

Discrete Mathematics

Lecture 2. 논리와 명제 2

- Lecturer: Suhyung Park, PhD
- Office: 공과대학 7호관 431호
- Contact: 062-530-1797
- E-mail: suhyung@jnu.ac.kr

* 본 강의 자료는 생능출판사와 한빛아카데미 “PPT 강의자료”를 기반으로 제작되었습니다.

강의 내용

- 1) 논리와 명제
- 2) 논리 연산
- 3) 항진 명제와 모순 명제
- 4) 논리적 동치 관계
- 5) 추론
- 6) 술어 논리

논리적 동치 관계

- 두 명제가 논리적 동치일 경우는 두 명제의 논리값이 서로 같으므로 하나의 명제가 다른 명제를 대신할 수 있음
- 어떤 복잡한 명제를 좀 더 간단한 명제로 만들기 위해 논리적 동치 관계인 다른 명제를 사용하여 간소화함



예제 2-16

명제 $\sim(p \vee q)$ 와 $(\sim p) \wedge (\sim q)$ 이 논리적 동치임을 확인해보자.

풀이 두 명제 $\sim(p \vee q)$ 와 $(\sim p) \wedge (\sim q)$ 에 대한 진리값을 구하고, 서로의 진리값이 같음을 보이면 된다. 두 명제에 대한 진리표를 구하면 다음과 같다.

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p) \wedge (\sim q)$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

————— 같은 값 —————

위의 진리표에서 명제 $\sim(p \vee q)$ 의 진리값과 명제 $(\sim p) \wedge (\sim q)$ 의 진리값이 같으므로 $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$ 이다.

논리적 동치 관계

〈표 2.9〉 논리적 동치 관계의 기본 법칙

논리적 동치 관계	법칙 이름
$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	멱등 법칙 (idempotent law)
$p \vee T \Leftrightarrow T$ $p \vee F \Leftrightarrow p$ $p \wedge T \Leftrightarrow p$ $p \wedge F \Leftrightarrow F$	항등 법칙 (identity law)
$\sim T \Leftrightarrow F$ $\sim F \Leftrightarrow T$ $p \vee (\sim p) \Leftrightarrow T$ $p \wedge (\sim p) \Leftrightarrow F$	부정 법칙 (negation law)
$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$	이중 부정 법칙 (double negation law)

논리적 동치 관계	법칙 이름
$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$	교환 법칙 (commutative law)
$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	결합 법칙 (associative law)
$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	분배 법칙 (distributive law)
$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	흡수 법칙 (absorption law)
$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$ $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$	드 모르간 법칙 (De Morgan's law)
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$	조건 법칙
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$	대우 법칙

논리적 동치 관계

〈표 2.9〉 논리적 동치 관계의 기본 법칙

논리적 동치 관계	법칙 이름
$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	멱등 법칙 (idempotent law)
$p \vee T \Leftrightarrow T$ $p \vee F \Leftrightarrow p$ $p \wedge T \Leftrightarrow p$ $p \wedge F \Leftrightarrow F$	항등 법칙 (identity law)
$\sim T \Leftrightarrow F$ $\sim F \Leftrightarrow T$ $p \vee (\sim p) \Leftrightarrow T$ $p \wedge (\sim p) \Leftrightarrow F$	부정 법칙 (negation law)
$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$	이중 부정 법칙 (double negation law)

논리적 동치 관계	법칙 이름
$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$	교환 법칙 (commutative law)
$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	결합 법칙 (associative law)
$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	분배 법칙 (distributive law)
$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	흡수 법칙 (absorption law)
$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$ $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$	드 모르간 법칙 (De Morgan's law)
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$	조건 법칙
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$	대우 법칙

흡수 법칙	P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \vee (P \wedge Q)$	$P \wedge (P \vee Q)$
	T	T	T	T	T	T
	T	F	F	T	T	T
	F	T	F	T	F	F
	F	F	F	F	F	F

논리적 동치 관계

〈표 2.9〉 논리적 동치 관계의 기본 법칙

논리적 동치 관계	법칙 이름
$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	멱등 법칙 (idempotent law)
$p \vee T \Leftrightarrow T$ $p \vee F \Leftrightarrow p$ $p \wedge T \Leftrightarrow p$ $p \wedge F \Leftrightarrow F$	항등 법칙 (identity law)
$\sim T \Leftrightarrow F$ $\sim F \Leftrightarrow T$ $p \vee (\sim p) \Leftrightarrow T$ $p \wedge (\sim p) \Leftrightarrow F$	부정 법칙 (negation law)
$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$	이중 부정 법칙 (double negation law)

