

# 第4章 电路定理

4.1 叠加定理 Superposition Theorem

4.2 替代定理 Substitution Theorem

4.3 戴维宁(诺顿)定理 Thevenin(Norton) Theorem

4.4 最大功率传输定理 Maximum Power Theorem

4.5 特勒根和互易定理

Tellegen's theorem & Reciprocity theorem

4.6 定理综合运用

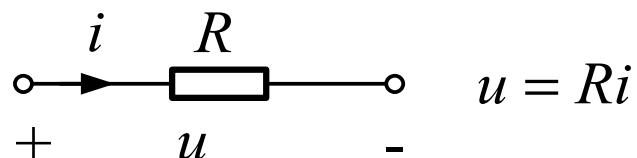
## 第4章 电路定理

- 目标：
- 1.熟练应用叠加定理。
  - 2.熟练应用戴维宁/诺顿定理。
  - 3.熟练分析最大功率传输问题。
  - 4.应用互易定理和特勒根定理。
- 难点：
- 1.电路定理综合应用问题分析。
  - 2.选择合适的分析方法。

讲授学时：6

## 4.2 线性特性与线性电路

### 1. 线性元件



If  $i' = ki$  , then  $u' = ku$  .      **Homogeneity property 齐次性**

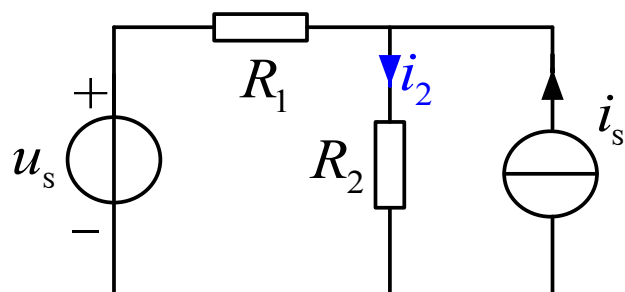
If  $i = i_1 + i_2$  , then  $u = u_1 + u_2$  .      **Additivity property 可加性**

### 2. 线性电路

除独立电源外，电路中其他元件均为线性元件。

## 4.3 叠加定理 Superposition Theorem

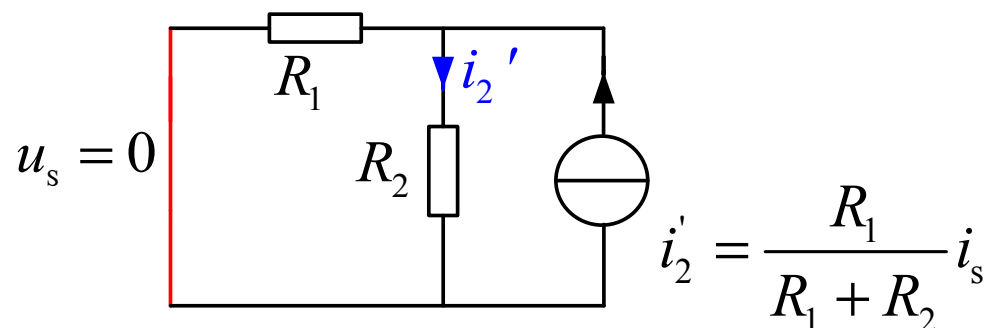
### 2. 线性电路



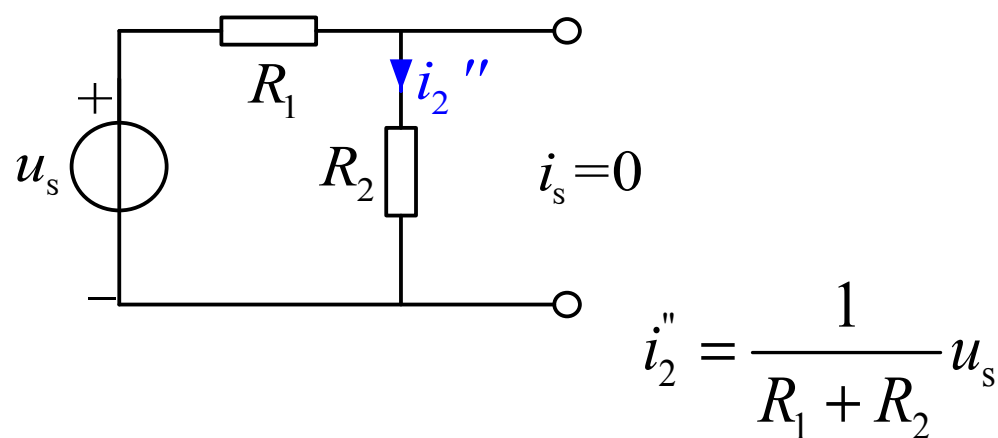
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)R_2 i_2 = i_s + \frac{1}{R_1}u_s$$

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s + \frac{1}{R_1 + R_2} u_s$$

### 电流源单独作用



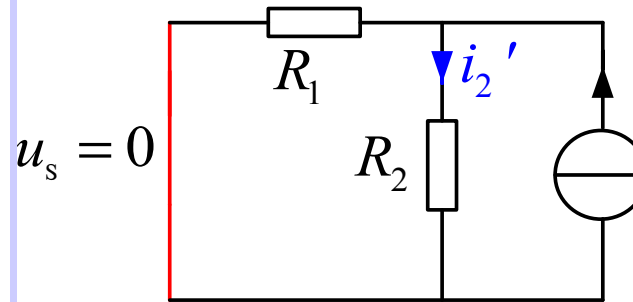
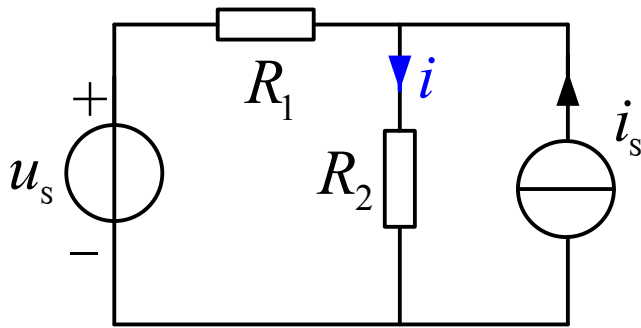
### 电压源单独作用



## 4.3 叠加定理 Superposition Theorem

2. 线性电路  $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s + \frac{1}{R_1 + R_2} u_s$

电流源单独作用



$$i_2' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s$$

3. 叠加定理

$$i_2 = i_2' + i_2'' \quad \text{可加性}$$

$$i_2' = k_1 i_s$$

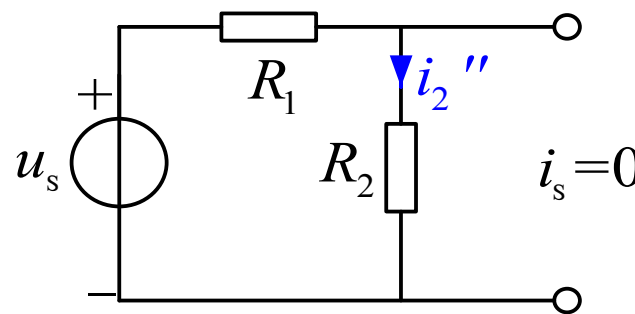
$$i_2'' = k_2 u_s$$

齐次性（单电源作用）

$$i_2 = k_1 i_s + k_2 u_s$$

线性性（对功率不适用）

电压源单独作用



$$i_2'' = \frac{1}{R_1 + R_2} u_s$$

## 4.3 叠加定理 Superposition Theorem

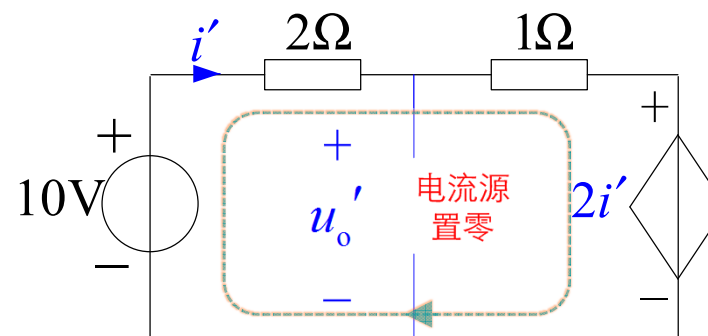
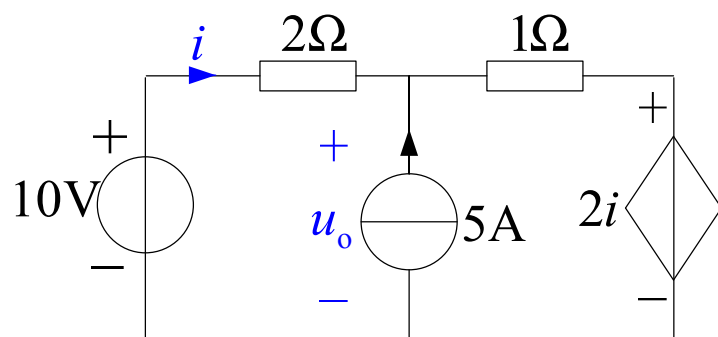
### 3. 叠加定理

线性电路中，多个独立电源共同激励下的响应（任意电流或电压），等于各独立电源单独（或分组）激励下的响应的代数和。

将多电源电路转化为单电源电路进行计算。

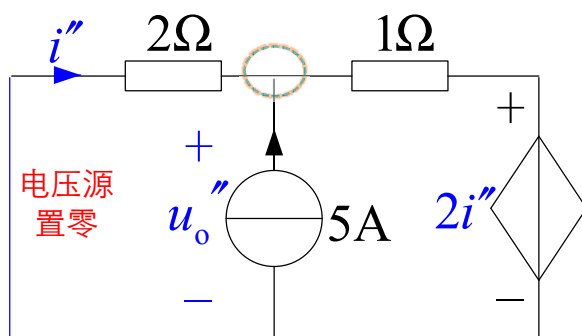
### 4. 定理应用 Applications

【例 1】确定电压 $u_o$ 电流 $i$ 。



网孔方程:  $(2+1)i' = 10 - 2i'$

$$u'_o = 1 \times i' + 2i'$$



结点方程:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1}\right)u''_o = 5 + \frac{2i''}{1}$$

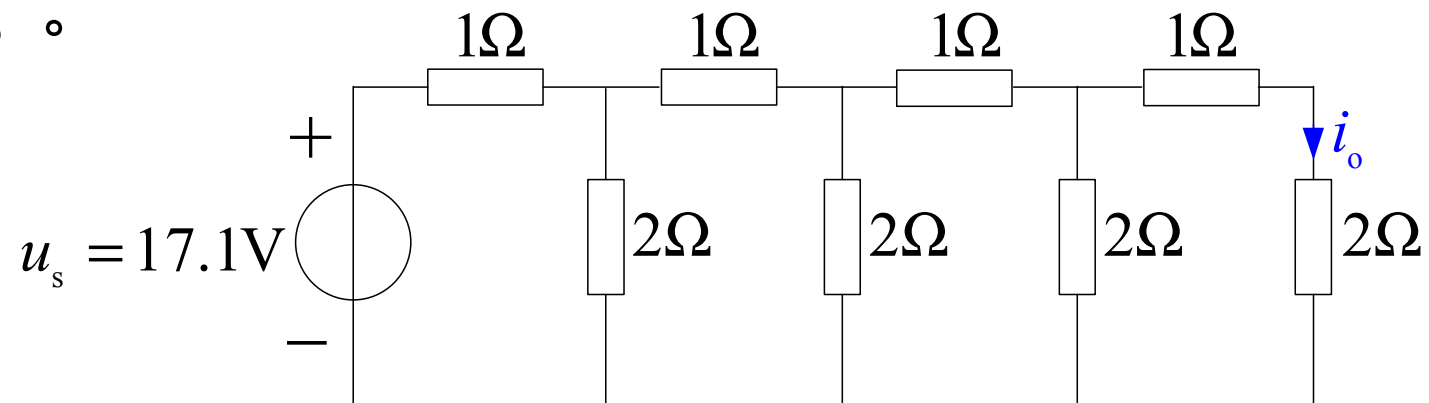
$$u''_o = -2i''$$

$$u_o = u'_o + u''_o, \quad i = i' + i''$$

$$p_{2\Omega} = i^2 R \neq i'^2 R + i''^2 R$$

功率不符合叠加关系!

【例 2】确定  $i_o$ 。

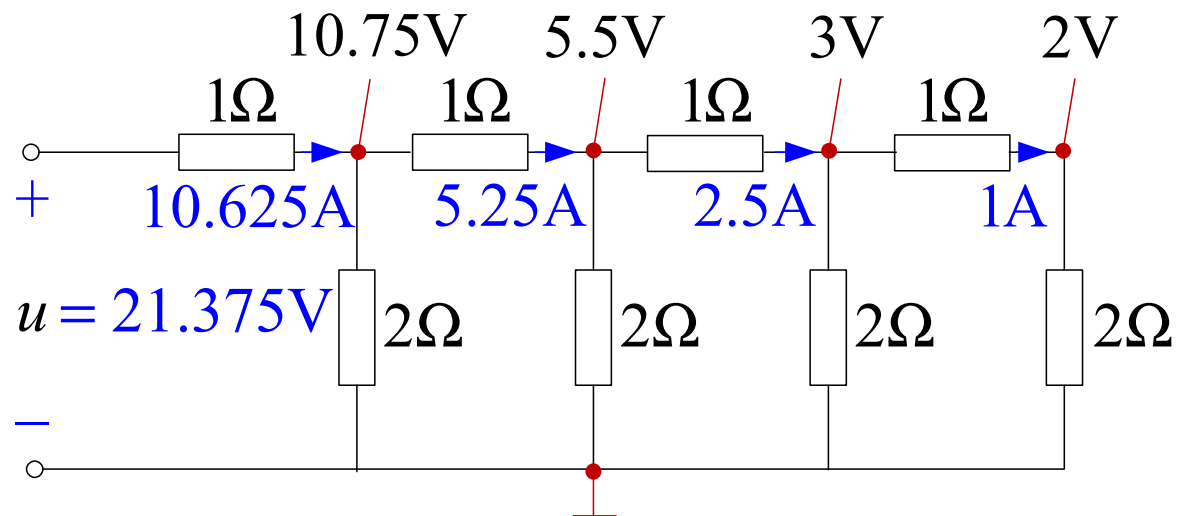


由此

$$u_s = 21.375V \rightarrow i_o = 1A$$

响应与激励的关系为

$$i_o = \frac{1}{21.375} u_s = \frac{8}{171} u_s$$



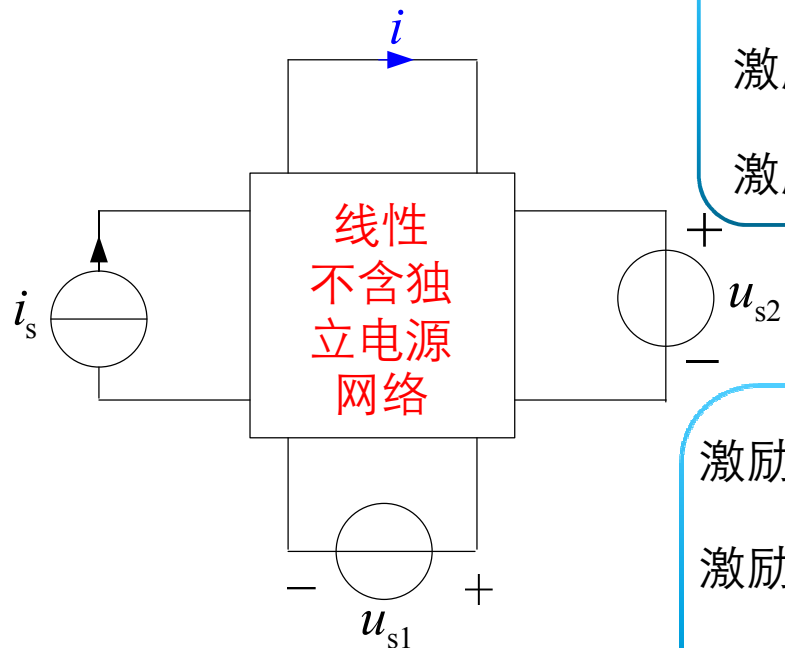
因此

$$u_s = 17.1V \rightarrow i_o = \frac{8}{171} \times 17.1 = 0.8A$$



### 【例 3】确定电流 $i$ 。

已知条件



激励为  $i_s$  和  $u_{s1}$  ( $u_{s2}$  置零)

响应  $i = 2A$

激励为  $i_s$  和  $u_{s2}$  ( $u_{s1}$  置零)

响应  $i = -0.5A$

激励为  $i_s$ 、 $u_{s1}$  和  $u_{s2}$

响应  $i = 1.2A$

确定

激励为  $i_s$

响应

$i = ?$

$i'$

激励为  $u_{s1}$

响应

$i = ?$

$i''$

激励为  $u_{s2}$

响应

$i = ?$

$i'''$

激励为  $0.5i_s$ 、 $2u_{s1}$  和  $3u_{s2}$

响应

$i = ?$

$i$

$$i' + i'' = 2$$

$$i' + i''' = -0.5$$

$$i' + i'' + i''' = 1.2$$

解得  $i' = 0.3$ 、 $i'' = 1.7$ 、 $i''' = -0.8$

$$i = 0.5i' + 2i'' + 3i''' = 1.15A$$

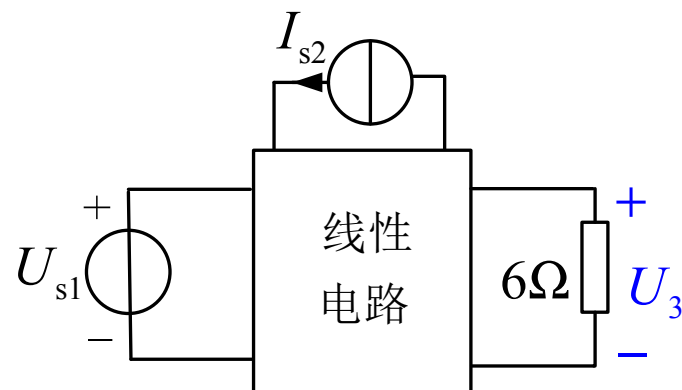
【练习】一线性电路， $U_{S1}=0V$ ， $I_{S2}=0A$ 时，有 $U_3=3V$ ；

$U_{S1}=1V$ ， $I_{S2}=-1A$ 时， $U_3=2V$ ； $U_{S1}=-4V$ ， $I_{S2}=1A$ 时， $U_3=1V$ 。

求当 $U_{S1}=1V$ ， $I_{S2}=2A$ 时， $U_3=?$

解：由叠加定理

$$\begin{aligned} U_3 &= U_3' + U_3'' + U_3''' \\ &= k_1 U_{s1} + k_2 I_{s2} + k \end{aligned}$$



