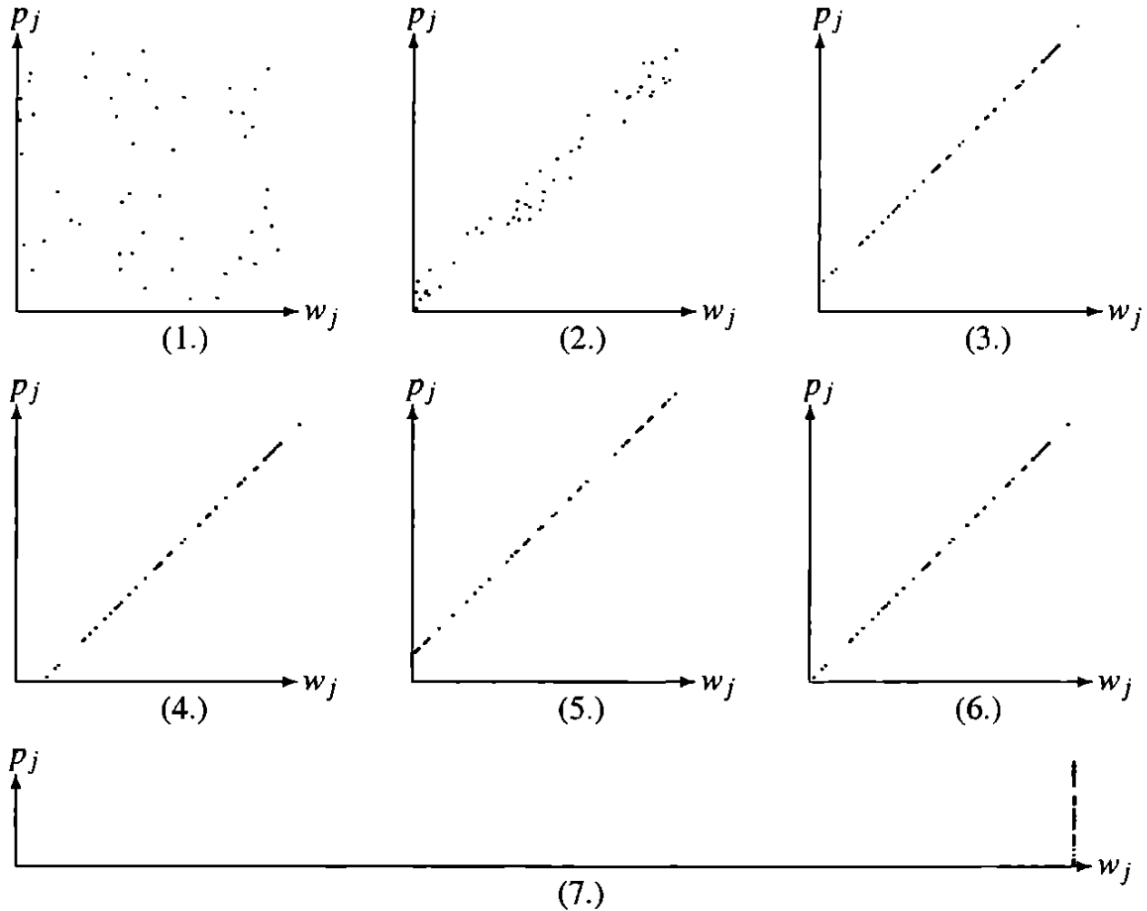


**Problem 1.** *Phân loại, phân tích các nhóm Test Instances*

Để có cái nhìn tổng quan về hiệu suất thuật toán knapsack, chúng ta sẽ thực hiện thí nghiệm trên 13 bộ test instance được giới thiệu tại section 5.5 trong quyển Hans Kellerer - Ulrich Pferschy David Pisinger Knapsack Problems.

Trong tất cả các trường hợp, trọng lượng mỗi món đồ được phân phối đều trong một khoảng  $R = 1000$  và  $10000$ . Giá trị được biểu diễn dưới dạng một hàm phụ thuộc vào trọng lượng, tạo ra các đặc tính cụ thể của mỗi nhóm. Các nhóm trường hợp được minh họa trong Hình 1.



Hình 1: Classical test instances. (1.) Uncorrelated instances. (2.) Weakly correlated instances. (3.) Strongly correlated instances. (4.) Inverse strongly correlated instances. (5.) Almost strongly correlated instances. (6.) Subset sum instances. (7.) Uncorrelated instances with similar weights. Note that instances (3.) and (5.) look very similar since the extra “noise” in almost strongly correlated instances is very small.

### 1. Uncorrelated data instances (00Uncorrelated)

$W_j$  và  $p_j$  được chọn ngẫu nhiên trong  $[1, R]$ . Trong những trường hợp này, không có sự tương quan giữa giá trị và trọng lượng của một mặt hàng. Các trường hợp này minh họa những tình huống mà việc giả định rằng giá trị không phụ thuộc vào trọng lượng là hợp lý. Các trường hợp không tương quan này thường dễ giải quyết, vì có sự biến thiên lớn giữa giá trị và trọng lượng.

