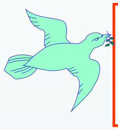
大学物理（一）

任课老师：蔡林
cailin@hust.edu.cn

- 热力学第一定律



$$\boxed{Q=\Delta E+A} \qquad \boxed{đQ = dE + đA}$$ （微分形式）

对理想气体：

$$\begin{cases} đA = PdV & \rightarrow \quad A = \int_{V_1}^{V_2} PdV \\ dE = \frac{i}{2}\nu R dT & \rightarrow \quad \Delta E = \frac{i}{2}\nu R \Delta T \\ đQ = CdT & \rightarrow \quad Q = \int_{T_1}^{T_2} CdT \end{cases}$$

$$E = \frac{i}{2}\nu RT$$

$$C = \frac{đQ}{dT}$$

定压摩尔热容 $C_{P,m} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{dT}\right)_P$

定容摩尔热容 $C_{V,m} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{dT}\right)_V$

$$\boxed{\text{đ}Q = \mathrm{d}E + \text{đ}A}$$

$$\boxed{\text{đ}A = P\mathrm{d}V}$$

三、理想气体的热容量

理想气体的内能公式

$$E = \frac{i}{2}\nu RT$$

$$\downarrow$$

$$\mathrm{d}E = \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T$$

设ν摩尔理想气体，经一微小准静态过程后，温度改变$\mathrm{d}T$、并且系统做功$\text{đ}A$，则：

$$\text{đ}Q = \mathrm{d}E + \text{đ}A = \mathrm{d}E + P\mathrm{d}V$$

$$= \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T + P\mathrm{d}V$$

1. 定容摩尔热容：

$$đQ = \mathrm{d}E + đA = \mathrm{d}E + P\mathrm{d}V$$

体积不变 $\mathrm{d}V = 0$ $\quad đQ = \mathrm{d}E = \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T$

$$C_{V,m} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_V = \frac{1}{\nu}\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}T}\right) = \frac{i}{2}R$$

$$\mathrm{d}E = \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T$$

定容过程吸热： $đQ = \nu C_{V,m}\mathrm{d}T$

$$PV = \nu RT$$

2. 定压摩尔热容：

定压 P =常量 $\quad đQ = \mathrm{d}E + P\mathrm{d}V$

$$C_{P,m} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_P = \frac{\mathrm{d}E + P\mathrm{d}V}{\nu\,\mathrm{d}T} \quad \begin{cases} \mathrm{d}E = \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T \\ P\mathrm{d}V = \nu R\mathrm{d}T \end{cases}$$

$$\therefore C_{P,m} = \frac{i}{2}R + R = C_{V,m} + R$$ 故 $C_{p,m} > C_{V,m}$

$$\boxed{C_{V,m}=\frac{i}{2}R} \quad \boxed{C_{P,m}=\frac{i+2}{2}R}$$

单原子分子

$$C_{V,m}=\frac{3}{2}R=12.47\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{mol}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$$

$$C_{P,m}=\frac{5}{2}R=20.78\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{mol}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$$

双原子分子 (刚性)

$$C_{V,m}=\frac{5}{2}R=20.78\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{mol}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$$

$$C_{P,m}=\frac{7}{2}R=29.09\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{mol}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$$

摩尔热容比: $\gamma=\dfrac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$

四、热力学第一定律对理想气体的应用

$$PV=\nu RT$$

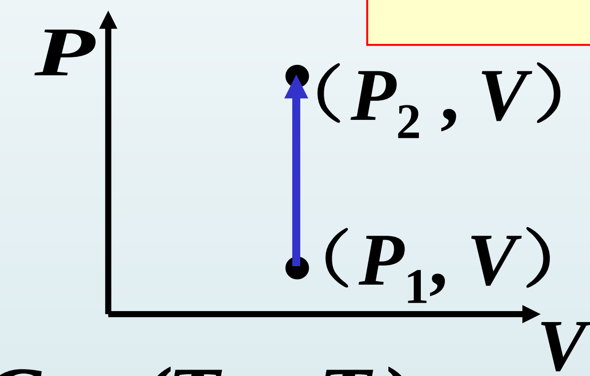
$$Q=\Delta E+A$$

$$C_{V,m}=\frac{i}{2}R$$

1. 等容过程

特征：$\mathrm{d}V=0$　　$đA=0$

过程方程：$V=C_1$　或　$\dfrac{P}{T}=C_2$



过程中吸热：$đQ=\mathrm{d}E$

$$Q=\Delta E$$

内能增量：$\Delta E=\dfrac{i}{2}\nu R\Delta T=\nu C_{V,m}(T_2-T_1)$

则：$Q=\Delta E=\nu C_{V,m}(T_2-T_1)$

或：$Q=\int đQ=\int_{T_1}^{T_2}\nu C_{V,m}\mathrm{d}T=\nu C_{V,m}(T_2-T_1)$

对外做功：$A=0$

可见: 等容过程中系统吸的热量全部用来增加内能。

$$C_{P,m} = \frac{i+2}{2} R$$

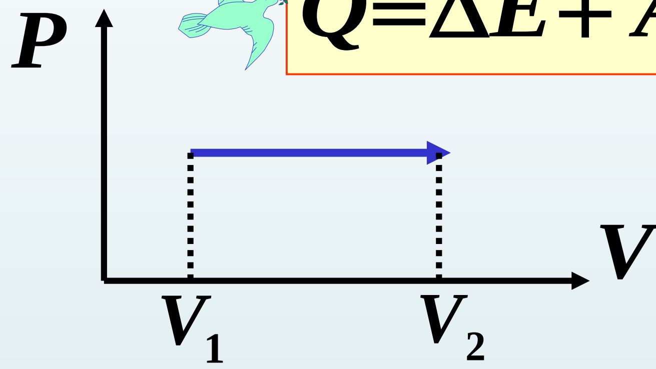
$$\boxed{Q = \Delta E + A}$$

2. 等压过程

设ν摩尔理想气体经历等压过程

特征：$\mathrm{d}P = 0$

过程方程: $P = C_1$ 或 $\dfrac{V}{T} = C_2$



过程中吸热：

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_{P,m} \,\mathrm{d}T = \frac{i+2}{2} R\nu (T_2 - T_1)$$

对外做功：

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P \mathrm{d}V = P(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$$

内能增量：

$$\Delta E = Q - A = \frac{i}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) = \nu\, C_{V,m}\left(T_2 - T_1\right)$$

$$Q=\frac{i+2}{2}R\nu\left(T_2-T_1\right)$$

$$A=\nu R\left(T_2-T_1\right)$$

$$\Delta E=\nu C_{V,m}\left(T_2-T_1\right)$$

$$\boxed{Q=\Delta E+A}$$

可见:

(1) 在等容和等压两个等值过程中，均有 $\Delta E=C_{V,m}\nu(T_2-T_1)$ 是因为 ΔE 与过程无关。

(2) 等压过程中，系统吸的热量一部分用来增加内能，一部分用来对外做功。

$$Q=\Delta E+A$$

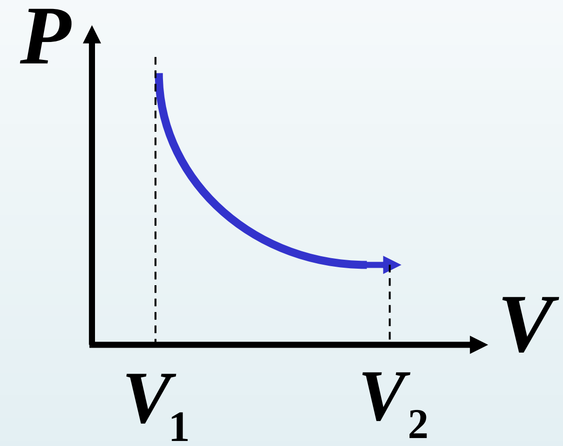
3. 等温过程

特征： $\mathrm{d}T=0$

过程方程： $T=C_1$ 或 $PV=C_2$

内能增量： $\Delta E=0$

过程中吸热： $Q=A$



$$Q=A=\int_{V1}^{V2}P\mathrm{d}V$$

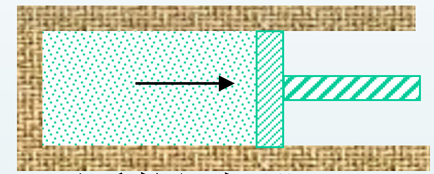
$$=\int_{V_1}^{V_2}\left(\frac{1}{V}\nu RT\right)\mathrm{d}V=\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\because P_1V_1=P_2V_2 \quad \therefore A=\nu RT\ln\frac{P_1}{P_2}$$

可见：系统吸收的热量全部用来对外做功。

4. 绝热过程 ——**系统与外界无热交换的过程**

绝热过程：
- 准静态绝热过程
- 非准静态绝热过程


缓慢膨胀

1）准静态绝热过程

特征：$\text{đ}Q = 0$ $\quad \mathrm{d}E + \text{đ}A = 0 \quad \text{đ}A = -\mathrm{d}E$

内能增量：$\Delta E = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = \nu C_{V,m}\Delta T$

