Lecture #6. 2D 이동

2D 게임 프로그래밍

이대현 교수

한국산업기술대학교
KOREA POLYTECHNIC UNIVERSITY

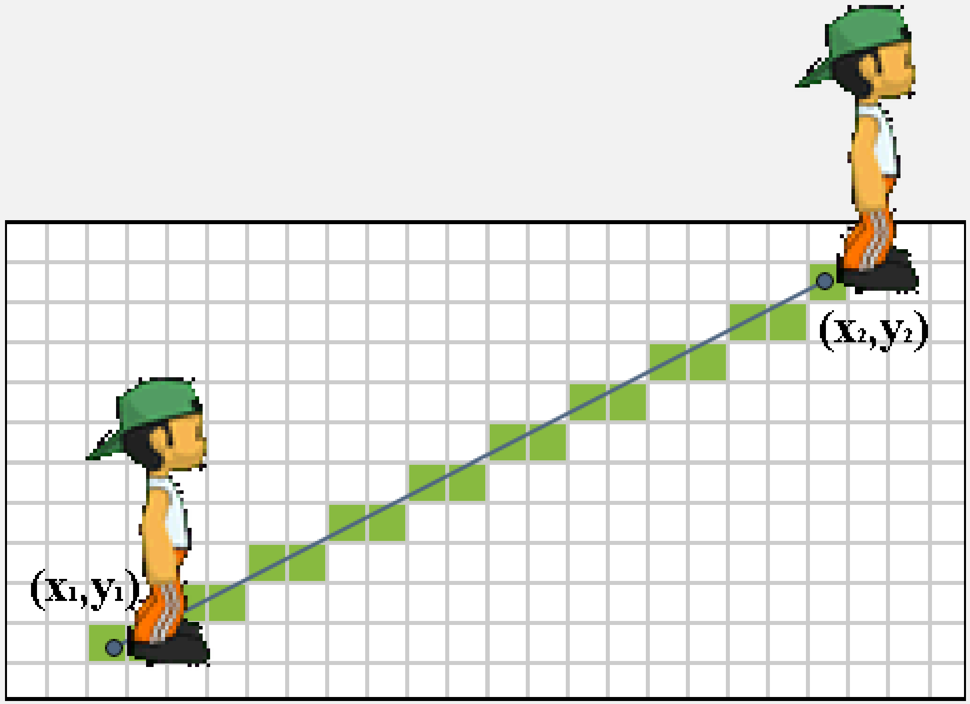
학습 내용

- 선분 상에 점 찍기

- 스플라인 곡선 그리기

(x1,y1)에서 (x2,y2)까지 이동하기

- 소년이 (x1,y1)에서 (x2,y2)로 이동
- 엄밀히 하려면, 물리 공식을 이용해야 한다. 즉, 속도와 시간을 이용해서 계산.
  - s = s0 + v*t
  - 나중에 "시간 " 주제 강의 때, 정확히 다룰 예정
- 일단 여기서는, 선분을 그리는 방법을 이용해서 해본다.
  - 정확히 말하면, 선분 상에 점(캐릭터의 이동 위치)을 찍어보자.
  - 선분을 정확히 그리려면, bresenhem algorithm을 이용해야 한다.



Bresenhem Line Algorithm

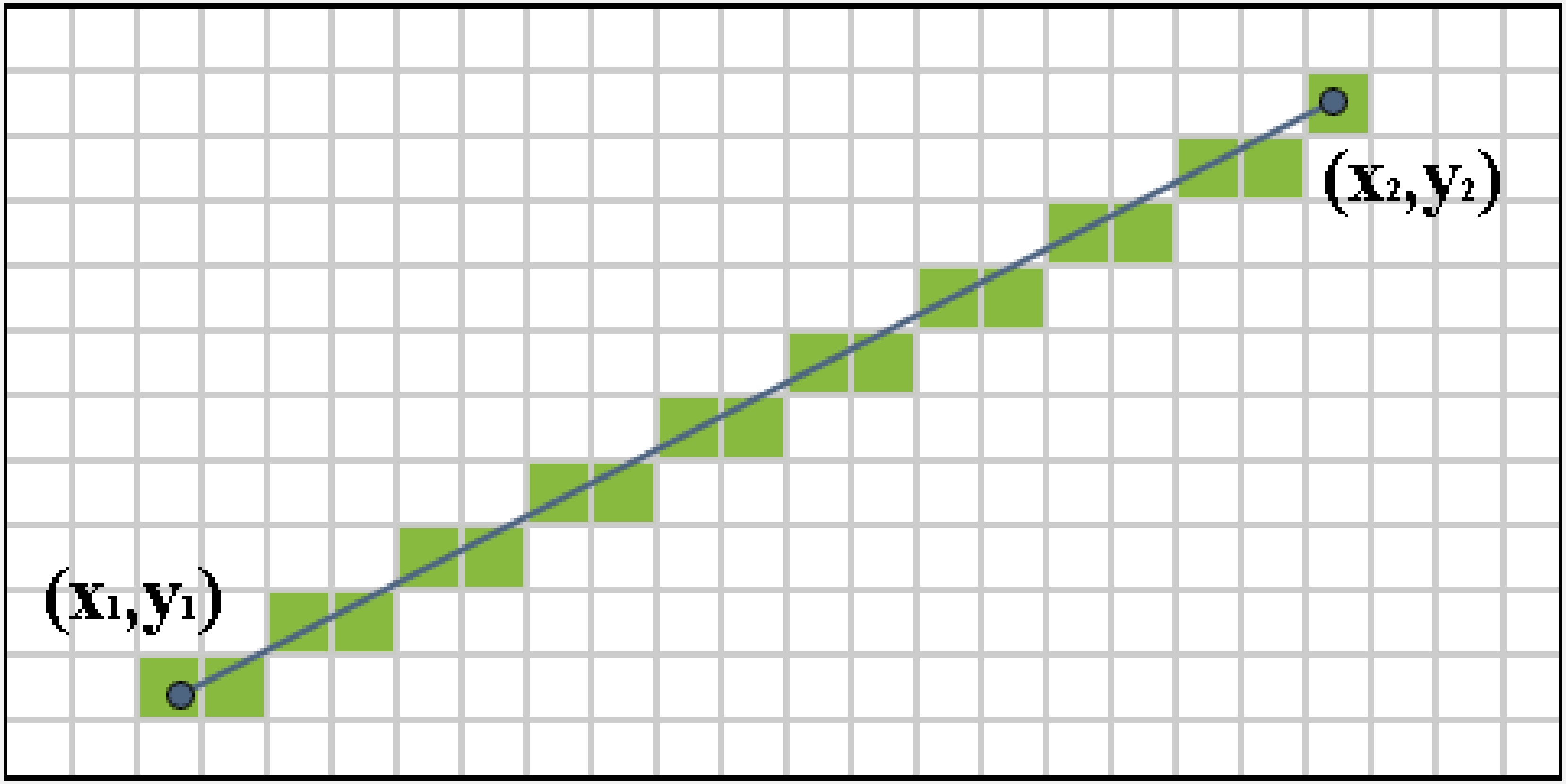
- 컴퓨터 화면 상에 직선(선분)을 그리는 알고리즘.
- 덧셈과 뺄셈만을 이용함으로써, 고속으로 직선을 그릴 수 있음.

The Bresenham Line Algorithm

BRESENHAM'S LINE DRAWING ALGORITHM
(for $|m| < 1.0$)

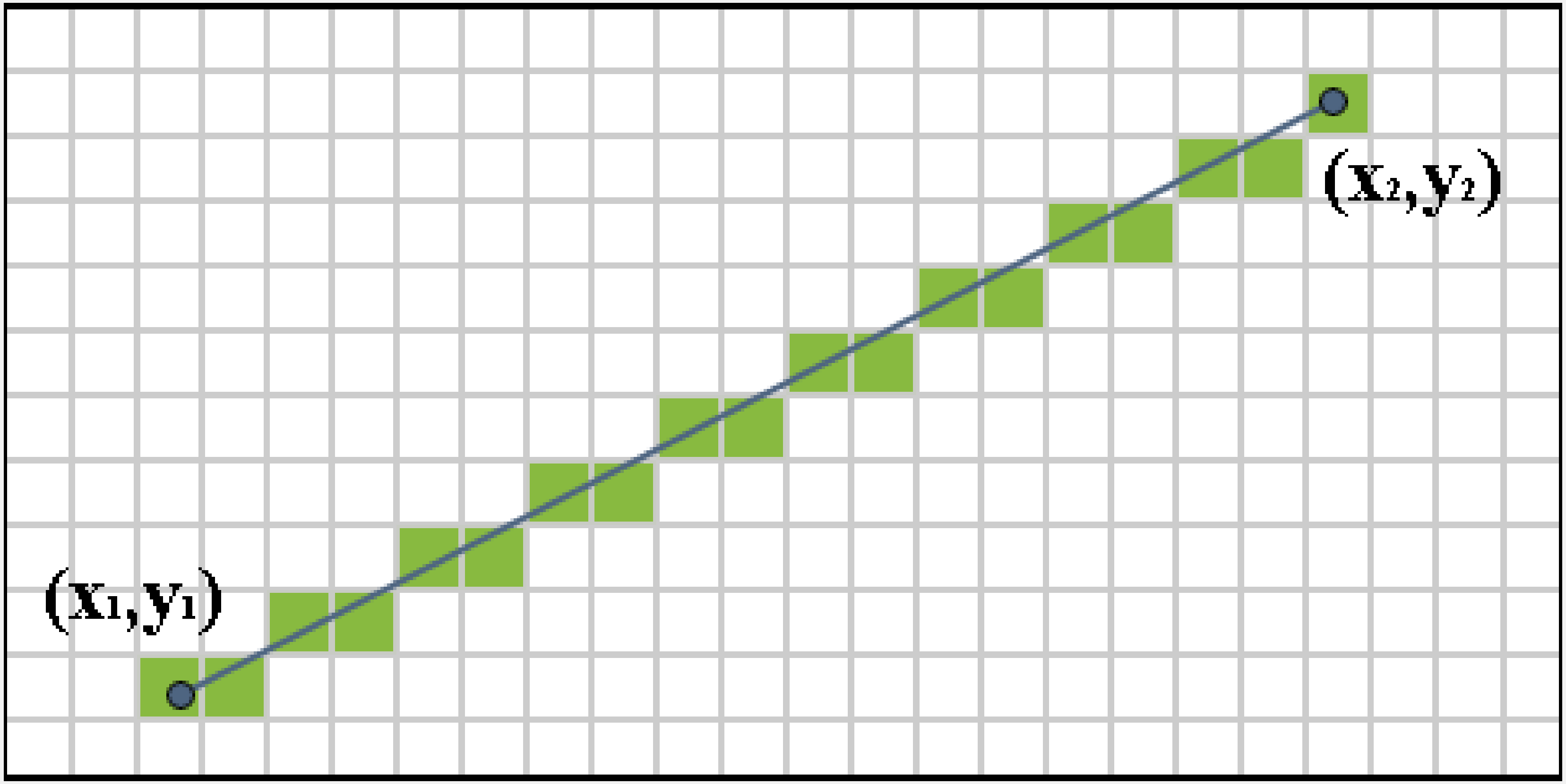
1. Input the two line end-points, storing the left end-point in (x_0, y_0)
2. Plot the point (x_0, y_0)
3. Calculate the constants Δx, Δy, $2\Delta y$, and $(2\Delta y - 2\Delta x)$ and get the first value for the decision parameter as:
$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x$$
4. At each x_k along the line, starting at $k = 0$, perform the following test. If $p_k < 0$, the next point to plot is (x_k+1, y_k) and:
$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$$

(x1,y1)에서 (x2,y2)까지의 선분 상에 어떻게 점을 찍을까?