논리적 동치 관계	법칙 이름
$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$	교환 법칙 (commutative law)
$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	결합 법칙 (associative law)
$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	분배 법칙 (distributive law)
$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	흡수 법칙 (absorption law)
$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$ $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$	드 모르간 법칙 (De Morgan's law)
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$	조건 법칙
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$	대우 법칙

조건법칙	P	Q	P->Q	~P	~P∨Q
	T	T	T	F	T
	T	F	F	F	F
	F	T	T	T	T
	F	F	T	T	T

논리적 동치 관계

두 명제가 논리적 동치 관계임을 입증하는 방법

- 두 명제에 대한 진리표를 구하고 두 명제의 진리 값이 같음을 증명함
- 하나의 명제로부터 논리적 동치 관계의 기본 법칙을 이용하여 다른 명제로 유도해 냄



예제 2-19

쌍방 조건 $p \leftrightarrow q$ 는 ‘ p 이면 q 이고, q 이면 p 이다’ 이므로, 이것을 p, q 명제와 연산자로 표시하면 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ 와 같다. 따라서 $p \leftrightarrow q$ 의 진리값과 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ 의 진리값이 같음을 살펴보자.

풀이 이것을 진리표로 만들면 서로 같음을 알 수 있다.

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

같은 값

논리적 동치 관계

두 명제가 논리적 동치 관계임을 입증하는 방법

- 두 명제에 대한 진리표를 구하고 두 명제의 진리 값이 같음을 증명함
- 하나의 명제로부터 논리적 동치 관계의 기본 법칙을 이용하여 다른 명제로 유도해 냄



예제 2-18

논리적 동치 관계의 기본 법칙들을 이용하여 $\sim(\sim p \wedge q) \wedge (p \vee q) \equiv p$ 임을 보이자.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \sim(\sim p \wedge q) \wedge (p \vee q) \equiv (\sim(\sim p) \vee \sim q) \wedge (p \vee q) && \text{: 드 모르간의 법칙} \\ & \equiv (p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) && \text{: 이중 부정 법칙} \\ & \equiv p \vee (\sim q \wedge q) && \text{: 분배 법칙} \\ & \equiv p \vee F && \text{: 부정 법칙} \\ & \equiv p && \text{: 항등 법칙} \end{aligned}$$

논리적 동치 관계

두 명제가 논리적 동치 관계임을 입증하는 방법

- 두 명제에 대한 진리표를 구하고 두 명제의 진리 값이 같음을 증명함
- 하나의 명제로부터 논리적 동치 관계의 기본 법칙을 이용하여 다른 명제로 유도해 냄

예제 3-20

논리적 동치법칙을 이용해 $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$ 와 $\neg p \wedge \neg q$ 가 논리적 동치임을 증명하고, 진리표를 이용하여 확인하라.

풀이

$$\begin{aligned}\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) &\equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) \\ &\equiv \neg p \wedge (\neg(\neg p) \vee \neg q) \\ &\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q) \\ &\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ &\equiv F \vee (\neg p \wedge \neg q)\end{aligned}$$

드모르간의 법칙

드모르간의 법칙

이중 부정법칙

분배법칙

부정법칙

$$\equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

항등법칙

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \vee (\neg p \wedge q)$	$\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F	T	T

$$\therefore \neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

논리적 동치 관계

예제 3-21

논리적 동치법칙을 이용하여 명제 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$ 를 간략히 하라.

풀이

$$\begin{aligned}(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) &\equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) && \text{함축법칙} \\ &\equiv \neg p \vee (q \wedge \neg q) && \text{분배법칙} \\ &\equiv \neg p \vee F && \text{부정법칙} \\ &\equiv \neg p && \text{항등법칙}\end{aligned}$$

예제 3-22

논리적 동치법칙을 이용하여 명제 $\neg p \vee [(p \wedge q) \rightarrow q]$ 가 항진명제임을 증명하라.