对外做功：$A = -\Delta E = -\nu C_{V,m}\Delta T$

吸热：$Q = 0$

结论: 当气体绝热膨胀对外做功时,气体内能减少。

$$\text{đ}Q = \mathrm{d}E + \text{đ}A$$

$$\boxed{\text{đ}Q = \mathrm{d}E + \text{đ}A}$$

2）理想气体准静态绝热过程的过程方程

$$\text{đ}Q = 0 \qquad \therefore \mathrm{d}E + \text{đ}A = 0$$

$$\mathrm{d}E = \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T = \nu C_{V,m}\mathrm{d}T \qquad \text{đ}A = P\mathrm{d}V$$

$$\therefore \nu C_{V,m}\mathrm{d}T + P\mathrm{d}V = 0 \quad (1)$$

在过程中任一时刻理想气体的状态满足：$PV=\nu RT$

于是有 $P\mathrm{d}V + V\mathrm{d}P = \nu R\mathrm{d}T \quad (2)$

从(1), (2)中消去dT，得：

$$\boxed{C_{V,m} + R = C_P}$$

$$(C_{V,m} + R)\, P\mathrm{d}V + C_{V,m}V\mathrm{d}P = 0$$

$$\boxed{\frac{C_{P,m}}{C_{V,m}} = \gamma}$$

即 $$\frac{\mathrm{d}P}{P} + \gamma\frac{\mathrm{d}V}{V} = 0$$

积分可得 $\ln P + \gamma \ln V = $ 常量 或 $PV^{\gamma} = C_1$

$PV=\nu RT$

理想气体准静态绝热过程的过程方程:

同理还可得:

$$\left.\begin{aligned} PV^{\gamma} &= C_1 \\ V^{\gamma-1}T &= C_2 \\ P^{\gamma-1}T^{-\gamma} &= C_3 \end{aligned}\right\}\text{过程方程}$$

$$\begin{cases} P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \\ V_1^{\gamma-1}T_1 = V_2^{\gamma-1}T_2 \\ P_1^{\gamma-1}T_1^{-\gamma} = P_2^{\gamma-1}T_2^{-\gamma} \end{cases}$$

$$\frac{C_P}{C_V}=\gamma \qquad PV^{\gamma}=C_1 \qquad T=C$$

3）等温线与绝热线的比较

考虑从V_1膨胀到V_2的准静态过程:

等温过程：温度T不变

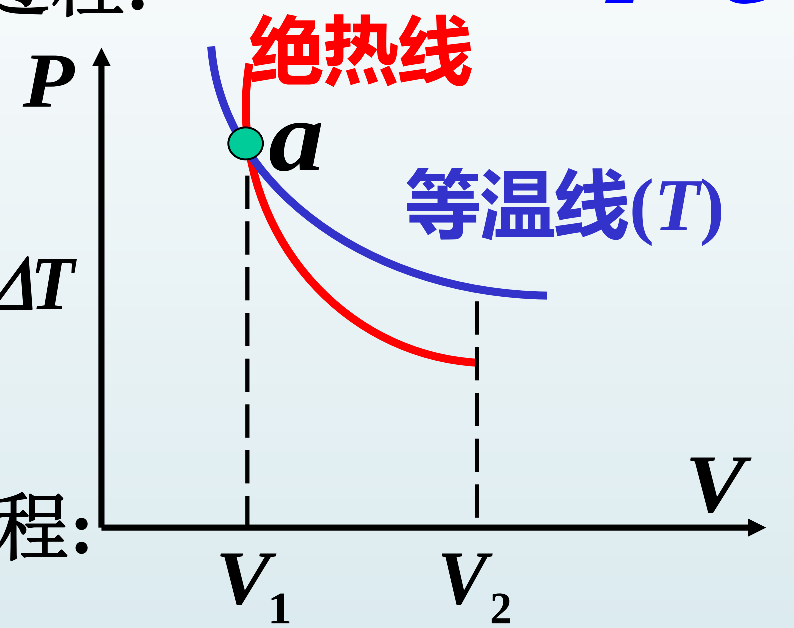
绝热过程：$Q=\Delta E+A=0$

$$A=-\Delta E=-\nu C_{V,m}\Delta T$$

所以，温度降低。

体积膨胀到V_2时,考虑状态方程:

$$PV=\nu RT \qquad P=nkT$$

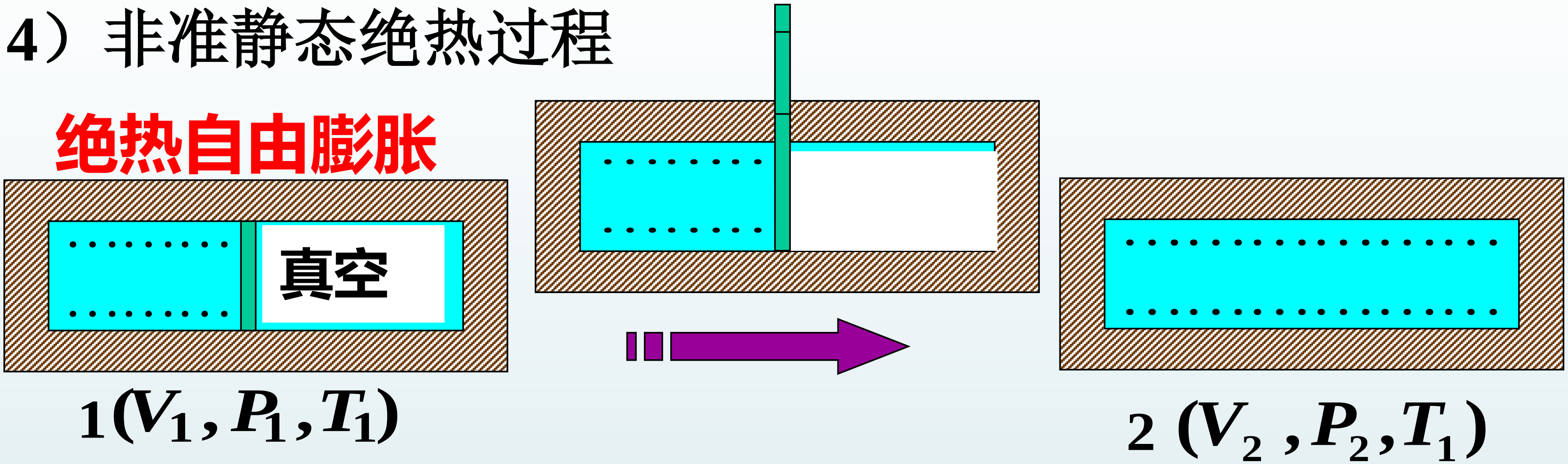


系统经绝热过程到V_2时的温度比经等温过程的小，故P也小。所以可如图所示划绝热线。

由上图知,从相同的初态a作同样的体积膨胀时,绝热过程的压强比等温过程的压强减少得多些。

（即：**系统作等温膨胀所做的功比绝热膨胀的功要多**）

4）非准静态绝热过程



自由膨胀过程中每个时刻都不是平衡态，

但过程中：

$$A=0 \quad Q=0 \quad \therefore \Delta E = 0 \quad \text{则 } \Delta T = 0 \quad T_2=T_1$$

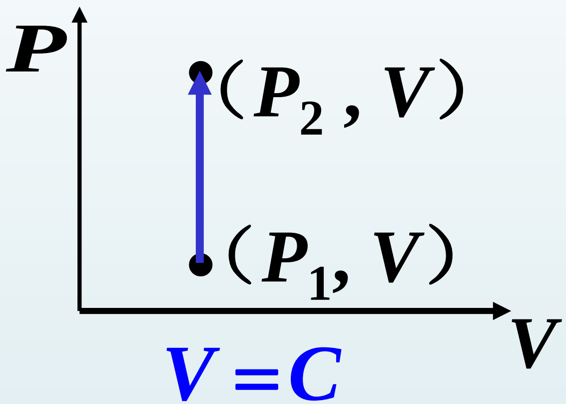
$$\left.\begin{aligned} P_1V_1 &= \nu RT_1 \\ P_2V_2 &= \nu RT_1 \end{aligned}\right\} P_1V_1=P_2V_2 \xrightarrow{V_2=2V_1} P_2=\frac{1}{2}P_1$$