무식한 방법?

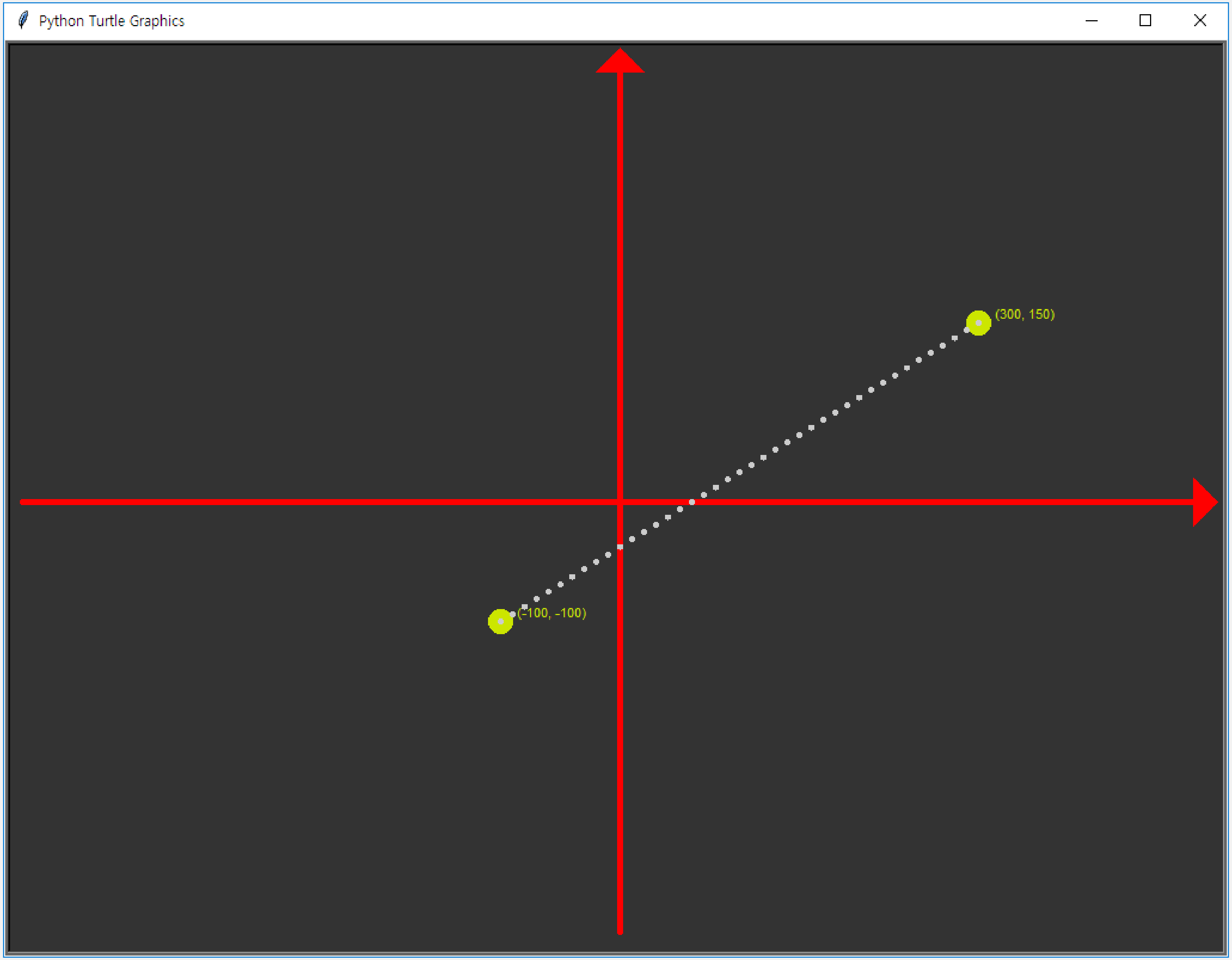
- 선분 상의 점들의 리스트를 작성
  - [(2,1), (3,1), (4,2),(5,2), ---------------------, (20, 10)]
  - 무식하지만? 장점도 있다? 뭘까?



(x1,y1)에서 (x2,y2)까지의 선분 상에 점 찍기

- 직선의 방정식을 구한다.
  - y = ax + b
  - a = (y2-y1)/(x2-x1)
  - b = y1 – x1 * a
- x를 x1부터 x2까지 (일정간격) 변화시켜가면서, y 값을 계산한다.

```
def draw_line_basic(p1, p2):

    draw_big_point(p1)
    draw_big_point(p2)

    x1, y1 = p1[0], p1[1]
    x2, y2 = p2[0], p2[1]
    a = (y2-y1)/(x2-x1)
    b = y1 - x1 * a

    for x in range(x1, x2 + 1, 10):
        y = a * x + b
        draw_point((x, y))

    draw_point(p2)
```

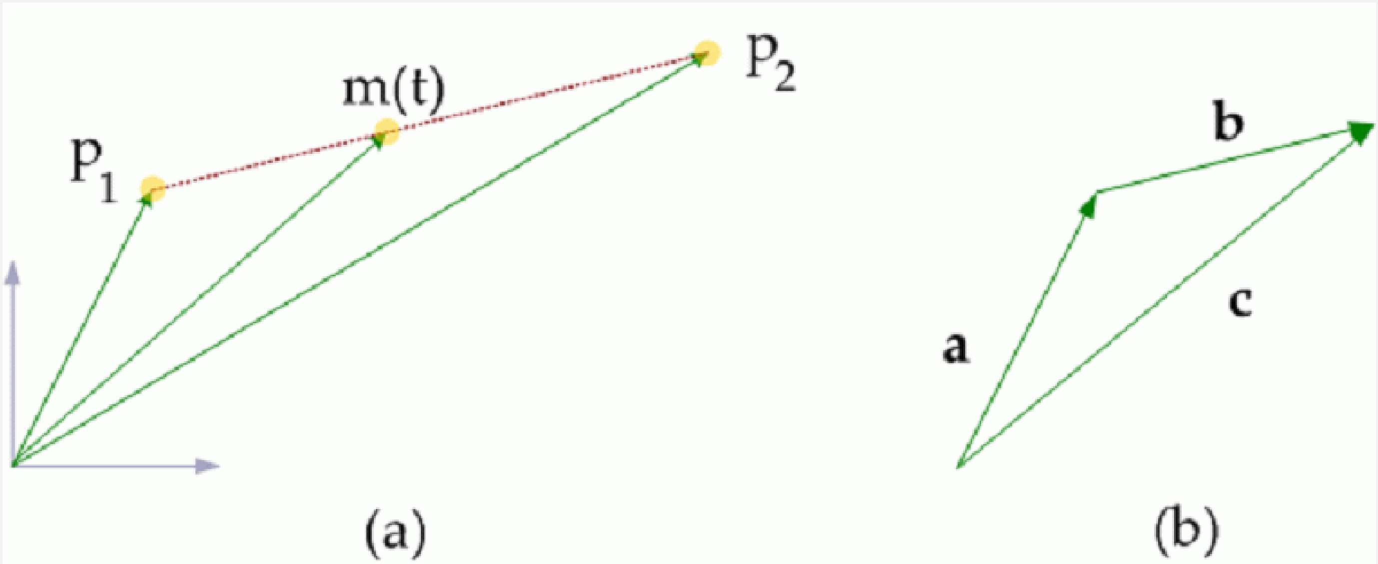

Python Turtle Graphics
(300, 150)
(-100, -100)

문제점?

- y축과 평행인 직선(x=c)을 그릴 수 없음.

- 해결책은?

Parametric Representation of Lines



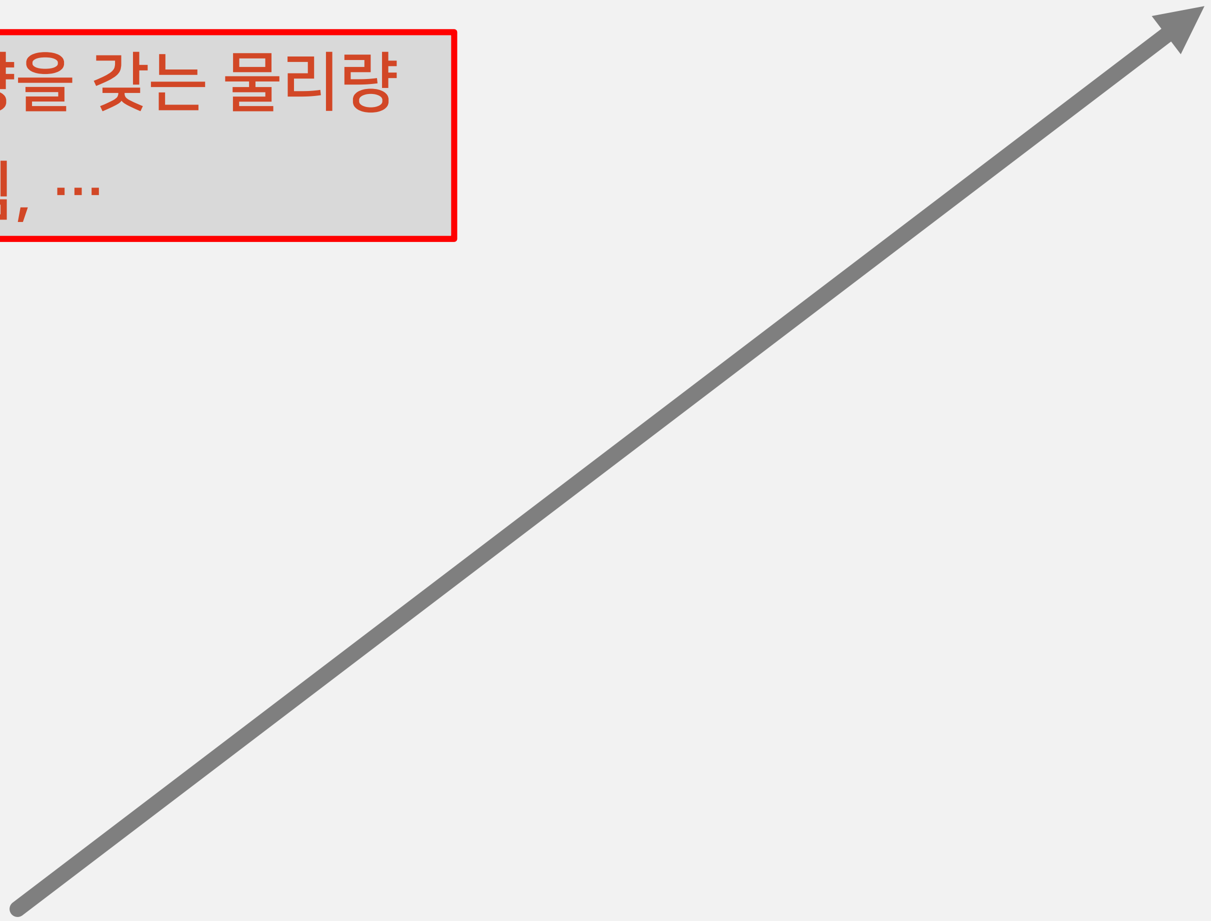
$$m(t) = p_1 + t\,(p_2 - p_1) = (1 - t)\,p_1 + t\,p_2 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$\begin{aligned} m(t) &= p_1,\ \text{at}\ t = 0 \\ &= p_2,\ \text{at}\ t = 1 \end{aligned}$$

