Formulario de Álgebra I

Teoría de Conjuntos

Leyes de Operaciones con Conjuntos.

Leyes de Idempotencia: $A \cup A = A$;

$A \cap A = A$;

Leyes Asociativas: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

Leyes Conmutativas: $A \cup B = B \cup A$;

$A \cap B = B \cap A$;

Leyes Distributivas: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

Leyes de Identidad: $A \cup \emptyset = A$;

$A \cap U = A$;

$A \cup U = U$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

Leyes de Complemento: $A \cup A^C = U$;

$A \cap A^C = \emptyset$;

$A \cap B^C = A - B$;

$\emptyset^C = U$;

$U^C = \emptyset$;

$(A^C)^C = A$

Leyes de Absorción: $A \cup (A \cap B) = A$;

$A \cap (A \cup B) = A$;

$A \cup (A^C \cap B) = A \cup B$;

$A \cap (A^C \cup B) = A \cap B$;

Leyes de De Morgan: $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$;

$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$;

Diferencia: $A - B = A \cap B^C$;

$A - (A \cap B) = A - B$;

$(A - B) \cup B = A \cup B$

$A \cap (A - B) = A - B$;

$(A \cap B) - B = \emptyset$

$(A \cup B) - B = A - B$

$(A - B) \cap B = \emptyset$

Diferencia Simétrica: $A \veebar B = (A - B) \cup (B - A)$;

$A \veebar B = (A \cap B^C) \cup (B \cap A^C)$;

$A \veebar B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^C$;

$A \veebar B = (A \cup B) \cap (A^C \cup B^C)$;

Cardinal de un Conjunto

Unión: $\eta(A \cup B) = \eta(A) + \eta(B) - \eta(A \cap B)$

Unión Disjunta: $\eta(A \cup B) = \eta(A) + \eta(B)$

Diferencia: $\eta(A - B) = \eta(A) - \eta(A \cap B)$

Diferencia Simétrica: $\eta(A \veebar B) = \eta(A \cup B) - \eta(A \cap B)$

Relaciones Binarias y Funciones

Relaciones Binarias

Producto Cartesiano: $A \times B \leftrightarrow \{(a,b)/(a \in A) \wedge (b \in B)\}$

Relación: $x\ R\ y \leftrightarrow R \subset A \times B$

Dominio de R: $D(R) \leftrightarrow \{x \in A/(x,y) \in R\}$

Imagen de R: $I(R) \leftrightarrow \{y \in B/(x,y) \in R\}$

Relación Inversa: $R^{-1} = \{(y,x)/(x,y) \in R\}$

Composición: $S \circ R \leftrightarrow \{(x,z)/\exists y \in B \wedge (x,y) \in R \wedge (y,z) \in S\}$

Funciones

Composición de Funciones: $f \circ g = f(g(x)) \rightarrow f \circ g \neq g \circ f$

$$f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$$

Función Inyectiva: $x_1 = x_2$

$$f: A \rightarrow B \ \leftrightarrow \{\forall x_1 \forall x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2\}$$

Función Sobreyectiva: $f(x) = y$

$$f: A \rightarrow B \ \leftrightarrow \{\forall y \in B, \exists x \in A/f(x) = y\}$$

Lógica

Leyes Lógicas.

Leyes de Idempotencia: $p \vee p = p$;

$p \wedge p = p$;

Leyes Conmutativas: $p \vee q = q \vee p$;

$p \wedge q = q \wedge p$;

$p \leftrightarrow q = q \leftrightarrow p$;

Leyes Asociativas: $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$;

$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$;

$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r = p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$;

Leyes Distributivas: $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$;

$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$;

$p \rightarrow (q \vee r) = (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$;

$p \rightarrow (q \wedge r) = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$;

Leyes de Identidad: $p \vee 0 = p$;

$p \wedge 0 = 0$;

$p \vee 1 = 1$;

$p \wedge 1 = p$;

Leyes de Complemento: $\sim 0 = 1$;

$\sim 1 = 0$;

$\sim(\sim p) = p$;

$p \vee \sim p = 1$;

$p \wedge \sim p = 0$;

Leyes de Absorción: $p \vee (\sim p \wedge q) = p \vee q$;

$p \wedge (\sim p \vee q) = p \wedge q$;

$p \vee (p \wedge q) = p$;