注意：（1）尽管$T_2=T_1$，但此过程不是等温过程。

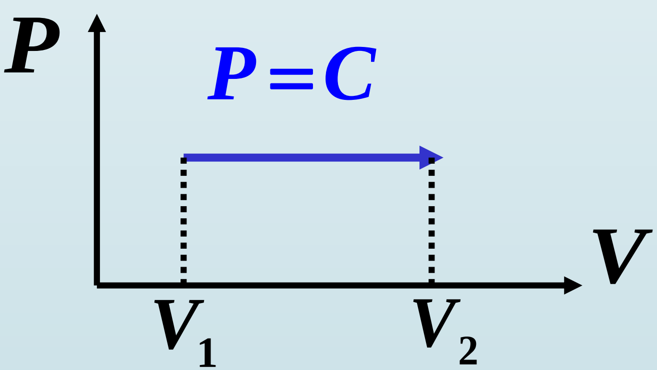
（2）由于是非准静态过程，所以绝热过程方程不适用。

● 热力学第一定律对理想气体的应用

1. 等容过程

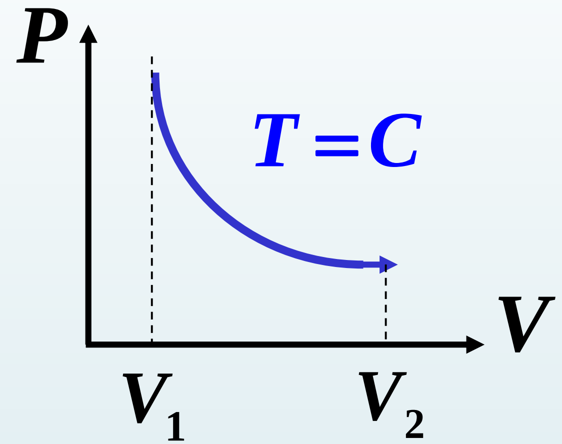


2. 等压过程

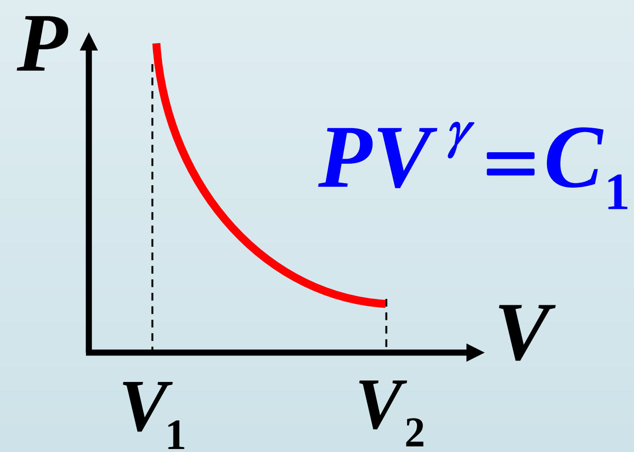


$$\Delta E = \nu\, C_{V,m}\left(T_2 - T_1\right)$$

3. 等温过程



4. 绝热过程



$$\Delta E = 0$$

例： 一定量的理想气体, 分别经历*abc*，*def* 过程。这两过程是吸热还是放热？

$\boxed{Q=\Delta E+A}$

解： *abc*过程：

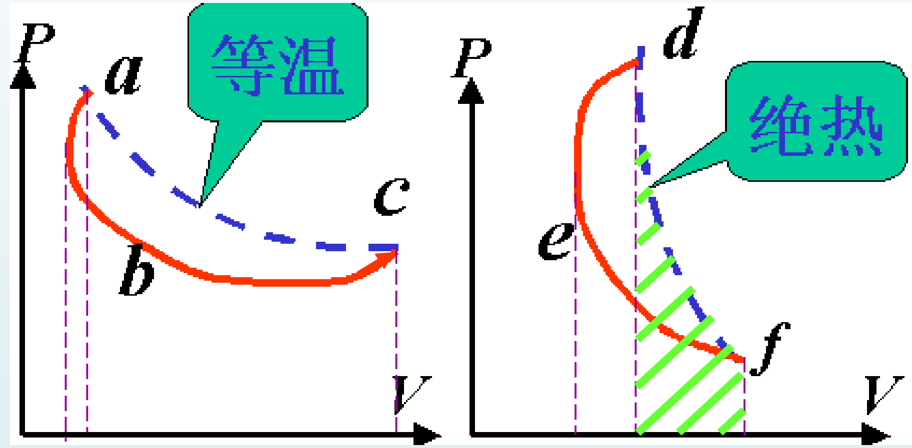
$$Q = \Delta E + A$$

*ac*过程： (+)　0　(+)

*abc*过程： (+)　0　(+)

$\therefore$ 在*abc*过程

$Q>0$，系统吸热。



A. 吸热

B. 放热

C. 不吸不放

D. 无法确定

def 过程：　$Q = \Delta E + A$

df 过程：　0　(–)　(+)　$|\Delta E| = A$

def 过程：　(–)　不变　变小(先做负功，再做正功)

$\therefore Q<0$　系统放热。

5. 多方过程

理想气体在等温过程中进行着完全的功、热之间的转换，这时满足过程方程：

$$PV = 常量$$

而在绝热过程中,气体与外界完全没有热交换，过程方程为:

$$PV^{\gamma} = 常量$$

实际上: 在压缩或膨胀时,气体所经历的过程常常是一个介于等温和绝热之间的过程, 过程方程常写为:

$$PV^{n} = 常量$$

这种过程称为**多方过程**, 其中的常数n称为**多方指数**。

$PV = \nu RT$

多方过程： $PV^n =$ 常量

$n=0$ ——等压过程

$n=1$ ——等温过程

$n=\gamma$ ——绝热过程 $\left(\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}\right)$

$n=\infty$ ——等容过程

若$n=\infty$，只有$V=1$时过程方程才成立，所以是$V=1$的等容过程。

其实：

$$PV^n = C \longrightarrow V = \left(\frac{C}{P}\right)^{\frac{1}{n}} \xrightarrow{n=\infty} 1$$

注意：常数n取以上4种情况以外的其它值时为多方过程。

例：一理想气体在某过程中压强与体积满足关系 PV^2=常量。求此过程中气体的摩尔热容量C_n。

解：$$C_n = \frac{1}{\nu}\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T} \qquad \text{đ}Q = \mathrm{d}E + P\mathrm{d}V \qquad \boxed{PV = \nu RT}$$

$$\because \mathrm{d}E = \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T \quad \therefore \text{đ}Q = \frac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T + P\mathrm{d}V$$

