « une seule pièces est conforme au cahier des charges ».
- 6) Calculer la probabilité de l'évènement H : « aucune des trois pièces n'est conforme au cahier des charges ».
- 7) Soit X la variable aléatoire associée au nombre de pièces conformes parmi les 3 prélevées. Déterminer la loi de probabilité associée à la variable aléatoire X .

Correction

Exercise 1

1) Car il y a répétition, de manière indépendante, de la même expérience n'ayant que deux issues possibles (le jeton est noir ou blanc).

2)



3) $\times P(E) = 0,2^3 = 0,008$

4) $\times P(F) = 3 \times 0,2^2 \times 0,8 = 0,096$

5) $P(G) = P(E) + P(F) = 0,104$

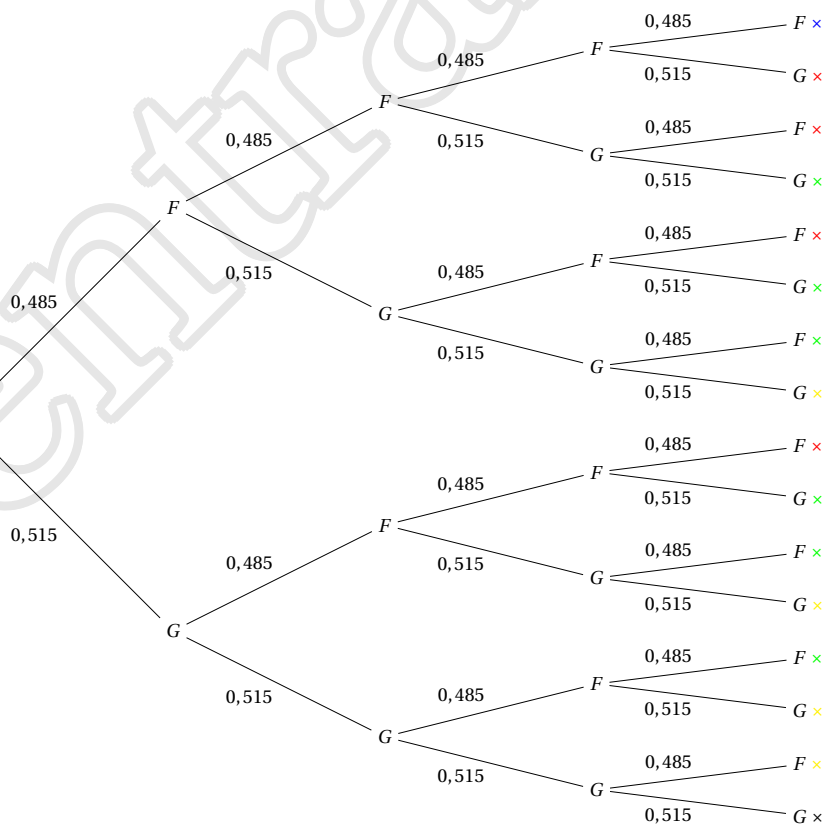
6) Loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,512	0,384	0,096	0,008

Exercice 2

1) Car il y a répétition, de manière indépendante, de la même expérience n'ayant que deux issues possibles (l'enfant est un garçon ou une fille).

2)



3) $\times P(A) = 0,485^4 \approx 0,055$

4) $\times P(B) = 4 \times 0,485^3 \times 0,515 \approx 0,235$

5) $\times P(C) = 6 \times 0,485^2 \times 0,515^2 \approx 0,374$

6) $\times P(D) = 4 \times 0,485 \times 0,515^3 \approx 0,265$

7) $\times P(E) = 0,515^4 \approx 0,07$

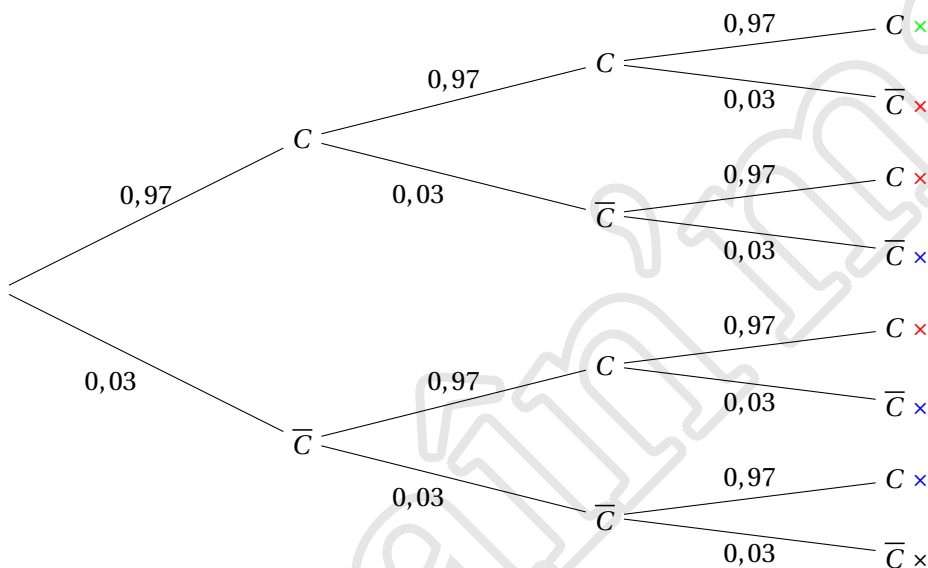
8) Loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,055	0,235	0,374	0,265	0,07

Exercice 3

1) Car il y a répétition, de manière indépendante, de la même expérience n'ayant que deux issues possibles (la pièce prélevée est conforme ou non).

2)



3) $\times P(E) = 0,97^3 = 0,912\,673$

4) $\times P(F) = 3 \times 0,97^2 \times 0,03 = 0,084\,681$

5) $\times P(G) = 3 \times 0,97 \times 0,03^2 = 0,002\,619$

6) $\times P(H) = 0,03^3 = 0,000\,027$

7) Loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,000\,027	0,002\,619	0,084\,681	0,912\,673