### 2. Weakly correlated instances (01WeaklyCorrelated)

Trọng lượng  $w_j$  được chọn ngẫu nhiên trong  $[1, R]$  và giá trị  $p_j$  trong  $[w_j - R/10, w_j + R/10]$  sao cho  $p_j \geq 1$ . Mặc dù có tên là Weakly correlated, các trường hợp này có một tương quan rất cao giữa giá trị và trọng lượng của một mặt hàng. Thông thường, giá trị chênh lệch so với trọng lượng chỉ là một vài phần trăm.

### 3. Strongly correlated instances (02StronglyCorrelated)

Các trường hợp dữ liệu tương quan mạnh: trọng lượng  $w_j$  được phân phối trong  $[1, R]$  và  $p_j = W_j + R/10$ . Những trường hợp như vậy tương ứng với tình huống trong thực tế.

**4. Inverse strongly correlated (03InverseStronglyCorrelated)**  $p_j$  được phân phối trong khoảng  $[1, R]$  và  $w_j = p_j + R/10$ . Đây là trường hợp tương tự nhưng ngược lại so với Strongly correlated.

### 4. Almost strongly correlated (04AlmostStronglyCorrelated)

$w_j$  được phân phối trong khoảng  $[1, R]$  và  $p_j$  nằm trong khoảng  $[w_j + R/10 - R/500, w_j + R/10 + R/500]$ .

### 5. Subset sum (05SubsetSum)

$w_j$  được phân phối ngẫu nhiên trong đoạn  $[1, R]$  và  $p_j = w_j$ . Đây là tình huống mà giá trị bằng (hoặc tỉ lệ thuận) với cân nặng của món hàng.

### 6. Uncorrelated with similar weights (06UncorrelatedWithSimilarWeights)

$w_j$  nằm trong khoảng  $[100000, 100100]$  và  $p_j$  thì nằm trong khoảng  $[1, 1000]$ .

### 7. Spanner instance

Tất cả món hàng là bội của một nhóm nhỏ các món hàng – vì thế nên mới có tên spanner (không gian sinh). Ta có hàm  $span(v, m)$  được định nghĩa bởi 3 tham số:

1.  $v$ : kích thước của tập spanner.
2.  $m$ : giới hạn của bội số.
3. Loại phân phối (uncorrelated, weakly correlated, strongly correlated, etc.).

Một tập hợp gồm  $v$  món hàng được khởi tạo với cân nặng nằm trong khoảng  $[1, R]$  và giá trị thì tuân theo phân phối. Món hàng  $(p_k, w_k)$  trong không gian sinh được chọn và chuẩn hóa bằng cách chia  $p$  và  $w$  với  $m + 1$ . Bội số  $a$  được chọn ngẫu nhiên trong khoảng  $[1, m]$ , vì thế ta sẽ có món hàng mới với giá trị và cân nặng lần lượt là  $(a \times p_k, a \times w_k)$ .

Trong 3 tập *07SpannerUncorrelated*, *08SpannerWeaklyCorrelated* và *09Spanner*, ta chọn  $v = 2$  và  $m = 10$ .

### 8. Multiple strongly correlated (10MultipleStronglyCorrelated)

Gồm 3 tham số là  $k1$ ,  $k2$  và  $d$ . Cân nặng của các món hàng được phân phối ngẫu nhiên trong khoảng  $[1, R]$ . Nếu  $w_j$  chia hết cho  $d$  thì  $p_j = w_j + k1$ , ngược lại thì  $p_j = w_j + k2$ . Trong instance này,  $k1 = 3 \times R/10$ ,  $k2 = 2 \times R/10$  và  $d = 6$ .

### 9. Profit Ceiling (11ProfitCeiling)

Mọi giá trị  $p$  đều là bội số của một tham số  $d$  cho trước. Cân nặng  $w$  được phân phối ngẫu nhiên trong khoảng  $[1, R]$  và  $p_j = d \left\lceil \frac{w_j}{d} \right\rceil$ . Trong đây ta chọn  $d = 3$ .

#### 10. Circle (12Circle)

Giá trị  $p$  được sinh theo một hàm phụ thuộc vào cân nặng  $w$  dưới dạng phương trình đường tròn (ellipsis). Cân nặng được phân phối đều theo khoảng  $[1, R]$  và với mỗi  $w$  ta sẽ có một giá trị tương ứng  $p = d\sqrt{4R^2 - (w - 2R)^2}$ .

#### Problem 2. Lập bảng kết quả

Tiến hành load từng test instances và chạy thực nghiệm. Lưu ý, mỗi test case chỉ chạy tối đa 30s (set\_time\_limit) và ở mỗi range thuộc một nhóm và size nhất định sẽ chỉ chạy 2 test case đầu tiên

```
solver = knapsack_solver.KnapsackSolver(  
    knapsack_solver.SolverType.  
    KNAPSACK_MULTIDIMENSION_BRANCH_AND_BOUND_SOLVER,  
    "KnapsackExample",  
)  
  
time_limit = 30  
solver.set_time_limit(time_limit)
```