对过程方程求微分，得 $$V^2\mathrm{d}P + 2PV\mathrm{d}V = 0$$

化简 $$V\mathrm{d}P + 2P\mathrm{d}V = 0 \qquad (1)$$

再对状态方程求微分，得 $$P\mathrm{d}V + V\mathrm{d}P = \nu R\mathrm{d}T \qquad (2)$$

以上两式相减，得 $$P\mathrm{d}V = -\nu R\mathrm{d}T$$

故：$$\text{đ}Q = \left(\frac{i}{2} - 1\right)\nu R\mathrm{d}T$$

代入第一个式子，得：$$C_n = \left(\frac{i}{2} - 1\right)R$$

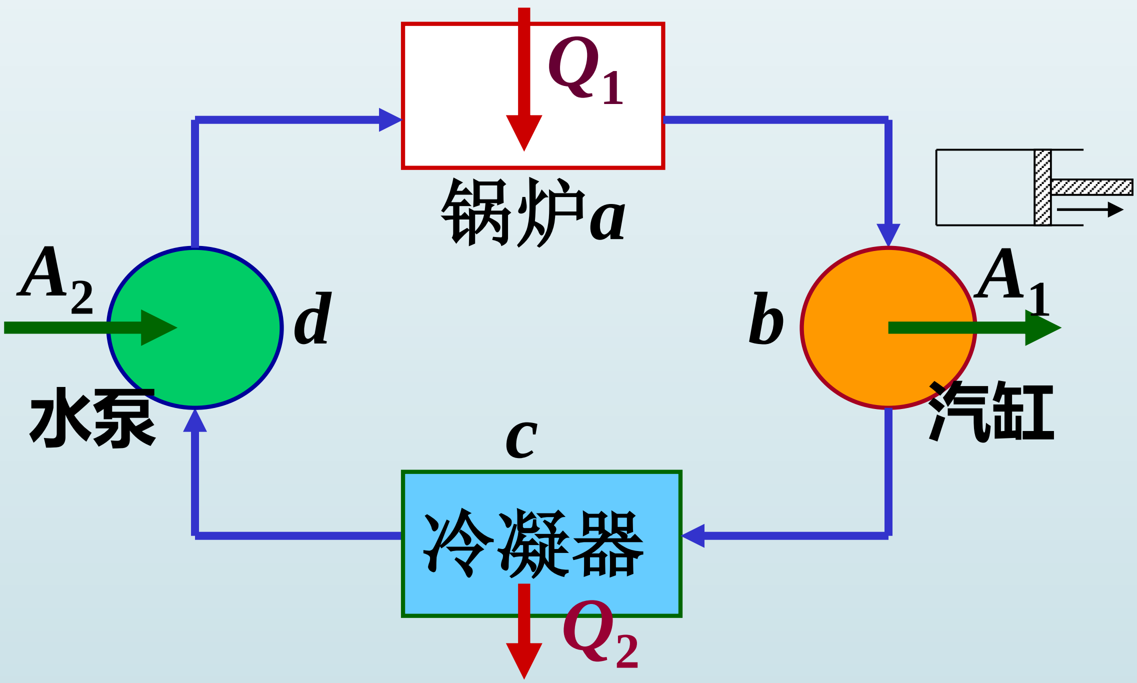
五、循环过程 卡诺循环

1. 循环过程

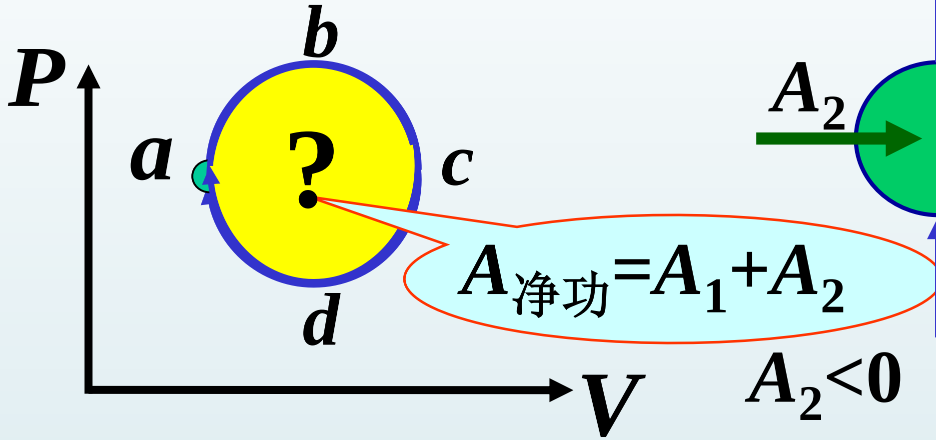
系统经历一系列变化又回到了初始状态的过程，称为循环过程。

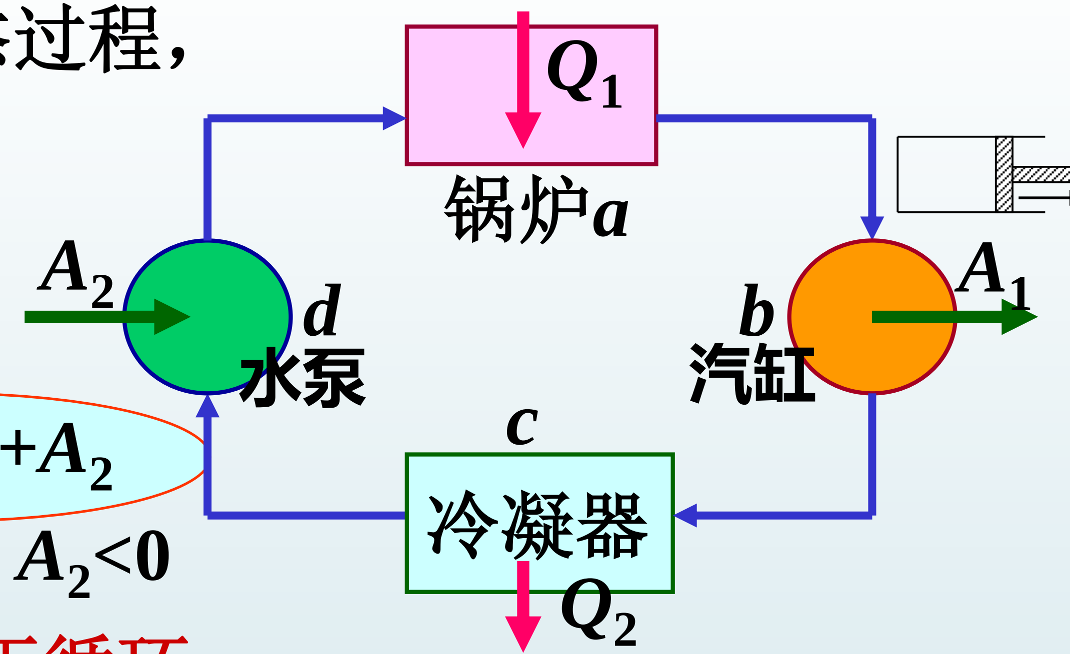
蒸汽机即为一例。

这里，系统就是蒸汽机的工作物质（工质）——水



若每一段过程都是准静态过程，
画在 *P—V* 图上就是：





过程按顺时针进行 ——正循环。

反之，叫逆循环。

蒸汽机进行的循环是正循环。可以获得净功。

这种利用工质做功把热能转变成机械能的装置叫做热机。

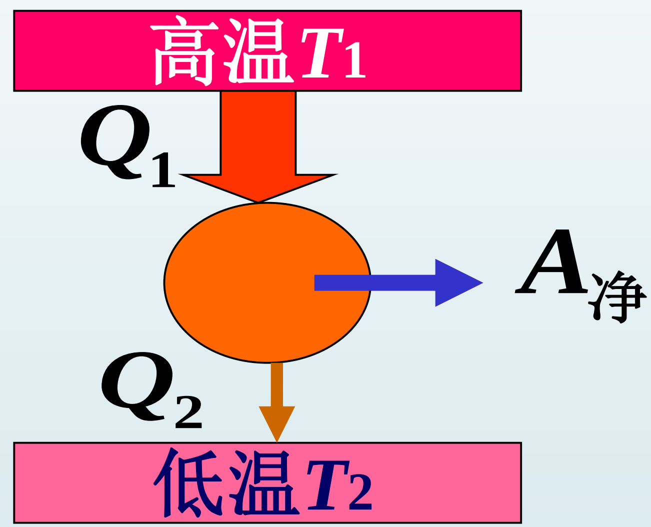
2. 热机效率

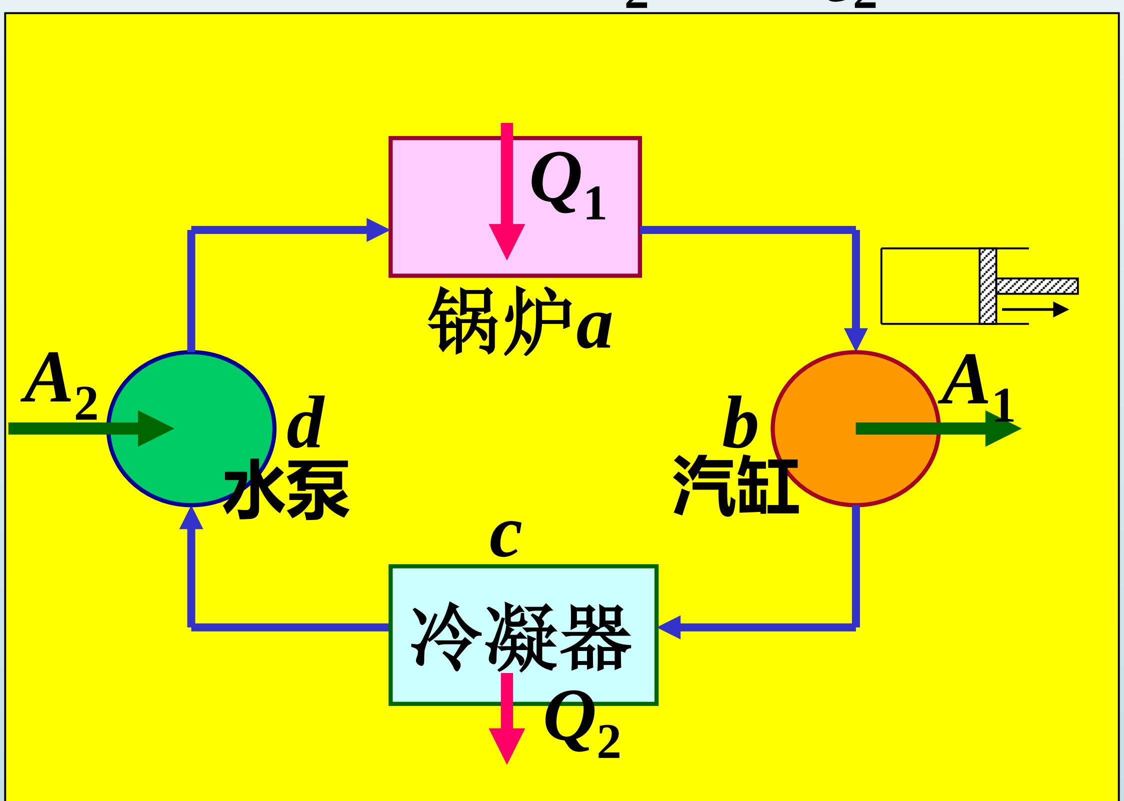
热机: **利用工质做功把热能转变成机械能的装置。**

从高温热源T_1吸热Q_1，

对外做净功$A_净$，

向低温热源T_2放热Q_2，





$\boxed{Q=\Delta E+A}$

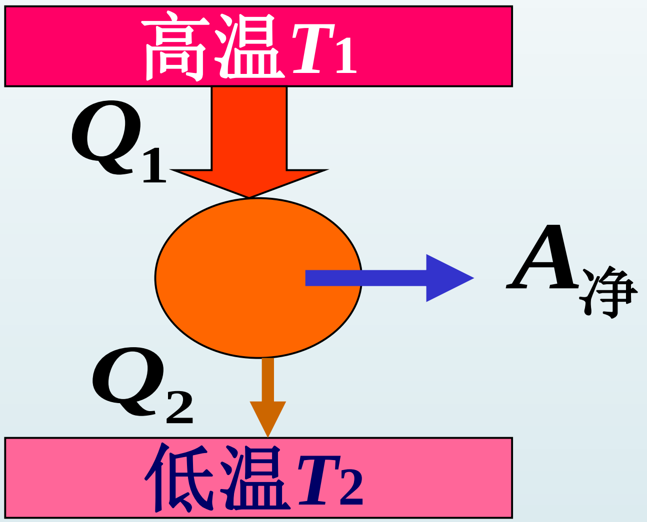
2. 热机效率

热机: **利用工质做功把热能转变成机械能的装置。**

从高温热源T_1吸热Q_1,

对外做净功$A_{净}$,

向低温热源T_2放热Q_2,



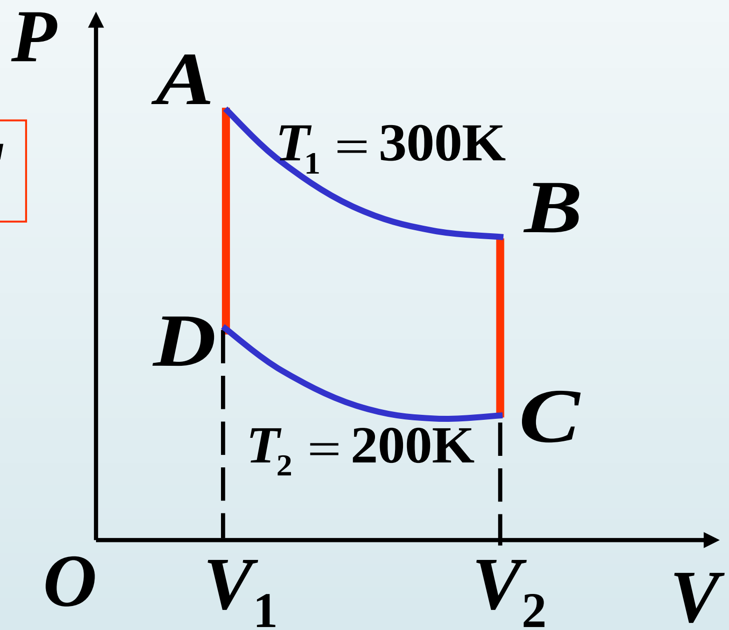
工质回到初态 $\Delta E=0$

$$A_{净}=Q_1-|Q_2|$$

热机效率:

$$\eta=\frac{A_{净}}{Q_{总吸}}=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}=1-\frac{|Q_2|}{Q_1}$$

例: 0.32kg的氧气作如图所示的循环*ABCDA*, 设$V_2=2V_1$，T_1=300K, T_2=200K, 求循环效率。已知*AB*、*CD*为等温过程, *BC* 、*DA*为等容过程, 氧气的定容摩尔热容的实验值为 $C_{V,m}=21.1\ \text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$。



解: $$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

$$\boxed{PV = \nu RT}$$

$$Q_{AB} = \underbrace{\Delta E}_{0} + A = \int_A^B P\mathrm{d}V$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT_1}{V}\mathrm{d}V = \nu RT_1 \ln 2$$