벡터

크기와 방향을 갖는 물리량

예) 속도, 힘, …



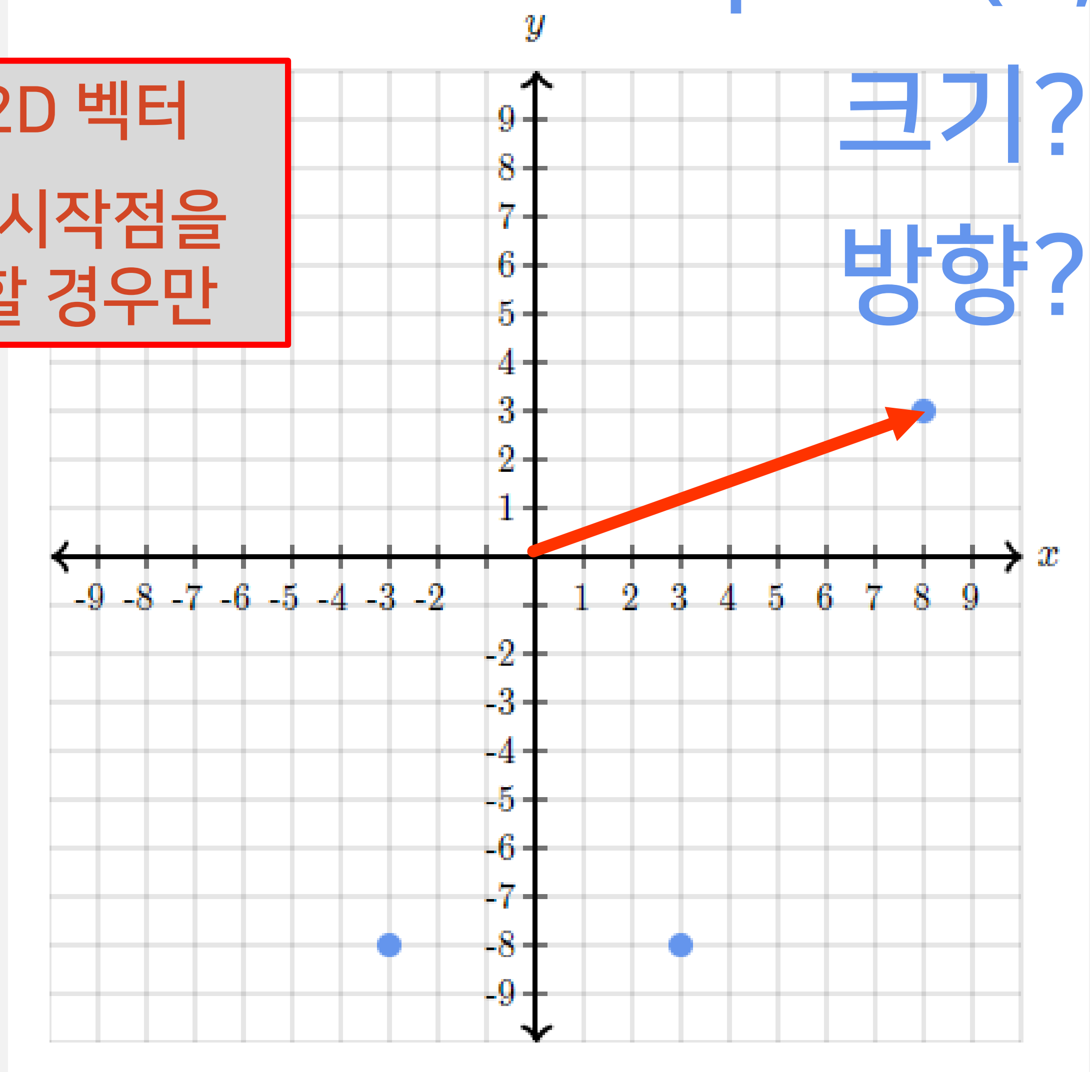
2D 점 = 2D 벡터

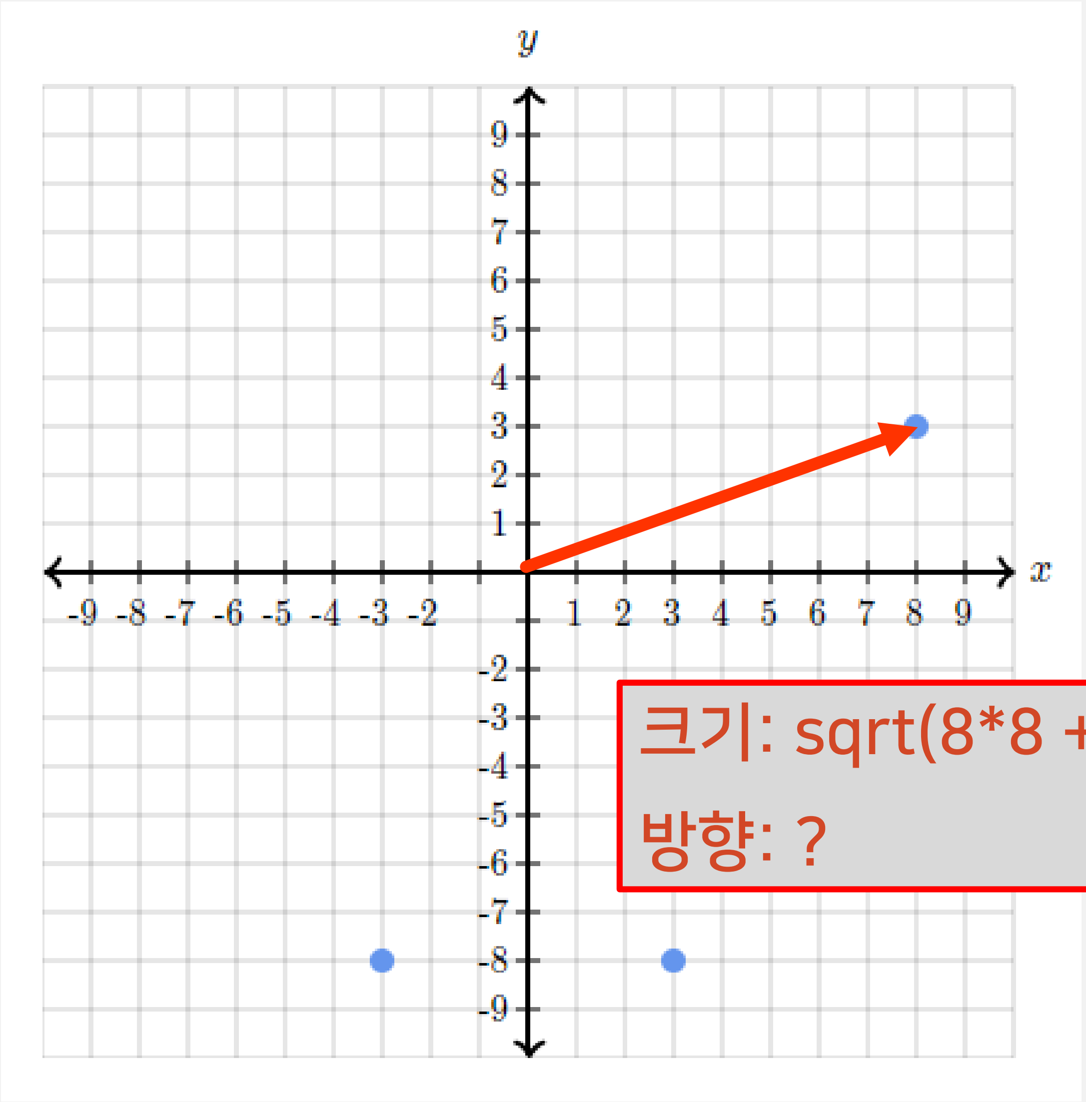
단, 벡터의 시작점을 원점으로 할 경우만

p1 = (8,3)

크기?

방향?





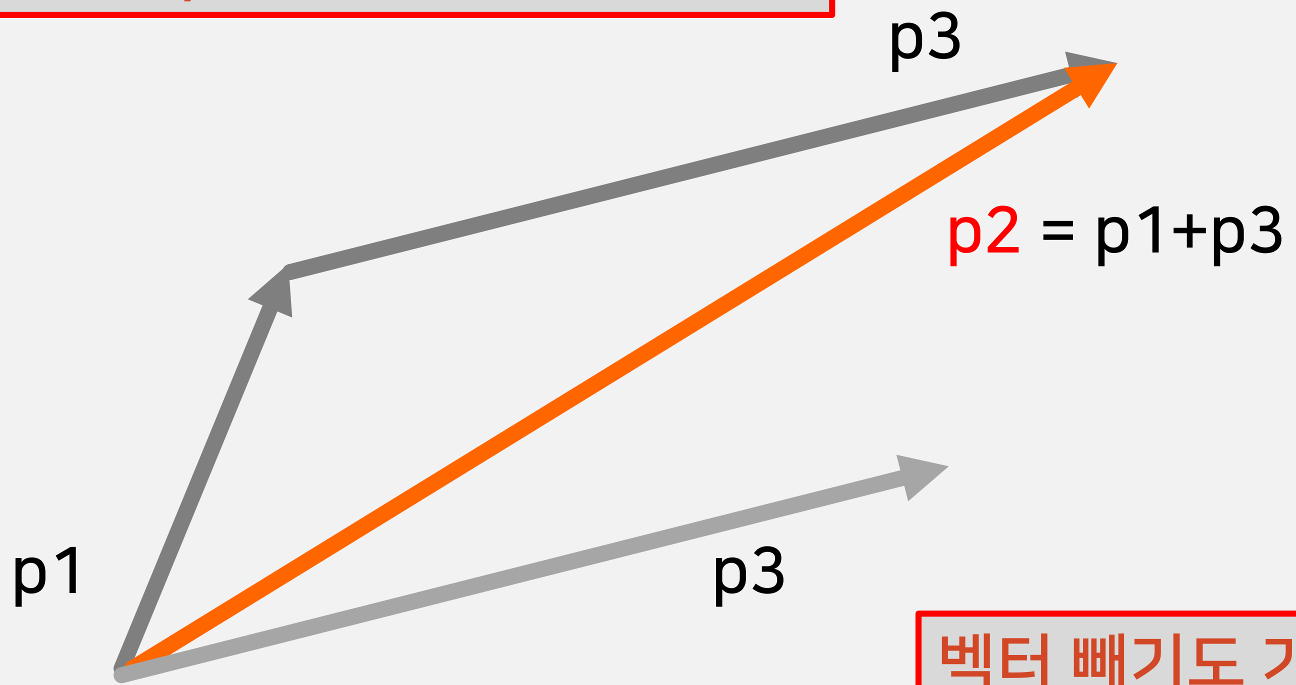
크기: sqrt(8*8 + 3*3)

방향: ?

