

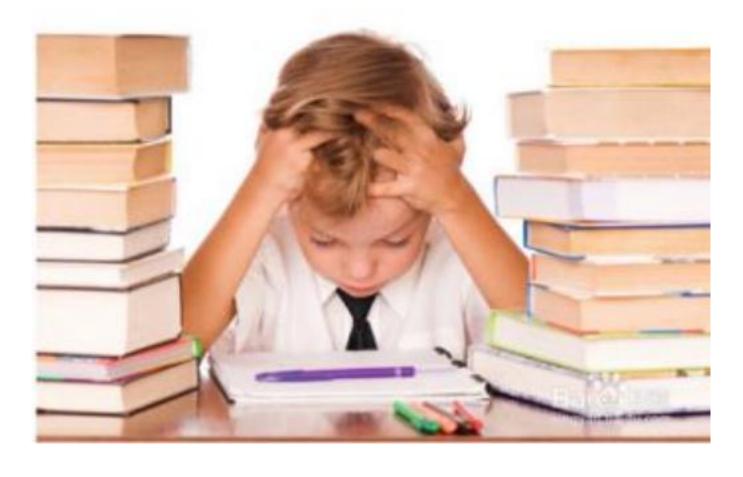
大学物理(上)

梁浴榕

电话: 15527766880

email: liangyurong20@hust.edu.cn

作业: 2 — T1-T6



请独立完成作业!

上节回顾

一、牛顿运动定律

牛顿第一定律
$$\vec{F}=0$$
, $\vec{v}=$ 常量

牛顿第二定律
$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$$
 $\vec{F} = m\vec{a}$

牛顿第三定律
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

二、基本力

万有引力、电磁力、强力、弱力

三、牛顿定律的应用

例: t=0时刻,一根长为L的均匀柔软的细绳通过 光滑水平桌面上的光滑小孔由静止开始下滑. 设绳刚开始下滑时下垂部分长为a。

求:在任意时刻t,绳自桌边下垂的长度。

解:设绳开始下滑后t时刻下垂部分的长度为x(>a), 在桌面上的那段绳受到的支承力和重力抵消, 整根绳所受合力等于绳的下垂部分所受的重力:

$$F = \frac{x}{L} mg$$
根据牛顿第二定律得:
$$\frac{x}{L} mg = m \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \therefore \frac{x}{L} mg = mv \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{x}{L}mg = mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$
 分离变量积分:

$$\int_{a}^{x} \frac{g}{L} x \mathrm{d}x = \int_{0}^{v} v \, \mathrm{d}v$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{g}{L}(x^2 - a^2)}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dt = \sqrt{\frac{g}{L}(x^2 - a^2)}$$

于是
$$\int_{a}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\frac{g}{L}(x^2 - a^2)}} = \int_{0}^{t} \mathrm{d}t$$

故任意时刻自桌边下垂的绳长

$$x = \frac{a}{2} \left(e^{\sqrt{\frac{g}{L}}t} + e^{-\sqrt{\frac{g}{L}}t} \right)$$

例:一条均匀的绳子,质量为m,长度为l,将它栓在转 轴上,以角速度 ω 旋转,试证明:略去重力时,绳中的张 力分布为:

$$T(r) = \frac{m\omega^2}{2l}(l^2 - r^2)$$
,式中 r 为到转轴的距离。

 \mathbf{m} : 取绳上任意质元: $d\mathbf{m} = \frac{\mathbf{m}}{l} d\mathbf{r}$ 质元所受的合外力:

$$F = T - (T + dT)$$
 (向心为正)

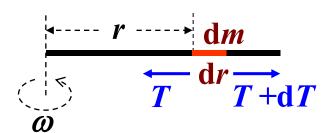
质元的加速度:
$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2$$

牛顿第二定律: $F = dm \cdot a$

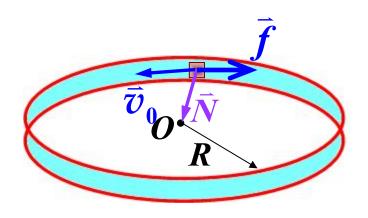
$$\Rightarrow T - (T + dT) = \frac{m}{l} dr \cdot r\omega^{2}$$

$$\Rightarrow -dT = \frac{m\omega^{2}}{l} r dr$$

$$\Rightarrow - \int_{T}^{0} dT = \frac{m\omega^{2}}{l} \int_{r}^{l} rdr$$
$$\Rightarrow T = \frac{m\omega^{2}}{2l} (l^{2} - r^{2})$$