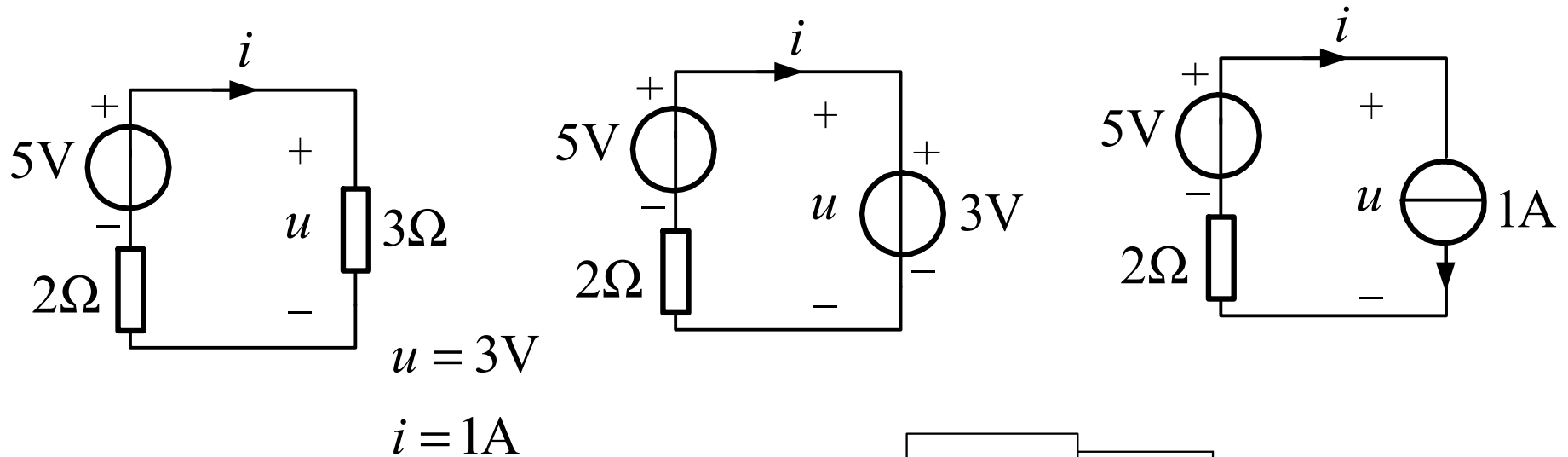
➤  $k_1 U_{S1}$ :  $U_{S1}$ 单独激励产生的电压分量；

➤  $k_2 I_{S2}$ :  $I_{S2}$ 单独作用产生的电压分量；

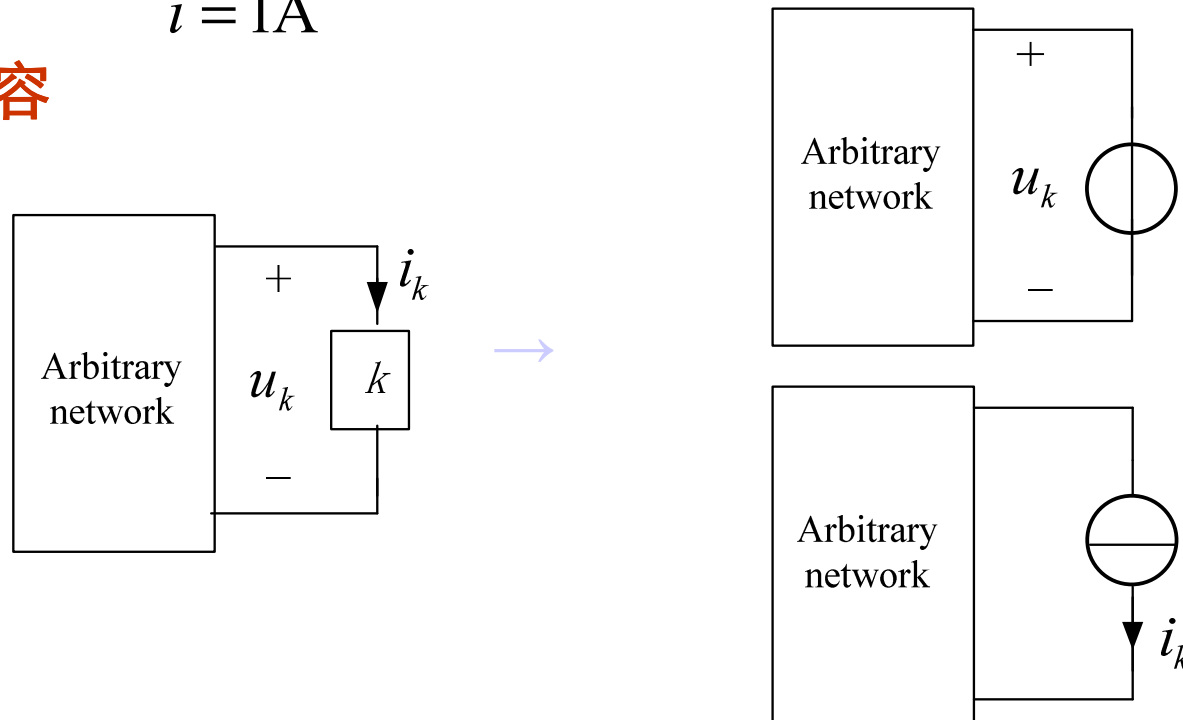
➤  $k$ : 由电路内的独立源一起激励产生的电压分量；

$$\begin{cases} 3 = k_1 \times 0 + k_2 \times 0 + k \\ 2 = k_1 \times 1 + k_2 \times (-1) + k \\ 1 = k_1 \times (-4) + k_2 \times 1 + k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 1 \\ k_2 = 2 \\ k = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} U_3 &= U_{s1} + 2I_{s2} + 3 \\ &= 8V \end{aligned}$$

## 4.4 替代定理 (Substitution Theorem)



### 1. 定理内容



## 4.4 替代定理 (Substitution Theorem)

### 1.定理内容:

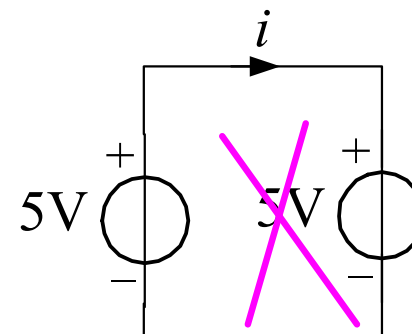
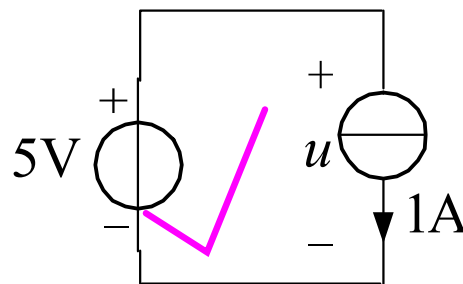
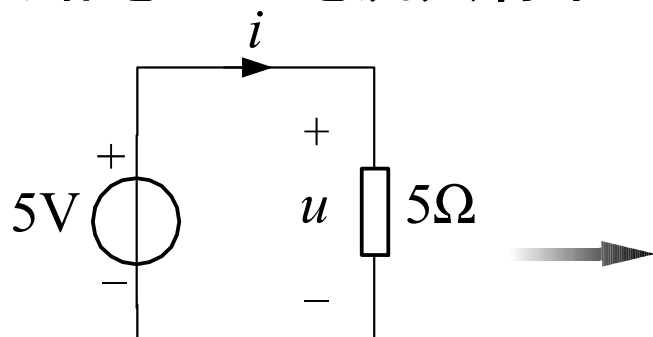
在任意一个电路中，若某支路 $k$ 电压为 $u_k$ 、电流为 $i_k$ ，且该支路与其它支路不存在耦合，那么这条支路

- 可以用一个电压等于 $u_k$ 的独立电压源替代；
- 或者用一个电流等于 $i_k$ 的独立电流源来替代；

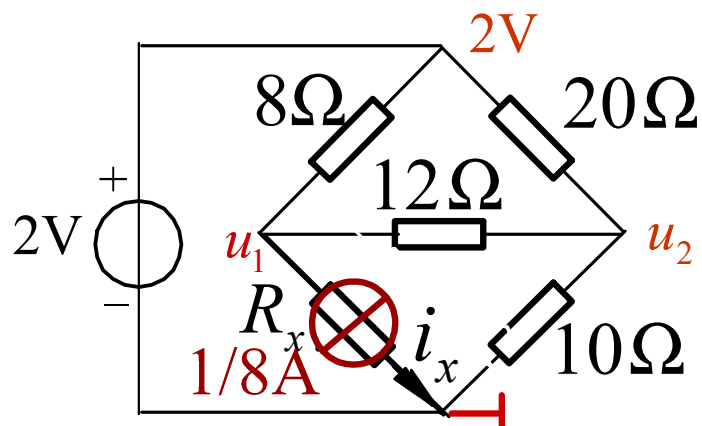
若替代后电路仍具有唯一解，则整个电路的各支路电压和电流保持不变。

## 2. 定理应用 Applications

支路电压、电流具有唯一解



已知  $i_x = 1/8 \text{ A}$ . 计算  $R_x$ .



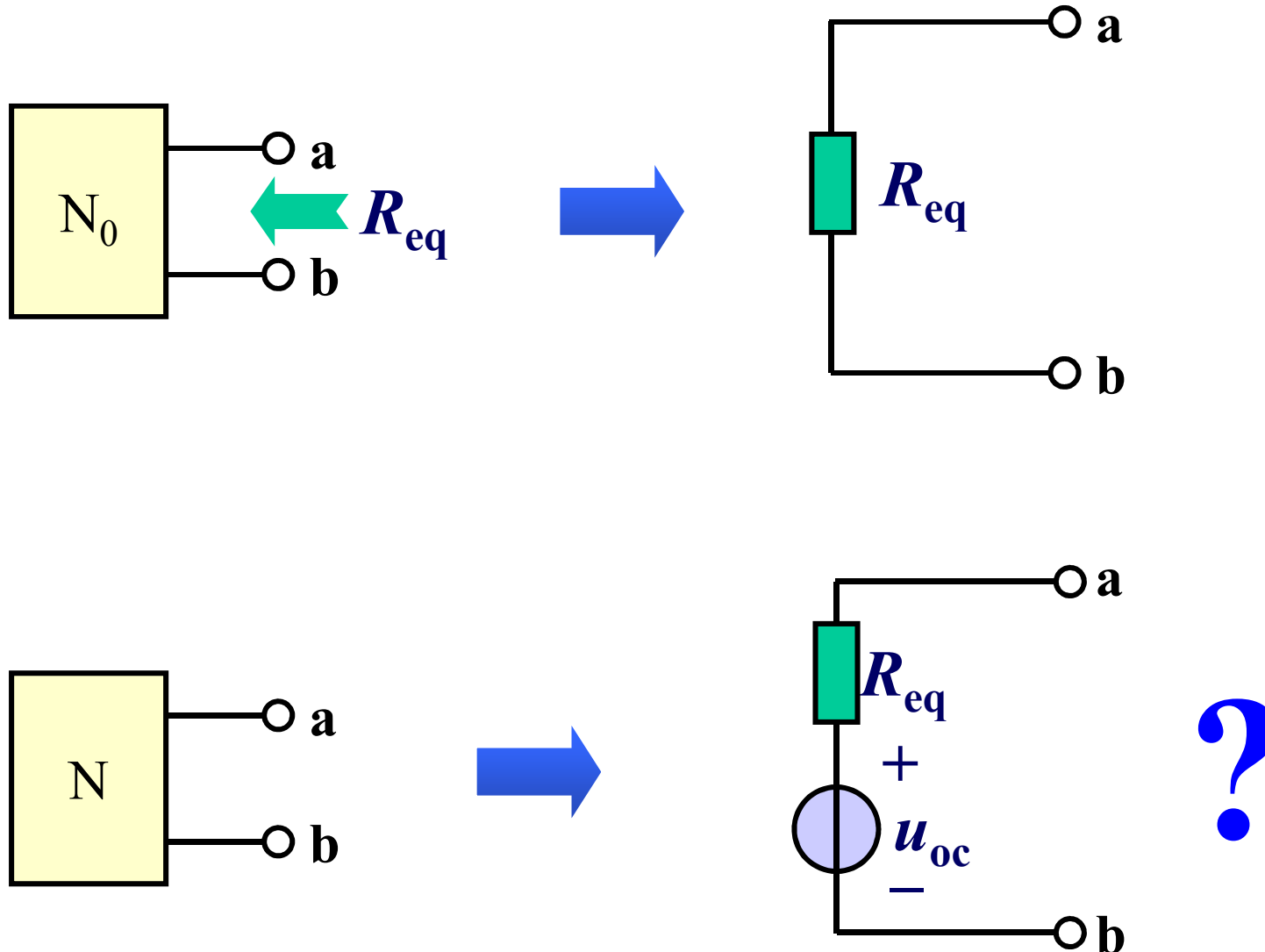
**Nodal analysis:**

$$\begin{cases} (\frac{1}{8} + \frac{1}{12})u_1 - \frac{1}{12}u_2 - \frac{1}{8} \times 2 = -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{12}u_1 + (\frac{1}{20} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10})u_2 - \frac{1}{20} \times 2 = 0 \end{cases}$$

解方程得出:  $u_1 = 0.9 \text{ V}$

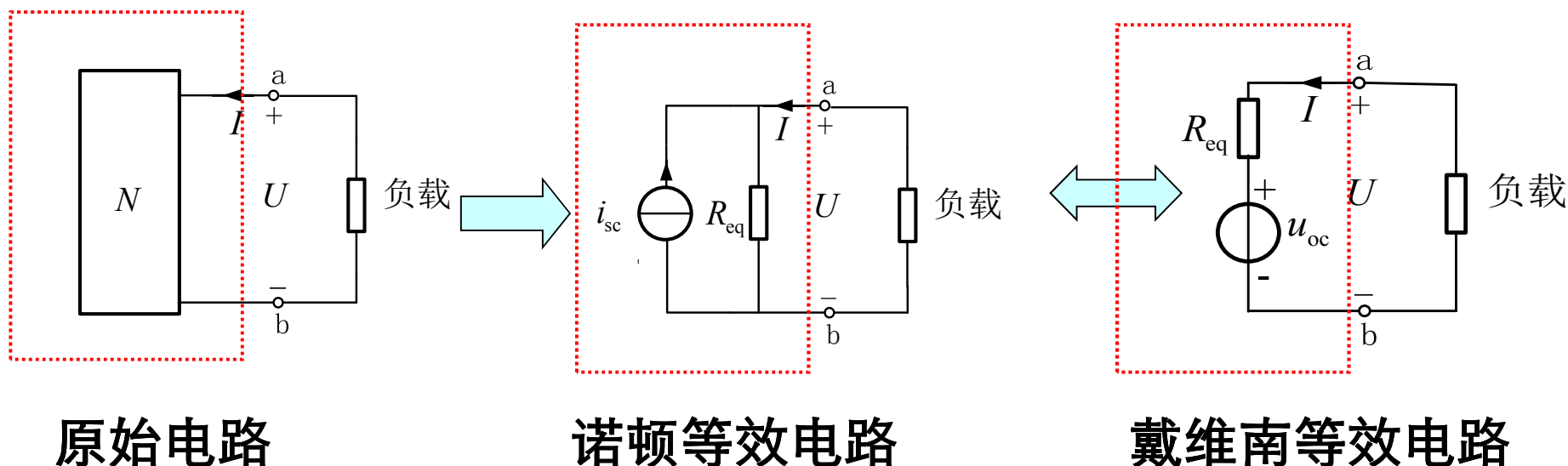
$$R_x = u_1 / \frac{1}{8} = 0.9 \times 8 = 7.2 \Omega$$

## 4.5 戴维南定理与诺顿定理 Thevenin-Norton Theorem



# 1 定理

戴维南-诺顿定理：一个线性含有独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口网络，对外电路来说，可用一个电压源和电阻串联等效，也可用一个电流源和电阻并联等效。

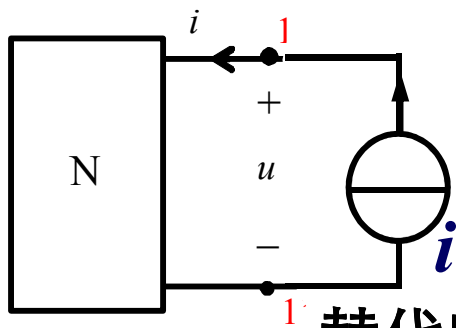


➤  $u_{oc}$  是端口的开路电压 (Open-circuit voltage)

➤  $R_{eq}$  独立电源置零后的端口等效电阻 (Equivalent resistance)

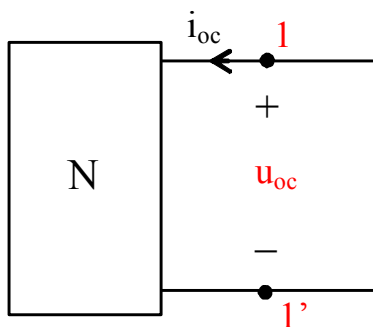
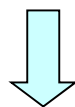
➤  $i_{sc}$  是端口的短路电流 (Short-circuit current)