벡터는 더할 수 있다.? 힘을 더하면?

p1+p3?

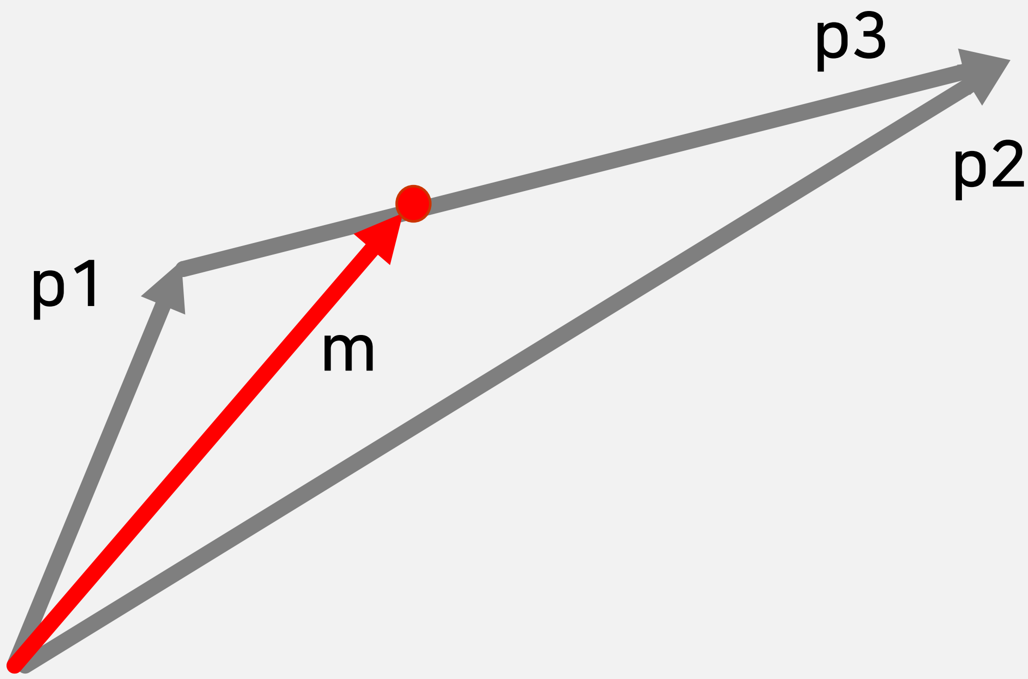
p1끝점과 p3시작점을 일치



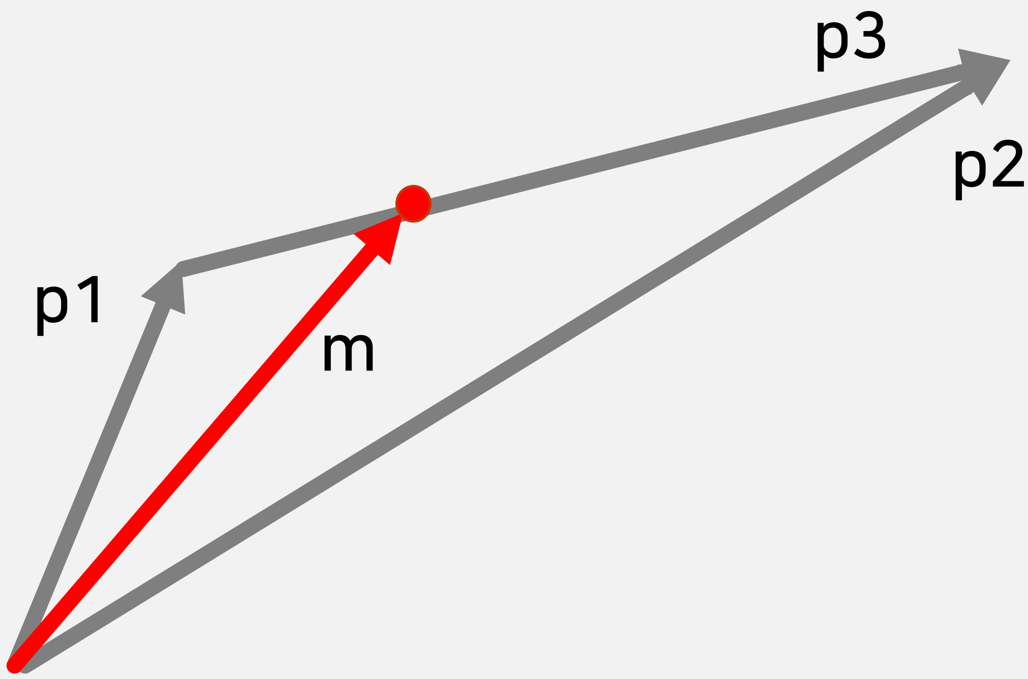
벡터 빼기도 가능함.

p3 = p2 – p1

p3 벡터 위 30% 지점의 점을 m이라고 하면, 벡터 m?



p3 벡터 위 30% 지점의 점을 m이라고 하면, 벡터 m?

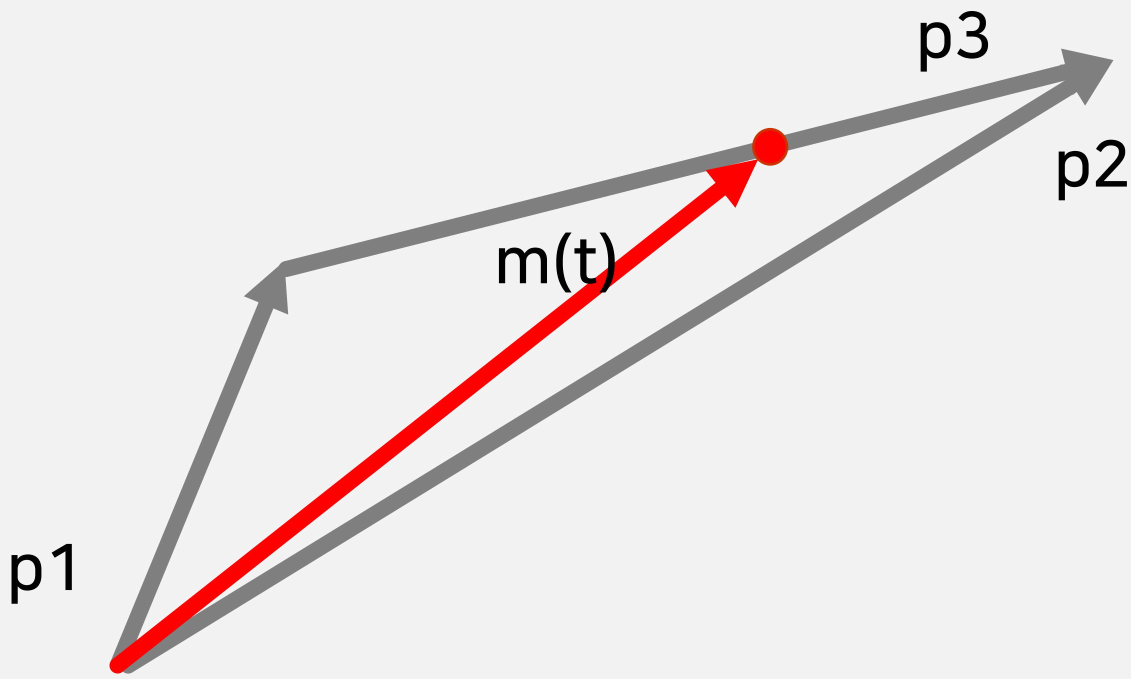


$$m = p1 + 0.3p3 = p1 + 0.3(p2 - p1) = 0.7p1 + 0.3p2$$

p3 벡터 위 t% 지점의 점을 m(t)라고 하면, 벡터 m(t)?

$$m(t) = p1 + t\ p3 = p1 + t(p2 - p1) = (1 - t)p1 + t\ p2$$

t의 범위: $0 <= t <= 1$

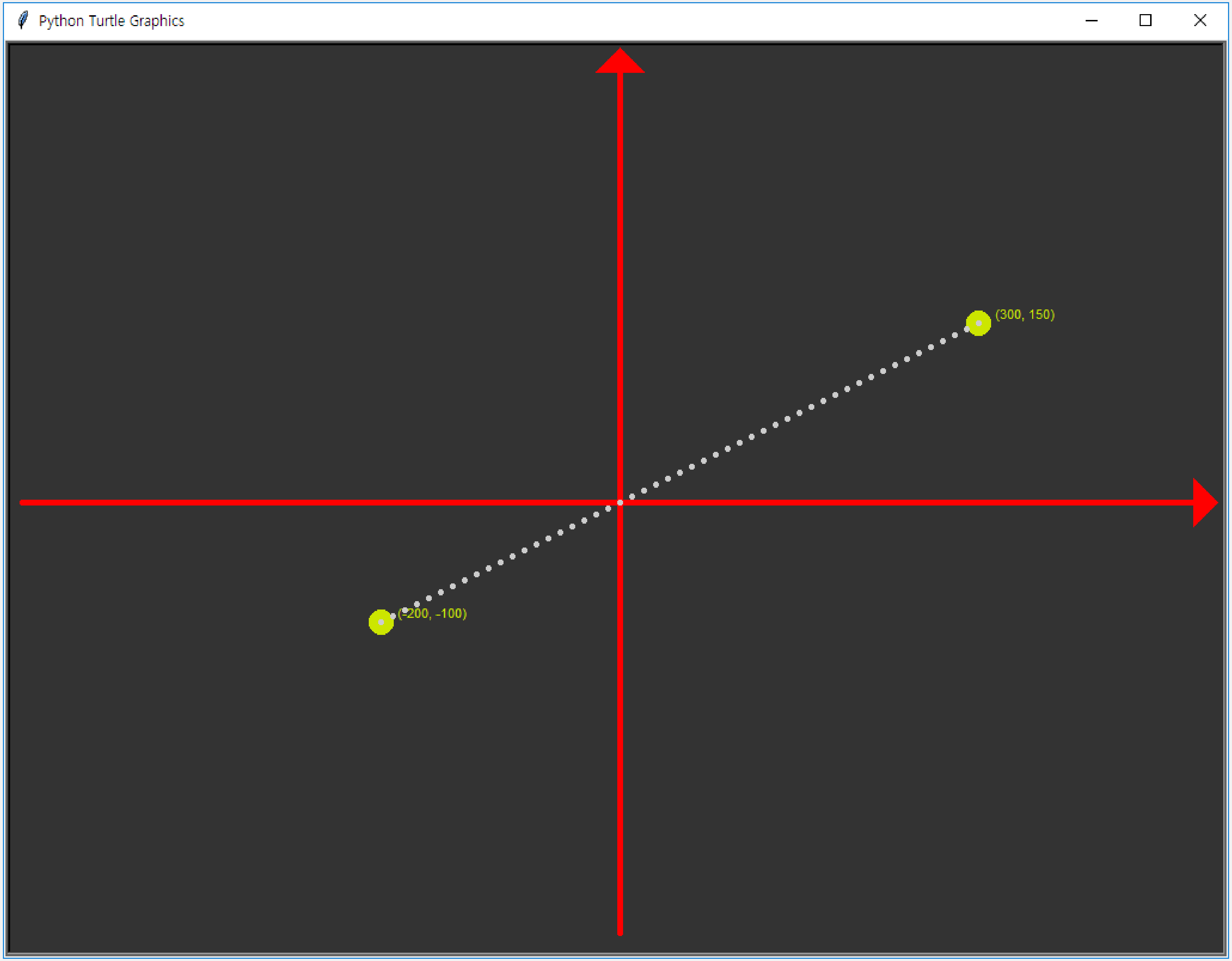


m(t)는 결국, p1과 p2를 1-t:t의 비율로 섞은 것임.