课堂练习:光滑桌面上有一个固定的半径为R的圆环带,一个物体贴着环带内侧运动,物体与环带间的滑动摩擦因数为 μ ,在某一时刻物体经过某定点的速率为 v_0 ,则t时刻物体的速率 v_0 。



$$v = \frac{v_0}{1 + \frac{\mu v_0 t}{R}}$$

$$N = \frac{mv^{2}}{R}$$

$$f = -m\frac{dv}{dt} \qquad f = \mu N$$

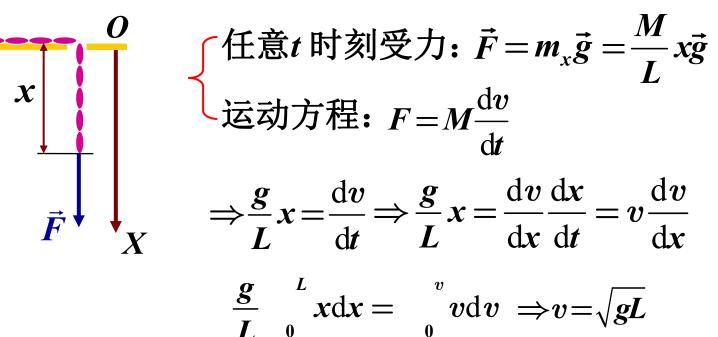
$$\mu m \frac{v^{2}}{R} = -m\frac{dv}{dt}$$

$$\int_{0}^{v} -\frac{dv}{v^{2}} = \int_{0}^{t} \frac{\mu dt}{R}$$

例: 一条质量为M长为L的均匀链条,放在一光滑的水平 桌面上,链子的一端有极小的一段长度被推入桌子上的一 个洞在重力作用下开始下落,试求在下列两种情况下链条 刚刚离开桌面时的速度。

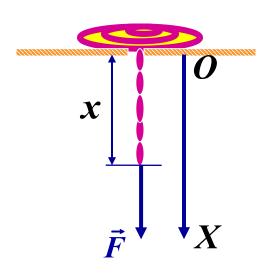
(1) 下落前,链条为一直线形式。

解: 链条在运动过程中, 各部分的速度, 加速度大小相同。建立坐标:如图



用机械能守恒定律求解

(2) 在刚刚下落时,链条盘在桌子边缘。



$$v = \sqrt{gL}$$

两次求得的速度为何不同?

机械能守恒?

链条在任意t时刻所受合外力为:

$$\vec{F} = m_x \vec{g} = \frac{M}{L} x \vec{g}$$
运动方程: $F = m_x \frac{dp}{dt}$

$$f = \frac{dp}{dt}$$

$$p = m_x \cdot v + (M - m_x) \cdot 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{d(m_x v)}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{L}xg = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{M}{L}xv \Rightarrow xg\mathrm{d}t = \mathrm{d}(xv)$$
 两边同 乘 xv

$$\Rightarrow x^2 v g dt = \frac{1}{2} d(x^2 v^2) \Rightarrow x^2 g dx = \frac{1}{2} d(x^2 v^2)$$

$$\Rightarrow g \int_{0}^{L} x^{2} dx = \frac{1}{2} \int_{0}^{L^{2}v^{2}} d(x^{2}v^{2}) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}gL}$$

第4节 惯性力

Inertial Force

非惯性系中力和运动的关系?

非惯性系包括:加速平动系、转动系

一、加速平动参照系

物体在惯性系S中: $\vec{F} = m\vec{a}$

非惯性系 S'相对S以加速度 \bar{a}_0 作平动,物体在 S' 中

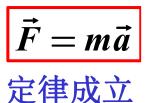
的加速度为 \vec{a}' : $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$ $\vec{F} = m\vec{a}' + m\vec{a}_0$

即: $\vec{F} + (-m\vec{a}_0) = m\vec{a}'$ 合力?!

牛顿定律在S'中不成立!