$p \wedge (p \vee q) = p$;

Leyes de De Morgan: $\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$;

$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$;

Leyes de Transposición: $p \rightarrow q = \sim q \rightarrow \sim p$;

$p \leftrightarrow q = \sim q \leftrightarrow \sim p$;

Leyes de Exportación: $(p \wedge q) \rightarrow r = p \rightarrow (q \rightarrow r)$;

Equivalencia Material: $p \rightarrow q = \sim p \vee q$;

$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$;

$p \leftrightarrow q = (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$;

$p \veebar q = (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$;

$p \veebar q = (\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge p)$;

$p \veebar q = \sim(p \leftrightarrow q)$;

Tablas de Valores de Verdad.

Conjunción $\wedge$:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Disyunción $\vee$:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Implicación $\rightarrow$:

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Doble Implicación $\leftrightarrow$:

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Disyunción Exclusiva $\veebar$:

p	q	$p \veebar q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Negación $\sim$:

p	$\sim p$
1	0
0	1

Reglas de Inferencia.

Modus Ponens:

1. $p \rightarrow q$
2. p

$\therefore\ q$

Modus Tollens:

1. $p \rightarrow q$
2. $\sim q$

$\therefore \sim p$

Silogismo Hipotético:

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$

$\therefore\ p \rightarrow r$

Silogismo Disyuntivo:

1. $p \vee q$; 1. $p \vee q$
2. $\sim p$; 2. $\sim q$

$\therefore\ q$; $\therefore\ p$

Conjunción:

1. p
2. q

$\therefore\ p \wedge q$

Simplificación:

1. $p \wedge q$

$\therefore\ p$

$\therefore\ q$

Adición:

1. p

$\therefore\ p \vee x$

Reducción al Absurdo:

1. $p \rightarrow (q \wedge \sim q)$

$\therefore \sim p$

Silogismo Constructivo:

1. $p \rightarrow q$
2. $r \rightarrow s$
3. $p \vee r$

$\therefore\ q \vee s$

Silogismo Destructivo:

1. $p \rightarrow q$
2. $r \rightarrow s$
3. $\sim q \vee \sim s$

$\therefore\ \sim p \vee \sim r$

Exportación:

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$

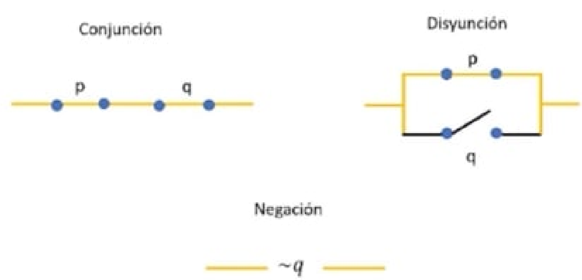
$\therefore\ p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Importación:

1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

$\therefore\ (p \wedge q) \rightarrow r$

Circuito Lógico.



Leyes de Composición y Estructuras Algebraicas

Leyes de Composición Interna.

$*,\circ\ son\ una\ LCI\ en\ A \leftrightarrow *,\circ\ A \times A \to A\ \to a \in A \land b \in A\ \to (a * b)\ \lor (a \circ b) \in A$

Propiedades de las Leyes de Composición Interna $(*,\circ)$:

(1) Asociatividad: $(a * b) * c = a * (b * c)$

(2) Conmutatividad: $a * b = b * a$

(3) Existencia de Elemento Neutro: $e * a = a \to a * e = a$

(4) Existencia de Elemento Inverso $\exists e \to \exists a^{-1}$:

$a^{-1} * a = e \to a * a^{-1} = e$

(5) Regularidad de un Elemento Respecto de una Ley Interna:

$a * b = a * c \to b = c\ \land\ b * a = c * a \to b = c$

(6) Distributividad de una Ley de Composición Interna respecto de otra:

$a \circ (b * c) = (a \circ b) * (a \circ c) \land (b * c) \circ a = (b \circ a) * (c \circ a) \leftrightarrow (a, b, c) \in$ A

Leyes de Composición Externa.

$*,\circ\ son\ una\ LCE\ en\ A\ /\ \exists\ \ operadores\ en\ K \leftrightarrow *,\circ \exists\ /\ K \times A \to A$

Estructuras Algebraicas.