$$Q_{CD} = \int_{V_2}^{V_1} \frac{\nu RT_2}{V}\mathrm{d}V = -\nu RT_2 \ln 2$$

$$Q_{BC} = \nu C_{V,m}(T_2 - T_1) \quad < 0$$

$$Q_{DA} = \nu C_{V,m}(T_1 - T_2) \quad > 0$$

$$Q_1 = Q_{AB} + Q_{DA}$$

$$Q_2 = Q_{CD} + Q_{BC}$$

可得: $\eta = 15\%$

例：空气标准奥托循环的效率。

（**四冲程内燃机进行的循环过程**）

(1) 绝热压缩$a \to b$, 气体从

$V_1 \to V_2$。

(2) 等容吸热$b \to c$ (点火爆燃),

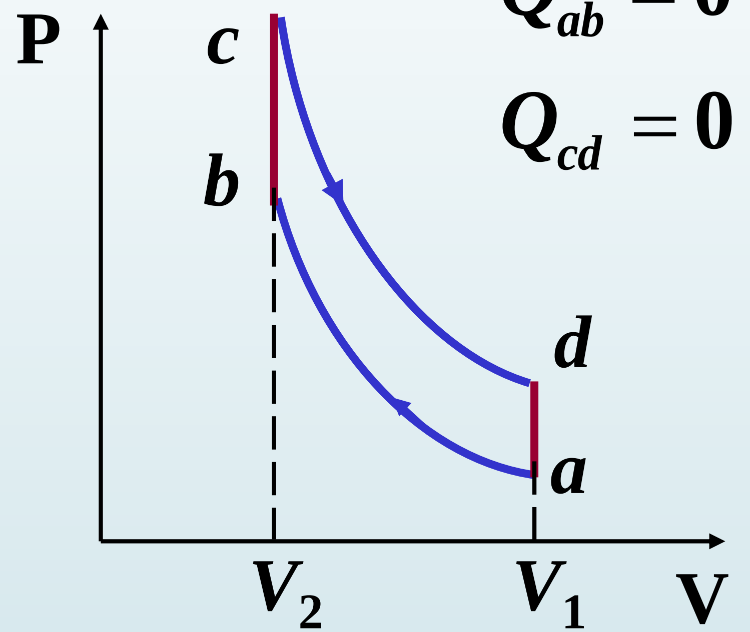
$(V_2, T_2) \to (V_2, T_3)$。

(3) 绝热膨胀$c \to d$, 对外做功,

气体从$V_2 \to V_1$。

(4) 等容放热$d \to a$，$T_4 \to T_1$。

求$\eta = ?$



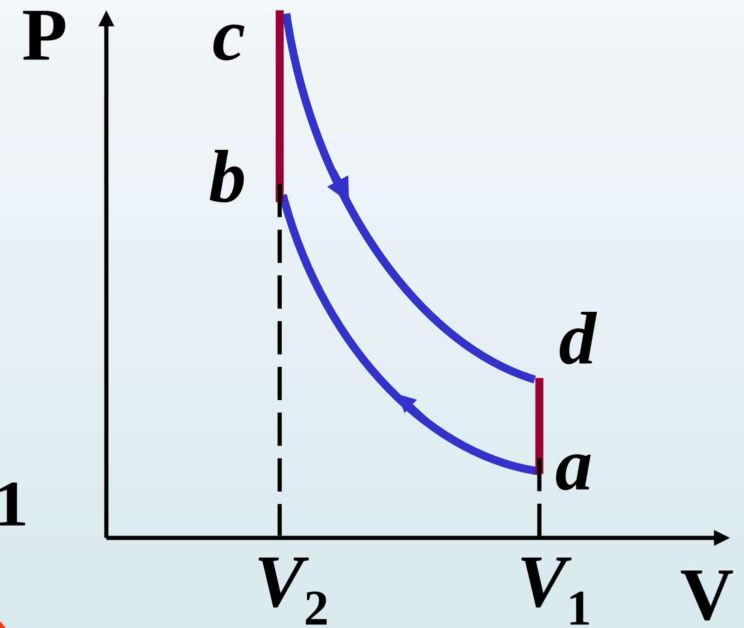
解：$b \to c$，等容吸热 $Q_1 = \nu C_{V,m}(T_3 - T_2)$

$d \to a$，等容放热 $Q_2 = \nu C_{V,m}(T_1 - T_4)$

$$\begin{cases} b\to c,\ \text{吸热} & Q_1 = \nu C_V\left(T_3 - T_2\right) \\ d\to a,\ \text{放热} & Q_2 = \nu C_V\left(T_1 - T_4\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}}$$

$$\eta_{\text{奥托}} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$



利用$a\to b$，$c\to d$两绝热过程：

$$TV^{\gamma-1} = C''$$

可得：$$\frac{T_3 - T_2}{T_4 - T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1}$$

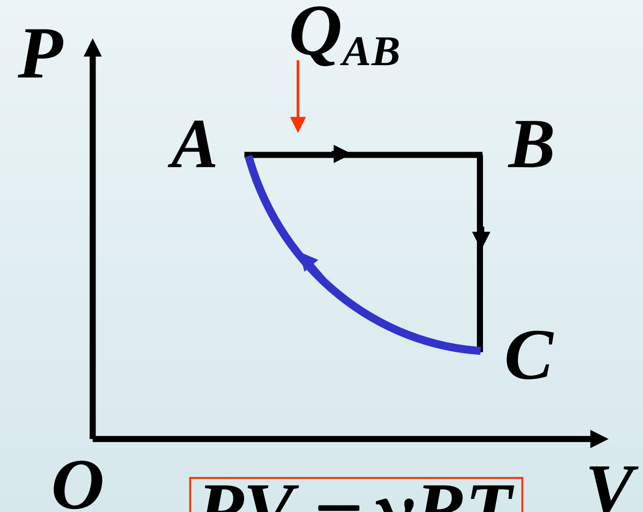
$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$r = \dfrac{V_1}{V_2}$ 压缩比

$$\boxed{\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}}$$

$r\uparrow, \eta\uparrow \quad r \le 7$ 若$r = 7$ $\gamma = 1.4$ $\eta = 54\%$

例： 1000mol空气, C_P=29.2J/(K·mol)，开始为标准状态A, $P_A=1.01\times10^5$Pa, T_A=273K, $V_A=22.4\text{m}^3$, 等压膨胀至状态B, 其容积为原来的2倍,然后经如图所示的等容和等温过程回到原态A, 完成一次循环。求循环效率。



$PV=\nu RT$

$$\eta=\frac{A_{净}}{Q_{总吸}}=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}$$