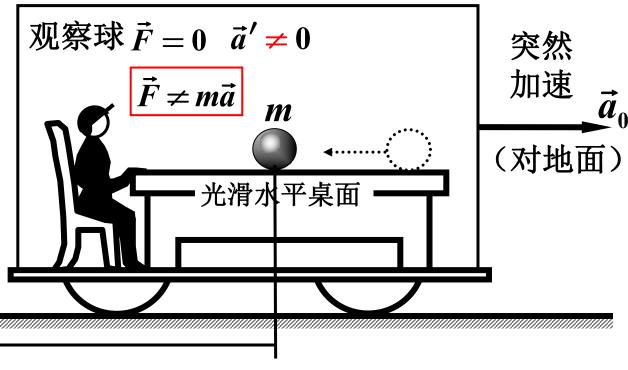
一、加速平动参照系

观察球 $\vec{F} = 0$ $\vec{a} = 0$

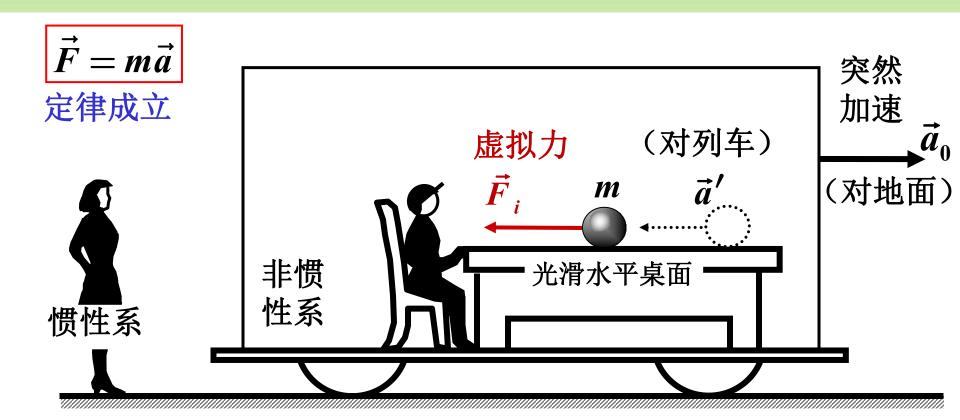








能否使非惯性系中的观察者也能用牛顿第二定律的形式求解力学问题?



在惯性系:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$
 (相对运动)

$$\Rightarrow 0 = m\vec{a}' + m\vec{a}_0$$

$$\Rightarrow -m\vec{a}_0 = m\vec{a}'$$

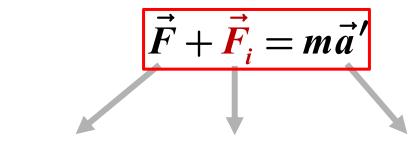
在非惯性系: 定义虚拟力

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$$
(惯性力)

$$\Rightarrow \vec{F}_i = m\vec{a}'$$

在非惯性系中,小球的运动定律 形式上与牛顿第二定律一样

非惯性系中力学定律形式



真实的 非惯性系虚 合外力 设的惯性力

非惯性系中的 加速度

在加速平动参照系中:

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$$
 (\vec{a}_0 : 非惯性系对惯性系)

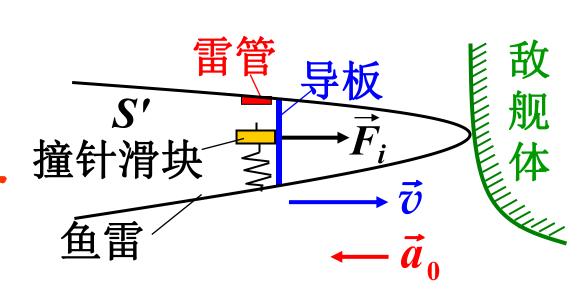
- 惯性力是虚拟的,它不同于真实力,既无施力者,也无 反作用,不是物体间的相互作用力,不能归结到自然界 的四种基本力,不服从牛顿第三定律。
- 这种虚拟方法,给研究某些力学问题带来方便,对力学 发展有重大影响。 惯性力有真实的效果。

1943年,美 Tinosa号潜艇,携带16枚鱼雷,在太平洋离日军油轮4000码,斜向攻击,发射6枚,4枚爆炸,迫使其停船并下沉。离敌舰 875码,垂直攻击,发射9枚,均未爆炸!