## 2 定理证明:

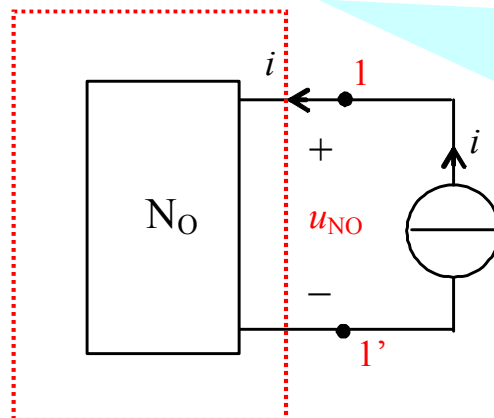


替代定理

利用替代定理，将外部电路用电流源替代



+



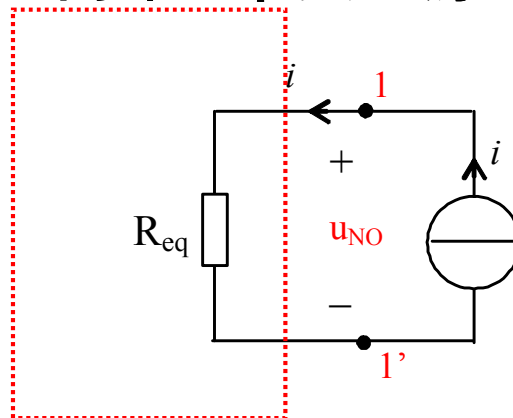
利用叠加定理，让电流源和N中电源分别单独作用。计算u值。

电流源*i*为零

网络N中独立源全部置零

$$u = u' + u''$$

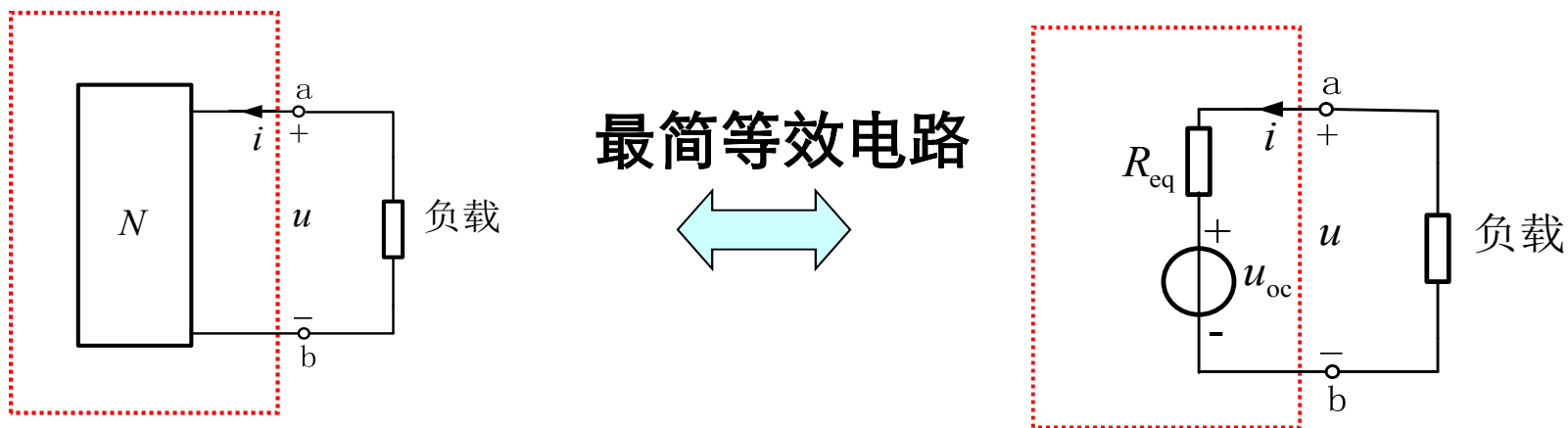
$$= u_{oc} + R_{eq}i$$





## 2 定理证明:

$$u = u_{oc} + R_{eq}i$$



结论:

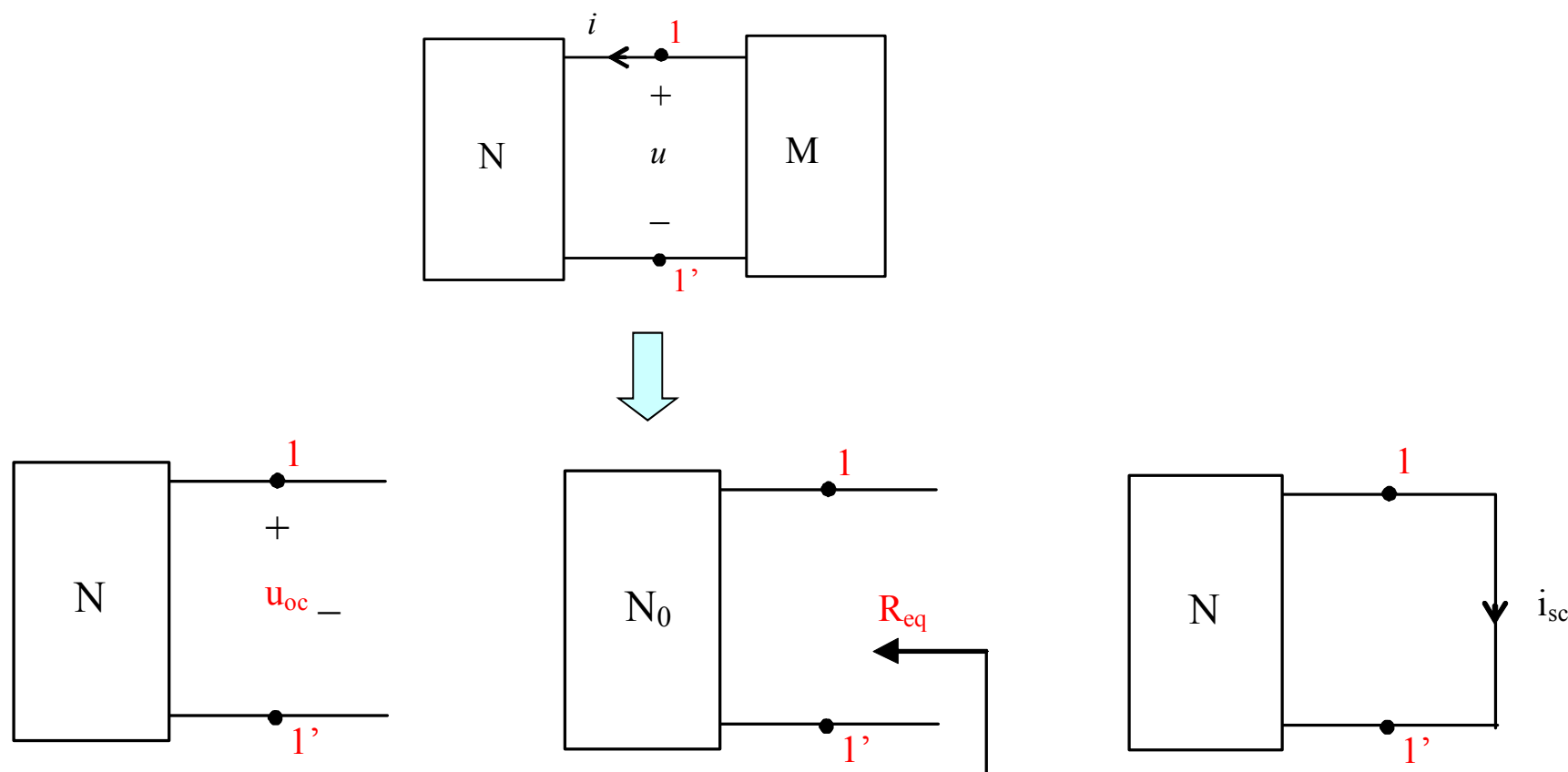
线性有源二端网络 $N$ ，对外电路而言，可以用一个电压源和电阻元件串联组成的等效电路代替。

$u_{oc}$  是端口的开路电压； $R_{eq}$  一端口中全部独立电源置零后的端口等效电阻。

### 3.定理应用 Applications

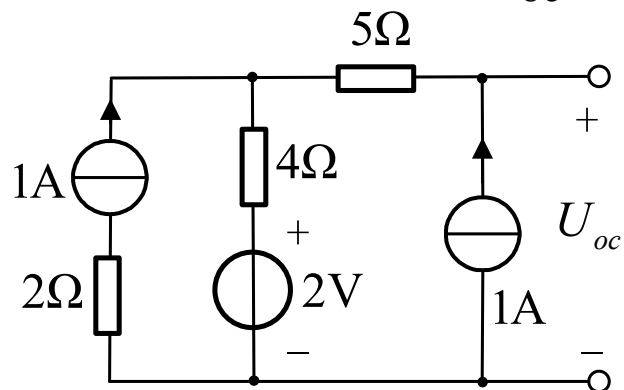
#### 确定戴维宁定理参数的方法:

- 将待求支路移走,形成线性有源二端网络,求该网络的短路电流或开路电压或者入端电阻



【例 1】图示电路中， $R$ 为可调电阻。问： $R$ 为何值时， $I=1\text{A}$ ？

解：求开路电压 $u_{oc}$ ：



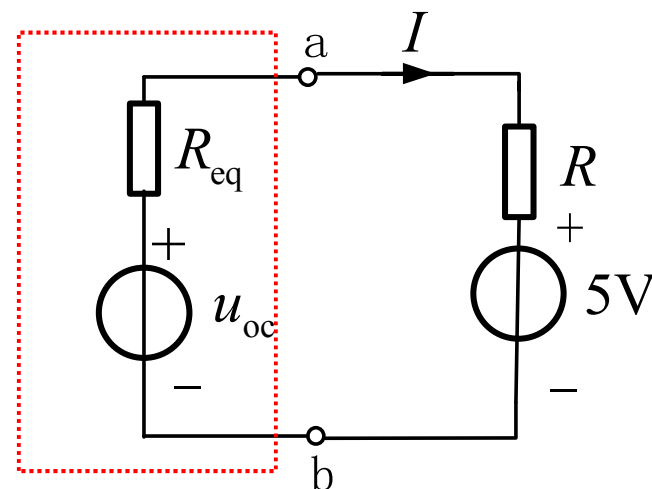
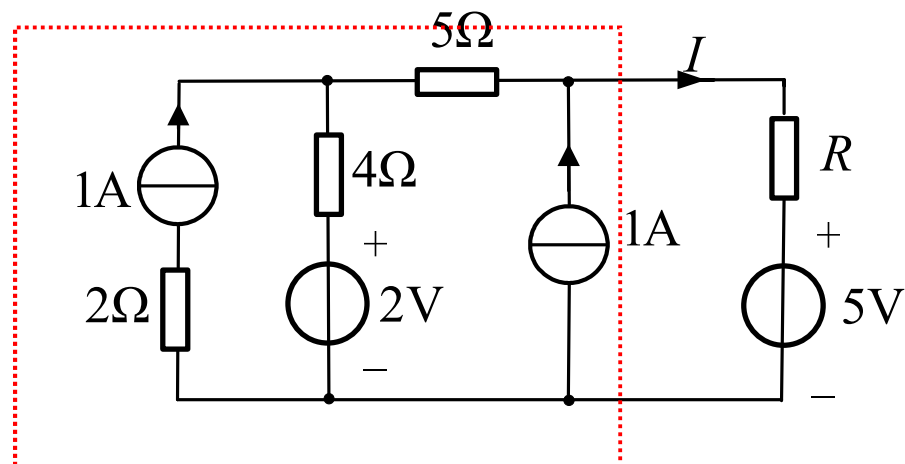
$$u_{oc} = 1 \times 5 + 4 \times 2 + 2 = 15\text{V}$$

求等效电阻 $R_{eq}$ ：

$$R_{eq} = 9\Omega$$

$$I = \frac{u_{oc} - 5}{R + 9} = 1$$

$$R = 1\Omega$$



【练习1】：图示电路中， $R$ 为可调电阻。问： $R$ 为何值时， $I=-1\text{A}$ ？

解：求开路电压 $u_{0C}$ ：

$$(5+2+3)I_1 - 3 \times 6 = 5$$

$$I_1 = 2.3\text{A}$$

$$u_{oc} = -5 \times 2.3 + 5 - 4 \times 6 = -30.5\text{V}$$

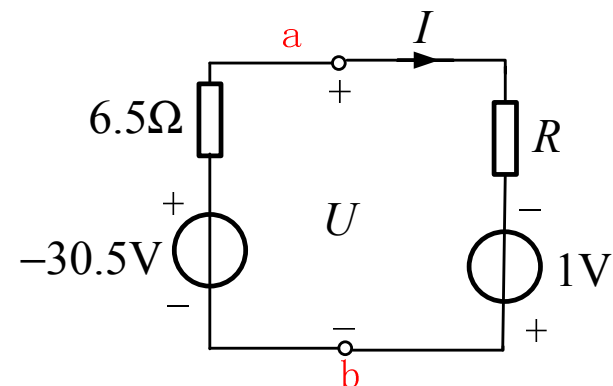
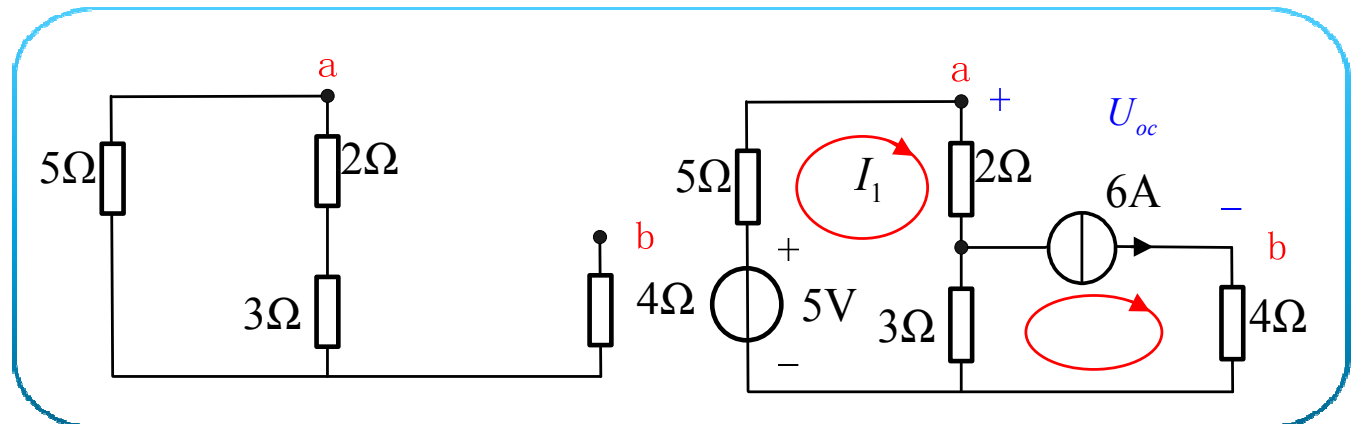
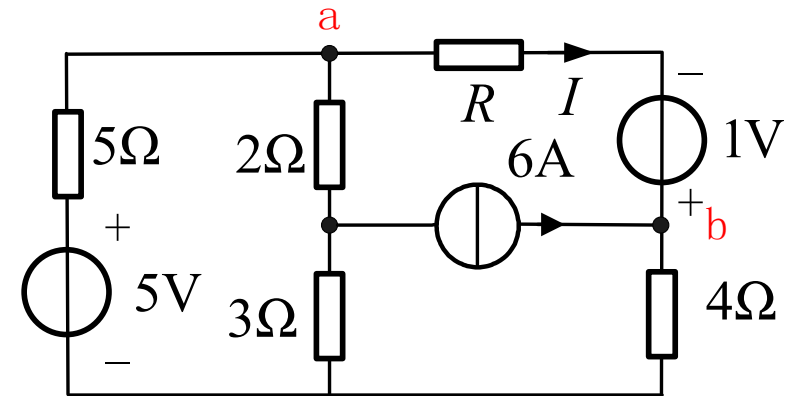
求等效电阻 $R_{eq}$ ：

$$R_{eq} = 6.5\Omega$$

$$I_1 = \frac{U_{oc} + 1}{R_{eq} + R_1}$$

$$\begin{aligned} \therefore R_1 &= \frac{U_{oc} + 1}{I_1} - R_{eq} \\ &= 23\Omega \end{aligned}$$

2023/2/20



20

【练习2】 求电流 $I$ 。

解： 求开路电压与等效电阻

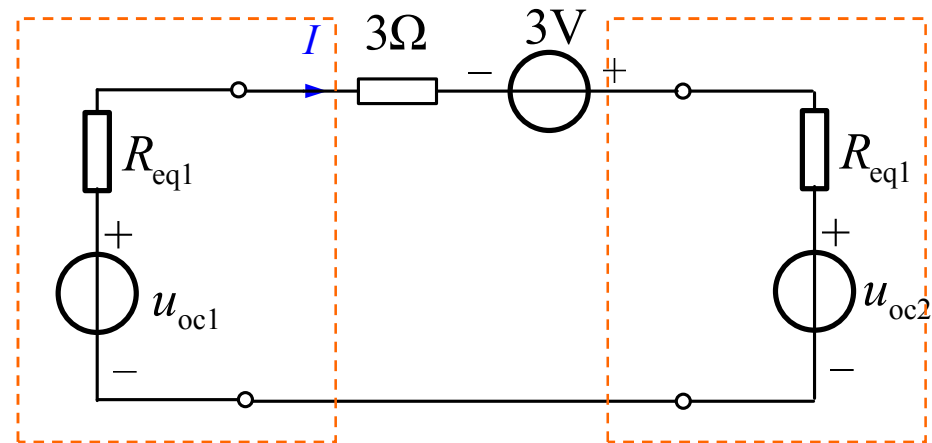
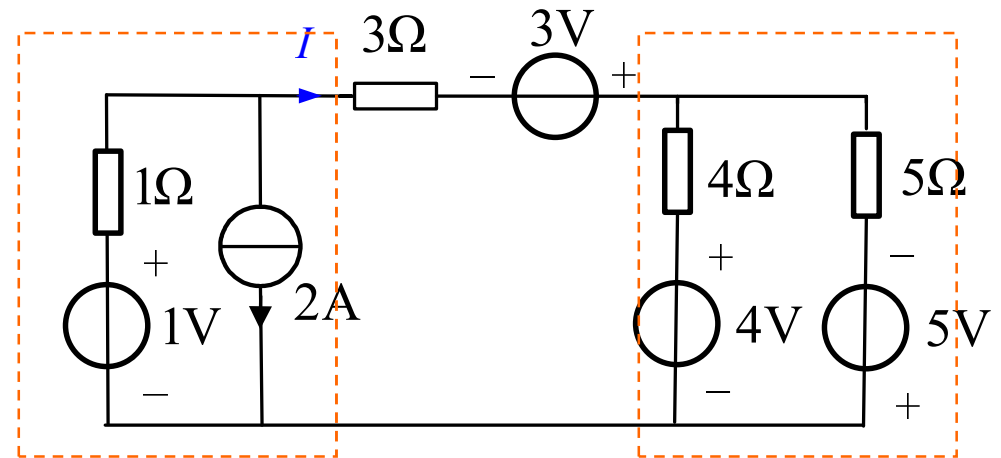
$$u_{oc1} = 1 - 2 \times 1 = -1\text{V}$$

$$R_{eq1} = 1\Omega$$

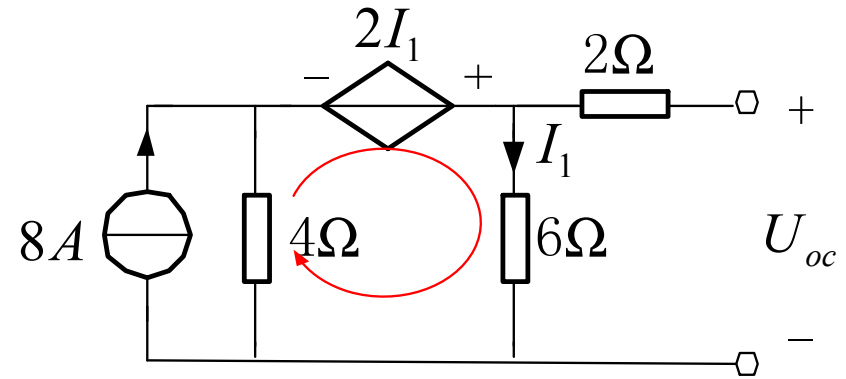
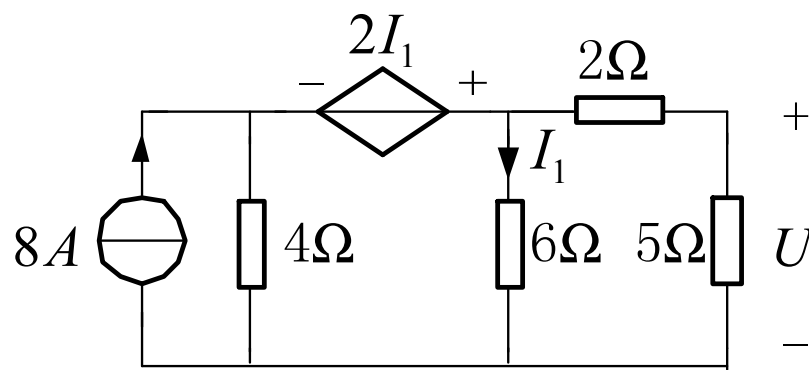
$$u_{oc2} = 0\text{V}$$