m(t)는 두 점 p1과 p2의 선형조합임.

line.py


```
def draw_line(p1, p2):
    draw_big_point(p1)
    draw_big_point(p2)

    for i in range(0, 100 + 1, 2):
        t = i / 100
        x = (1-t)*p1[0]+t*p2[0]
        y = (1-t)*p1[1]+t*p2[1]
        draw_point((x, y))

    draw_point(p2)
```


Python Turtle Graphics
(300, 150)
(-200, -100)

Parametric Representation

- 직선, 또는 곡선의 (x,y) 좌표를 공통적인 파라미터를 이용하여 표현하는 방법.
- 일반적인 수학적 표현에 비해, 컴퓨터를 이용하여 그리기가 편리함.
- 동일한 곡선에 대해, 파라미터 표현법은 여러 개 있음.

m(t) = (1 - t)*p1 + t * p2, t의 범위: 0 <= t <=1

파라미터 t로 표현

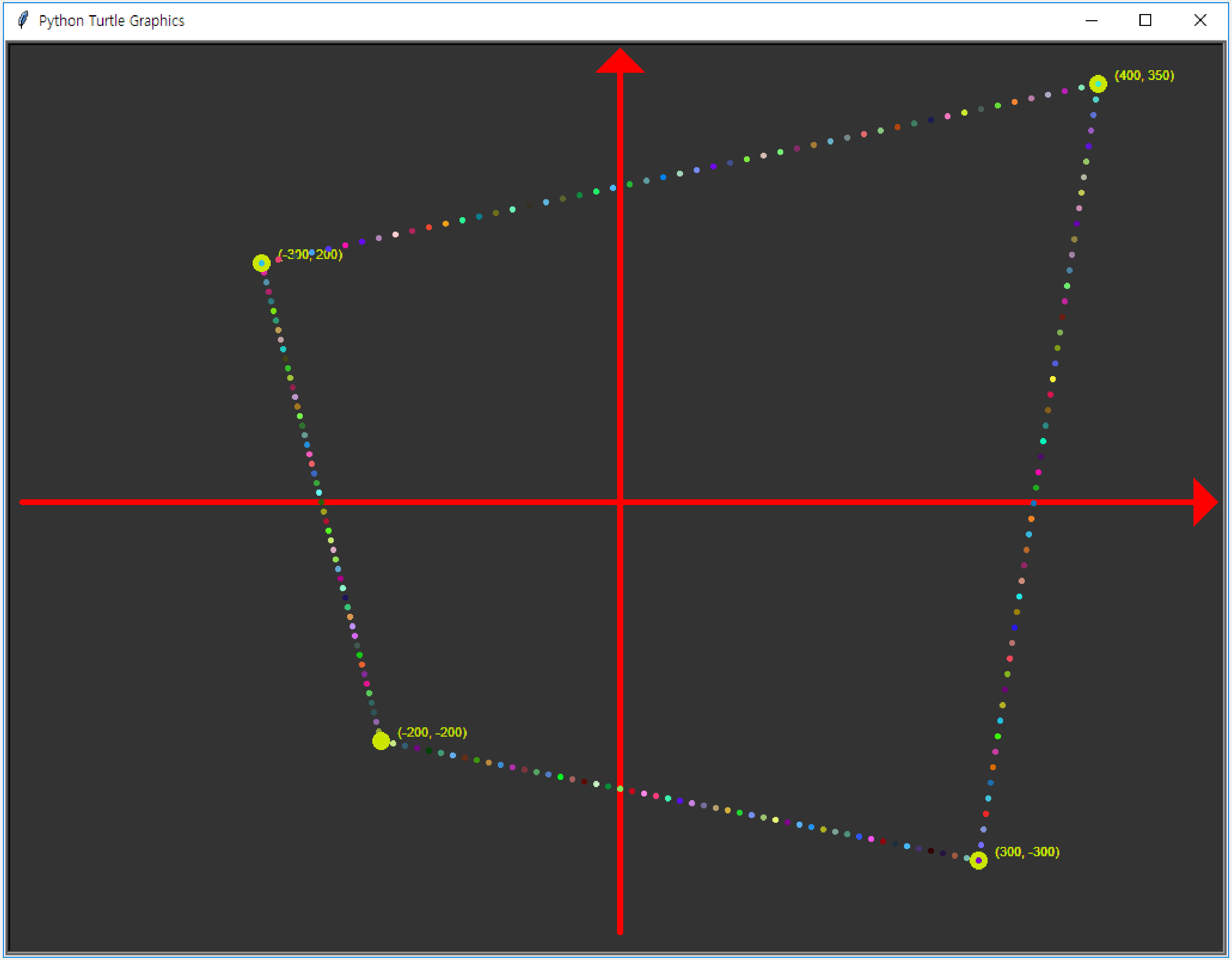
	implicit form	parametric form	
circle	$x^2 + y^2 - r^2 = 0$	$x(t) = r\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$	$y(t) = r\dfrac{2t}{1+t^2}$
ellipse	$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$x(t) = a\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$	$y(t) = b\dfrac{2t}{1+t^2}$
hyperbola	$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$x(t) = a\dfrac{1+t^2}{1-t^2}$	$y(t) = b\dfrac{2t}{1-t^2}$
parabola	$y^2 - 2px = 0$	$x(t) = \dfrac{t^2}{2p}$	$y(t) = t$

Contour type	Parametric representation
Apple shaped:	$\Gamma^{(a)} = \left\{ \dfrac{0.5 + 0.4\cos t + 0.1\sin 2t}{1 + 0.7\cos t} (\cos t,\ \sin t) : t \in [0, 2\pi] \right\}$
Circle:	$\Gamma^{(c)} = \{ c_0(\cos t,\ \sin t) : t \in [0, 2\pi] \}, c_0$: constant
Drop shaped:	$\Gamma^{(d)} = \left\{ \left(-0.5 + 0.75\sin\dfrac{t}{2},\ -0.75\sin t \right) : t \in [0, 2\pi] \right\}$
Ellipse:	$\Gamma^{(e)} = \{ (e_0 \cos t, e_1 \sin t) : t \in [0, 2\pi] \}, e_0, e_1$: constant
Kite shaped:	$\Gamma^{(k)} = \{ (\cos t + 1.3\cos^2 t - 0.8, 1.5\sin t) : t \in [0, 2\pi] \}$
Peanut shaped:	$\Gamma^{(p)} = \left\{ \sqrt{\cos^2 t + 0.25\sin^2 t} (\cos t,\ \sin t) : t \in [0, 2\pi] \right\}$
Rounded triangle:	$\Gamma^{(r)} = \{ (2 + 0.3\cos 3t)(\cos t,\ \sin t) : t \in [0, 2\pi] \}$

https://www.researchgate.net/figure/Parametric-representation-of-boundary-curves_tbl2_233628915

line.py – 여러 개의 선분 그리기


```
points = [(-300, 200), (400, 350), (300, -300), (-200, -200)]
size = len(points)
n = 1

while True:
    draw_line(points[n-1], points[n])
    n = (n + 1) % size
```


Python Turtle Graphics
(400, 350)
(-300, 200)
(-200, -200)
(300, -300)

line.py – 랜덤 선분 그리기


```
size = 6
points = [(random.randint(-500, 500), random.randint(-350, 350)) for
  i in range(size)]
```

Python List Comprehension

- 리스트를 빠르게 만들기 위한 독특한 문법 구조
- 리스트 안에 있는 데이타들을 일정한 규칙을 가지고 생성해냄.

Python 3.7.0 Shell

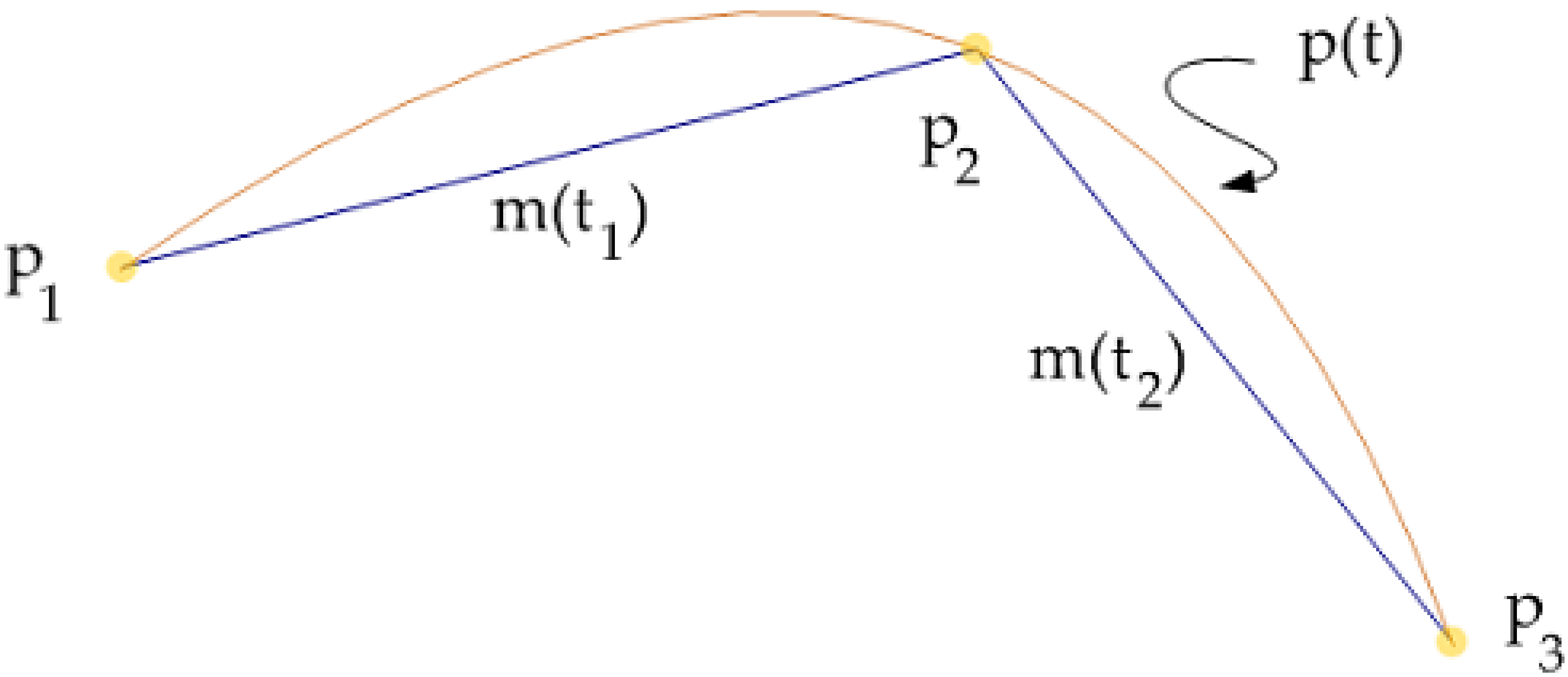
File Edit Shell Debug Options Window Help

```
>>> numbers = [n for n in range(1,10)]
>>> numbers
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
>>> even_numbers = [n for n in range(1,10+1) if n%2 == 0]
>>> even_numbers
[2, 4, 6, 8, 10]
>>> random_numbers = [random.randint(1,100) for n in range(10)]
>>> random_numbers
[52, 40, 44, 84, 73, 73, 12, 38, 49, 28]
>>>
```

Ln: 136 Col: 4

https://docs.python.org/3.3/tutorial/datastructures.html#list-comprehensions

세 개의 점을 잇는 부드러운 곡선을 어떻게 그릴까?