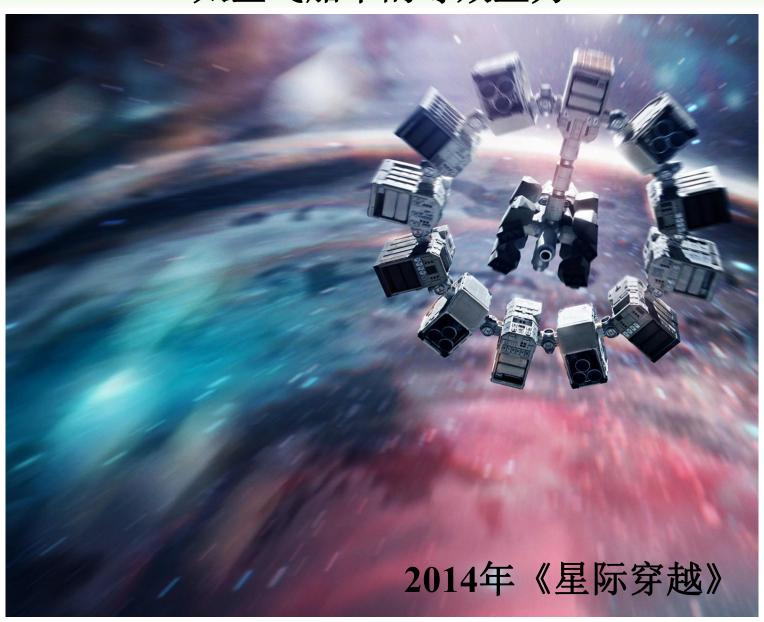
分析:

垂直、近距

- $\rightarrow \vec{a}_0$ 大,惯性力大
- →滑块受摩擦力大
- →雷管不能被触发!



太空飞船中的等效重力



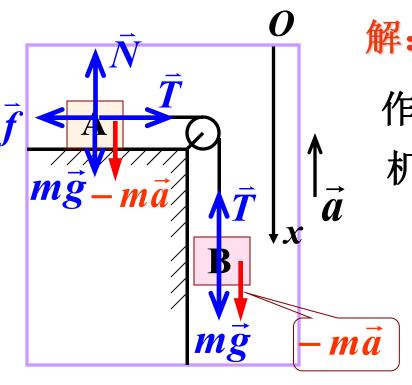
历史上的空间站

中文名称	国籍	长度	宽度	首发	服役情况
礼炮1号	苏联	15.8 m	4.2 m	1971年	已退役
礼炮2号	苏联	14.6 m	4.2 m	1973年	已退役
天空实验室	美国	36 m	6.7 m	1973年	已退役
礼炮3号	苏联	14.6 m	4.2 m	1974年	已退役
礼炮4号	苏联	15.8 m	4.2 m	1974年	已退役
礼炮5号	苏联	14.6 m	4.2 m	1976年	已退役
阿波罗-联盟	美苏			1975年	已退役
礼炮6号	苏联	14.6 m	4.2 m	1977年	已退役
礼炮7号	苏联	14.6 m	4. 2 m	1982年	已退役
和平号	苏联	19 m	31 m	1986年	已退役
国际空间站	国际	73 m	109 m	1998年	现役
天宫一号	中国	10.4 m	3.4 m	2011年	已退役
天宫二号	中国	10.4 m	3.4 m	2016年	已退役
天宫空间站	中国			2021年	现役

中国的天宫空间站



例1、图中系统置于以 $a = \frac{1}{2}g$ 的加速度上升的升降机内,两 A、B 物体质量相等,A 与桌面摩擦系数为 μ ,求A 在桌面上加速滑动时绳中的张力。



解:取升降机参考系(非惯性系)

作示力图。 设两物体相对升降 机的加速度大小为a'

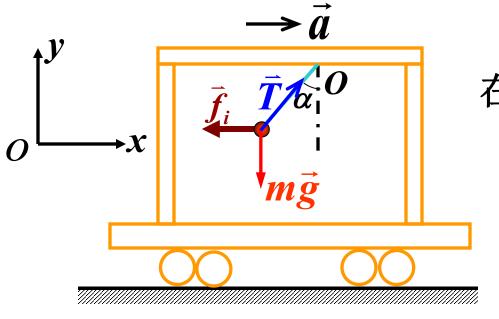
$$(mg + ma) - T = ma'$$

$$T - \mu(mg + ma) = ma'$$

$$T = \frac{1}{2}(1+\mu)(g+a)m$$

例2、动力摆可用来测定车辆的加速度。轻质细绳,一端固定在车厢顶部,另一端系一小球,当列车以加速度 a 行驶时,细绳偏移 α 角,求a 。

解:以车厢为参考系: (非惯性系) 对小球作受力分析。 小球处于平衡状态,有:



$$m\vec{g} + \vec{T} - m\vec{a} = 0$$

在两坐标轴上的分量式为:

$$T\cos\alpha - mg = 0$$

$$T\sin\alpha - ma = 0$$

解得:
$$a = g \operatorname{tg} \alpha$$

车辆加速度不是很大时, $a = g\alpha$

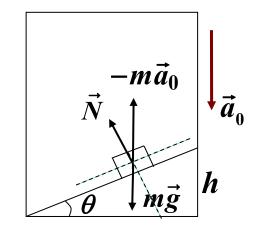
例3、升降机以加速度 a_0 =1.8 m·s⁻²下降。升降机内有一与地板成 θ = 30°角的光滑斜面,一物体从斜面顶端由相对静止下滑。设斜面顶端离地板高h=1 m. 求物体滑到斜面末端所需的时间。

解: 选升降机为参考系,它是加速平动参考系(非惯性系)。

物体除受重力和斜面的支承力外,还 受到<mark>惯性力</mark>的作用,如图所示。

设物体沿斜面下滑的加速度为a,

则在平行于斜面的方向上有:



$$mg\sin\theta - ma_0\sin\theta = ma \implies a = (g - a_0)\sin\theta$$

斜面长为
$$S: S = \frac{h}{\sin \theta}$$

所以物体沿斜面作<mark>匀加速</mark> 直线运动

$$S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \frac{1}{\sin\theta} \sqrt{\frac{2h}{g - a_0}} = \frac{1}{\sin 30^\circ} \sqrt{\frac{2 \times 1}{9.8 - 1.8}} = 1 \text{ s}$$

例4、升降机内物体m=100克,M=0.2千克用滑轮连接,升降机以加速度a=0.5g上升。求(1)在机内观察者测得两物的加速度?(2)在地面的观察者测得的加速度?

解:(1)设M相对升降机的加速度为 \vec{a}'

$$\Rightarrow a' = \frac{M}{m+M} \cdot \frac{3}{2}g = g$$

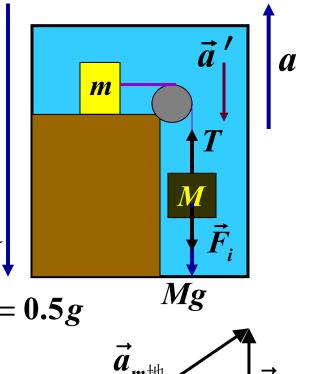
(2) 在地面的观察者

对
$$M$$
: $\vec{a}_{M^{\pm}} = \vec{a}_{M^{\pm}} + \vec{a}_{\pm} = a' - a = 0.5g$

对m: \vec{a}_{m} 地 = \vec{a}_{m} 机 + \vec{a}_{m} 地

$$\Rightarrow$$
 $\begin{cases} \vec{a}_{m} & \text{ 为水平向右加速度 } a' = g \\ \vec{a}_{\text{机地}} & \text{ 为竖直向上加速度 } a = 0.5g \end{cases}$

$$\Rightarrow a_{m \pm b} = \sqrt{a'^2 + a^2} = \sqrt{5}g/2 \qquad \theta = \tan^{-1}(a/a') = 26^{\circ}34'$$



例4、升降机内物体m=100克,M=0.2千克用滑轮连接,升降机以加速度a=0.5g上升。求(1)在机内观察者测得两物的加速度?(2)在地面的观察者测得的加速度?

另解: (2)

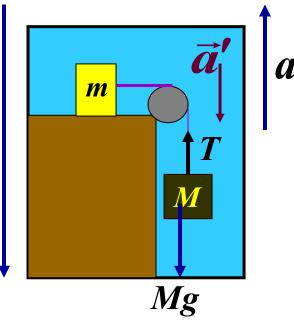
在地面参考系中,设m在水平和竖直方向上的加速度分别为 a_1 和 a_2 ,则

对m: 水平方向 $T=ma_1$ 竖直方向 $a_2=-a=-0.5g$ 对M: $Mg-T=Ma_{M+1}$

$$a_1 = a_{m^{\text{th}}, \text{ NP}} = a_{m^{\text{th}}, \text{ NP}} = a_{M^{\text{th}}, \text{ SE}} = a_{M^{\text{th}}}$$