$$R_{eq2} = \frac{20}{9}\Omega$$

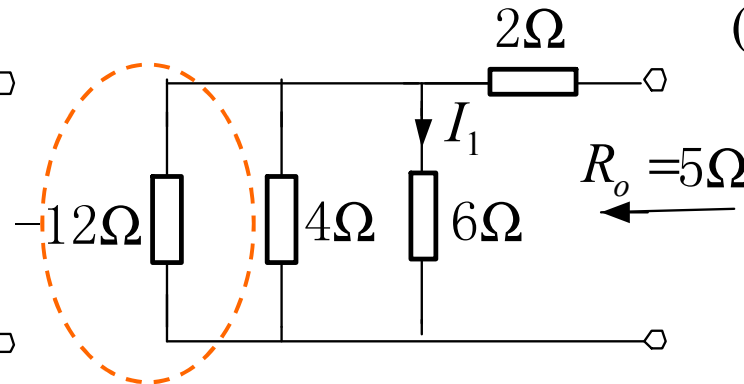
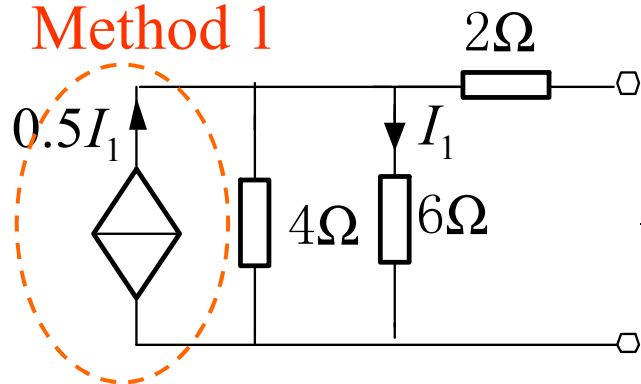
$$I = \frac{3 + (-1) - 0}{3 + 1 + \frac{20}{9}} = \frac{9}{28}\text{A}$$



【例 2】.Find the voltage  $U$ .



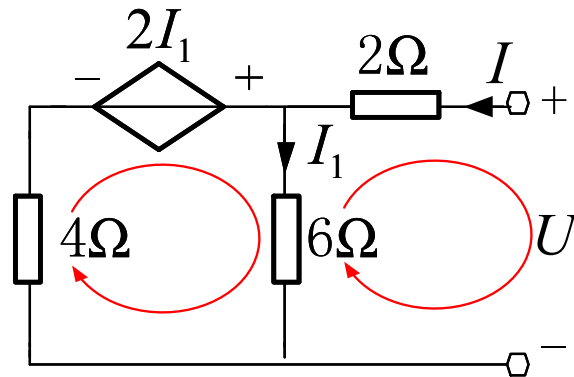
Method 1



$$(4 + 6)I_1 - 8 \times 4 = 2I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = 4A$$

Method 2



$$-6I_1 - 2I + U = 0$$

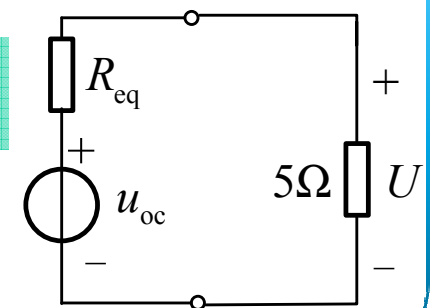
$$-2I_1 - 4(I - I_1) + 6I_1 = 0$$

$$I_1 = 0.5I$$

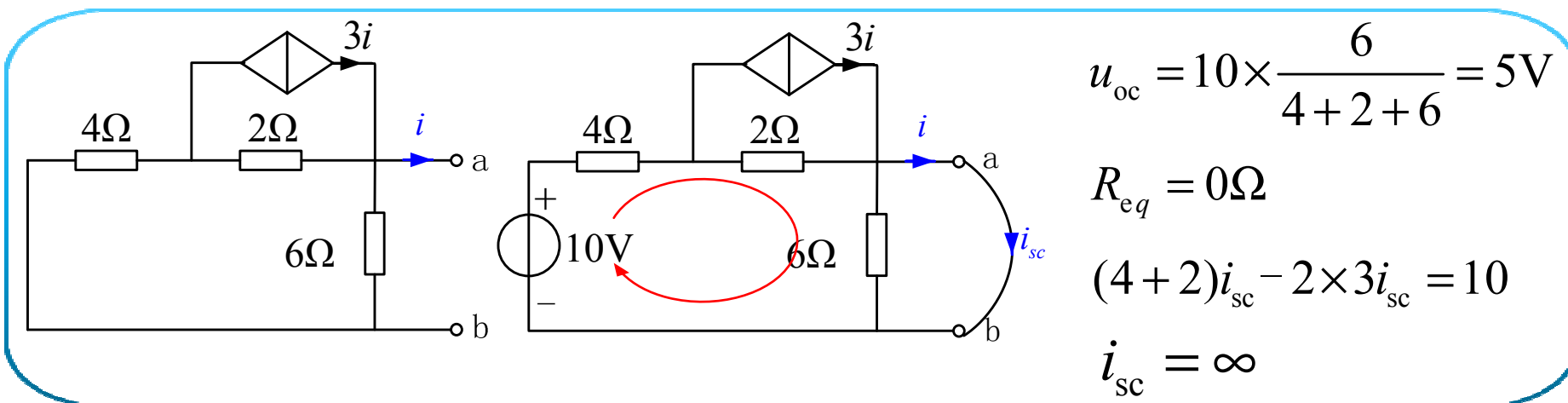
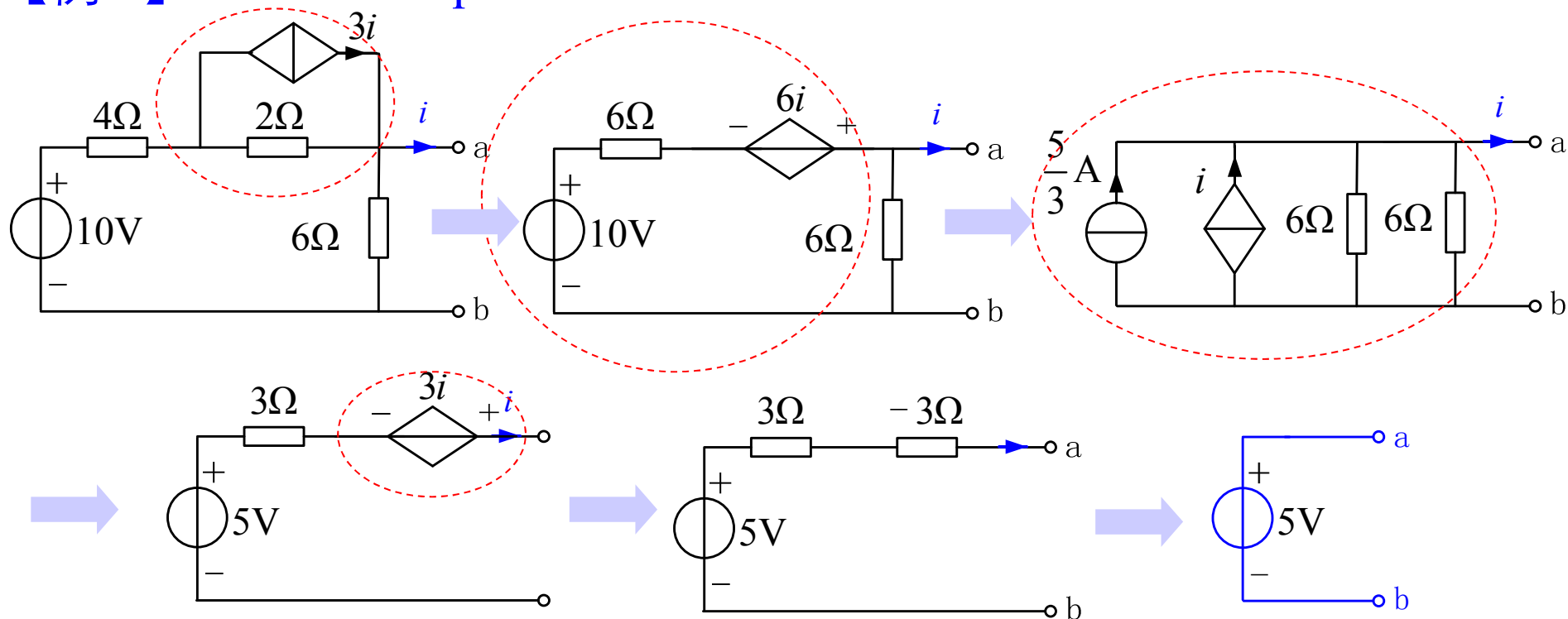
$$R_o = \frac{U}{I} = 5\Omega$$

$$U_{oc} = 24V$$

$$R_o = 5\Omega$$



【例 3】. Find the equivalent circuit.



$$u_{oc} = 10 \times \frac{6}{4 + 2 + 6} = 5V$$

$$R_{eq} = 0\Omega$$

$$(4 + 2)i_{sc} - 2 \times 3i_{sc} = 10$$

$$i_{sc} = \infty$$

【练习3】 求电流 $I$ 。

解：求开路电压 $u_{oc}$ ：

$$u_{oc} = 1 \times \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3} \text{ V}$$

求等效内阻（求短路电流）：

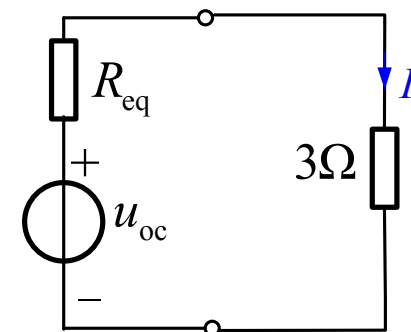
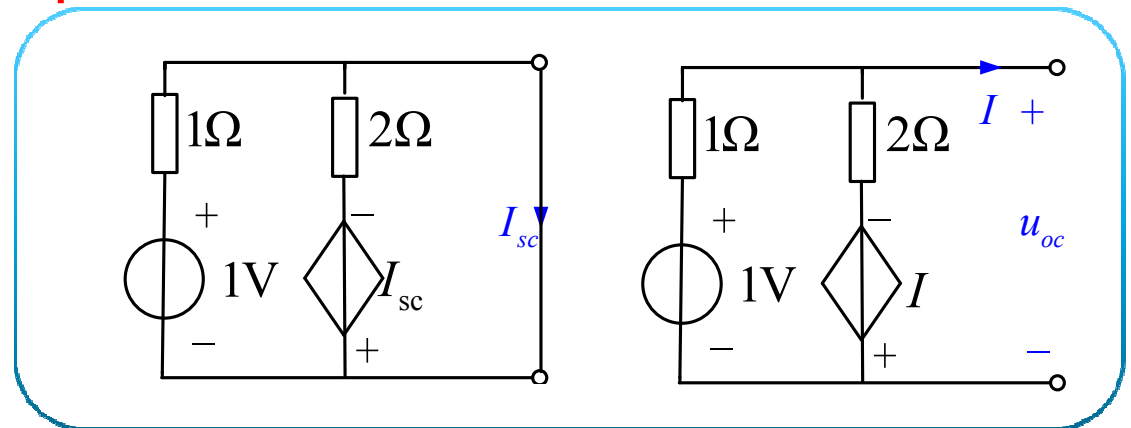
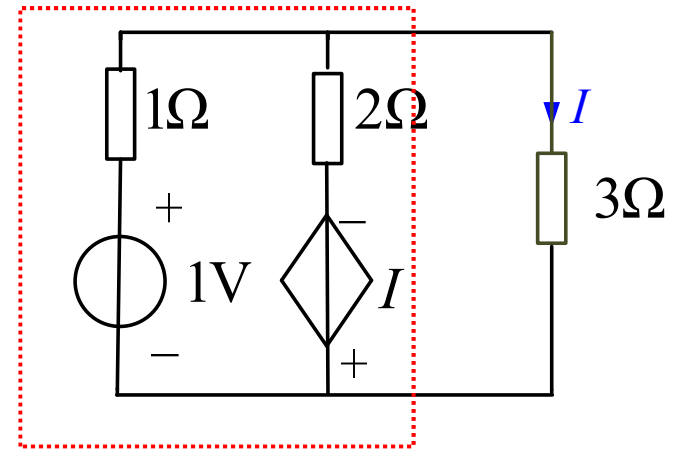
由KCL得：

$$I_{sc} - 1 + \frac{I_{sc}}{2} = 0 \quad I_{sc} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

$$R_{eq} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = 1 \Omega$$

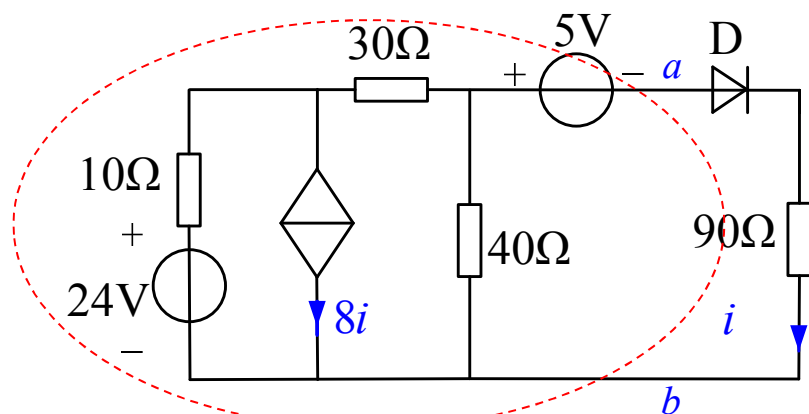
求 $I$ ：

$$I = \frac{u_{oc}}{R_{eq} + 3} = \frac{u_{oc}}{4} = \frac{1}{6} \text{ A}$$

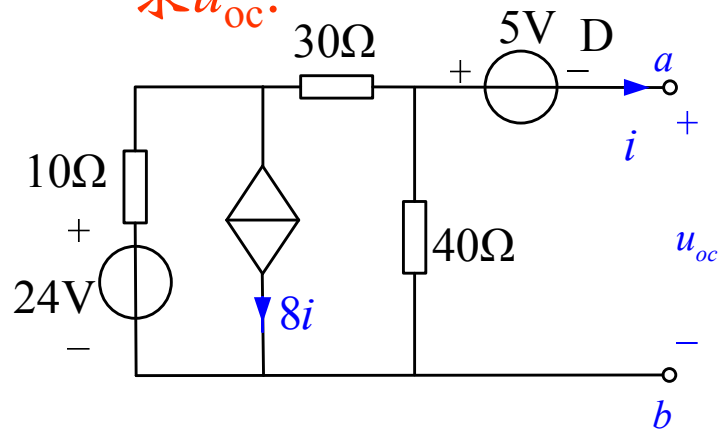




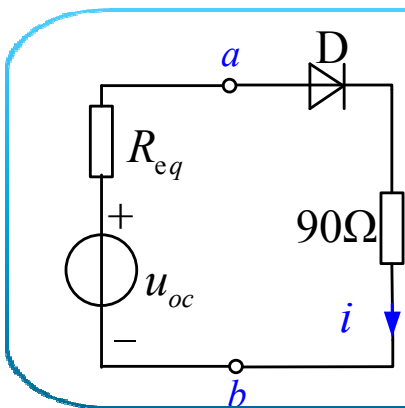
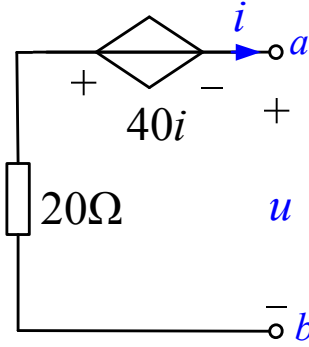
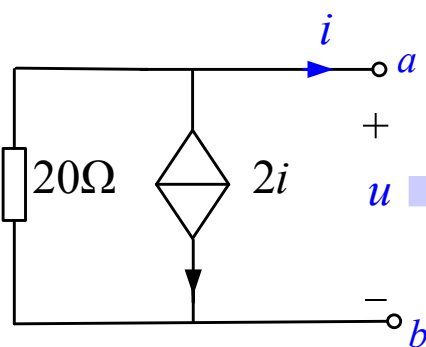
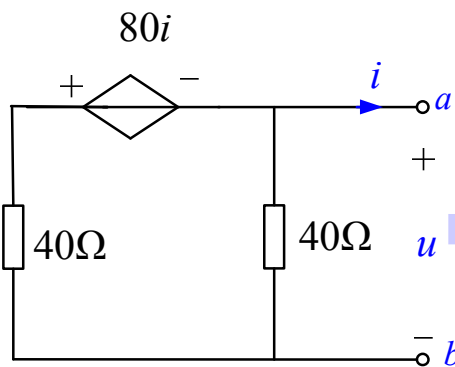
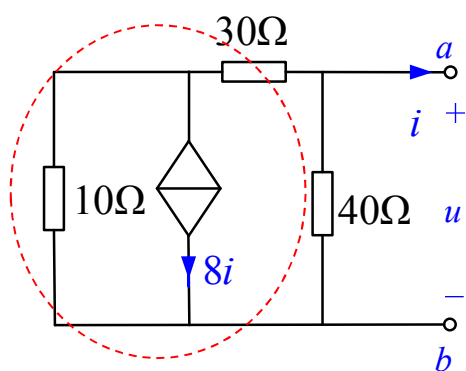
【练习4】. 二极管D状态? 设D导通压降为0.7V, 求*i*。(习题4-25)



求  $u_{oc}$ :