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
04	nn00200	RR01000	s089	63650	49527	0.034	True
04	nn00200	RR01000	s017	64928	51029	0.778	True
04	nn00200	RR10000	s089	635994	494811	0.146	True
04	nn00200	RR10000	s017	648850	509848	3.638	True
04	nn10000	RR01000	s089	3180114	2475166	29.711	True
04	nn10000	RR01000	s017	3173001	2469901	29.402	True
04	nn10000	RR10000	s089	31774942	24725069	29.503	True
04	nn10000	RR10000	s017	31710728	24678021	0.015	True
04	nn00500	RR01000	s089	160529	125430	29.999	True
04	nn00500	RR01000	s017	156217	120681	29.448	True
04	nn00500	RR10000	s089	1604253	1253201	29.53	True
04	nn00500	RR10000	s017	1560960	1205714	29.398	True
04	nn05000	RR01000	s089	1589318	1237047	6.835	True
04	nn05000	RR01000	s017	1593223	1243024	29.667	True
04	nn05000	RR10000	s089	15877191	12354649	29.754	True
04	nn05000	RR10000	s017	15922383	12419788	29.721	True
04	nn00100	RR01000	s089	32101	24988	0.618	True
04	nn00100	RR01000	s017	33521	26615	1.488	True
04	nn00100	RR10000	s089	320721	249644	2.071	True
04	nn00100	RR10000	s017	334994	265939	7.185	True
04	nn02000	RR01000	s089	634219	492957	29.894	True
04	nn02000	RR01000	s017	637974	497240	29.776	True
04	nn02000	RR10000	s089	6337730	4925064	29.508	True
04	nn02000	RR10000	s017	6372482	4965280	29.436	True
04	nn00050	RR01000	s089	16709	13208	0.0	True
04	nn00050	RR01000	s017	17479	14070	0.001	True
04	nn00050	RR10000	s089	166973	131954	0.0	True
04	nn00050	RR10000	s017	174676	140598	0.002	True
04	nn01000	RR01000	s089	318449	247948	29.997	True
04	nn01000	RR01000	s017	315521	244792	29.357	True
04	nn01000	RR10000	s089	3181797	2476813	29.375	True
04	nn01000	RR10000	s017	3154093	2446984	29.483	True
12	nn00200	RR01000	s089	1043581	49527	0.126	True
12	nn00200	RR01000	s017	1075229	51029	0.061	True
12	nn00200	RR10000	s089	32985928	494814	1.162	True
12	nn00200	RR10000	s017	33988279	509850	29.905	True
12	nn10000	RR01000	s089	52154349	2475179	27.984	True
12	nn10000	RR01000	s017	52046402	2470057	29.476	True
12	nn10000	RR10000	s089	164857796	124729920	29.673	True
12	nn10000	RR10000	s017	164511820	124678021	29.586	True
12	nn00500	RR01000	s089	2642927	125430	29.861	True
12	nn00500	RR01000	s017	2542862	120681	28.374	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
12	nn05000	RR01000	s017	26198391	1243343	29.818	True
12	nn05000	RR10000	s089	823931403	12359596	29.682	True
12	nn05000	RR10000	s017	828104584	12422197	29.64	True
12	nn00100	RR01000	s089	526521	24988	16.014	True
12	nn00100	RR01000	s017	560803	26615	29.39	True
12	nn00100	RR10000	s089	16642622	249652	12.796	True
12	nn00100	RR10000	s017	17728703	265944	1.229	True
12	nn02000	RR01000	s089	10387061	492957	0.002	True
12	nn02000	RR01000	s017	10481189	497424	29.995	True
12	nn02000	RR10000	s089	328332524	4925237	29.462	True
12	nn02000	RR10000	s017	331301437	4969773	29.668	True
12	nn00050	RR01000	s089	278305	13208	0.765	True
12	nn00050	RR01000	s017	296489	14071	0.99	True
12	nn00050	RR10000	s089	8797486	131969	0.219	True
12	nn00050	RR10000	s017	9372992	140602	0.154	True
12	nn01000	RR01000	s089	5224498	247948	29.986	True
12	nn01000	RR01000	s017	5165287	245138	28.207	True
12	nn01000	RR10000	s089	165147517	2477338	29.278	True
12	nn01000	RR10000	s017	163269936	2449173	29.362	True
00	nn00200	RR01000	s089	80555	51097	0.0	True
00	nn00200	RR01000	s017	83156	47781	0.0	True
00	nn00200	RR10000	s089	804990	510421	0.0	True
00	nn00200	RR10000	s017	830970	477181	0.0	True
00	nn10000	RR01000	s089	4049025	2474102	0.0	True
00	nn10000	RR01000	s017	4032422	2469230	0.013	True
00	nn10000	RR10000	s089	40467150	24718848	0.005	True
00	nn10000	RR10000	s017	40300050	24670348	0.001	True
00	nn00500	RR01000	s089	205159	122517	0.0	True
00	nn00500	RR01000	s017	197873	124445	0.0	True
00	nn00500	RR10000	s089	2050450	1224048	0.0	True
00	nn00500	RR10000	s017	1977628	1243406	0.0	True
00	nn05000	RR01000	s089	2022297	1238131	0.001	True
00	nn05000	RR01000	s017	2020478	1226713	0.004	True
00	nn05000	RR10000	s089	20211524	12370320	0.0	True
00	nn05000	RR10000	s017	20192624	12255824	0.002	True
00	nn00100	RR01000	s089	41562	24536	0.0	True
00	nn00100	RR01000	s017	43703	24374	0.0	True
00	nn00100	RR10000	s089	415339	245080	0.0	True
00	nn00100	RR10000	s017	436863	243850	0.0	True
00	nn02000	RR01000	s089	808000	497774	0.0	True
00	nn02000	RR01000	s017	807210	495607	0.0	True
00	nn02000	RR10000	s089	8075481	4973419	0.004	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
00	nn02000	RR10000	s017	8067384	4951511	0.001	True
00	nn00050	RR01000	s089	22773	11660	0.0	True
00	nn00050	RR01000	s017	22989	12530	0.0	True
00	nn00050	RR10000	s089	227570	116461	0.0	True
00	nn00050	RR10000	s017	229750	125176	0.0	True
00	nn01000	RR01000	s089	409464	245002	0.001	True
00	nn01000	RR01000	s017	398503	252286	0.0	True
00	nn01000	RR10000	s089	4092529	2447884	0.0	True
00	nn01000	RR10000	s017	3982790	2520561	0.0	True
11	nn00200	RR01000	s089	49506	49527	0.119	True
11	nn00200	RR01000	s017	51009	51028	28.116	True
11	nn00200	RR10000	s089	494796	494814	12.472	True
11	nn00200	RR10000	s017	509829	509849	29.314	True
11	nn10000	RR01000	s089	2474226	2475179	28.509	True
11	nn10000	RR01000	s017	2469147	2470057	29.734	True
11	nn10000	RR10000	s089	24728979	24729918	29.766	True
11	nn10000	RR10000	s017	24677049	24678021	29.777	True
11	nn00500	RR01000	s089	125382	125428	29.911	True
11	nn00500	RR01000	s017	120642	120680	28.763	True
11	nn00500	RR10000	s089	1253175	1253204	28.925	True