$$\Rightarrow Mg - m(a_{M^{\pm\pm}} + a) = Ma_{M^{\pm\pm}}$$

$$\Rightarrow a_{M^{\pm}} = 0.5g \quad \Rightarrow a_1 = g$$

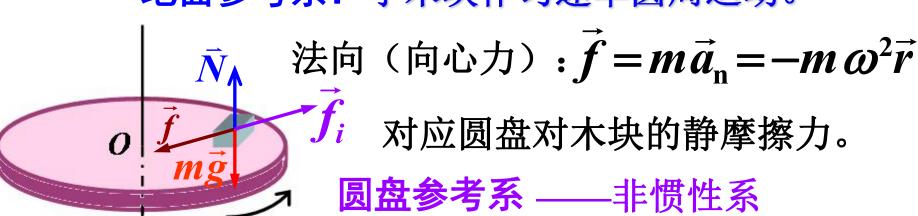


二、转动参考系

1、物体相对于参考系静止。

小木块静止于匀角速转动的水平圆盘上:

地面参考系: 小木块作匀速率圆周运动。



木块静止。木块应该受到一个

和静摩擦力平衡的力:

 $\vec{f}_i = -\vec{f} = m \omega^2 \vec{r}$

其方向沿径向,

称为惯性离心力。

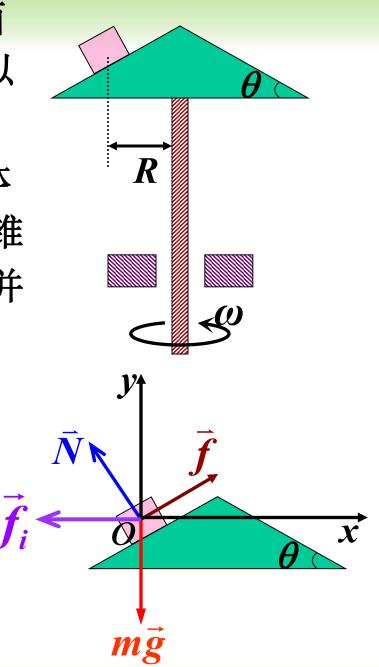
惯性离心力只是一种虚拟力。

例1、在倾角为θ 的圆锥体的侧面 放一质量为m的小物体,圆锥体以 角速度ω 绕竖直轴匀速转动。轴 与物体间的距离为R,为了使物体 能在锥面保持静止不动,物体与锥 面间的静摩擦系数至少为多少?并 讨论所得到的结果。

解:选圆锥参考系作受力图,建坐标系。

x: $\mu N \cos \theta - N \sin \theta - m \omega^2 R = 0$

y: $\mu N \sin\theta + N \cos\theta - mg = 0$



$$\therefore \mu = \frac{g\sin\theta + \omega^2 R\cos\theta}{g\cos\theta - \omega^2 R\sin\theta}$$

对给定的 ω 、R 和 θ , μ 不能小于此值否则最大静摩擦力不足以维持m 在斜面上不动。

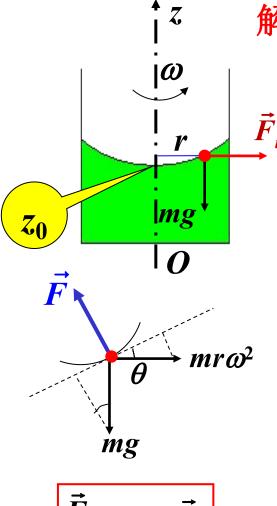
讨论:

由 $\mu > 0$,可得: $g\cos\theta - \omega^2 R\sin\theta > 0$

所以:
$$\tan \theta < \frac{g}{\omega^2 R}$$

当 $\tan \theta \ge \frac{g}{\omega^2 R}$ 时,物体不可能在锥面上静止不动。

$_{02}$ 、水桶以角速度 $_{00}$ 旋转,求水面的形状?