解：（1）等压膨胀过程　$A\rightarrow B$

$$A_{AB}=P_A(V_B-V_A)=P_AV_A$$

$$=1.01\times10^5\times22.4=2.26\times10^6\text{J}$$

$$Q_{AB}=\nu C_P(T_B-T_A)$$

$$\because\frac{V_B}{V_A}=\frac{T_B}{T_A}\qquad\therefore T_B=\frac{V_B}{V_A}T_A=2\times273=546\text{K}$$

$$\therefore Q_{AB}=\nu C_P(T_B-T_A)=1000\times29.2\times(546-273)$$

$$=7.97\times10^6\ \text{J}$$

$$Q=\Delta E+A$$

$$PV=\nu RT$$

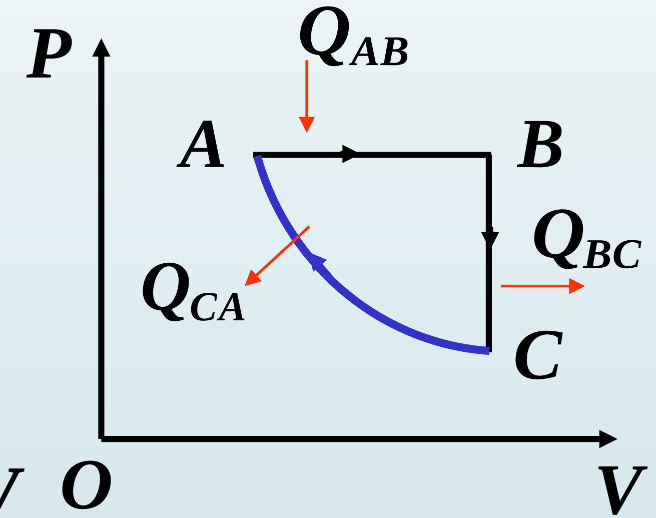
（2）等容降温过程　$B\rightarrow C$

$$Q_{BC}=E_C-E_B=\nu C_V\left(T_C-T_B\right)$$

$$=\nu(C_P-R)\left(T_C-T_B\right)$$

$$=1000\times\left(29.2-8.31\right)\times\left(273-546\right)$$

$$=-5.70\times10^6\,\mathrm{J}$$



（3）等温压缩过程　$C\rightarrow A$

$$Q_{CA}=A_{CA}=\int_{V_C}^{V_A}P\mathrm{d}V=\int_{V_C}^{V_A}\frac{\nu RT_A}{V}\mathrm{d}V$$

$$=\nu RT_A\ln\frac{V_A}{V_C}=\nu RT_A\ln\frac{V_A}{V_B}$$

$$=1000\times8.31\times273\,ln\frac{1}{2}=-1.57\times10^6\,\mathrm{J}$$

循环过程净功为:

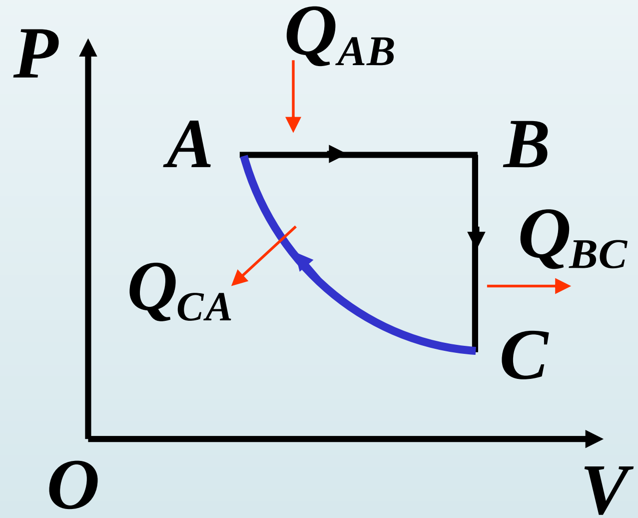
$$A = A_{AB} + A_{CA}$$
$$= 2.26\times10^6 - 1.57\times10^6$$
$$=0.69\times10^6\,\mathrm{J}$$

$Q_{AB}=7.97\times10^6\,\mathrm{J}$

$Q_{BC}=-5.70\times10^6\,\mathrm{J}$

$Q_{CA}=-1.57\times10^6\,\mathrm{J}$

$$Q_{BC}+Q_{CA}=Q_2$$



循环过程在高温热源吸热为:

$$Q_1=Q_{AB}=7.97\times10^6\,\mathrm{J}$$

循环效率:

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{0.69\times10^6}{7.97\times10^6}=8.7\%$$

或:

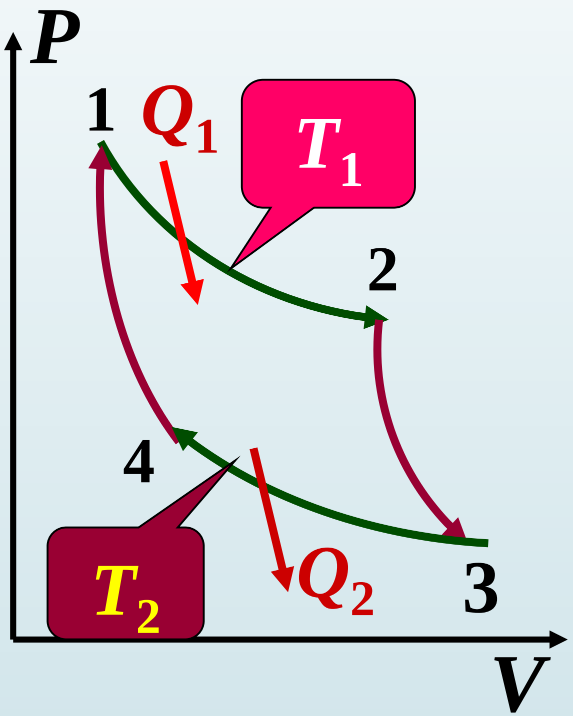
$$\eta=1-\frac{|Q_{BC}+Q_{CA}|}{Q_1}=8.7\%$$

4、卡诺循环 ——(1824年提出)

$$Q = \Delta E + A$$

1) 卡诺热机

由两个等温和两个绝热过程组成的正循环.



1→2等温:

$$Q_1 = A_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} > 0 \quad \text{(吸热)}$$

3→4等温:

$$Q_2 = A_{34} = \nu RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3} < 0 \quad \text{(放热)}$$

2→3绝热: $Q = 0$

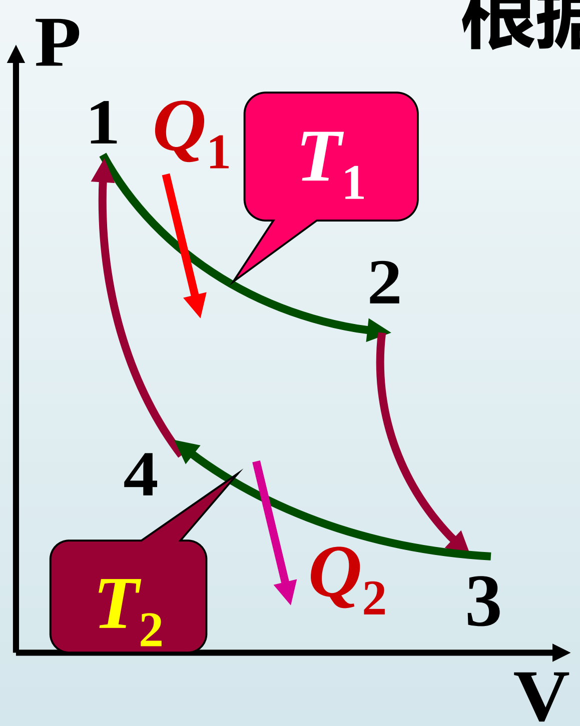
4→1绝热: $Q = 0$

效率: $\eta_C = 1 - \dfrac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \dfrac{\nu RT_2 \ln(V_3/V_4)}{\nu RT_1 \ln(V_2/V_1)} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}\cdot\dfrac{\ln(V_3/V_4)}{\ln(V_2/V_1)}$

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\ln(V_3 / V_4)}{\ln(V_2 / V_1)}$$

$$PV^{\gamma} = C$$

$$PV = \nu RT$$



根据绝热过程方程: $V^{\gamma-1}T = C''$

$$\left.\begin{array}{l} V_2^{\gamma-1}T_2 = V_3^{\gamma-1}T_3 \\ V_1^{\gamma-1}T_1 = V_4^{\gamma-1}T_4 \\ T_1 = T_2, T_3 = T_4 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\therefore \eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

物理意义：

（1）卡诺热机的效率只与T_1、T_2有关，与工作物质无关。

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$ **为提高效率指明了方向。**

（2）热机至少要在两个热源中间进行循环，从高温热源吸热，然后放一部分热量到低温热源去，因而两个热源的温度差才是热动力的真正源泉（**选工作物质是无关紧要的**）。

从单一热源吸取热量的热机是不可能的!

$\eta \overset{?}{=} 100\%$ ⟶ **第二类永动机**

例: 一卡诺热机，当高温热源的温度为127°C,低温热源的温度为27°C时，其每次循环对外做净功8000J.今维持低温热源的温度不变，提高高温热源的温度，使其每次循环对外做净功10000J。若两个卡诺循环工作在相同的两条绝热线之间，求：（1）第二个循环热机的效率η'; (2)第二个循环高温热源的温度T'_1。

解:要求 η', T'.