풀이

$$\begin{aligned}\neg p \vee [(p \wedge q) \rightarrow q] &\equiv \neg p \vee [\neg(p \wedge q) \vee q] && \text{함축법칙} \\ &\equiv \neg p \vee [(\neg p \vee \neg q) \vee q] && \text{드모르간의 법칙} \\ &\equiv (\neg p \vee \neg p) \vee (\neg q \vee q) && \text{결합법칙} \\ &\equiv \neg p \vee (\neg q \vee q) && \text{멱등법칙} \\ &\equiv \neg p \vee T && \text{부정법칙} \\ &\equiv T && \text{지배법칙}\end{aligned}$$

추론

- 주어진 명제가 참인 것을 바탕으로 새로운 명제가 참이 되는 것을 유도해내는 방법임
- 주어진 명제들인 p_1, p_2, \dots, p_n 을 전제(premise)라고 함
- 새로이 유도된 명제 q 를 결론(conclusion)이라고 함
- 유효 추론(valid argument)
 - 주어진 전제가 참이고 결론도 참인 추론
- 허위 추론(fallacious argument)
 - 추론의 결론이 거짓



예제 2-20

다음 $p \rightarrow q, p \vdash q$ 추론식에 나타난 명제들을 예를 들어 설명해보자.

풀이 위의 식에서 사용된 명제는 p, q 두 개이므로 p, q 에 대한 예를

p : '오늘은 비가 온다'

q : '나는 공부를 한다'

라고 가정하면 추론식을 다음과 같이 표현한다.

'오늘 비가 오면 나는 공부를 한다'

'오늘은 비가 온다'

'그러므로 나는 공부를 한다'

추론



예제 2-21

다음 추론이 유효 추론인지 허위 추론인지를 결정해보자.

$$p \rightarrow q, q \vdash p$$

풀이 추론 $p \rightarrow q, q \vdash p$ 에 대한 진리표를 만들면 다음과 같다.

	p	q	$p \rightarrow q$
\Rightarrow	T	T	T
	T	F	F
\Rightarrow	F	T	T
	F	F	T

진리표에서 전제 $p \rightarrow q$ 와 q 가 모두 참인 경우는 \Rightarrow 로 표시된 첫 번째와 세 번째 행이다. 두 경우 모두 추론의 결론인 p 의 진리값을 살펴보면 첫 번째 행은 참이고 세 번째 행은 거짓의 진리값을 가진다. 그러므로 이 추론은 허위 추론이다.



예제 2-22

[공정 법칙] $p, p \rightarrow q \vdash q$ 가 유효 추론임을 진리표를 이용하여 보이자.

풀이 만들어진 진리표의 1행에서 p 도 참이고 $p \rightarrow q$ 가 참인 경우(\Rightarrow 마크한 부분)를 살펴보면, 결론인 q 도 참(T)이므로 유효 추론이다.

	p	q	$p \rightarrow q$
\Rightarrow	T	T	T
	T	F	F
	F	T	T
	F	F	T



예제 2-23

[삼단 법칙] $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$ 이 유효 추론임을 진리표를 이용하여 보이자.

풀이 만들어진 진리표의 1, 5, 7, 8 행에서(\Rightarrow 마크한 부분) $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 모두 참(T)인 경우에, 결론인 $p \rightarrow r$ 도 모두 참이므로 삼단 법칙에 대한 추론은 유효 추론이다.

	p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$
\Rightarrow	T	T	T	T	T	T
	T	T	F	T	F	F
	T	F	T	F	T	T
	T	F	F	F	T	F
\Rightarrow	F	T	T	T	T	T
	F	T	F	T	F	T
\Rightarrow	F	F	T	T	T	T
\Rightarrow	F	F	F	T	T	T

추론

예제 3-30

다음 논증식이 정당한지 판별하라.

$$(1) \quad p \vee (q \vee r)$$

$$\neg r$$

$$\therefore p \vee q$$

$$(2) \quad p \rightarrow q \vee \neg r$$

$$q \rightarrow p \wedge r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

풀이

(1)

p	q	r	$q \vee r$	전제		결론
				$p \vee (q \vee r)$	$\neg r$	$p \vee q$
T	T	T	T	T	F	T
T	T	F	T	T	T	T
T	F	T	T	T	F	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	F	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F
F	F	F	F	F	T	F

전제에 해당되는 명제가 모두 참(T)일 때 결론에 해당되는 명제 역시 모두 참(T)이므로, 이 추론은 정당하다.