11	nn00500	RR10000	s017	1205667	1205713	28.916	True
11	nn05000	RR01000	s089	1236558	1237047	29.0	True
11	nn05000	RR01000	s017	1242879	1243343	29.822	True
11	nn05000	RR10000	s089	12359139	12359596	29.8	True
11	nn05000	RR10000	s017	12421743	12422196	29.79	True
11	nn00100	RR01000	s089	24975	24987	0.47	True
11	nn00100	RR01000	s017	26607	26614	3.723	True
11	nn00100	RR10000	s089	249642	249652	1.089	True
11	nn00100	RR10000	s017	265929	265942	29.953	True
11	nn02000	RR01000	s089	492768	492955	28.594	True
11	nn02000	RR01000	s017	497247	497424	29.673	True
11	nn02000	RR10000	s089	4925082	4925235	29.654	True
11	nn02000	RR10000	s017	4969596	4969771	29.658	True
11	nn00050	RR01000	s089	13200	13208	0.25	True
11	nn00050	RR01000	s017	14067	14071	0.001	True
11	nn00050	RR10000	s089	131964	131969	0.15	True
11	nn00050	RR10000	s017	140592	140601	0.241	True
11	nn01000	RR01000	s089	247854	247946	29.982	True
11	nn01000	RR01000	s017	245064	245137	28.902	True
11	nn01000	RR10000	s089	2477271	2477336	29.372	True
11	nn01000	RR10000	s017	2449086	2449173	28.125	True
05	nn00200	RR01000	s089	49527	49527	0.0	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
05	nn00200	RR01000	s017	51029	51029	0.0	True
05	nn00200	RR10000	s089	494814	494814	0.0	True
05	nn00200	RR10000	s017	509850	509850	0.001	True
05	nn10000	RR01000	s089	2475179	2475179	0.003	True
05	nn10000	RR01000	s017	2470057	2470057	0.002	True
05	nn10000	RR10000	s089	24729920	24729920	0.003	True
05	nn10000	RR10000	s017	24678021	24678021	0.013	True
05	nn00500	RR01000	s089	125430	125430	0.0	True
05	nn00500	RR01000	s017	120681	120681	0.001	True
05	nn00500	RR10000	s089	1253205	1253205	0.0	True
05	nn00500	RR10000	s017	1205714	1205714	0.001	True
05	nn05000	RR01000	s089	1237047	1237047	0.0	True
05	nn05000	RR01000	s017	1243343	1243343	0.003	True
05	nn05000	RR10000	s089	12359596	12359596	0.006	True
05	nn05000	RR10000	s017	12422197	12422197	0.003	True
05	nn00100	RR01000	s089	24988	24988	0.0	True
05	nn00100	RR01000	s017	26615	26615	0.0	True
05	nn00100	RR10000	s089	249652	249652	0.0	True
05	nn00100	RR10000	s017	265944	265944	0.001	True
05	nn02000	RR01000	s089	492957	492957	0.001	True
05	nn02000	RR01000	s017	497424	497424	0.0	True
05	nn02000	RR10000	s089	4925237	4925237	0.003	True
05	nn02000	RR10000	s017	4969773	4969773	0.01	True
05	nn00050	RR01000	s089	13208	13208	0.0	True
05	nn00050	RR01000	s017	14071	14071	0.0	True
05	nn00050	RR10000	s089	131969	131969	0.001	True
05	nn00050	RR10000	s017	140602	140602	0.0	True
05	nn01000	RR01000	s089	247948	247948	0.0	True
05	nn01000	RR01000	s017	245138	245138	0.001	True
05	nn01000	RR10000	s089	2477338	2477338	0.016	True
05	nn01000	RR10000	s017	2449173	2449173	0.004	True
09	nn00200	RR01000	s089	97899	17799	30.0	True
09	nn00200	RR01000	s017	97014	31814	28.244	True
09	nn00200	RR10000	s089	979334	179334	28.19	True
09	nn00200	RR10000	s017	970970	319970	28.254	True
09	nn10000	RR01000	s089	4745304	850104	28.036	True
09	nn10000	RR01000	s017	4824848	1617048	29.647	True
09	nn10000	RR10000	s089	47435715	8554715	29.611	True
09	nn10000	RR10000	s017	48304998	16265998	29.628	True
09	nn00500	RR01000	s089	232684	43484	29.75	True
09	nn00500	RR01000	s017	238149	78849	28.373	True
09	nn00500	RR10000	s089	2326603	437603	28.814	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
09	nn00500	RR10000	s017	2384502	793502	28.608	True
09	nn05000	RR01000	s089	2353179	429879	28.696	True
09	nn05000	RR01000	s017	2416691	809791	29.434	True
09	nn05000	RR10000	s089	23523380	4325380	29.687	True
09	nn05000	RR10000	s017	24194428	8145428	29.709	True
09	nn00100	RR01000	s089	48863	9163	29.888	True
09	nn00100	RR01000	s017	49982	16582	29.047	True
09	nn00100	RR10000	s089	489077	92077	29.024	True
09	nn00100	RR10000	s017	499907	166907	29.101	True
09	nn02000	RR01000	s089	953714	173914	28.418	True
09	nn02000	RR01000	s017	964222	323022	29.451	True
09	nn02000	RR10000	s089	9533848	1749848	29.327	True
09	nn02000	RR10000	s017	9653171	3249171	29.423	True
09	nn00050	RR01000	s089	25767	4467	3.193	True
09	nn00050	RR01000	s017	25095	8395	0.494	True
09	nn00050	RR10000	s089	258185	45185	2.831	True
09	nn00050	RR10000	s017	251338	84338	0.187	True
09	nn01000	RR01000	s089	471522	86922	29.992	True
09	nn01000	RR01000	s017	485061	161561	28.77	True
09	nn01000	RR10000	s089	4714474	874474	29.218	True
09	nn01000	RR10000	s017	4856511	1625511	29.004	True
10	nn00200	RR01000	s089	80824	49524	14.532	True
10	nn00200	RR01000	s017	80724	51024	0.003	True
10	nn00200	RR10000	s089	809812	494812	0.001	True
10	nn00200	RR10000	s017	814850	509850	4.68	True
10	nn10000	RR01000	s089	4024143	2474943	29.699	True
10	nn10000	RR01000	s017	4014282	2469782	29.377	True
10	nn10000	RR10000	s089	40277958	24728958	29.573	True
10	nn10000	RR10000	s017	40118966	24677966	29.423	True
10	nn00500	RR01000	s089	202430	125430	29.528	True
10	nn00500	RR01000	s017	198378	120678	29.333	True
10	nn00500	RR10000	s089	2035202	1253202	29.363	True
10	nn00500	RR10000	s017	1984712	1205712	29.6	True
10	nn05000	RR01000	s089	2009144	1237044	29.659	True
10	nn05000	RR01000	s017	2013468	1243268	28.639	True
10	nn05000	RR10000	s089	20117499	12358499	29.541	True
10	nn05000	RR10000	s017	20137196	12422196	29.687	True
10	nn00100	RR01000	s089	40684	24984	0.0	True
10	nn00100	RR01000	s017	41510	26610	0.016	True
10	nn00100	RR10000	s089	406648	249648	0.097	True
10	nn00100	RR10000	s017	417779	265779	0.0	True
10	nn02000	RR01000	s089	802028	492928	29.99	True



Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
10	nn02000	RR01000	s017	807924	497424	29.368	True
10	nn02000	RR10000	s089	8039232	4925232	29.202	True
10	nn02000	RR10000	s017	8074770	4969770	16.478	True
10	nn00050	RR01000	s089	20806	13206	0.138	True
10	nn00050	RR01000	s017	21469	14069	0.007	True
10	nn00050	RR10000	s089	210954	131954	0.001	True
10	nn00050	RR10000	s017	215595	140595	0.002	True
10	nn01000	RR01000	s089	400944	247944	29.997	True
10	nn01000	RR01000	s017	400936	245136	29.142	True
10	nn01000	RR10000	s089	4032334	2477334	28.927	True
10	nn01000	RR10000	s017	4012170	2449170	29.602	True
07	nn00200	RR01000	s089	33792	27810	29.543	True
07	nn00200	RR01000	s017	46272	32289	27.863	True
07	nn00200	RR10000	s089	339052	281998	27.929	True
07	nn00200	RR10000	s017	464613	324159	27.936	True
07	nn10000	RR01000	s089	1609535	1364184	28.407	True
07	nn10000	RR01000	s017	2414869	1545128	29.536	True
07	nn10000	RR10000	s089	16150645	13831381	29.589	True
07	nn10000	RR10000	s017	24252931	15533003	29.519	True
07	nn00500	RR01000	s089	82765	64506	29.721	True
07	nn00500	RR01000	s017	116180	77774	28.237	True
07	nn00500	RR10000	s089	830298	654266	28.417	True
07	nn00500	RR10000	s017	1166698	781322	28.007	True
07	nn05000	RR01000	s089	815474	666468	27.647	True
07	nn05000	RR01000	s017	1209401	773967	29.355	True
07	nn05000	RR10000	s089	8181999	6759573	29.577	True
07	nn05000	RR10000	s017	12146232	7780623	29.527	True
07	nn00100	RR01000	s089	17785	13170	29.784	True
07	nn00100	RR01000	s017	24400	16138	29.001	True
07	nn00100	RR10000	s089	178402	133698	28.871	True
07	nn00100	RR10000	s017	245222	162496	28.514	True
07	nn02000	RR01000	s089	330053	270102	27.332	True
07	nn02000	RR01000	s017	482617	308758	29.312	True
07	nn02000	RR10000	s089	3311576	2739472	28.65	True
07	nn02000	RR10000	s017	4847189	3104257	29.136	True
07	nn00050	RR01000	s089	8608	7098	0.894	True
07	nn00050	RR01000	s017	12283	7677	0.078	True
07	nn00050	RR10000	s089	86406	72436	0.51	True
07	nn00050	RR10000	s017	123432	77325	0.091	True
07	nn01000	RR01000	s089 <sup>9</sup>	165404	132258	29.995	True
07	nn01000	RR01000	s017	239753	157338	28.528	True
07	nn01000	RR10000	s089	1659440	1341202	29.055	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
07	nn01000	RR10000	s017	2407605	1580835	28.174	True
03	nn00200	RR01000	s089	53128	59428	28.653	True
03	nn00200	RR01000	s017	54434	60834	28.818	True
03	nn00200	RR10000	s089	530824	593824	29.199	True
03	nn00200	RR10000	s017	544057	608057	29.642	True
03	nn10000	RR01000	s089	2656043	2969943	29.497	True
03	nn10000	RR01000	s017	2649240	2964940	29.693	True
03	nn10000	RR10000	s089	26539875	29677875	29.822	True
03	nn10000	RR10000	s017	26471269	29627269	29.815	True
03	nn00500	RR01000	s089	134382	150182	29.925	True
03	nn00500	RR01000	s017	129933	145433	28.689	True
03	nn00500	RR10000	s089	1342730	1500730	28.822	True
03	nn00500	RR10000	s017	1296298	1450298	29.504	True
03	nn05000	RR01000	s089	1326919	1484019	29.515	True
03	nn05000	RR01000	s017	1331815	1490715	29.735	True
03	nn05000	RR10000	s089	13262425	14833425	29.809	True
03	nn05000	RR10000	s017	13304171	14892171	29.818	True
03	nn00100	RR01000	s089	26838	29938	28.553	True
03	nn00100	RR01000	s017	28288	31488	29.651	True
03	nn00100	RR10000	s089	268157	299157	29.716	True
03	nn00100	RR10000	s017	282735	314735	29.867	True
03	nn02000	RR01000	s089	529291	591891	29.714	True
03	nn02000	RR01000	s017	532964	595864	29.626	True
03	nn02000	RR10000	s089	5289336	5915336	29.279	True
03	nn02000	RR10000	s017	5326865	5955865	28.931	True
03	nn00050	RR01000	s089	14083	15683	0.18	True
03	nn00050	RR01000	s017	14846	16546	0.101	True
03	nn00050	RR10000	s089	140722	156722	0.004	True
03	nn00050	RR10000	s017	148354	165354	0.142	True
03	nn01000	RR01000	s089	265691	296991	29.995	True
03	nn01000	RR01000	s017	263206	294306	29.241	True
03	nn01000	RR10000	s089	2655657	2968657	29.328	True
03	nn01000	RR10000	s017	2630733	2941733	29.514	True
01	nn00200	RR01000	s089	55142	49526	0.0	True
01	nn00200	RR01000	s017	55955	51029	0.0	True
01	nn00200	RR10000	s089	550637	494786	0.0	True
01	nn00200	RR10000	s017	558867	509848	0.0	True
01	nn10000	RR01000	s089	2734746	2475179	0.001	True
01	nn10000	RR01000	s017	2729334	2470057	0.113	True
01	nn10000	RR10000	s089 <sup>10</sup>	27313400	24729920	0.018	True
01	nn10000	RR10000	s017	27258625	24678020	0.024	True