$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_n$$

$$a_n = r\omega^2$$

 \mathbf{M} : 水面关于 \mathbf{Z} 轴对称。考虑水面任一质元 \mathbf{M} 。 在水面参考系中看,质元m静止。 \vec{F}_i 质元m周围的水对其的作用力方向为? 忽略水的切向应力,周围水对质元m的 作用力垂直于液面。

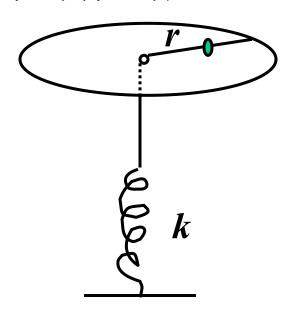
于是,沿水面的切线方向有:

$$\begin{cases} mg\sin\theta - mr\omega^2\cos\theta = 0 \\ \Rightarrow \tan\theta = \frac{r\omega^2}{g} \\$$
该点斜率为:
$$\tan\theta = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}r} \\ \Rightarrow z = z_0 + \frac{r^2\omega^2}{2g} \end{cases}$$

水面为抛物面

2、物体相对于参考系运动

桌面匀角速转动,质点在 桌面上的径向凹槽内,作 无摩擦运动。



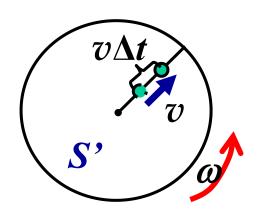
若质点在圆心上r=0处,弹簧为自然长度,则在r处:

$$kr = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow k = m\omega^2$$

——科里奥利力

当桌面旋转角速度满足上式时, 在桌面参照系看,弹性力与离心 力总处于平衡,一旦质点沿径向 获得速度 v,将保持匀速运动。



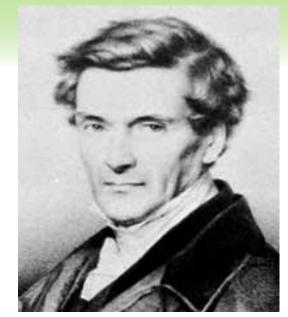
转动非惯性系

在桌面旋转的非惯性系, 质点沿径向匀速运动。

科里奥利力(1835年)

当物体相对于转动参考系运动时,在此转动参考系内观察,物体所受到的惯性力除了惯性离心力之外,还有科里奥利力(Coriolis force)

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}$$



科里奥利(1792-1843)

m为物体的质量, \vec{v} 为物体相对于转动参考系的速度, $\vec{\omega}$ 为转动参考系相对惯性系转动的角速度。

对于转动参考系作变速转动和质点相对于转动参考系作变速运动的一般情况上式也适用。

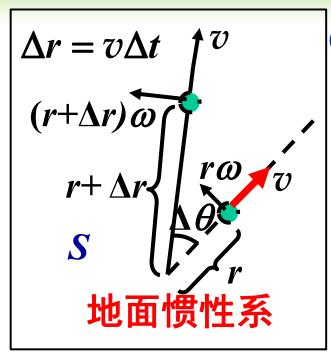


The Coriolis Effect

MIT Department of Physics Technical Services Group

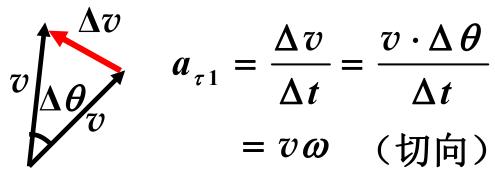
Ch020201_Coriolis Effect_MIT.mp4

在地面惯性系观察,分析质点的加速度:



 $(r+\Delta r)\omega$

a) 径向速度方向变化形成的加速度:



b) 转动速度方向变化形成的加速度:

$$\Delta v \bigwedge_{r\omega} r\omega \qquad a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{r\omega \cdot \Delta \theta}{\Delta t}$$
$$= r\omega^2 \quad (内法向)$$

) 转动速度大小变化形成的加速度:

$$a_{\tau^2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta r\omega}{\Delta t} = v\omega \quad (切向)$$

在地面惯性系观察,质点的加速度:

$$\vec{a} = 2v\omega \vec{e}_t + r\omega^2 \vec{e}_n$$

上述两加速度由两真实力提供。

提供切向加速度

提供法向加速度(向心加速度)

$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 = m\vec{a} = 2mv\omega\vec{e}_t + mr\omega^2\vec{e}_n$$

在匀速转动的非惯性系中,质点匀速沿径向运动,加速度为零:

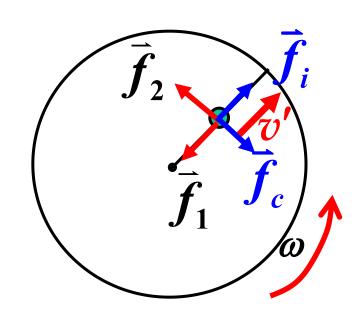
$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 - 2mv\omega \vec{e}_t - mr\omega^2 \vec{e}_n = 0$$