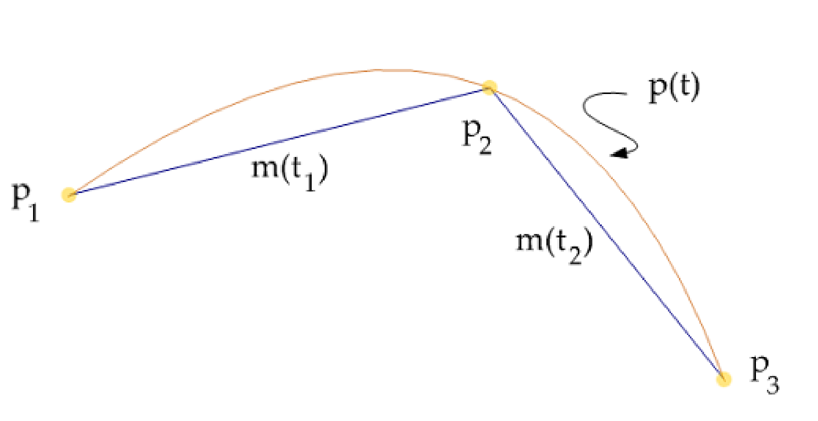


아이디어: 두개의 선분 m(t1)과 m(t2)를 1-t:t의 비율로 섞음.

$$m(t_1) = (1 - t_1)\ p_1 + t_1\ p_2$$

$$m(t_2) = (1 - t_2)\ p_2 + t_2\ p_3$$

$$\begin{aligned} p(t) &= (1 - t)\ m(t_1) + t\ m(t_2) \\ &= (1 - t)((1 - t_1)\ p_1 + t_1\ p_2)) + t\ ((1 - t_2)\ p_2 + t_2\ p_3) \end{aligned}$$



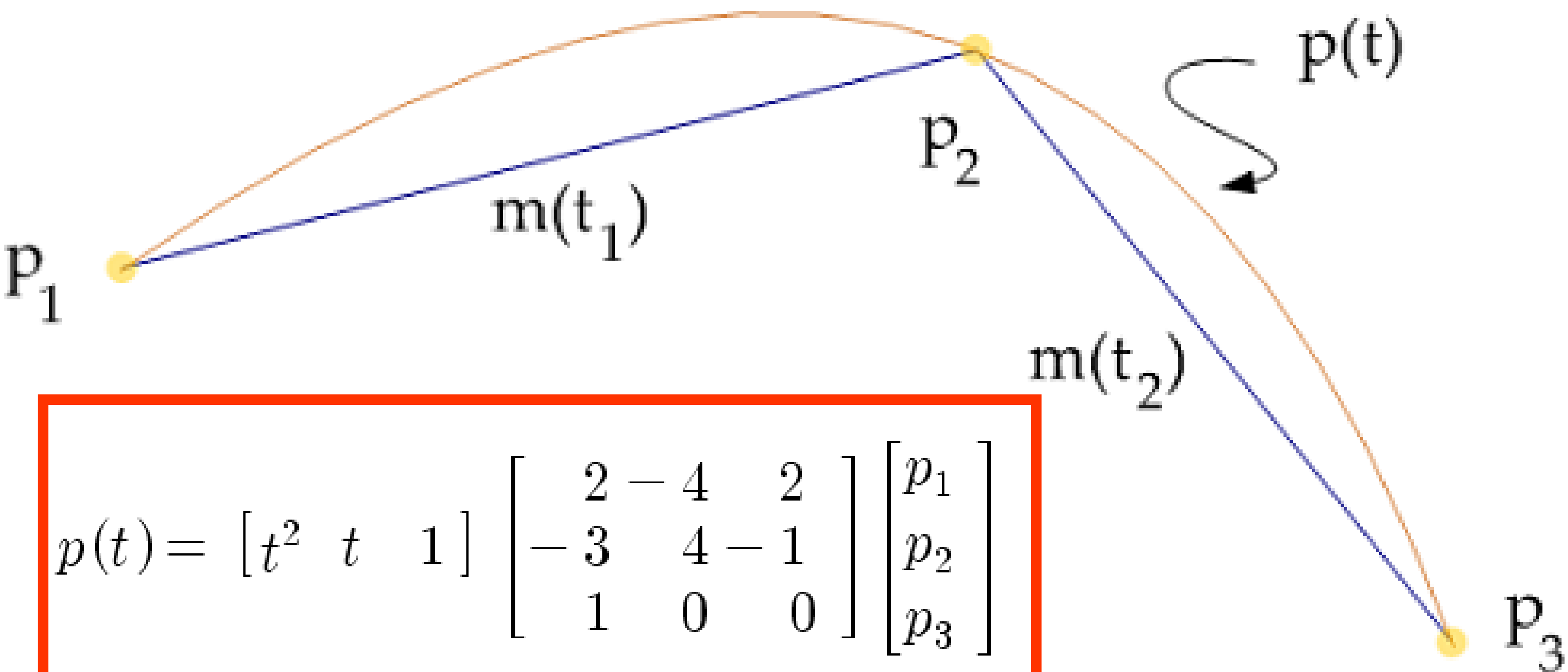
m(t1)에서 t1 = 0 인 점 p1은 p(t)로 볼 때 t = 0인 점

m(t1)에서 t1 = 1 인 점 p2는 p(t)에서 t = 1/2 인 중간점으로 간주

m(t2)에서 t2 = 0 인 점 p2는 t = 1/2

따라서 t1 = 2t, t2 = 2t -1.

카디날 스플라인(Cardinal Spline)