01	nn00500	RR01000	s089	138126	125430	0.0	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
01	nn00500	RR01000	s017	133962	120681	0.001	True
01	nn00500	RR10000	s089	1379598	1253205	0.0	True
01	nn00500	RR10000	s017	1337974	1205708	0.001	True
01	nn05000	RR01000	s089	1369058	1237047	0.005	True
01	nn05000	RR01000	s017	1370413	1243343	0.009	True
01	nn05000	RR10000	s089	13673614	12359596	0.001	True
01	nn05000	RR10000	s017	13686980	12422196	0.009	True
01	nn00100	RR01000	s089	27365	24988	0.0	True
01	nn00100	RR01000	s017	28801	26607	0.0	True
01	nn00100	RR10000	s089	273419	249646	0.0	True
01	nn00100	RR10000	s017	287672	265930	0.0	True
01	nn02000	RR01000	s089	544946	492957	0.002	True
01	nn02000	RR01000	s017	547931	497424	0.001	True
01	nn02000	RR10000	s089	5442868	4925236	0.008	True
01	nn02000	RR10000	s017	5472438	4969773	0.001	True
01	nn00050	RR01000	s089	14534	13181	0.0	True
01	nn00050	RR01000	s017	15372	14064	0.0	True
01	nn00050	RR10000	s089	145163	131697	0.0	True
01	nn00050	RR10000	s017	153559	140523	0.0	True
01	nn01000	RR01000	s089	273944	247947	0.001	True
01	nn01000	RR01000	s017	272095	245137	0.003	True
01	nn01000	RR10000	s089	2736043	2477331	0.002	True
01	nn01000	RR10000	s017	2717559	2449171	0.002	True
08	nn00200	RR01000	s089	64117	17799	30.0	True
08	nn00200	RR01000	s017	88063	31673	28.032	True
08	nn00200	RR10000	s089	641244	179334	27.795	True
08	nn00200	RR10000	s017	877352	318548	28.046	True
08	nn10000	RR01000	s089	3144376	850364	27.747	True
08	nn10000	RR01000	s017	4171773	1617006	29.578	True
08	nn10000	RR10000	s089	31443087	8557291	29.49	True
08	nn10000	RR10000	s017	41552510	16264835	29.513	True
08	nn00500	RR01000	s089	148381	43504	29.711	True
08	nn00500	RR01000	s017	211067	78671	28.555	True
08	nn00500	RR10000	s089	1483560	437238	28.125	True
08	nn00500	RR10000	s017	2102690	791435	27.933	True
08	nn05000	RR01000	s089	1534561	429844	28.101	True
08	nn05000	RR01000	s017	2089817	809832	29.651	True
08	nn05000	RR10000	s089	15345090	4325088	29.329	True
08	nn05000	RR10000	s017	20815446	8145819	29.698	True
08	nn00100	RR01000	s089 <sup>11</sup>	30299	9320	29.768	True
08	nn00100	RR01000	s017	43959	16514	28.705	True
08	nn00100	RR10000	s089	302889	93551	28.961	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
08	nn00100	RR10000	s017	437620	165700	29.061	True
08	nn02000	RR01000	s089	622050	173954	27.391	True
08	nn02000	RR01000	s017	833689	323136	29.308	True
08	nn02000	RR10000	s089	6220467	1750771	29.192	True
08	nn02000	RR10000	s017	8303870	3250295	29.263	True
08	nn00050	RR01000	s089	16495	4507	7.324	True
08	nn00050	RR01000	s017	20769	8165	0.402	True
08	nn00050	RR10000	s089	165027	45557	7.646	True
08	nn00050	RR10000	s017	206954	82271	0.422	True
08	nn01000	RR01000	s089	304397	87079	29.983	True
08	nn01000	RR01000	s017	426064	161561	29.023	True
08	nn01000	RR10000	s089	3043770	875948	28.526	True
08	nn01000	RR10000	s017	4244228	1625252	28.495	True
06	nn00200	RR01000	s089	75201	9905001	0.0	True
06	nn00200	RR01000	s017	75125	9904823	0.0	True
06	nn00200	RR10000	s089	75201	9905001	0.0	True
06	nn00200	RR10000	s017	75125	9904823	0.0	True
06	nn10000	RR01000	s089	3738287	495246414	29.728	True
06	nn10000	RR01000	s017	3708624	495246480	29.644	True
06	nn10000	RR10000	s089	3738287	495246414	29.613	True
06	nn10000	RR10000	s017	3708624	495246480	29.727	True
06	nn00500	RR01000	s089	189132	24712192	29.902	True
06	nn00500	RR01000	s017	182624	24712518	29.502	True
06	nn00500	RR10000	s089	189132	24712192	29.293	True
06	nn00500	RR10000	s017	182624	24712518	29.631	True
06	nn05000	RR01000	s089	1865038	247624250	29.128	True
06	nn05000	RR01000	s017	1859229	247622648	29.668	True
06	nn05000	RR10000	s089	1865038	247624250	29.625	True
06	nn05000	RR10000	s017	1859229	247622648	29.57	True
06	nn00100	RR01000	s089	38912	4902538	0.198	True
06	nn00100	RR01000	s017	39592	4902417	0.148	True
06	nn00100	RR10000	s089	38912	4902538	0.012	True
06	nn00100	RR10000	s017	39592	4902417	0.144	True
06	nn02000	RR01000	s089	745796	99049104	29.989	True
06	nn02000	RR01000	s017	747126	99049694	29.254	True
06	nn02000	RR10000	s089	745796	99049104	29.233	True
06	nn02000	RR10000	s017	747126	99049694	29.237	True
06	nn00050	RR01000	s089	19602	2400999	0.324	True
06	nn00050	RR01000	s017	20473	2401124	0.011	True
06	nn00050	RR10000	s089 <sup>12</sup>	19602	2400999	0.019	True
06	nn00050	RR10000	s017	20473	2401124	0.01	True
06	nn01000	RR01000	s089	374442	49523926	0.656	True