对第二个循环：$T_2' = T_2$，$Q_2' = Q_2$,

功$A' = 10000$J.

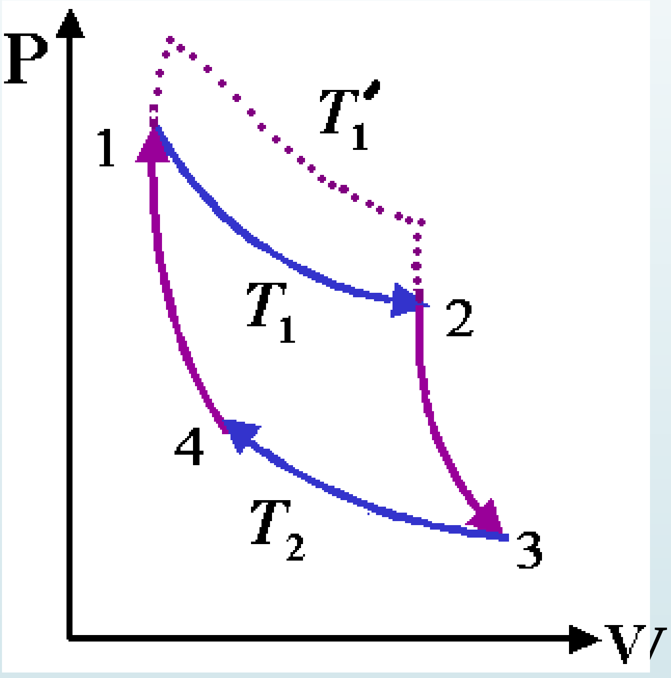
对第一个循环：

$$T_1=127^\circ\mathrm{C}, T_2=27^\circ\mathrm{C}, A=8000\mathrm{J}$$

$$\eta=1-\frac{T_2}{T_1}=1-\frac{27+273}{127+273}=0.25$$

$$\eta=0.25=\frac{A}{Q_1}=\frac{8000}{Q_1}, \therefore Q_1=32000\mathrm{J}$$

$$Q_2=Q_1-A=24000\mathrm{J}$$

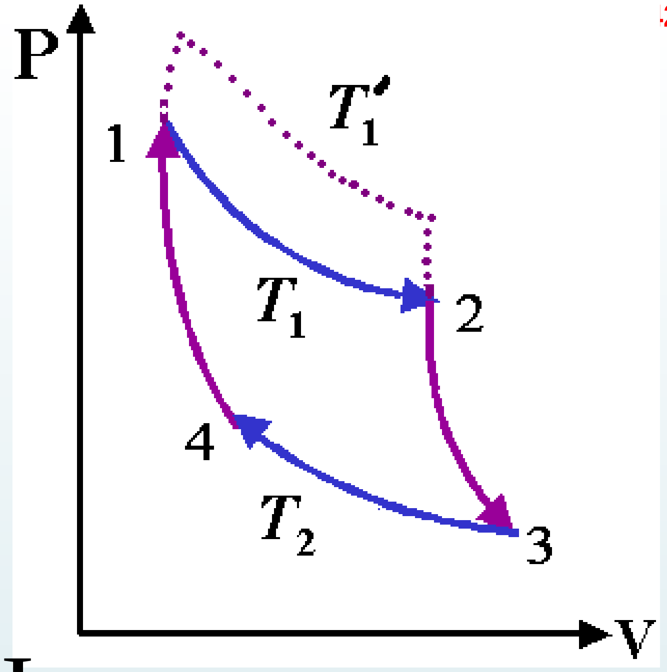


1→2， 3→4等温

2→3， 4→1绝热

对第二个循环：$T_2' = T_2$，$Q_2' = Q_2$，

功$A' = 10000\text{J}$



对第一个循环：

$$T_1 = 127^{\circ}\text{C}, T_2 = 27^{\circ}\text{C}, A = 8000\text{J}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{27+273}{127+273} = 0.25$$

$$\eta = 0.25 = \frac{A}{Q_1} = \frac{8000}{Q_1}, \therefore Q_1 = 32000\text{J}$$

$$Q_2 = Q_1 - A = 24000\text{J}$$

对第二个循环：$Q_1' = A' + Q_2 = 10000 + 24000 = 34000\text{J}$

$$\eta' = A'/Q_1' = 5/17 \approx 29.4\%,$$

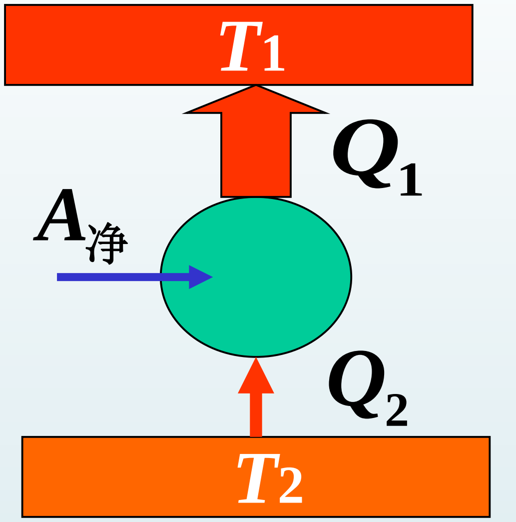
$$\eta' = 1 - T_2'/T_1' = 1 - T_2/T_1' \Rightarrow T_1' = 425\text{K}$$

$$Q=\Delta E+A$$

2)致冷系数、卡诺致冷机

将热机的工作过程反向运转

——**致冷机**



从低温热源T_2吸热Q_2，

外界做净功$A_净$,

向高温热源T_1放热Q_1。

工质回到初态　$\Delta E=0$　　　$|A_净| = |Q_1|-Q_2$

致冷系数：　$$w=\frac{Q_{2吸}}{|A_净|}=\frac{Q_2}{|Q_1|-Q_2}$$

w 越高越好(**吸取热量Q_2 需要的净功越少致冷的效率越高**)

卡诺致冷机：

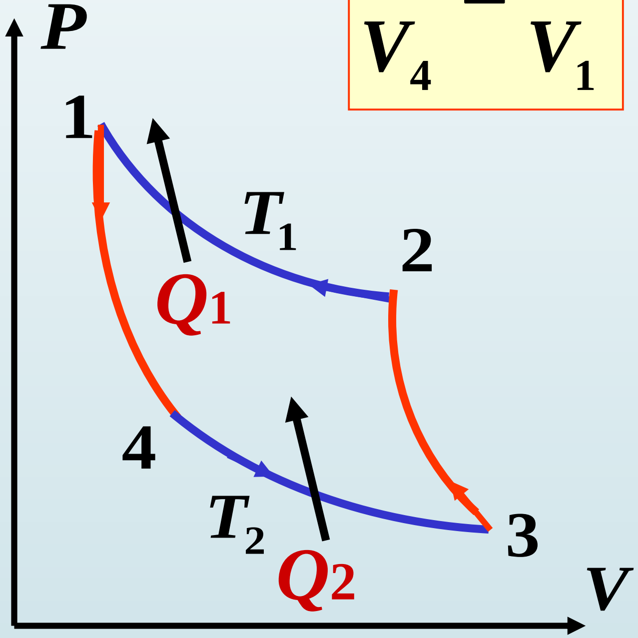
$$Q_1 = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$Q_2 = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$$

工作物质从低温热源吸热Q_2，
又接受外界所做的功$A_{净} < 0$，
然后向高温热源放出热量 Q_1，

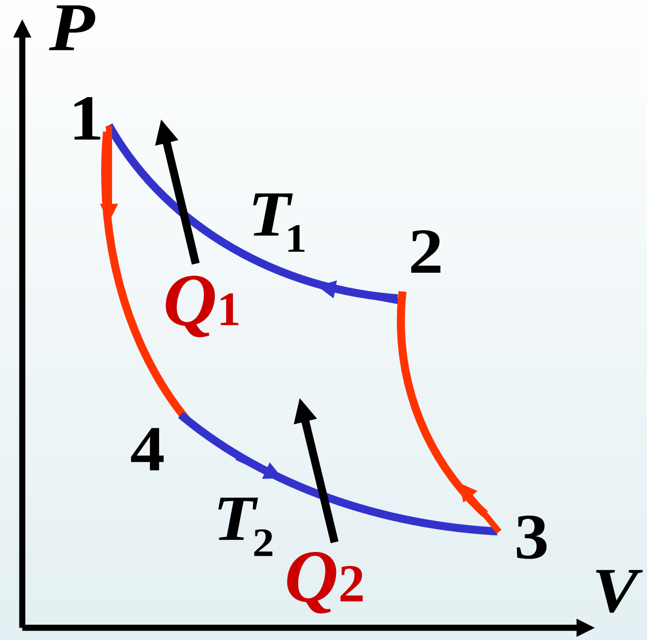
由能量守恒有：



$$Q_2 + |A_{净}| = |Q_1|$$

$$w_C = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$w_C = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$



物理意义：

（1）T_2越低，使T_1-T_2升高，都导致w_C下降，说明要得到更低的T_2，就要花更大的外力功。

（2）低温热源的热量是不会自动地传向高温热源的，要以消耗外力功为代价。

例: 家用冰箱, 室温 T_1= 300 K, 冰箱内 T_2=273 K。

$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273}{300 - 273} = 9$$ 实际要小些。

例：假定室外温度保持为37.0℃,启动空调使室内温 度始终保持在17.0℃。若每天有2.51×10^8J的热量通过热传导等方式自室外流入室内,则空调一天耗电多少?(设该空调致冷机的致冷系数为同条件下的卡诺致冷机的致冷系数的60%)

解： 卡诺致冷机的致冷系数 $$w_C = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$\therefore w = 0.6 w_C = \frac{0.6 T_2}{T_1 - T_2}$$

又 $$w = \frac{|Q_2|}{A}$$

$$\boxed{Q_2 = -2.51 \times 10^8 \text{J}}$$

$$\therefore A = \frac{|Q_2|(T_1 - T_2)}{0.6 T_2} = 8.0 \text{kW·h}$$

例： 一台冰箱工作时，其冷冻室的温度为-10℃，室温为15℃。若按理想卡诺致冷循环计算，则此致冷机每消耗10^3J的功, 可以从冷冻室中吸出多少热量?