求等效电阻

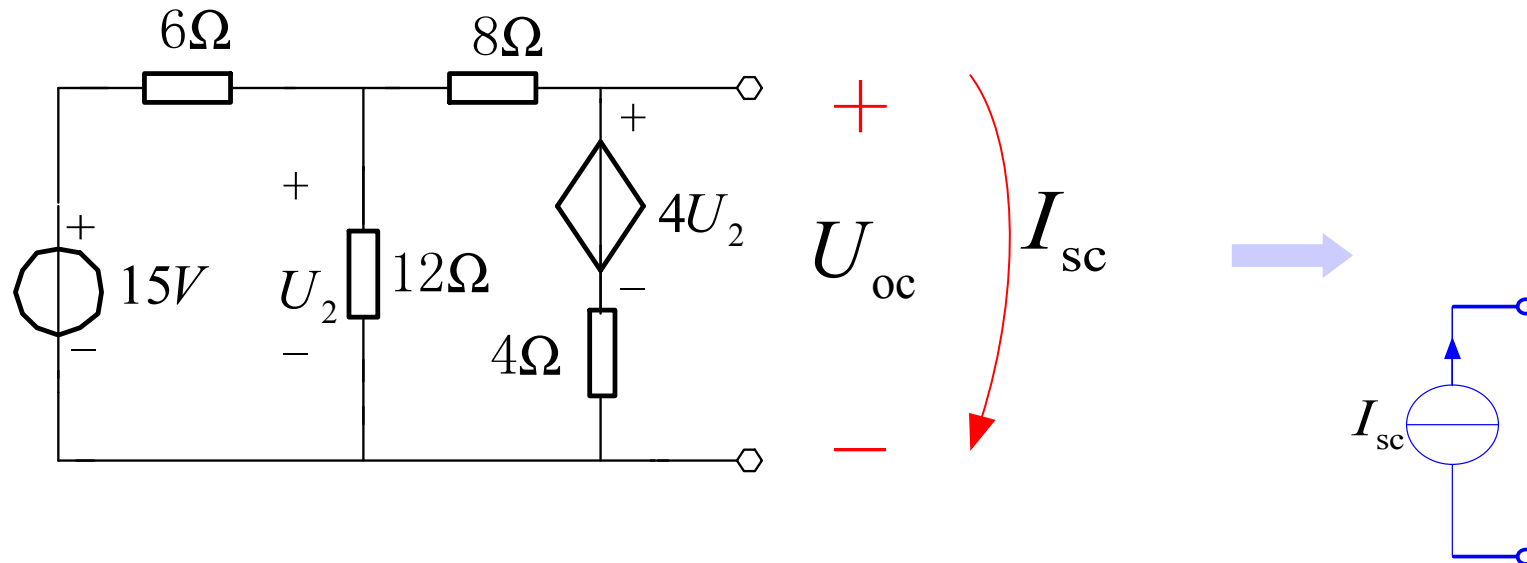


$$u_{oc} = \frac{40}{10 + 30 + 40} \times 24 - 5 = 7V$$

$$R_{eq} = 20 + 40 = 60\Omega$$

$$i = \frac{7 - 0.7}{60 + 90} = 0.042A$$

【课下练习】求等效电路。



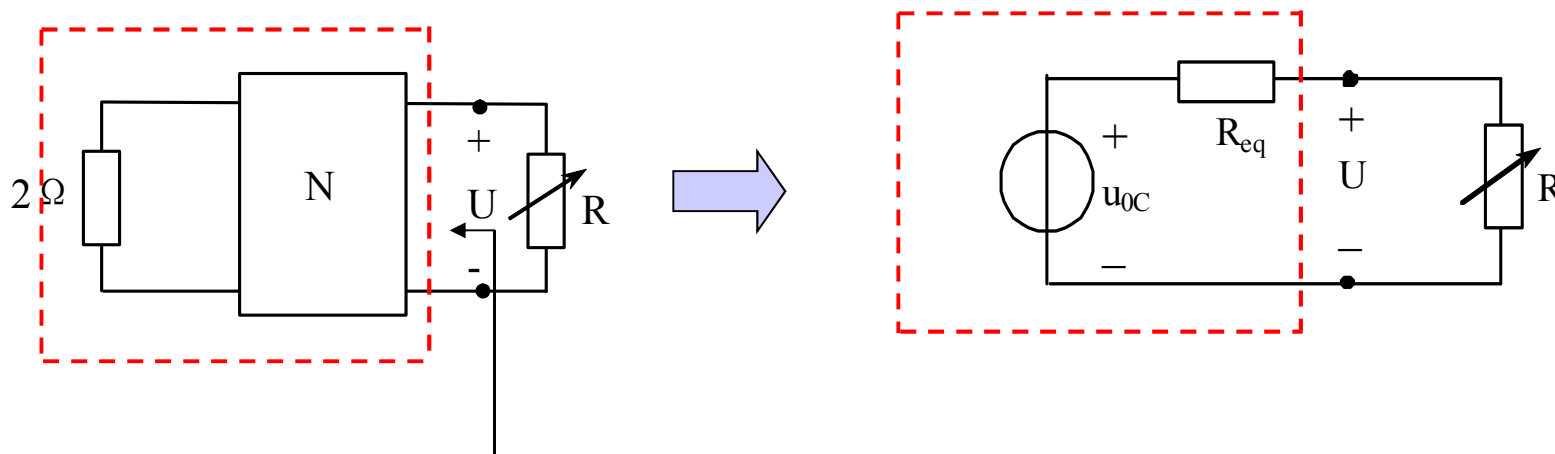
$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right) U_2 = \frac{15}{6} + \frac{4U_2}{12} \quad \longrightarrow \quad U_2 = \infty, \quad U_{oc} = \infty$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right) U_2 = \frac{15}{6} \quad \longrightarrow \quad U_2 = \frac{20}{3} \text{ V} \quad \longrightarrow \quad I_{sc} = \frac{U_2}{8} + \frac{4U_2}{4} = \frac{15}{2} \text{ A}$$

### 3.定理应用 Applications

由网络端口伏安关系确定等效模型

【例 4】. N为含独立源的线性电阻网络，确定图中端口左侧的戴维南等效电路。已知当 $R=4\Omega$ 时， $U=4V$ ； $R=12\Omega$ 时， $U=6V$ 。



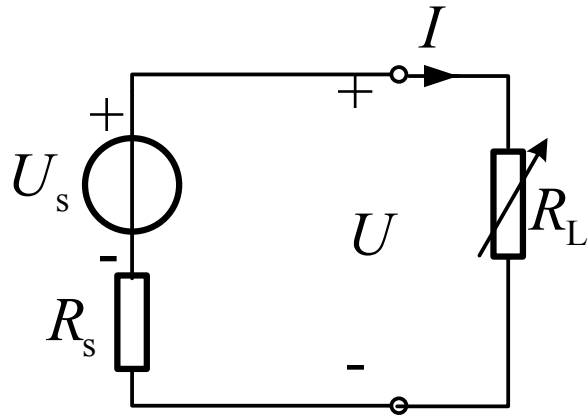
解:  $\because U = \frac{R}{R + R_{eq}} u_{oc}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 = \frac{4}{4 + R_{eq}} u_{oc} \\ 6 = \frac{12}{12 + R_{eq}} u_{oc} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_{oc} = 8V \\ R_{eq} = 4\Omega \end{cases}$$

## 4.6 最大功率传输定理Maximum Power Theorem

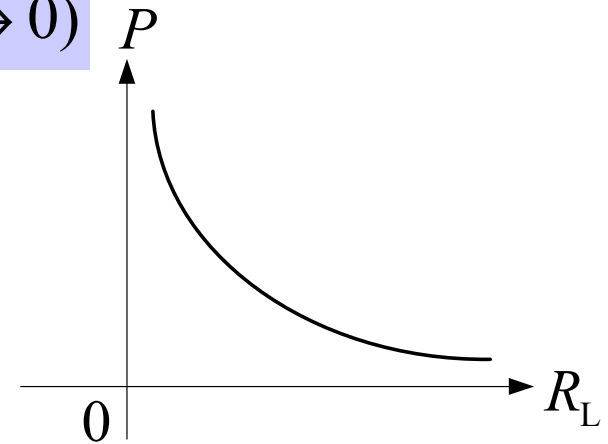
### 1. 负载吸收功率的变化规律



$$P = R_L I^2 = R_L \times \left( \frac{U_s}{R_L + R_s} \right)^2$$

$$R_s \ll R_L \text{ (或 } R_s \rightarrow 0)$$

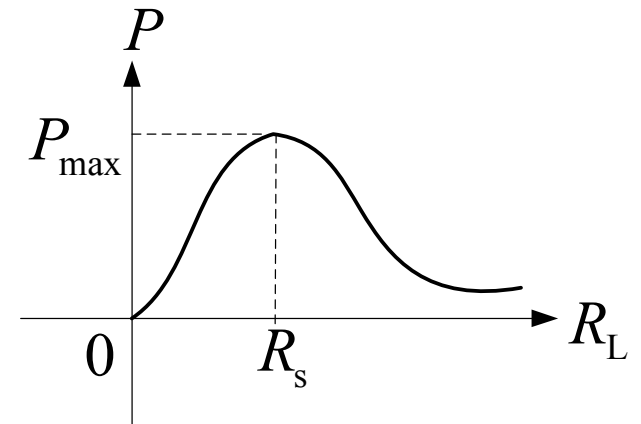
$$P \approx \frac{U_s^2}{R_L}$$



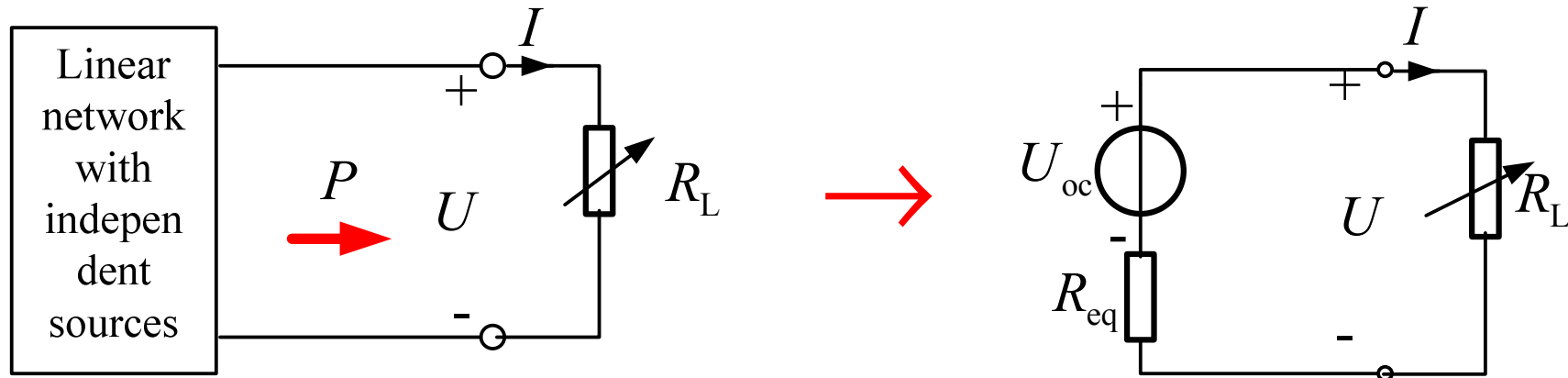
$$R_s \neq 0$$

$$P_{\max} = ?$$

$$P_{\max} = \frac{U_s^2}{4R_s} \quad ?$$



## 4.6 最大功率传输定理 Maximum Power Theorem



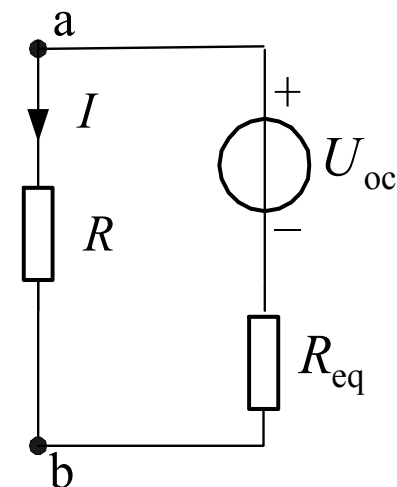
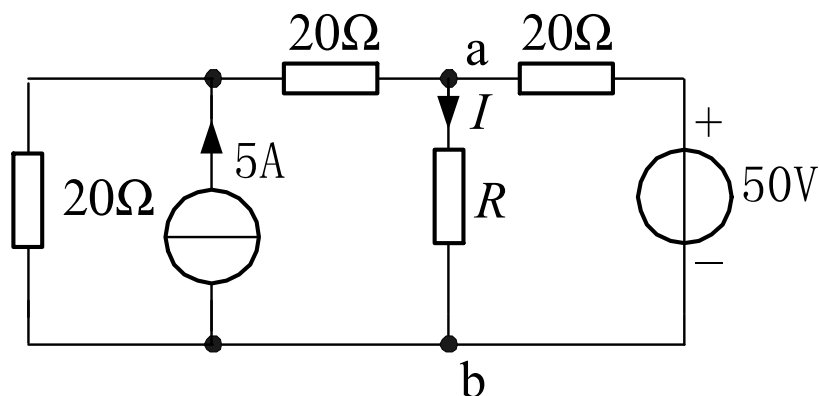
$$R_L = ? \Rightarrow P = \max = ?$$

$$\rightarrow P = R_L I^2 = R_L \times \left( \frac{U_{oc}}{R_L + R_{eq}} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{dP}{dR_L} = 0 \quad \rightarrow R_L = R_{eq} \quad \rightarrow P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}}$$

## 讨论 —— 目标：最大功率问题分析

【例 5】. Find the value of  $R$  for maximum power transfer in the circuit .Find the maximum power absorbed by  $R$ .

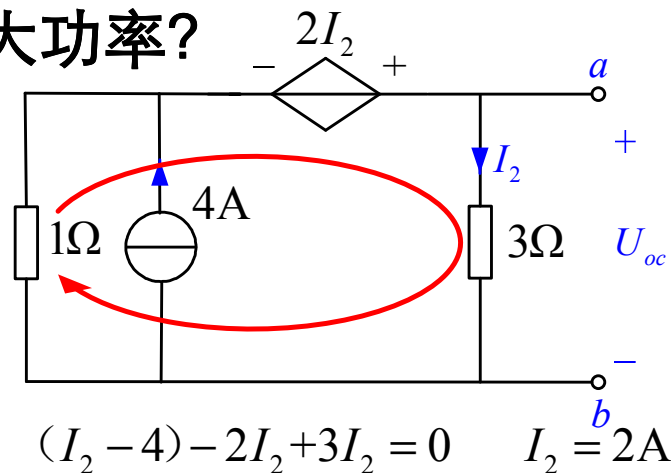
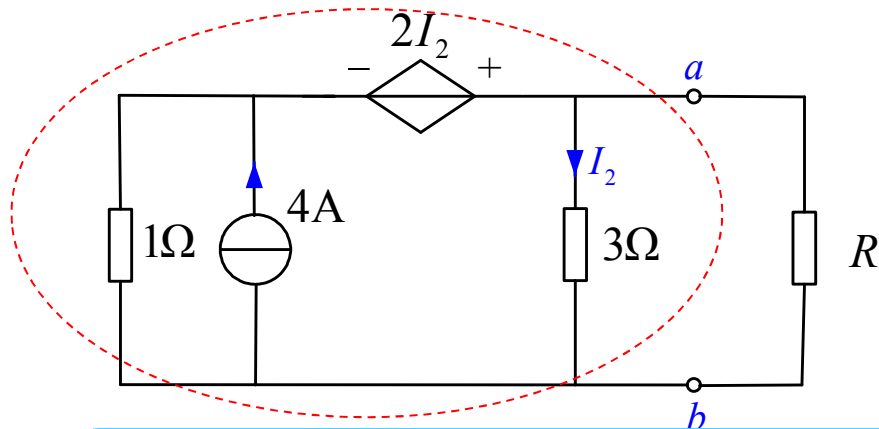


$$U_{oc} = \frac{20 \times 5}{20 + 40} \times 20 + \frac{40 \times 50}{20 + 40} = 66.7 \text{ V}$$

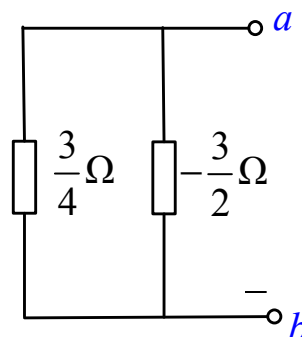
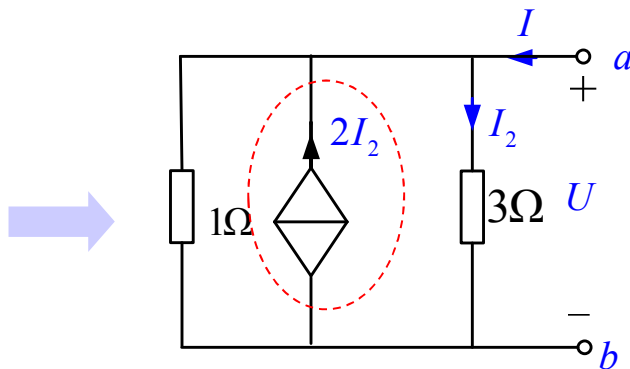
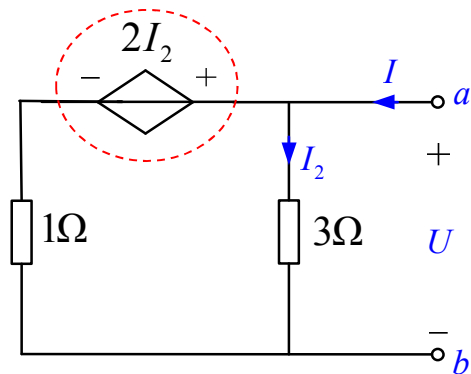
$$R_{eq} = 20 // (20 + 20) = 13.3 \Omega$$

$$R = R_{eq} \quad P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}} = 83.4 \text{ W}$$

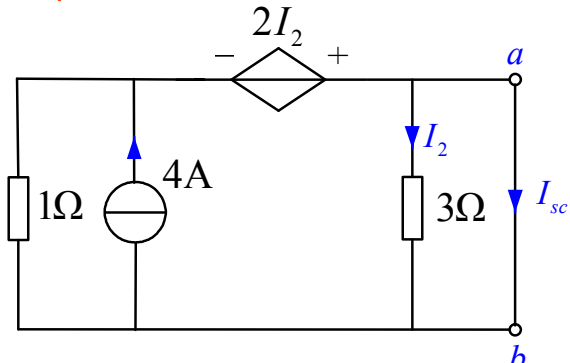
【例 6】.  $R$  可变, 问  $R$  取何值时吸收最大功率?