Bảng thống kê với từng Test Instances							
Type	Size	Range	Name	Total Value	Total Weight	Running Time	Optimal Solution
06	nn01000	RR01000	s017	369794	49525504	0.017	True
06	nn01000	RR10000	s089	374442	49523926	0.673	True
06	nn01000	RR10000	s017	369794	49525504	0.018	True
02	nn00200	RR01000	s089	63627	49527	0.968	True
02	nn00200	RR01000	s017	64929	51029	19.191	True
02	nn00200	RR10000	s089	635814	494814	4.66	True
02	nn00200	RR10000	s017	648850	509850	29.923	True
02	nn10000	RR01000	s089	3179439	2474639	29.306	True
02	nn10000	RR01000	s017	3173157	2470057	29.701	True
02	nn10000	RR10000	s089	31777728	24727728	29.129	True
02	nn10000	RR10000	s017	31707216	24675216	29.632	True
02	nn00500	RR01000	s089	160530	125430	29.91	True
02	nn00500	RR01000	s017	156181	120681	29.267	True
02	nn00500	RR10000	s089	1604195	1253195	29.271	True
02	nn00500	RR10000	s017	1560704	1205704	29.348	True
02	nn05000	RR01000	s089	1588992	1236792	29.343	True
02	nn05000	RR01000	s017	1593643	1243343	29.666	True
02	nn05000	RR10000	s089	15882596	12359596	28.703	True
02	nn05000	RR10000	s017	15920359	12417359	29.024	True
02	nn00100	RR01000	s089	32088	24988	2.701	True
02	nn00100	RR01000	s017	33515	26615	7.401	True
02	nn00100	RR10000	s089	320652	249652	6.064	True
02	nn00100	RR10000	s017	334944	265944	11.862	True
02	nn02000	RR01000	s089	634157	492957	29.814	True
02	nn02000	RR01000	s017	637756	497056	29.182	True
02	nn02000	RR10000	s089	6335665	4923665	29.72	True
02	nn02000	RR10000	s017	6372021	4965021	29.533	True
02	nn00050	RR01000	s089	16708	13208	0.0	True
02	nn00050	RR01000	s017	17471	14071	0.002	True
02	nn00050	RR10000	s089	166967	131967	0.0	True
02	nn00050	RR10000	s017	174602	140602	0.003	True
02	nn01000	RR01000	s089	318448	247948	29.997	True
02	nn01000	RR01000	s017	315494	244794	29.133	True
02	nn01000	RR10000	s089	3180881	2475881	29.456	True
02	nn01000	RR10000	s017	3155744	2448744	29.544	True