\therefore 유효추론

추론

예제 3-30

다음 논증식이 정당한지 판별하라.

$$(1) \quad p \vee (q \vee r)$$

$$\neg r$$

$$\therefore p \vee q$$

$$(2) \quad p \rightarrow q \vee \neg r$$

$$q \rightarrow p \wedge r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

풀이

(2)

p	q	r	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$p \wedge r$	전제		결론
						$p \rightarrow q \vee \neg r$	$q \rightarrow p \wedge r$	$p \rightarrow r$
T	T	T	F	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	F	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	T	F	T
F	T	F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T	T

전제에 해당되는 명제가 모두 참(T)일 때 결론에 해당되는 명제의 진릿값이 거짓(F)인 경우가 있으므로 이 추론은 정당하지 않다.

\therefore 허위추론

술어 논리

- 명제 중에는 값이 정해지지 않는 변수나 객체(object)가 있어서 참과 거짓을 판별하기 힘든 경우가 있음
- 변수의 값에 따라 그 명제가 참이 되고 거짓이 될 수 있음
 - " $x^2 + 5x + 6 = 0$ 이라는 명제는 x 의 값이 -2 또는 -3일 경우에는 참의 값을 가지고 그 외에는 거짓의 값을 가진다. 이런 경우 우리는 $x^2 + 5x + 6 = 0$ 을 만족시키는 변수가 있다'고 표현한다.
- 이와 같은 형태의 명제를 $p(x)$ 로 표시하고, $p(x)$ 를 변수 x 에 대한 명제 술어(propositional predicate)라고 함
- 명제 논리와 구분하여 명제 술어에 대한 논리를 술어 논리(predicate logic)라고 함



예제 2-24

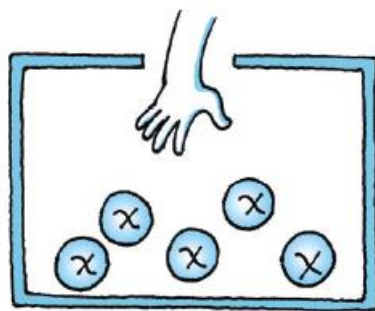
' x 는 3보다 크다'는 술어임을 보이자.

풀이 변수 x 에 1을 배정하면 진리값이 거짓인 명제 '1은 3보다 크다'가 되며, 변수 x 가 4로 치환되면 진리값이 참인 명제 '4는 3보다 크다'가 된다. 따라서 술어이다.

술어 논리

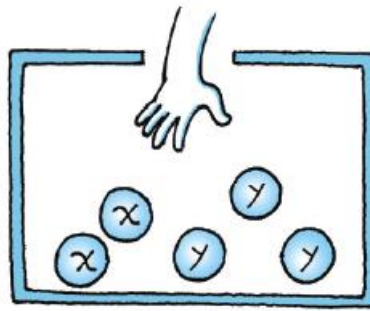
■ 술어 한정자(Predicate Quantifier)

- 술어를 나타내는 방법 중에서 변수의 범위를 한정시키는 것임
- 한정자에는 '모든 것에 대하여(for all, universal quantifier)'와 '존재한다(there exist, existential quantifier)'의 두 가지가 있음
- '모든 것에 대하여'는 기호 \forall 를 사용
- '존재한다'는 기호 \exists 로 나타냄



$\forall x P(x)$
(for all)

모든 x 에 대하여 $P(x)$ 가 성립



$\exists x P(x)$
(There exists)

어떤 x 에 대하여 $P(x)$ 가 성립

술어 논리



정의 2-9

존재 한정자에서 ' $p(x)$ 가 성립하는 x 가 존재한다' 라고 하면, 그의 부정은 '모든 x 는 $p(x)$ 가 성립하지 않는다' 가 된다. 이것을 논리 기호를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\sim(\exists x \ p(x)) \Leftrightarrow \forall x (\sim p(x))$$



예제 2-27

x 가 정수이고 $p(x)$ 가 ' $x = x^2$ '이라고 할 때 다음 명제의 진리값을 구해보자

(1) $\forall x \ p(x)$

(2) $\exists x \ p(x)$

풀이 (1) 이 명제는 '모든 x 에 대하여 $x = x^2$ 이다.' 그러나 $x = 2$ 일 때는 $x = x^2$ 이 성립하지 않으므로 이 명제는 거짓이다.

(2) 이 명제는 ' $x = x^2$ 인 정수 x 가 존재한다' 이다. $x = 0$ 일 때 $x = x^2$ 이 성립하므로 이 명제는 참이다.