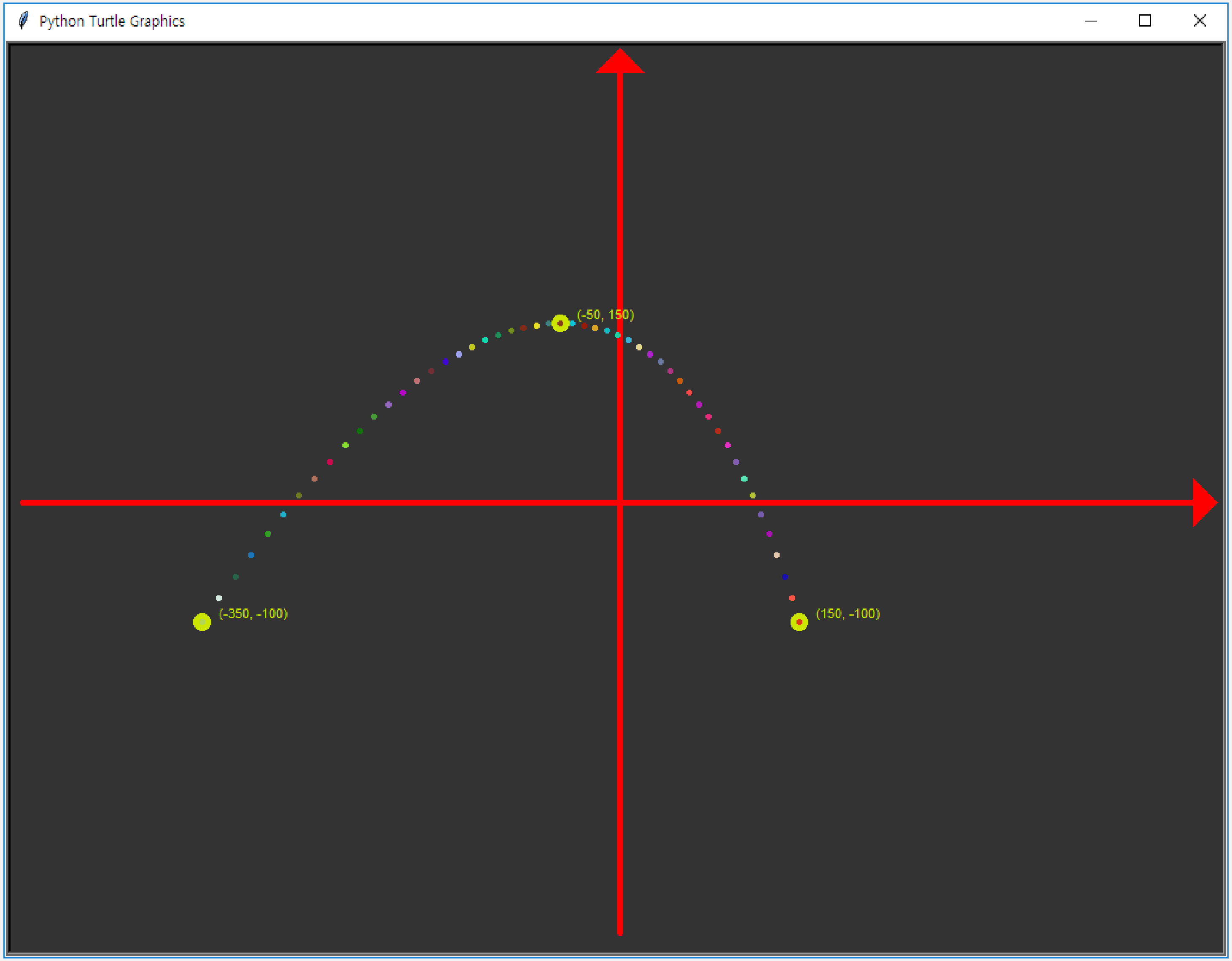


$$p(t) = \begin{bmatrix} t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

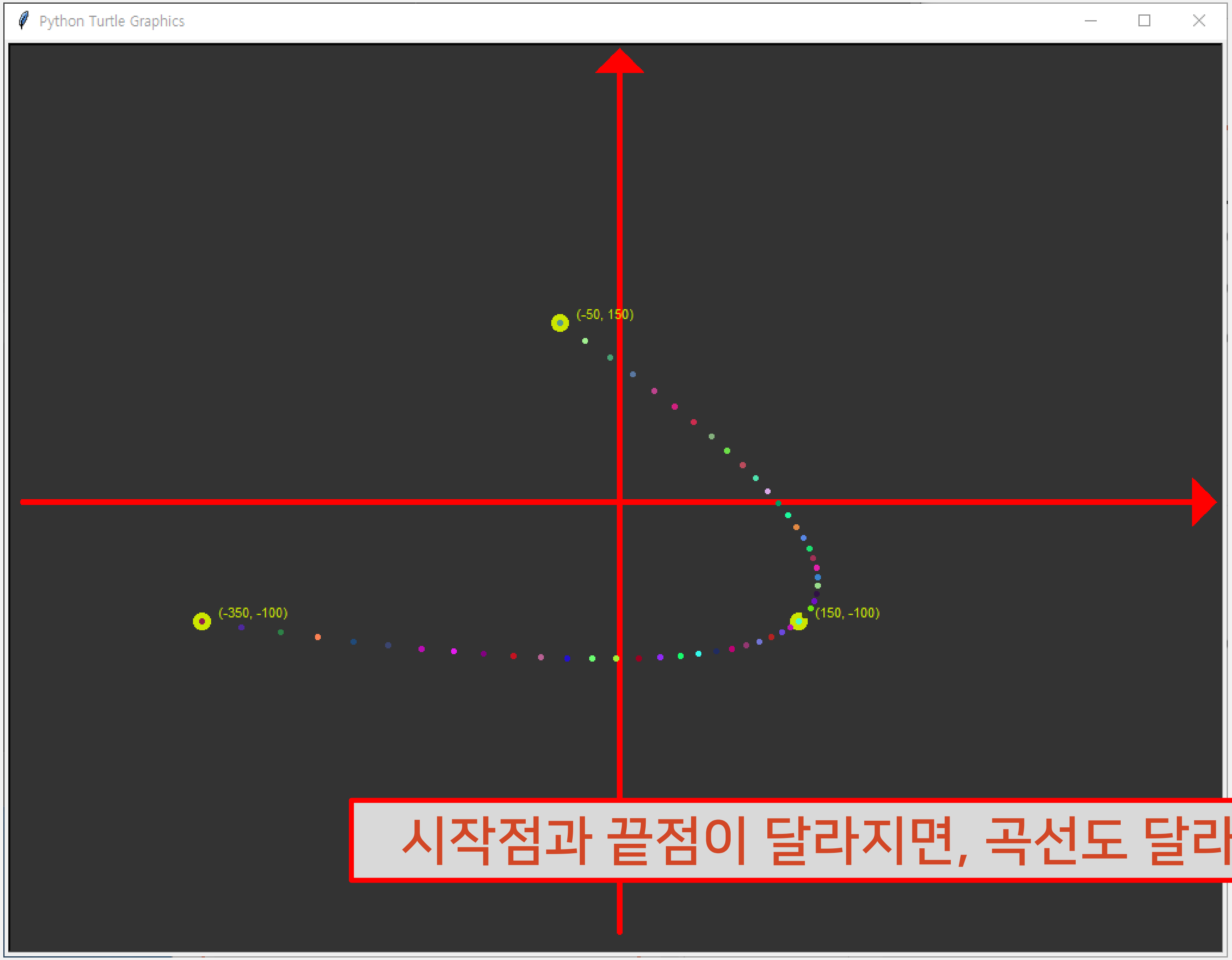
curve.py


```
def draw_curve_3_points(p1, p2, p3):
    draw_big_point(p1)
    draw_big_point(p2)
    draw_big_point(p3)

    for i in range(0, 100+1, 2):
        t = i / 100
        x = (2*t**2-3*t+1)*p1[0]+(-4*t**2+4*t)*p2[0]+(2*t**2-t)*p3[0]
        y = (2*t**2-3*t+1)*p1[1]+(-4*t**2+4*t)*p2[1]+(2*t**2-t)*p3[1]
        draw_point((x, y))

    draw_point(p3)
```

draw_curve_3_points((-350, -100), (-50, 150), (150, -100))

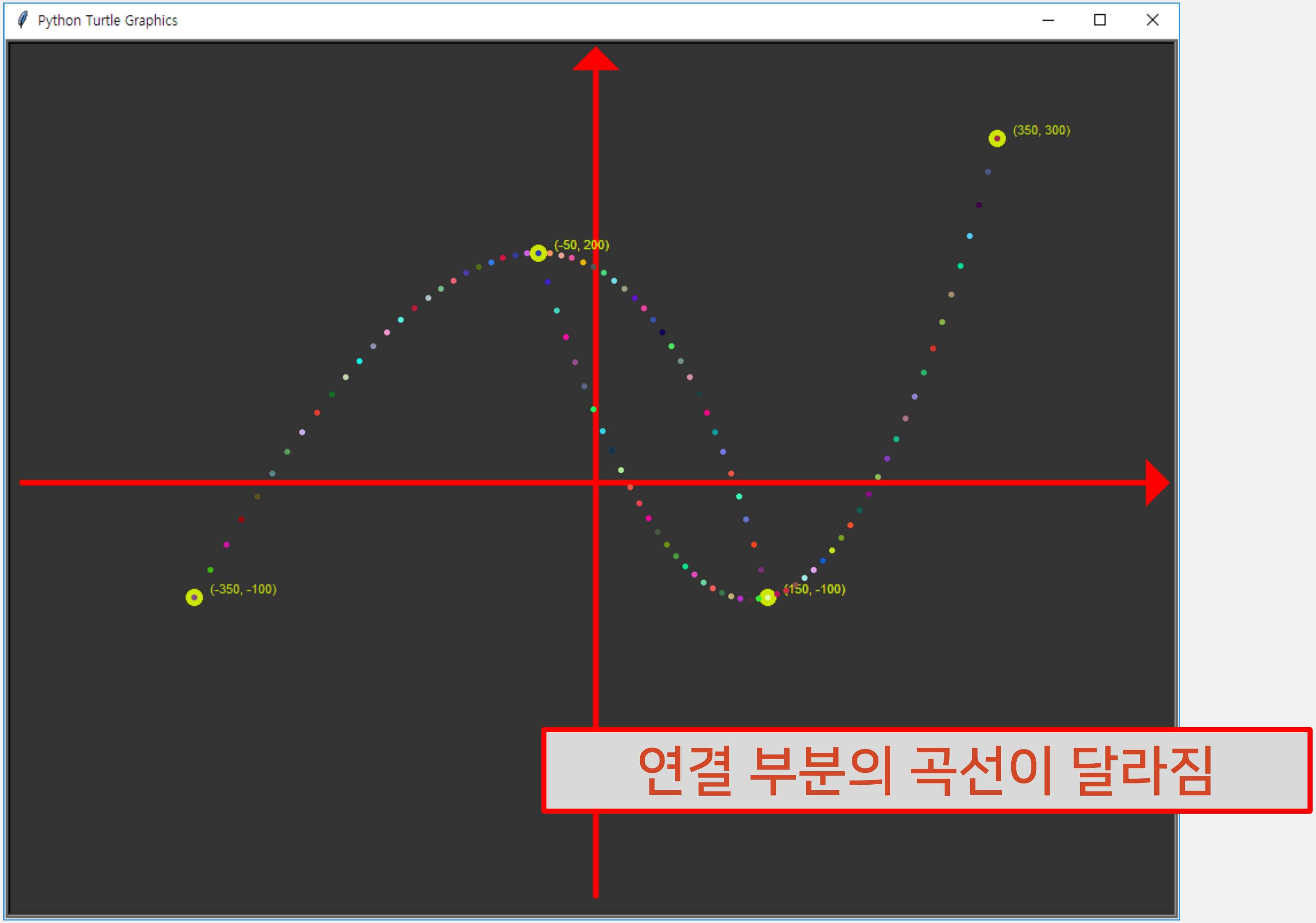


draw_curve_3_points((-50, 150), (150, -100), (-350, -100))



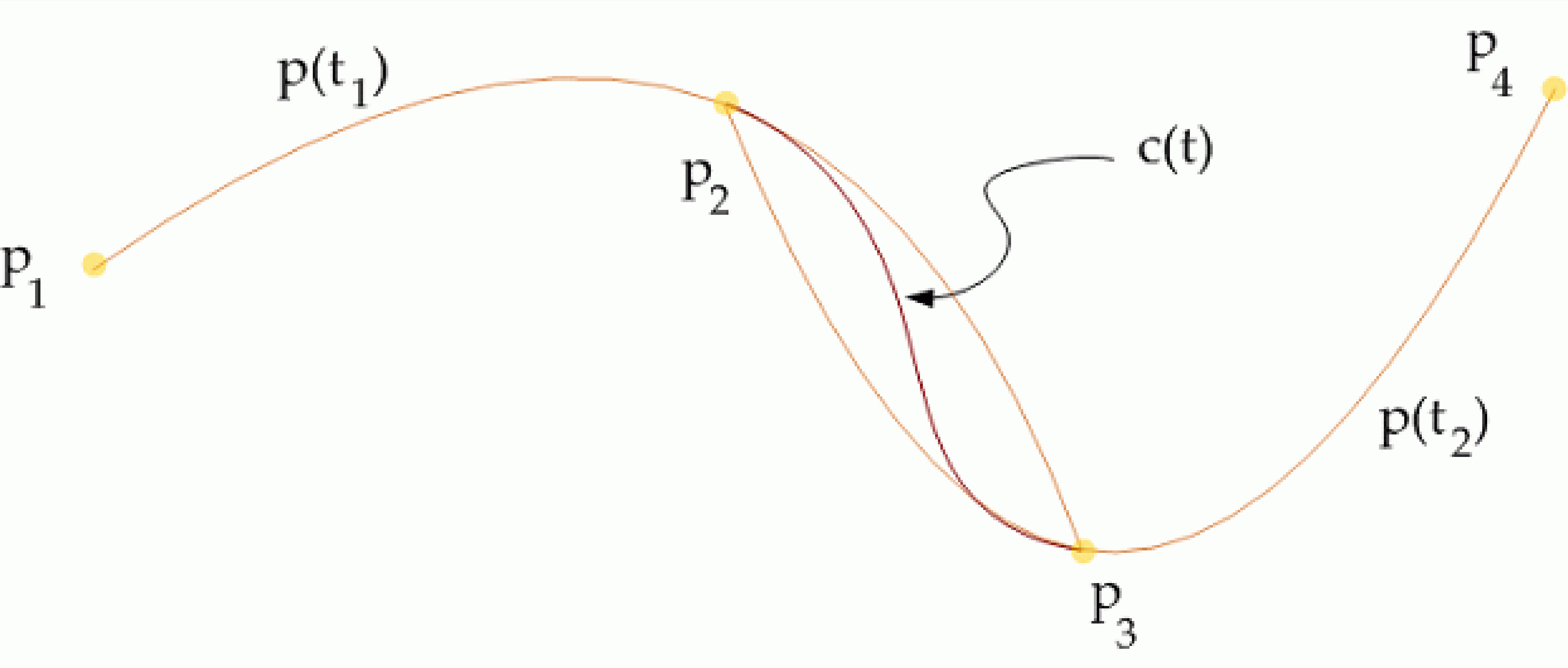
연속되는 점들 사이의 이동

draw_curve_3_points((-350, -100), (-50, 200), (150, -100))
draw_curve_3_points((-50, 200), (150, -100), (350, 300))

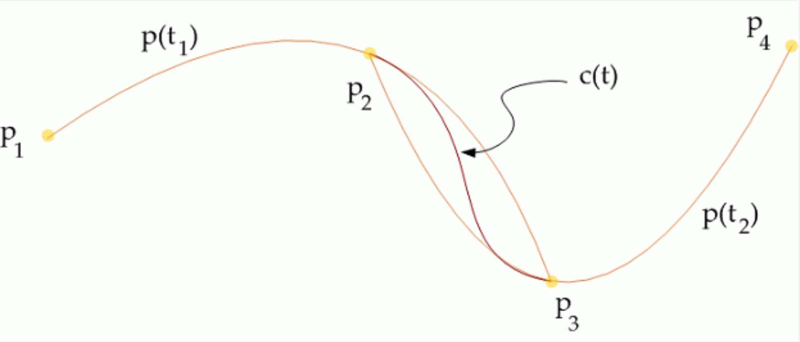


네 점을 연결하는 부드러운 곡선은?