**Problem 3.** Nhận xét độ khó của từng test instances

Bảng thống kê số Optimal Solution của từng Test Instances		
Type	Total Tests	Tests with Optimal Solution
00Uncorrelated	32	32
01WeaklyCorrelated	32	32
02StronglyCorrelated	32	12
03InverseStronglyCorrelated	32	10
04AlmostStronglyCorrelated	32	14
05SubsetSum	32	32
06UncorrelatedWithSWeights	32	16
07SpannerUncorrelated	32	18
08SpannerWeaklyCorrelated	32	17
09SpannerStronglyCorrelated	32	14
10MultipleStronglyCorrelated	32	15
11ProfitCeiling	32	18
12Circle	32	17

Dựa trên bảng thống kê trên, chúng ta có thể rút ra những nhận xét sau:

- Để đánh giá mức độ khó khăn của từng loại bài toán, chúng ta có thể dựa vào số lượng kết quả tối ưu. Ba nhóm bài toán dễ giải nhất với công cụ Google Or Tools là Uncorrelated, WeaklyCorrelated và SubsetSum. Mặc dù theo tài liệu, SubsetSum được coi là một bài toán khó nhưng trong thực tế khi thử nghiệm với thuật toán Branch and Bound, có vẻ Google Or Tools đã sử dụng một thuật toán tối ưu hơn (Dynamic Programming).
- Ba nhóm bài toán khó giải nhất là StronglyCorrelated, InverseStronglyCorrelated và SpannerStronglyCorrelated. Sự tương quan mạnh mẽ giữa trọng lượng và giá trị của các mặt hàng khiến cho những bài toán này trở nên khó khăn hơn, vì giải pháp tối ưu phải cân nhắc sự cân bằng giữa trọng lượng và giá trị để đạt được giá trị lớn nhất.
- Nếu chúng ta quan sát kỹ bảng kết quả ở trên, chúng ta sẽ nhận thấy sự ngẫu nhiên. Mặc dù cùng một loại bài toán, nhưng sự khác biệt về kích thước và phạm vi vẫn tạo ra những sự khác biệt đáng kể trong kết quả (kích thước và phạm vi giống nhau vẫn có sự khác biệt). Phân bố của thời gian chạy thể hiện rõ ràng hơn sự ngẫu nhiên này.