求等效电阻



求短路电流

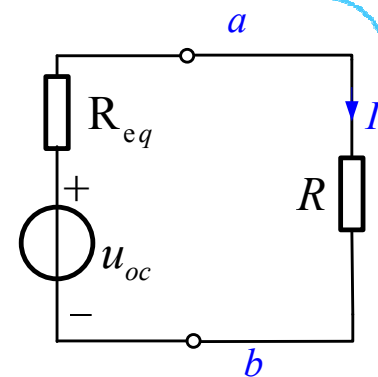


$$P = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}} = 6W$$

$$u_{oc} = 6V$$

$$R_{eq} = \left(\frac{3}{4} // -\frac{3}{2}\right) = 1.5\Omega$$

$$i_{sc} = 4A$$



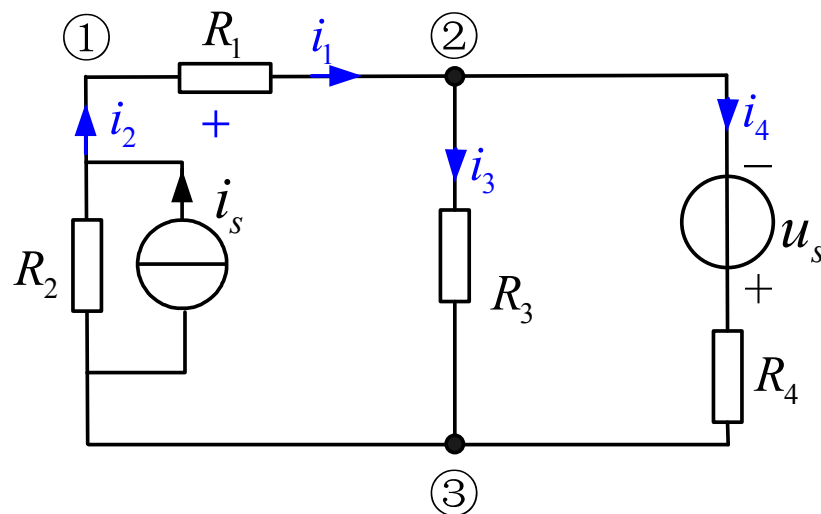
## 4.7 特勒根定理 与互易定理

### Tellegen's Theorem and Reciprocity Theorem

#### 1 特勒根定理之功率守恒

设支路电压、电流为 $u_1 \sim u_4$ 、 $i_1 \sim i_4$ ，  
结点电压分别为 $u_{n1}$ 、 $u_{n2}$

$$\begin{aligned}\Sigma P &= u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 + u_4 i_4 \\ &= (u_{n1} - u_{n2}) i_1 + (-u_{n1}) i_2 + u_{n2} i_3 + u_{n2} i_4 \\ &= u_{n1} (i_1 - i_2) + u_{n2} (-i_1 + i_3 + i_4) \\ &= 0\end{aligned}$$



特勒根定理:在集中参数电路中, 各支路吸收的功率的代数和等于0。  
即各独立源提供的功率的总和, 等于其余各支路吸收的功率的总和。

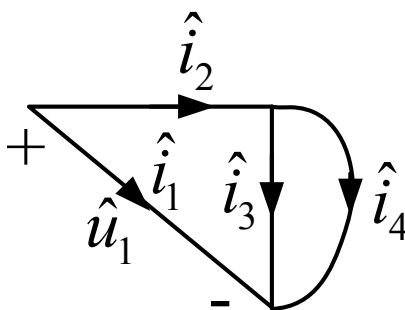
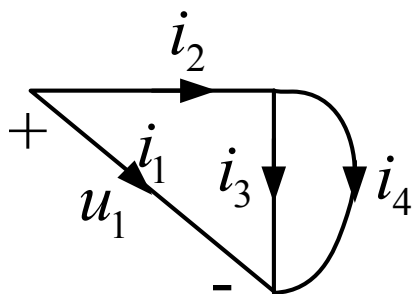
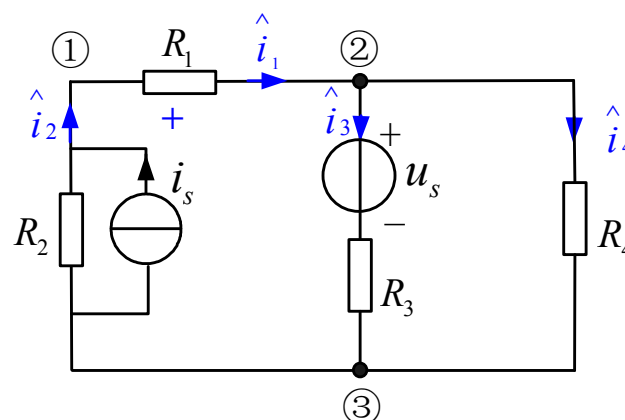
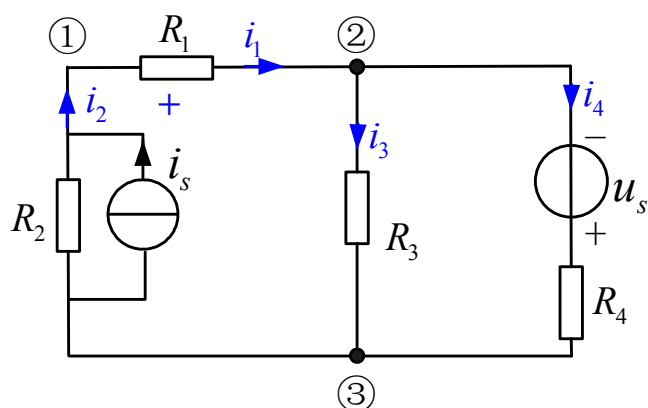
$$u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 + u_4 i_4 = 0 \qquad \sum_{k=1}^b u_k i_k = 0$$



## 2 特勒根之似功率定理

电路N和N'的拓扑图形完全相同，各有4条支路，3个节点，

- 对应支路采用相同编号
- 每一支路电压、电流采用关联参考方向；
- 对应支路电压、电流方向一致。



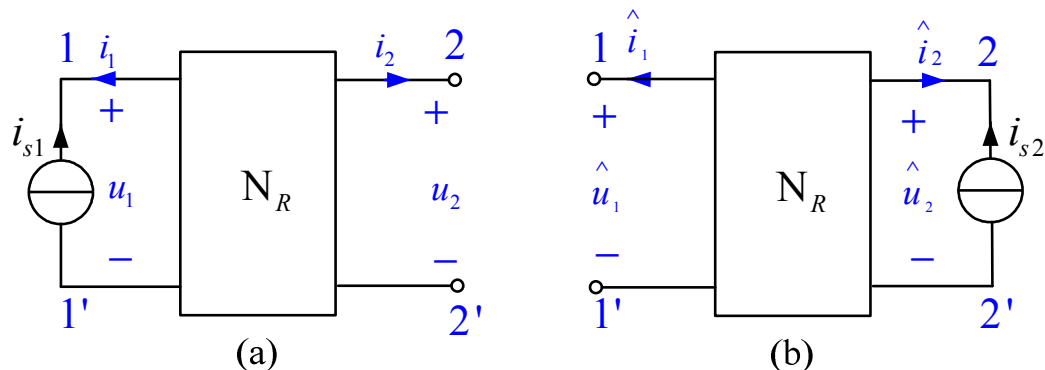
$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 + u_3 \hat{i}_3 + u_4 \hat{i}_4 = 0$$

$$\hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 + \hat{u}_3 i_3 + \hat{u}_4 i_4 = 0$$

$$\sum_{k=1}^b u_k \hat{i}_k = 0, \sum_{k=1}^b \hat{u}_k i_k = 0$$

### 3 线性电阻构成的二端口网络之似功率定理

【例 1】.  $N_R$  为无源线性电阻网络,  $i_{s1}=4\text{A}$ ,  $u_2=10\text{V}$ ,  $i_{s2}=2\text{A}$ ,  $\hat{u}_1 = ?$



解：设 $N_R$ 内各支路电压、电流采用关联参考方向

$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 + \sum_{k=3}^b u_k \hat{i}_k = 0; \quad \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 + \sum_{k=3}^b \hat{u}_k i_k = 0$$

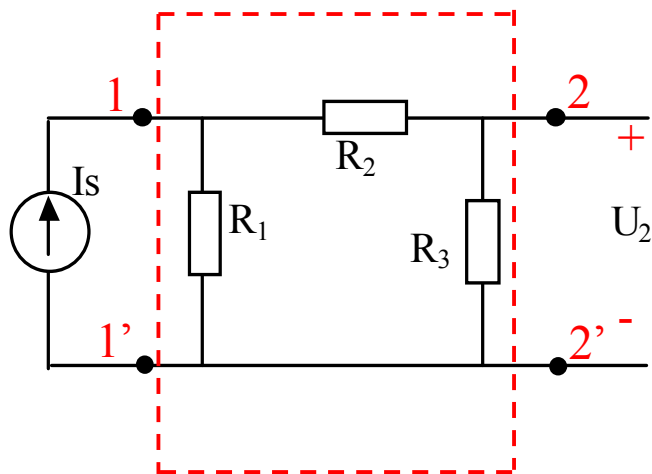
$$\because u_k \hat{i}_k = R_k i_k \hat{i}_k = \hat{u}_k i_k$$

$$\Rightarrow u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$$

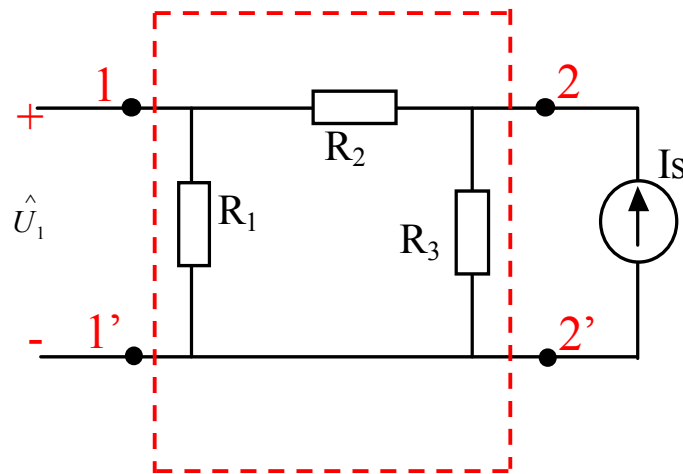
$$u_1 \times 0 + 10 \times (-2) = \hat{u}_1 \times (-4) + \hat{u}_2 \times 0 \quad \Rightarrow \hat{u}_1 = 5\text{V}$$

## 4 互易定理 (Reciprocity theorem)

**互易网络：**在单一激励的情况下，若  $N_R$  由线性电阻构成，当激励端口和响应端口互换位置而电路的几何结构不变，同一数值激励所产生的响应在数值上将不会改变。



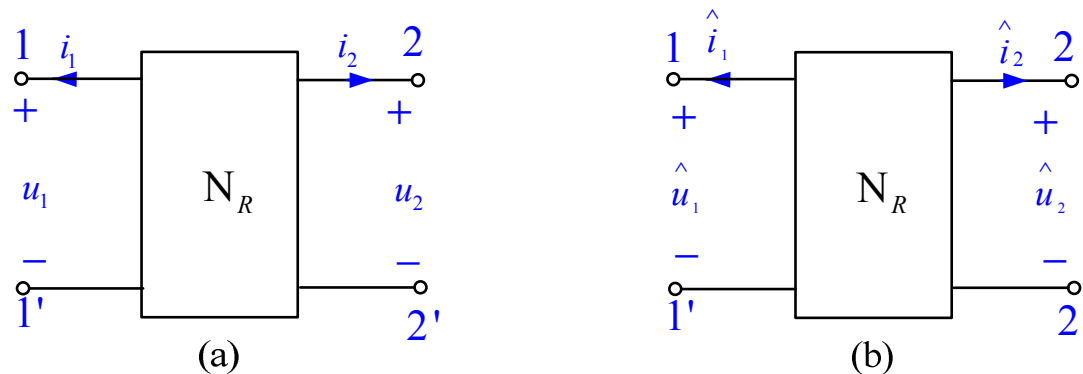
$$U_2 = R_3 \times \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} I_s$$



$$\hat{U}_1 = R_1 \times \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I_s$$

$$\hat{U}_1 = U_2$$

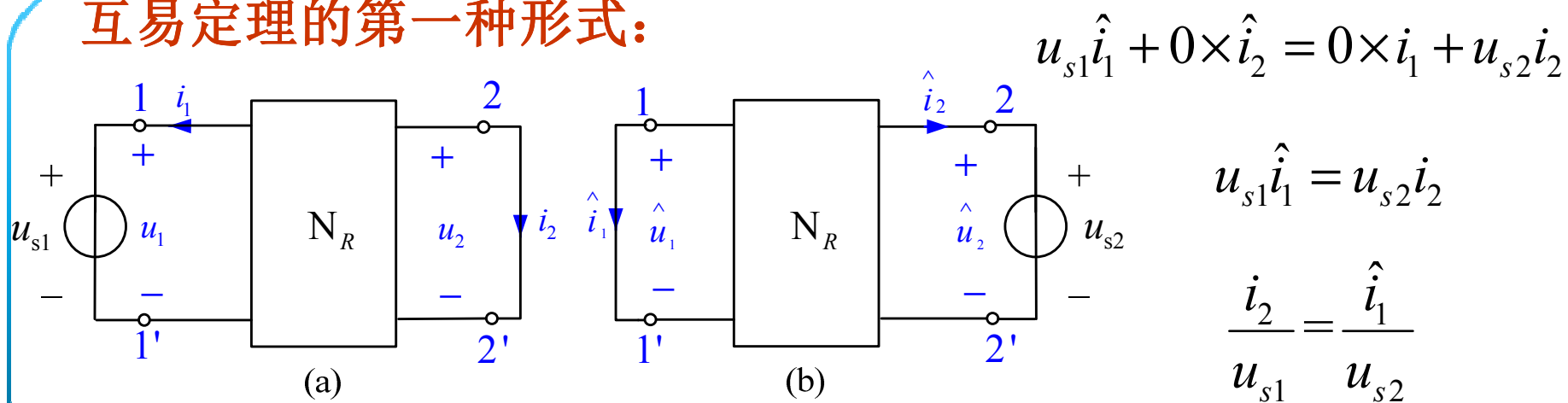
## 4 互易定理 (Reciprocity theorem)



$N_R$  是线性电阻组成的无源网络

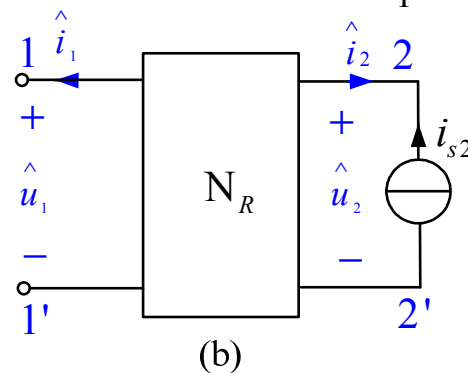
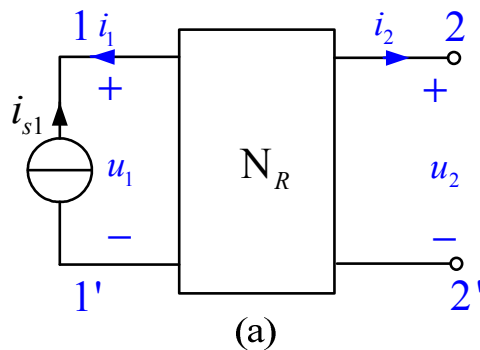
应用特勒根定理:  $\Rightarrow u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$

互易定理的第一种形式:



## 4 互易定理 (Reciprocity theorem) $u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$

互易定理的第二种形式:

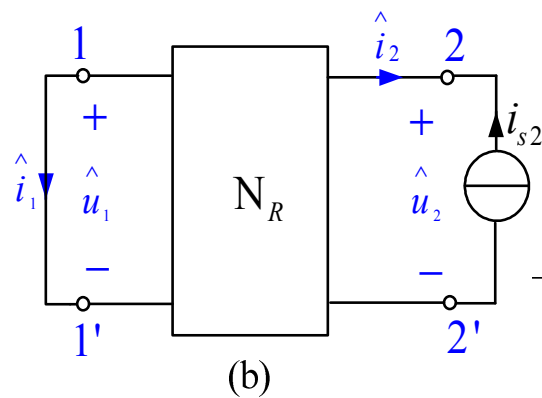
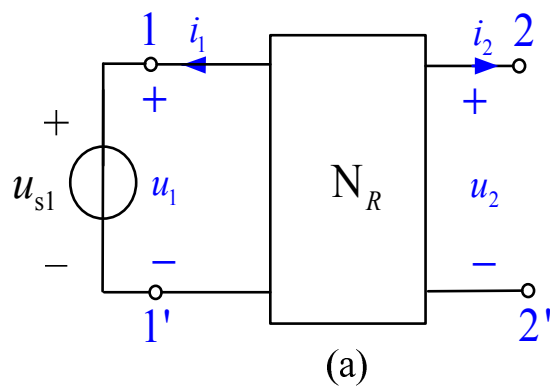


$$u_1 \times 0 - u_2 i_{s2} = -\hat{u}_1 \times i_{s1} + \hat{u}_2 \times 0$$

$$u_2 i_{s2} = \hat{u}_1 i_{s1}$$

$$\frac{u_2}{i_{s1}} = \frac{\hat{u}_1}{i_{s2}}$$

互易定理的第三种形式:



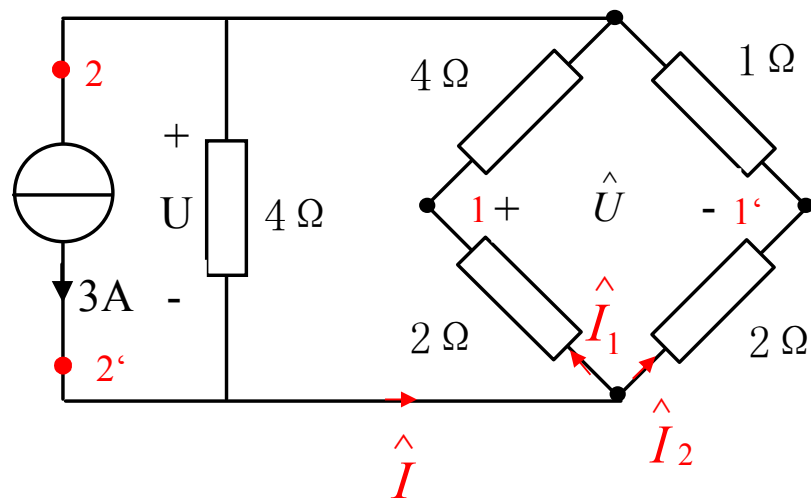
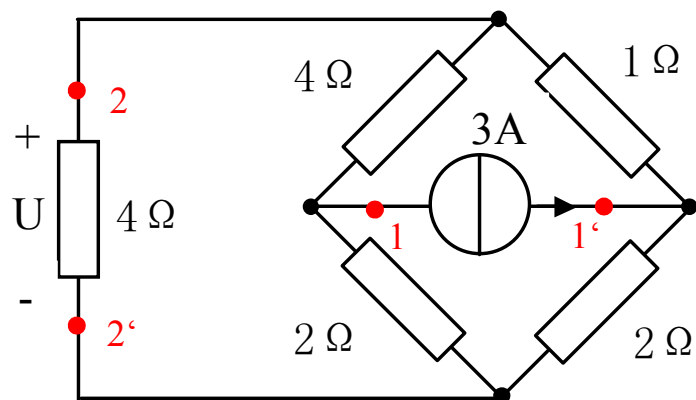
$$u_{s1} \hat{i}_1 + u_2 (-i_{s2}) = 0 \times i_1 + \hat{u}_2 \times 0$$

$$u_{s1} \hat{i}_1 = u_2 i_{s2}$$

$$\frac{u_2}{u_{s1}} = \frac{\hat{i}_1}{i_{s2}}$$

## 5. 应用举例

【例 1】. 求图中电压U。



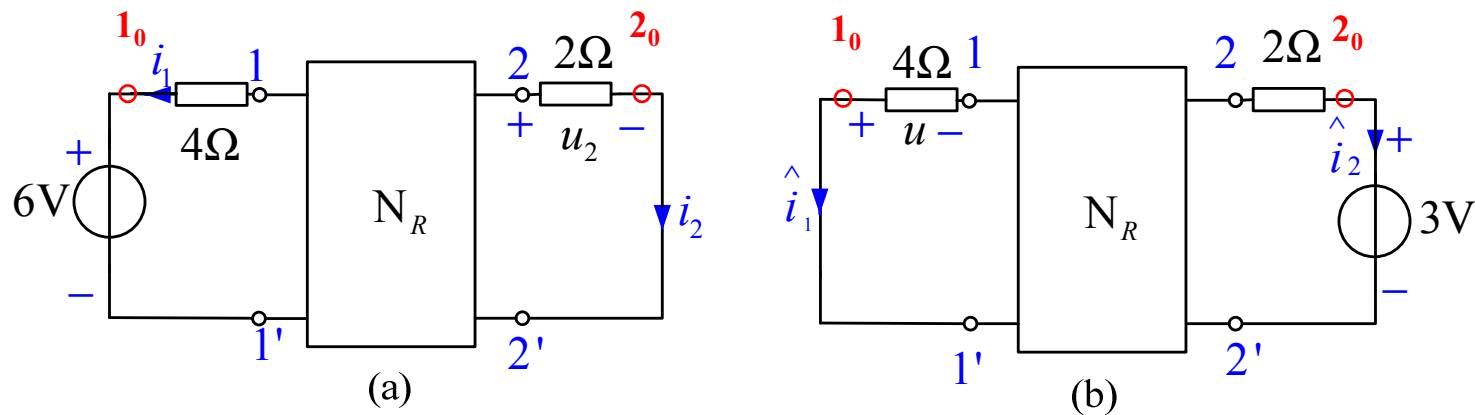
$$\hat{I} = \frac{4}{4+2} \times 3 = 2A$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{2}{3}A, I_2 = \frac{4}{3}A$$

$$\Rightarrow \hat{U} = -2\hat{I}_1 + 2\hat{I}_2 = -2 \times \frac{2}{3} + 2 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}V$$

由互易定理的第二种形式  $U = \hat{U} = \frac{4}{3}V$

【例 2】. 图a中  $N_R$  为无源线性电阻网络,  $u_2=4\text{V}$ . 求图b中电压  $u$ 。



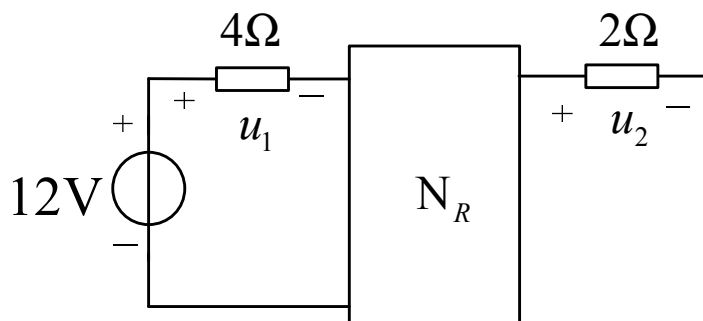
$$i_2 = \frac{u_2}{R_2} = \frac{4}{2} = 2\text{A}$$

由互易定理的第一种形式  $\frac{i_2}{u_{s1}} = \frac{\hat{i}_1}{\hat{u}_{s2}}$

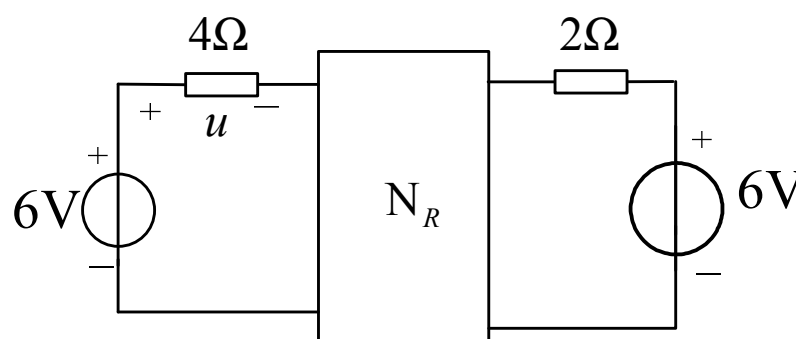
$$\Rightarrow \hat{i}_1 = \frac{i_2 \hat{u}_{s2}}{u_{s1}} = 1\text{A}$$

$$\Rightarrow u = -R_1 \hat{i}_1 = -4\text{V}$$

【例 3】.  $N_R$  为无源线性电阻网络，已知  $u_1 = u_2 = 4V$ 。求图 (b) 中的电压  $u$ 。

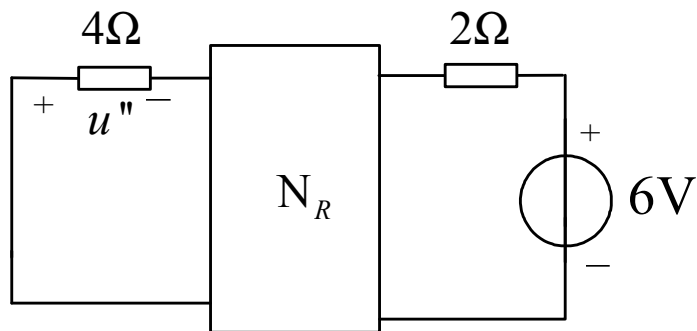
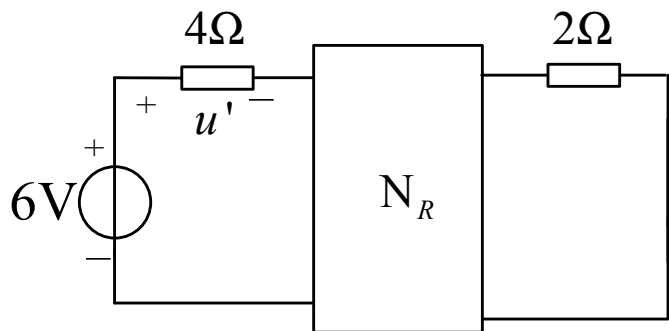


(a)



(b)

Method 1: 应用叠加及互易性质:



$$u = u' + u'' = 2 + (-4) = -2V$$

Method 2: 应用互易性质:

$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$$

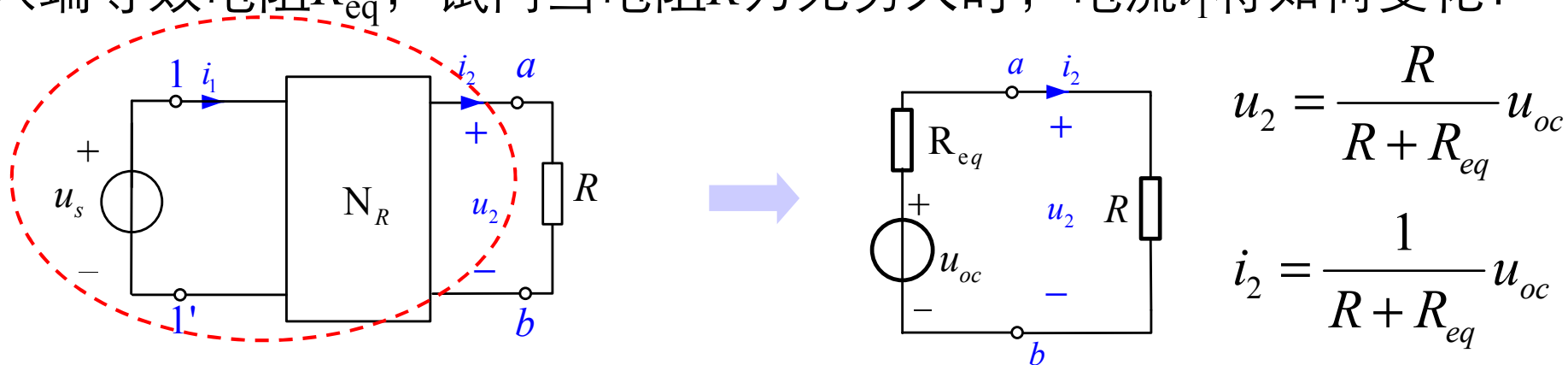
$$12 \hat{i}_1 + 0 = 6 \times (-1) + 6 \times 2$$

$$\Rightarrow \hat{i}_1 = 0.5 A$$

$$u = -4 \hat{i}_1 = -2V$$



【课下练习】.  $N_R$  为无源线性电阻网络，已知ab端的开路电压  $u_{oc}$  和入端等效电阻  $R_{eq}$ ，试问当电阻  $R$  为无穷大时，电流  $i_1$  将如何变化？



$R$  为无穷大时的等效电路为：

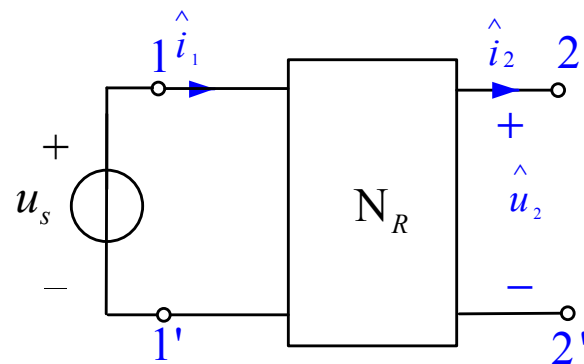
由特勒根定理得：

$$-u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = -\hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$$

$$-u_s \hat{i}_1 + u_2 \times 0 = -u_s i_1 + \hat{u}_2 i_2$$

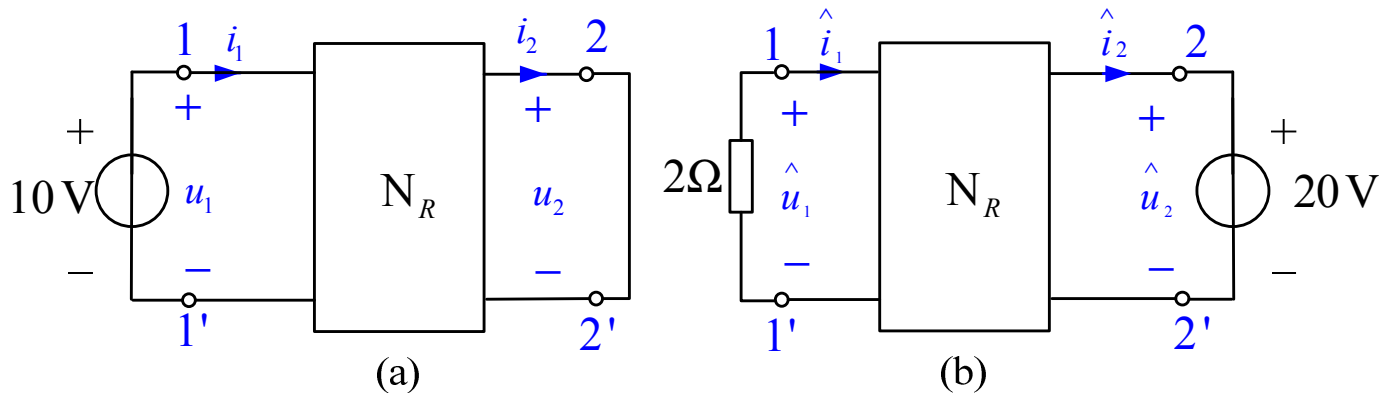
$$u_s \hat{i}_1 = u_s i_1 - \hat{u}_2 i_2$$

$$\Rightarrow \hat{i}_1 = i_1 - \frac{\hat{u}_2 i_2}{u_s} = i_1 - \frac{u_{oc}^2}{(R + R_{eq}) u_s}$$



【例5】.  $N_R$  为无源线性电阻网络，已知  $i_1=5\text{A}$ ， $i_2=1\text{A}$ 。求  $\hat{i}_1$ 。

教材：例4-8-1



Method1:应用互易性质:

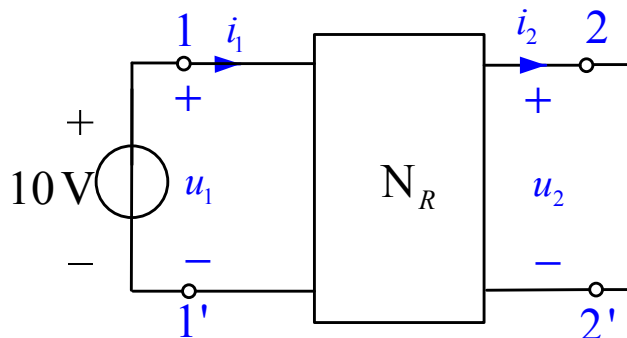
$$-u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = -\hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$$

将  $u_1=10\text{V}$ 、 $i_1=5\text{A}$ 、 $u_2=0$ 、 $i_2=1\text{A}$ 、 $\hat{u}_1=-2\hat{i}_1$ 、 $\hat{u}_2=20\text{V}$  代入上式

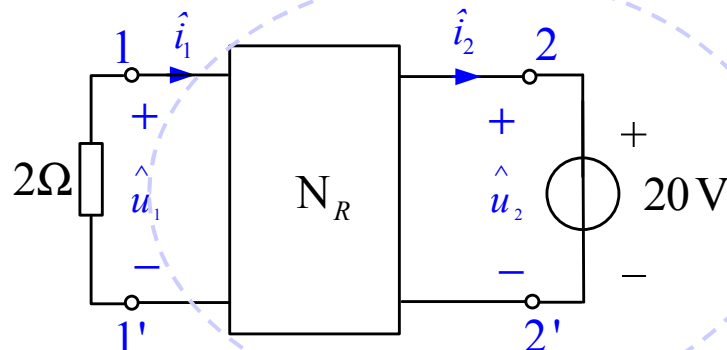
$$-10 \times \hat{i}_1 + 0 \times \hat{i}_2 = -(-2\hat{i}_1) \times 5 + 20 \times 1$$

$$\Rightarrow \hat{i}_1 = -1\text{A}$$

【例5】.  $N_R$  为无源线性电阻网络，已知  $i_1=5\text{A}$ ， $i_2=1\text{A}$ 。求  $\hat{i}_1$ 。

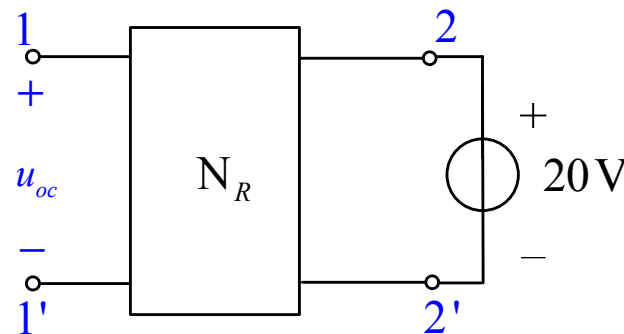
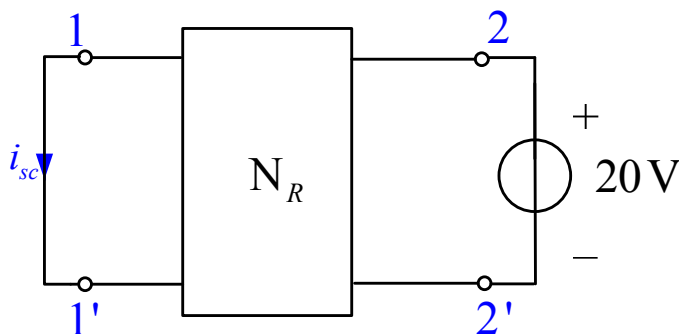


(a)



(b)

Method2:应用戴维南、替代及互易定理



$$i_{sc} = \frac{20}{10} \times i_2 = 2\text{A} \quad u_{oc} = \frac{20}{5} \times i_2 = 4\text{V}$$

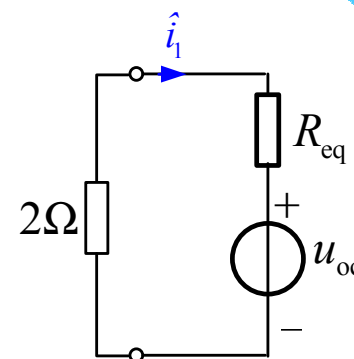
$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = 2\Omega$$

$$\Rightarrow \hat{i}_1 = -1\text{A}$$

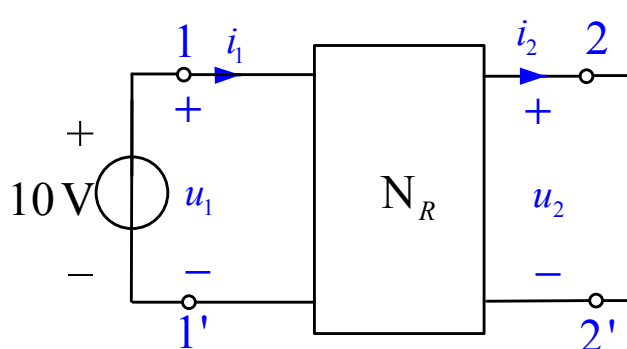
$$R_{eq} = \frac{10}{5} = 2\Omega$$

$$i_{sc} = 2\text{A}$$

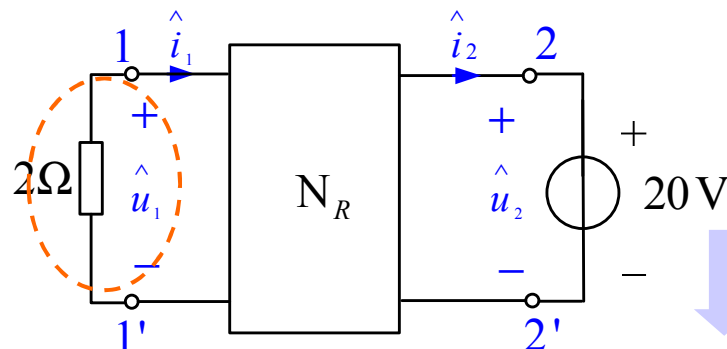
$$u_{oc} = 4\text{V}$$



【例 5】.  $N_R$  为无源线性电阻网络，已知  $i_1=5\text{A}$ ， $i_2=1\text{A}$ 。求  $\hat{i}_1$ 。



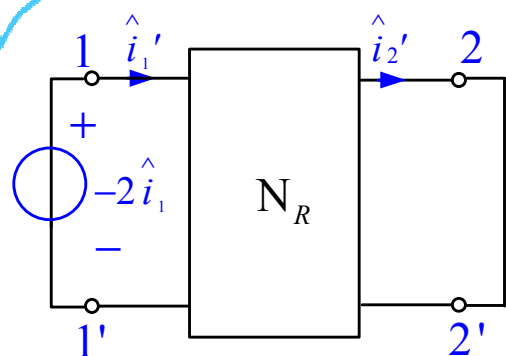
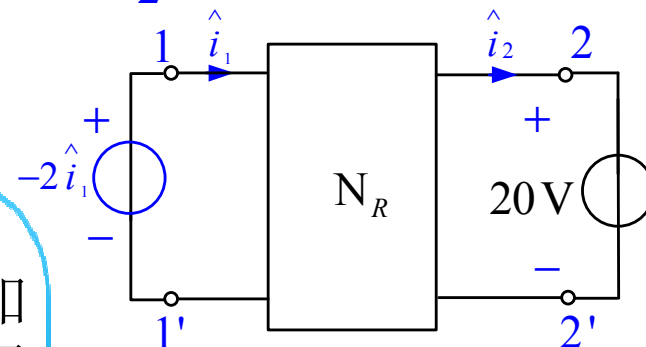
(a)