아이디어: 두개의 곡선 p(t1)과 p(t2)를 1-t:t의 비율로 섞음.



$$
\begin{aligned}
c(t) &= (1-t)p(t_1) + tp(t_2) \\
&= \frac{1}{2}((-t^3+2t^2-t)p_1 + (3t^3-5t^2+2)p_2 + (-3t^3+4t^2+t)p_3 + (t^3-t^2)p_4) \\
&= \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} \qquad (0 \le t \le 1) \\
&= T \; M_c \; P
\end{aligned}
$$



곡선 c(t)는 p2-p3 구간에서만 정의됨.

점 네개가 주어질 때, 가운데 두점
사이에서만 정의됨.

curve.py

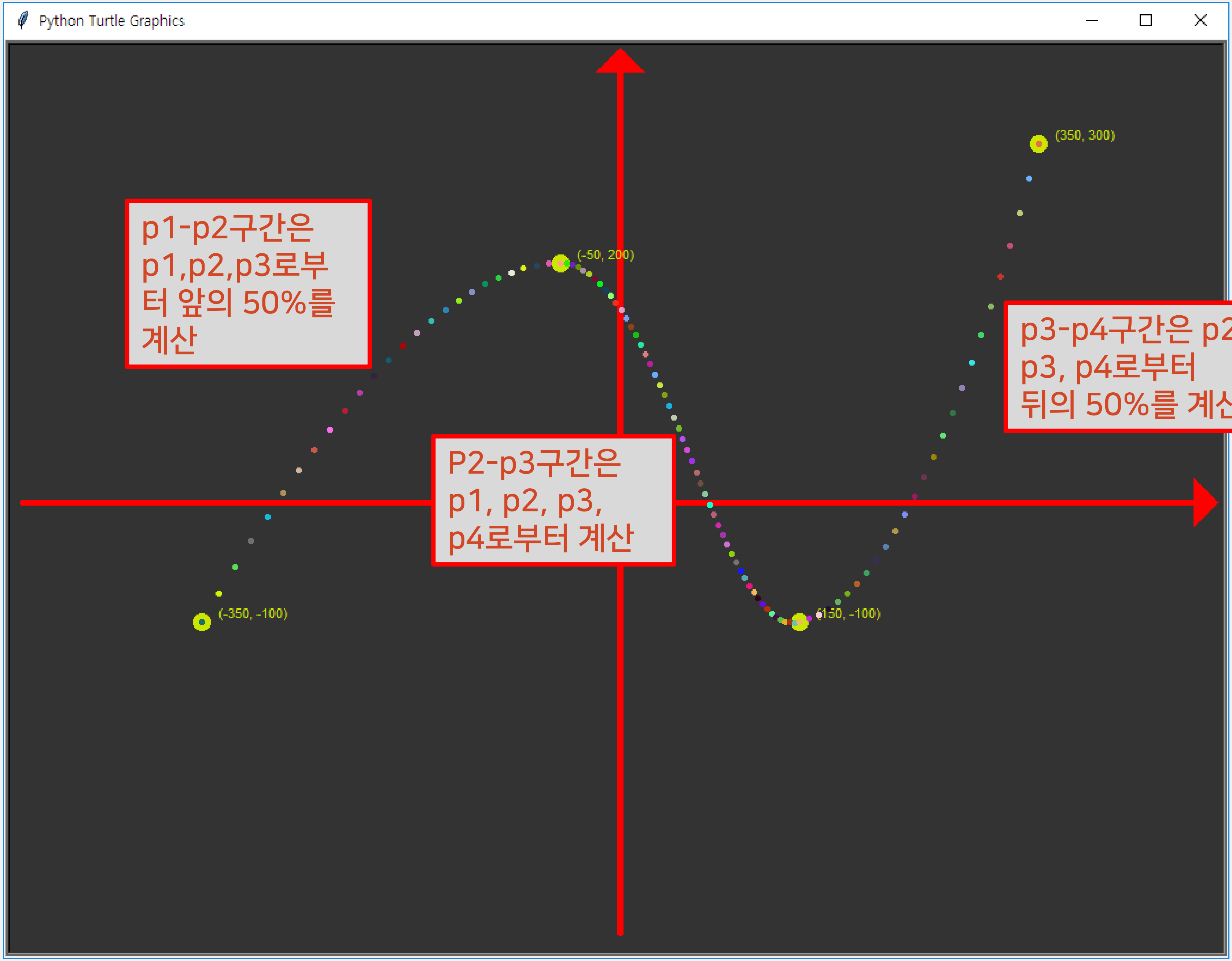

```
def draw_curve_4_points(p1, p2, p3, p4):
    draw_big_point(p1)
    draw_big_point(p2)
    draw_big_point(p3)
    draw_big_point(p4)

    # draw p1-p2
    for i in range(0, 50, 2):
        t = i / 100
        x = (2*t**2-3*t+1)*p1[0]+(-4*t**2+4*t)*p2[0]+(2*t**2-t)*p3[0]
        y = (2*t**2-3*t+1)*p1[1]+(-4*t**2+4*t)*p2[1]+(2*t**2-t)*p3[1]
        draw_point((x, y))
    draw_point(p2)

    # draw p2-p3
    for i in range(0, 100, 2):
        t = i / 100
        x = ((-t**3 + 2*t**2 - t)*p1[0] + (3*t**3 - 5*t**2 + 2)*p2[0] + (-3*t**3 + 4*t**2 + t)*p3[0] +
   (t**3 - t**2)*p4[0])/2
        y = ((-t**3 + 2*t**2 - t)*p1[1] + (3*t**3 - 5*t**2 + 2)*p2[1] + (-3*t**3 + 4*t**2 + t)*p3[1] +
   (t**3 - t**2)*p4[1])/2
        draw_point((x, y))
    draw_point(p3)

    # draw p3-p4
    for i in range(50, 100, 2):
        t = i / 100
        x = (2*t**2-3*t+1)*p2[0]+(-4*t**2+4*t)*p3[0]+(2*t**2-t)*p4[0]
        y = (2*t**2-3*t+1)*p2[1]+(-4*t**2+4*t)*p3[1]+(2*t**2-t)*p4[1]
        draw_point((x, y))
    draw_point(p4)
```

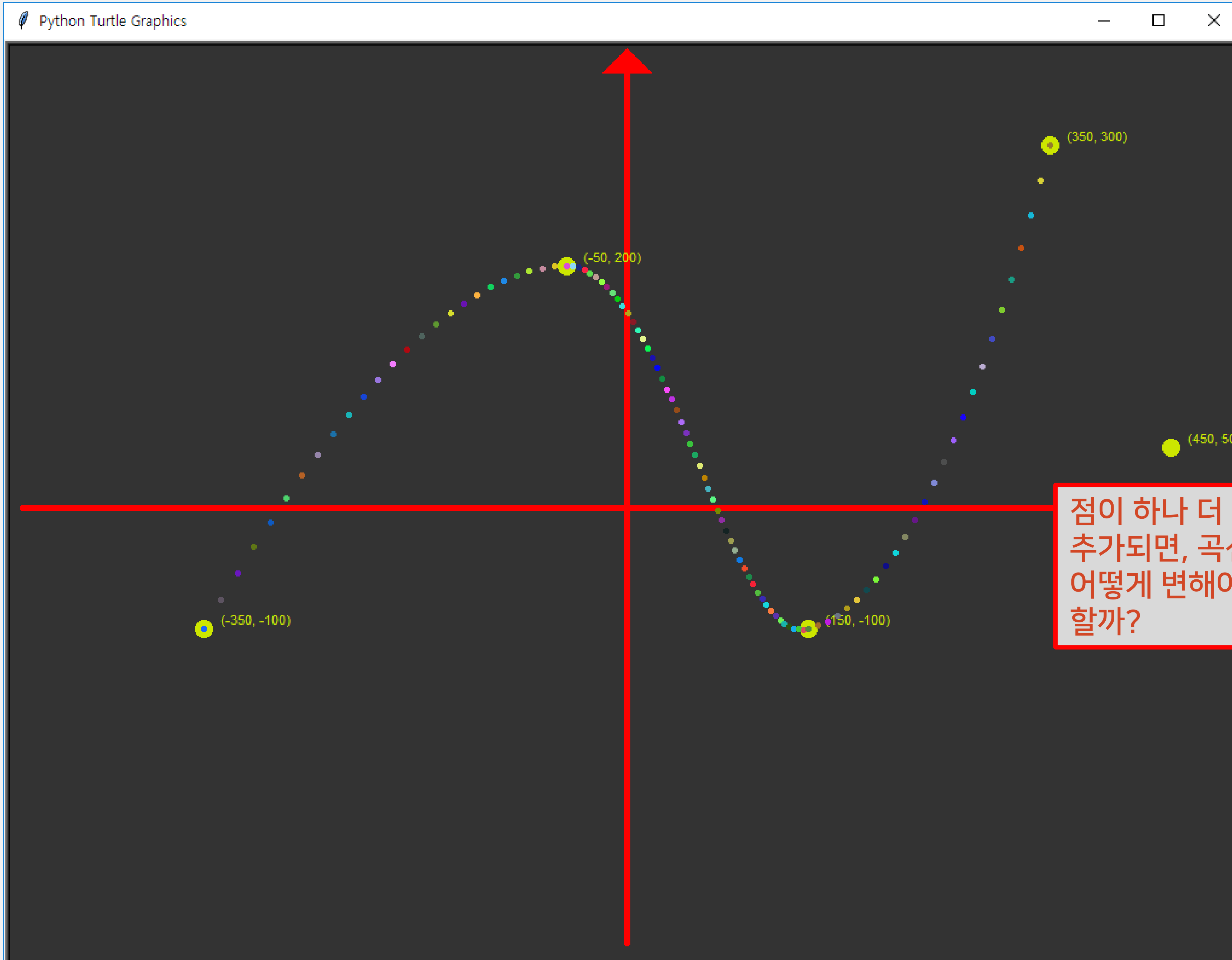
p1-p2구간은 p1,p2,p3로부터 앞의 50%를 계산

P2-p3구간은 p1, p2, p3, p4로부터 계산

p3-p4구간은 p2, p3, p4로부터 뒤의 50%를 계산

draw_curve_4_points((-350, -100), (-50, 200), (150, -100), (350, 300))





점이 하나 더 추가되면, 곡선이 어떻게 변해야 할까?