$\boldsymbol{Semigrupo}: Cumple\ (1), (2) \to Semigrupo\ Conmutativo;$
$Cumple\ además\ (3) \to Tiene\ Unidad.$
$\boldsymbol{Grupo}: Cumple\ (1), (2), (4) \to Grupo;$
$Cumple\ además\ (3) \to Grupo\ Abeliano\ Conmutativo$
$\boldsymbol{Anillo}: Es\ Grupo\ Abeliano\ (A,*) \land Semigrupo\ (A,\circ) \land$
$Cumple\ (6)(A,*,\circ)$
$\boldsymbol{Cuerpo}: Es\ Grupo\ Abeliano\ (A,*) \land \big((A,\circ)\ sin\ cumplir\ (3)\big) \land$
$Cumple\ (6)(A,*,\circ)$

Álgebra de Boole

Leyes del Álgebra de Boole

Leyes de Idempotencia: $x + x = x;$

$$x \cdot x = x;$$

Leyes Conmutativas: $x + y = y + x;$

$$x \cdot y = y \cdot x;$$

Leyes Asociativas: $(x + y) + z = x + (y + z);$

$$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z);$$

Leyes Distributivas: $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z);$

$$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z);$$

Leyes de Identidad: $x + 0 = x;$

$$x \cdot 0 = 0;$$

$$x + 1 = 1;$$

$$x \cdot 1 = x;$$

Leyes de Complemento: $\overline{0} = 1;$

$$\overline{1} = 0;$$

$$\overline{\overline{x}} = x;$$

$$x + \overline{x} = 1;$$

$$x \cdot \overline{x} = 0;$$

Leyes de Absorción: $x + (\overline{x} \cdot y) = x + y;$

$$x \cdot (\overline{x} + y) = x \cdot y;$$

$$x + (x \cdot y) = x;$$

$$x + (x \cdot y) = x;$$

Leyes de De Morgan: $\overline{(x + y)} = \overline{x} \cdot \overline{y};$

$$\overline{(x \cdot y)} = \overline{x} + \overline{y};$$

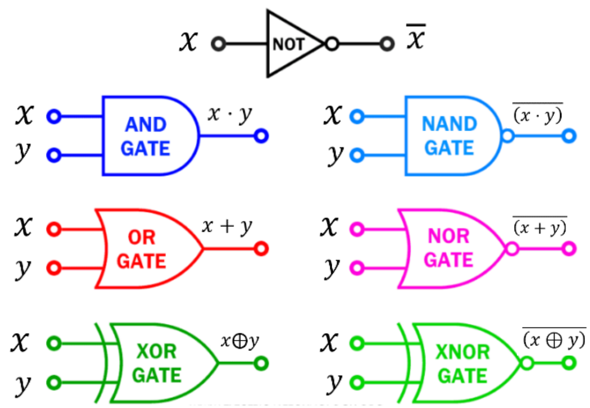
Equivalencia Material: $x \oplus y = (x + y) \cdot (\overline{x} + \overline{y});$

$$x \oplus y = (\overline{x} \cdot y) + (\overline{y} \cdot x);$$

Formas Normales Disyuntiva y Conjuntiva

$\boldsymbol{f.n.d.(1)} \leftrightarrow f(x, y, \dots) = \sum(n_1, n_2, \dots) \rightarrow$
$f(x, y, \dots, \dots) = (x \cdot y \cdot \dots) + (x \cdot y \cdot \dots)$
$\boldsymbol{f.n.c.(0)} \leftrightarrow f(x, y, \dots) = \prod(n_1, n_2, \dots) \rightarrow$
$f(x, y, \dots, \dots) = (x + y + \cdots) \cdot (x + y +\cdot \dots)$

Redes de Puertas Lógicas



Mapas de Karnaugh

Tabla para 2 Variables de Entrada

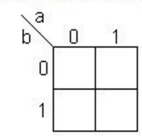


Tabla para 3 Variables de Entrada

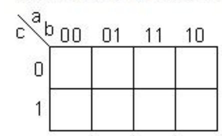


Tabla para 4 Variables de Entrada

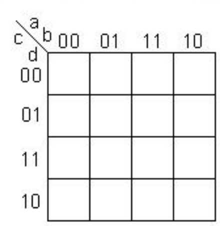


Tabla para 5 Variables de Entrada