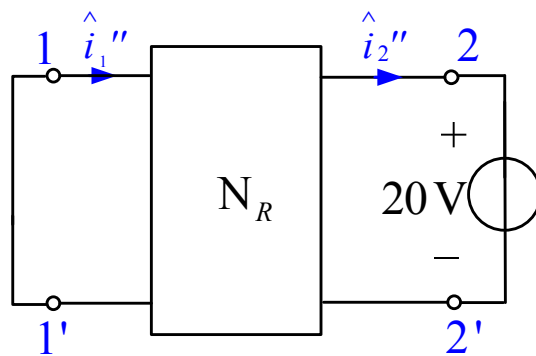
(b)

替代定理

Method3:应用替代定理和叠加定理



+



叠加定理

由线性性质：

$$\hat{i}_1' = \frac{-2\hat{i}_1}{10} \times 5 = -\hat{i}_1$$

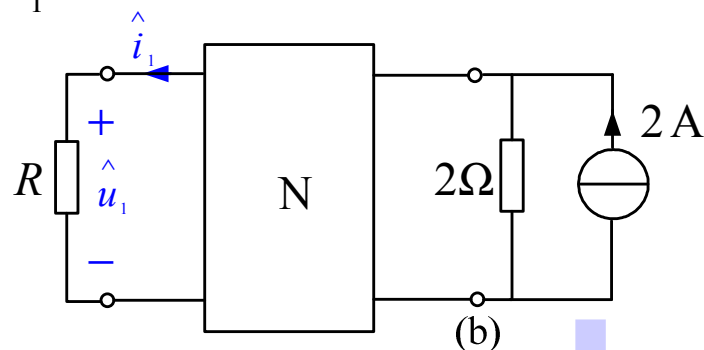
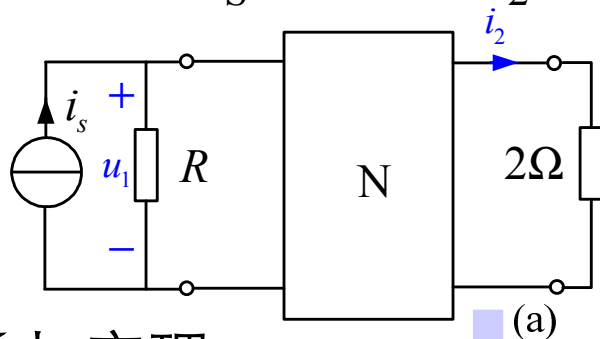
由互易定理的第一种形式

$$\hat{i}_1'' = -2i_2 = -2\text{A}$$

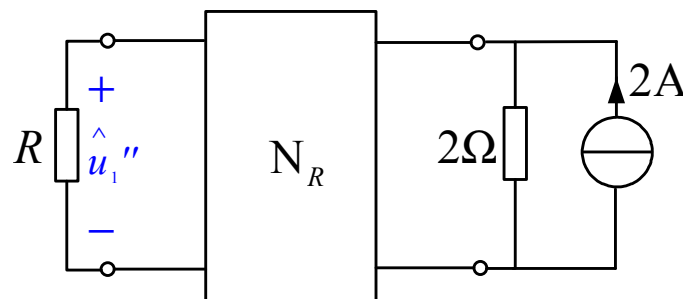
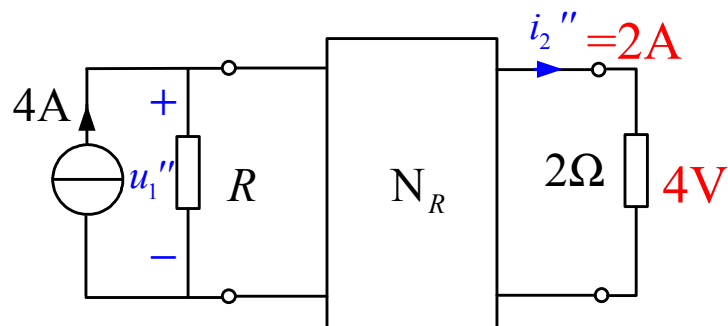
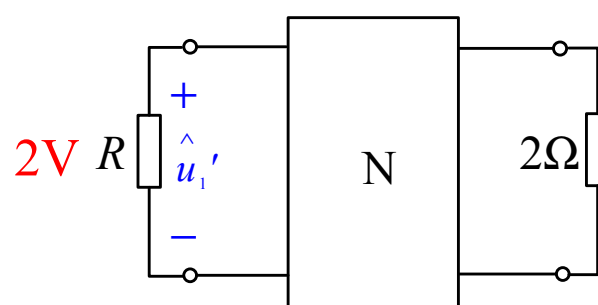
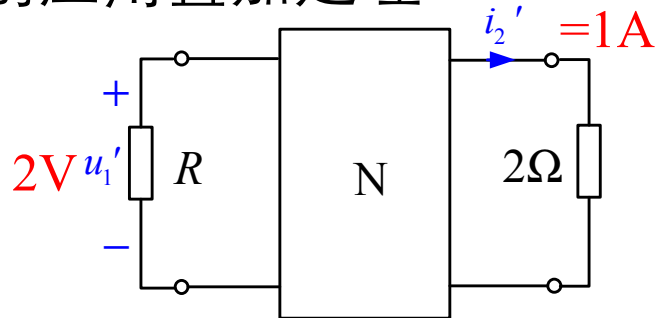
$$\therefore \hat{i}_1 = \hat{i}_1' + \hat{i}_1'' = -2 + (-\hat{i}_1)$$

$$\Rightarrow \hat{i}_1 = -1\text{A}$$

【例 6】.  $N$  为含独立源的线性电阻网络，已知图 (a) 当  $i_s=0\text{A}$  时， $u_1=2\text{V}$ ， $i_2=1\text{A}$ ；当  $i_s=4\text{A}$  时， $i_2=3\text{A}$ 。求  $\hat{u}_1$ ？

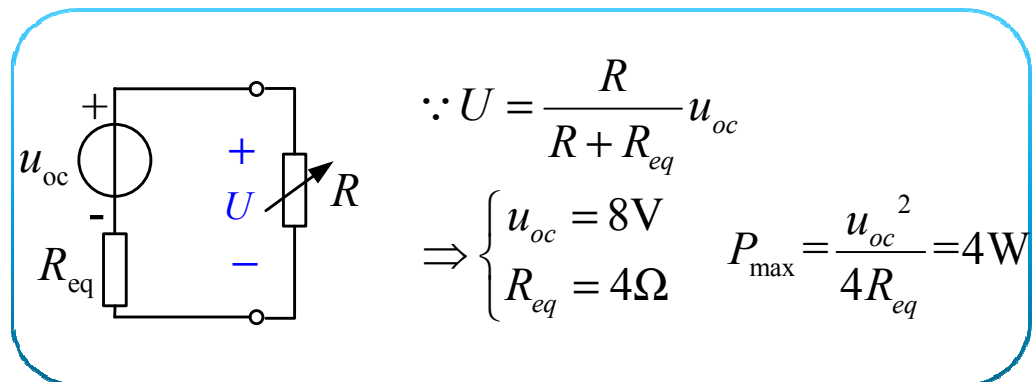
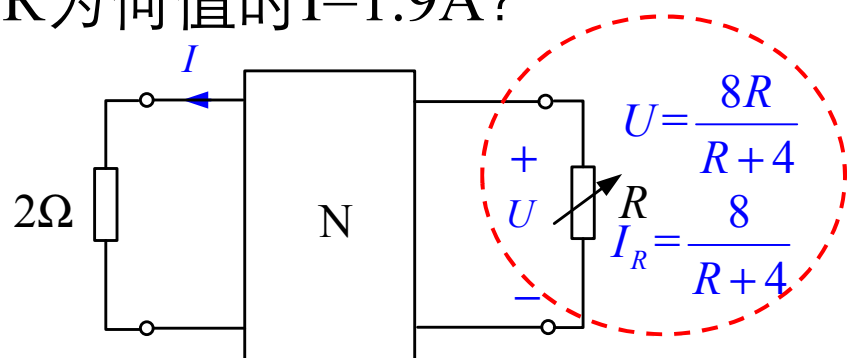


分别应用叠加定理：

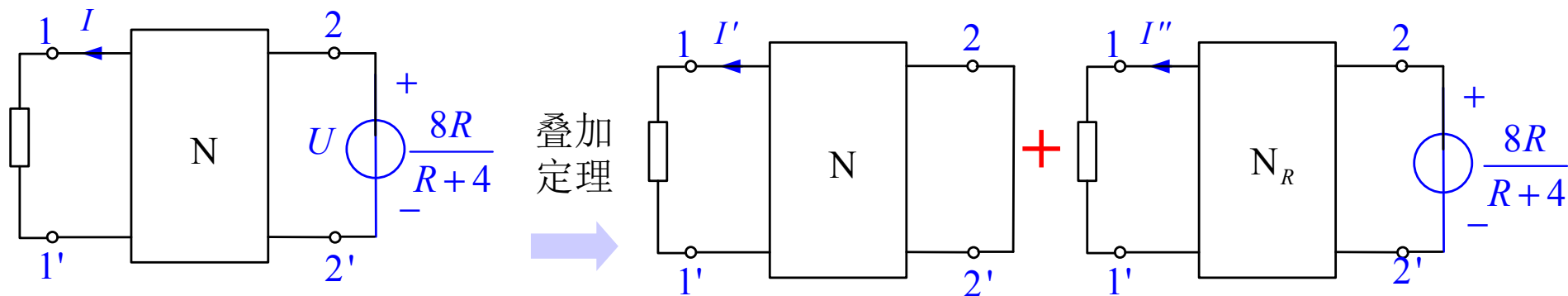


由互易定理的第二种形式  $\hat{u}_1'' = \frac{4}{2} \times 4 = 2\text{V} \Rightarrow u_1 = \hat{u}_1' + \hat{u}_1'' = 2 + 2 = 4\text{V}$

【例 7】. N 为含独立源的线性电阻网络，已知当  $R=4\Omega$  时， $U=4V$ 、 $I=1.5A$ ； $R=12\Omega$  时， $U=6V$ 、 $I=1.75A$ 。求：R 为何值时获得最大功率？R 为何值时  $I=1.9A$ ？



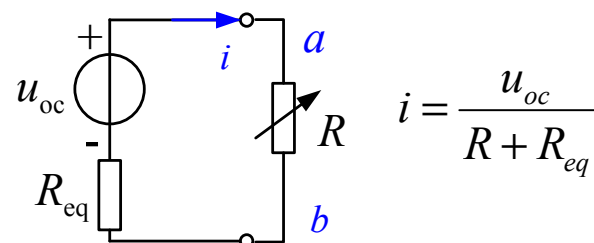
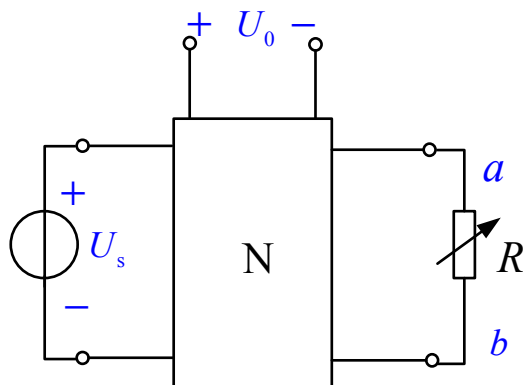
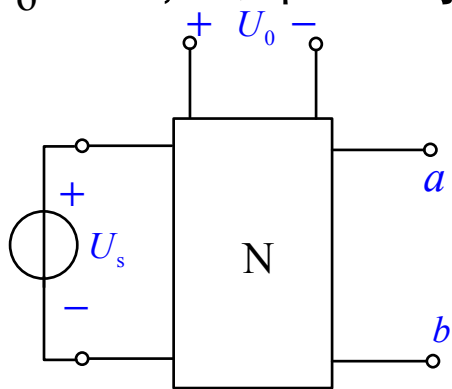
(2) 应用替代和叠加定理



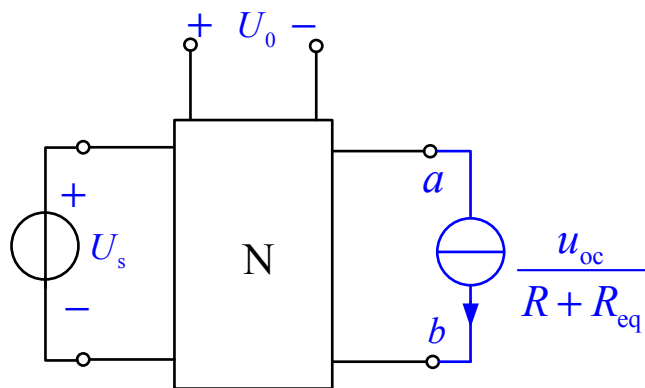
$$\Rightarrow I = I' + I'' = C + K \frac{8R}{R+4} \Rightarrow \begin{cases} 1.5 = C + K \frac{8 \times 4}{4+4} \\ 1.75 = C + K \frac{12 \times 4}{12+4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 1 \\ K = 0.125 \end{cases}$$

$$I = 1 + 0.125 \frac{8R}{R+4} \quad \therefore 1.9 = 1 + 0.125 \frac{8R}{R+4} \quad \therefore R = 36\Omega$$

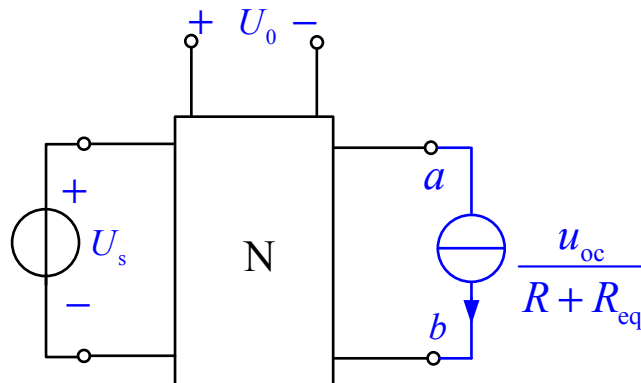
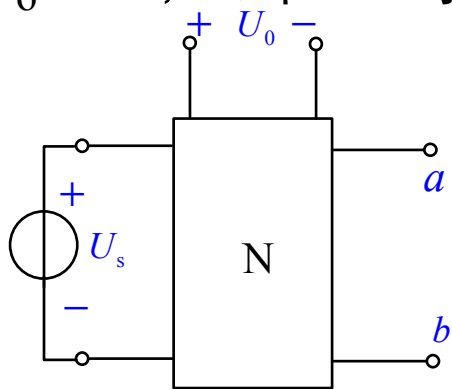
【练习】. N为电阻网络，已知a、b开路时， $U_o=6V$ ；a、b短路时， $U_o=8V$ ，当a、b接可变电阻R，求R获得最大功率时  $U_o$  的值。



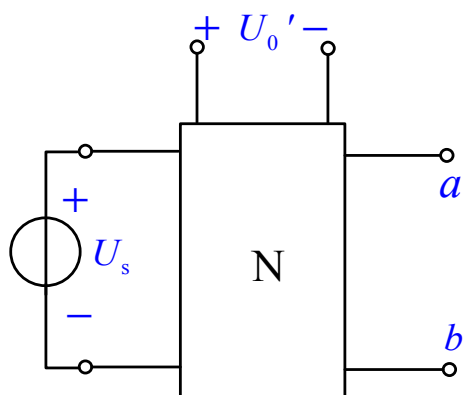
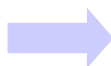
替代定理



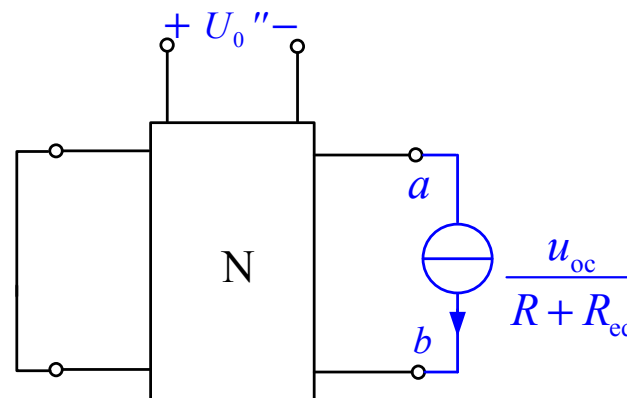
【练习】. N为电阻网络，已知a、b开路时， $U_0=6V$ ；a、b短路时， $U_0=8V$ ，当a、b接可变电阻R，求R获得最大功率时  $U_0$  的值。



叠加定理



+



$$\Rightarrow U_0 = U_0' + U_0'' = C + K \frac{u_{oc}}{R + R_{eq}} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = C + K \times 0 = 6 \\ U_0 = C + K \times \frac{u_{oc}}{R_{eq}} = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 6 \\ K \times \frac{u_{oc}}{R_{eq}} = 2 \end{cases}$$

R获得最大功率时  $\Rightarrow U_0 = C + K \times \frac{u_{oc}}{R_{eq} + R_{eq}} = 6 + \frac{1}{2} \times K \times \frac{u_{oc}}{R_{eq}} = 7V$



计划学时：6学时；课后学习18学时

作业：

4-10, 4-15, 4-17 / 替代、叠加定理

4-25 / 戴维南

4-33 / 最大功率

4-37, 4-39 / 互易

4-45 / 综合应用