예제 2-29

x 는 '학생은' 이고, $p(x)$ 는 ' x 는 공부한다' 일 때 다음 문장의 부정을 서술하고, 그 부정을 논리적 기호로 표시해보자.

(1) 모든 학생은 공부한다.

(2) 공부를 하는 학생이 존재한다.

풀이 (1) 이 명제의 부정은 '공부하지 않는 학생도 있다' 이다. 이것을 논리적 기호로 표시하면, $\sim(\forall x \ p(x)) \Leftrightarrow \exists x (\sim p(x))$ 이 된다.

(2) 이 명제의 부정은 '모든 학생은 공부를 하지 않는다' 가 된다. 논리적 기호로 표시하면, $\sim(\exists x \ p(x)) \Leftrightarrow \forall x (\sim p(x))$ 이 된다.

술어 논리

- 정의와 특성:

정의 3-15 명제함수(Propositional Function): $P(x)$

논의영역이 주어진 변수 x 를 포함하여 진릿값을 판별할 수 있는 문장이나 수식

정의 3-16 논의영역(Domain of Discourse): D

명제함수에 포함된 변수 x 의 범위나 값

정의 3-17 전체한정자 또는 전칭한정자(Universal Quantifier): \forall

논의영역의 모든 값

– 논의영역 D 에 속하는 모든 x 에 대한 명제 $P(x)$: $\forall x P(x)$

정의 3-18 존재한정자(Existential Quantifier): \exists

논의영역 중 어떤 값

– 논의영역 D 에 속하는 원소 중 어떤 x 에 대한 명제 $P(x)$: $\exists x P(x)$

[표 3-12] 한정자와 논리곱(AND), 논리합(OR)에 대한 정리

$$\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$$

$$\exists x (P(x) \vee Q(x)) \equiv \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$$

[표 3-13] 한정자와 부정(NOT)에 대한 정리

$$\bullet \neg(\forall x P(x)) \equiv \exists x(\neg P(x))$$

$$\bullet \neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x(\neg P(x))$$

술어논리

예제 3-27

논의영역 D 가 $D = \{x \mid 0 < x \leq 4, x \text{는 양의 정수}\}$ 이고 명제 $P(x)$ 가 $x^2 < 10$ 일 때, 다음 진릿값을 구하라.

(1) $\forall xP(x)$

(2) $\exists xP(x)$

풀이

논의영역을 원소나열법으로 표기하면 $D = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

(1) $\forall xP(x)$ 가 참이 되려면 논의영역 D 에 포함되는 모든 원소에 대해 $P(x)$ 가 참이어야 한다. 즉 $P(1), P(2), P(3), P(4)$ 가 모두 참이어야 명제 $\forall xP(x)$ 가 참이 된다. $P(1) = 1 < 10$, $P(2) = 2^2 = 4 < 10$, $P(3) = 3^2 = 9 < 10$ 으로 참이지만, $P(4) = 4^2 = 16 > 10$ 으로 거짓이다.

$\therefore \forall xP(x)$ 는 거짓(F)이다.

(2) $\exists xP(x)$ 가 참이 되려면 논의영역 D 에 포함되는 원소들 중 하나라도 참이 되면 된다.

$P(4) = 4^2 = 16 > 10$ 으로 거짓이지만 $P(1) = 1 < 10$, $P(2) = 2^2 = 4 < 10$, $P(3) = 3^2 = 9 < 10$ 으로 세 개의 원소가 참이다.

$\therefore \exists xP(x)$ 는 참(T)이다.

술어 논리

- 예제

예제 3-28

논의영역이 $D = \{a \mid -3 \leq a \leq 3, a \in \mathbb{Z}\}$ 인 변수 x, y 에 대하여 명제함수가 $P(x, y): x - y = 3$ 일 때 다음 명제들을 문장으로 작성하고 진릿값을 구하라.

(1) $\forall x \forall y P(x, y)$

(2) $\exists x \forall y P(x, y)$

(3) $\exists y \forall x P(x, y)$

(4) $\exists y \exists x P(x, y)$

예제 3-29

논의영역 D 가 $D = \{x \mid 0 < x \leq 4, x \text{는 양의 정수}\}$ 이고, 명제 $P(x)$ 가 $x^2 < 10$ 일 때 다음 명제의 부정(NOT)의 기호 표현과 문장을 쓰고 진릿값을 구하라.

(1) $\forall x P(x)$

(2) $\exists x P(x)$