解： 致冷系数

$$w_c = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$= \frac{273-10}{(273+15)-(273-10)} = \frac{263}{25} = 10.5$$

又 $w = \frac{Q_2}{A}$

$$\therefore Q_2 = wA = 10.5 \times 10^3\ \mathrm{J}$$

$Q = \Delta E + A$

$\Delta E = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$

讨论:

1) 一条等温线和两条绝热线能否构成一个循环?

2) P-V图上一条等温线能否与一条绝热线有两个交点?

3) P-V图上两条绝热线能否相交?

A. 能

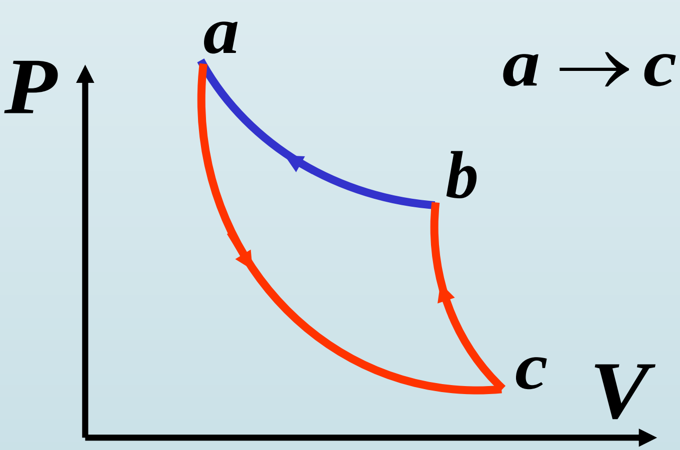
B. 否

解: 1) 否。

$$a \to b:\ \Delta E_{ab} = 0$$

$$a \to c \to b:\ \left.\begin{array}{l} Q = \Delta E_{ab} + A \\ Q = 0,\ A \neq 0 \end{array}\right\} \Delta E_{ab} \neq 0$$

矛盾



$$Q = \Delta E + A$$

$$\Delta E = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$$

讨论:

1) 一条等温线和两条绝热线能否构成一个循环?

2) *P-V*图上一条等温线能否与一条绝热线有两个交点?

A. 能

B. 否

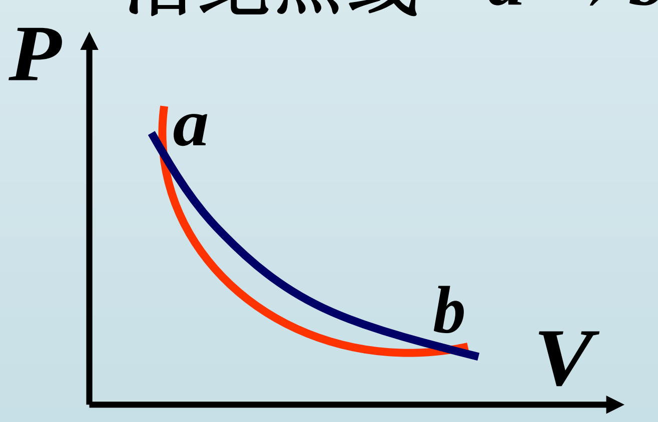
3) *P-V*图上两条绝热线能否相交?

解: 2) 否。

沿等温线 $a \to b$: $\Delta E_{ab} = 0$

沿绝热线 $a \to b$: $\left.\begin{array}{l} Q = \Delta E_{ab} + A \\ Q = 0, A \neq 0 \end{array}\right\} \Delta E_{ab} \neq 0$

矛盾



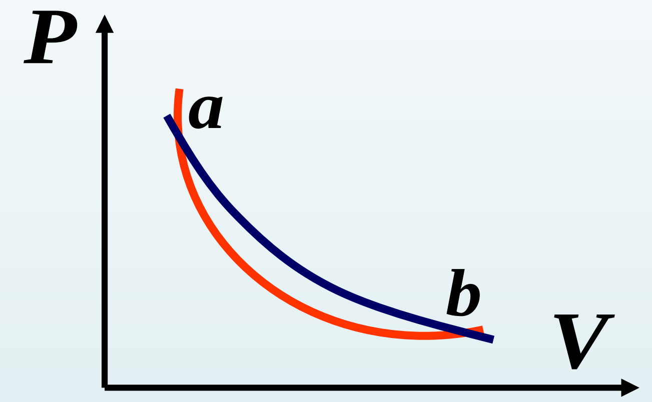
其它分析方法?

讨论:

2) P-V图上一条等温线能否与一条绝热线有两个交点?

A. 能

B. 否



解：2)

等温 $PV = C_1$

绝热 $PV^{\gamma} = C_2$

$\therefore \dfrac{C_1}{V} V^{\gamma} = C_2 \qquad V^{\gamma-1} = C_3$

故, 一条等温线与一条绝热线有且仅有一个交点。

（即由两个方程只能得到一对P、V的解）

讨论:

3) P-V图上两条绝热线能否相交?

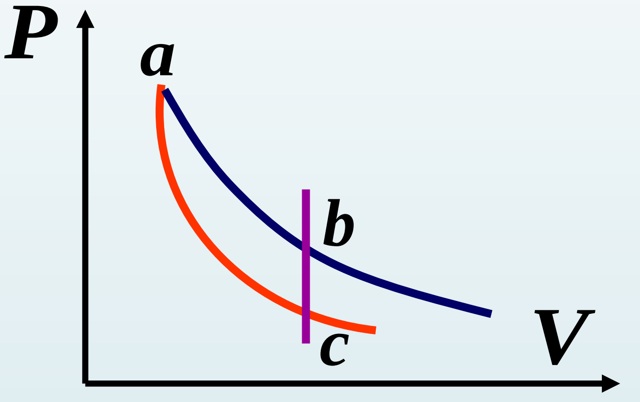
A. 能

B. 否

亦可利用与1)类似的方法。

解: 3)

$$\left.\begin{aligned} P_b &> P_c \\ V_b &= V_c \\ PV &= \nu RT \end{aligned}\right\} \begin{aligned} T_b &> T_c \\ \boxed{E_b > E_c} \end{aligned}$$



$$a \to b: Q_{ab} = 0 = \Delta E_{ab} + A_{ab}$$

$$E_b = E_a - A_{ab}$$

$$a \to c: Q_{ac} = 0 = \Delta E_{ac} + A_{ac}$$

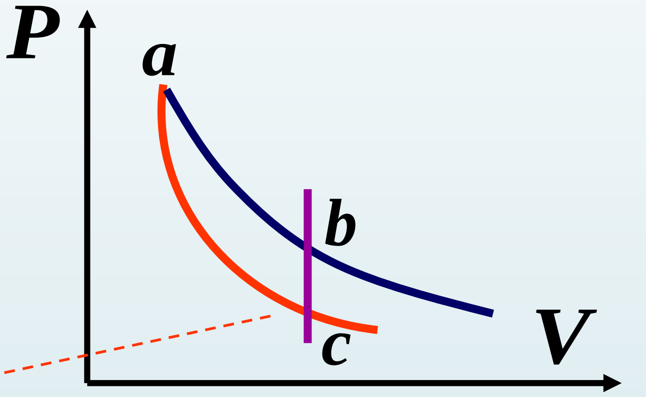
$$E_c = E_a - A_{ac} \qquad A_{ab} > A_{ac} \quad \therefore \boxed{E_b < E_c}$$

矛盾。

讨论:

3) P-V图上两条绝热线能否相交?

解: 3) 否.



$\because PV^{\gamma}=C \quad \therefore P_aV_a^{\gamma}=C$

$P_bV_b^{\gamma}=C$

$P_cV_c^{\gamma}=C$

$$\left.\begin{array}{l}\therefore P_bV_b^{\gamma}=P_cV_c^{\gamma}\\ V_b=V_c\end{array}\right\} \begin{array}{l}P_b\neq P_c\\ \therefore P_b=P_c\end{array}$$

矛盾。

类似:绝热线与等容线不可能有两个交点。