在匀速转动的非惯性系中

惯性离心力:
$$\vec{f}_i = -mr\omega^2 \vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{n}}$$

科里奥利力: $\vec{f}_c = -2mv'\omega\vec{\mathbf{e}}_t$

$$\vec{f}_c = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}$$



有两个惯性力。科里奥利力只有质点在转动非惯性系 中的速度非零的时候,才可能出现。

例3、桌面匀角速(ω)转动,一质点在光滑桌面上相对于桌面以速率(v)匀速圆周运动。

解: 在地面惯性系:

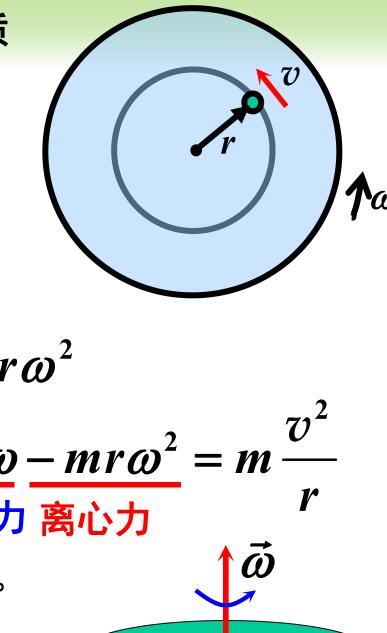
$$f = m \frac{(v + r\omega)^2}{r}$$

$$= m \frac{v^2}{r} + 2mv\omega + mr\omega^2$$

在转动非惯性系: $f = 2mv\omega - mr\omega^2 = m\frac{v^2}{r}$ 科里奥利力 离心力

两个非惯性力均沿径向指向外。

$$\vec{f}_c = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$$

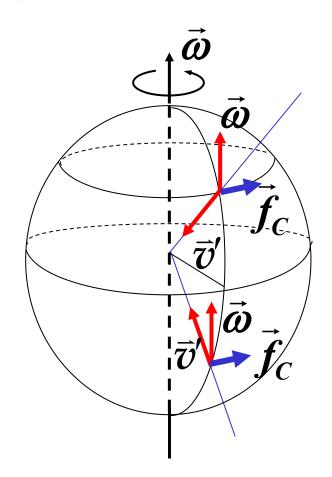


3、科里奥利力的实例

 $\vec{f}_C = 2 \, m \vec{v}' \times \vec{\omega}$

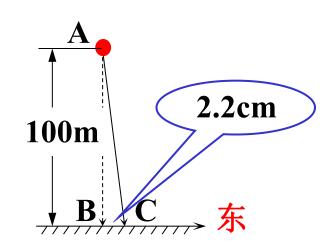
地球是匀速旋转的非惯性系。

1) 落体偏东



物体从高处自由下落, 所受科 里奥利力的方向不论在南北半 球均向东, 因此使落点偏东。

赤道上这一效应最大; 两极有此效应吗?



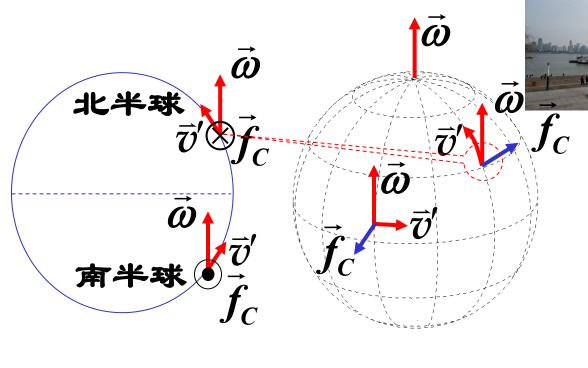
2) 河岸的冲刷

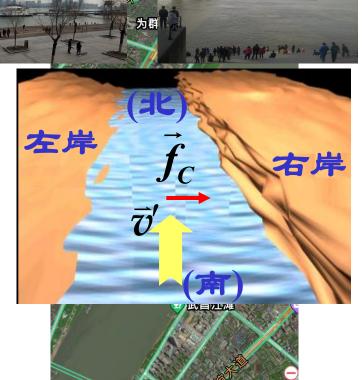
 $\vec{f}_C = 2 \, m \vec{v}' \times \vec{\omega}$

北半球河流右岸比较陡削, 南半球则左岸比较陡峭。

汉口---- 左岸(平缓的江滩)

武昌---- 右岸(陡峭的江岸)





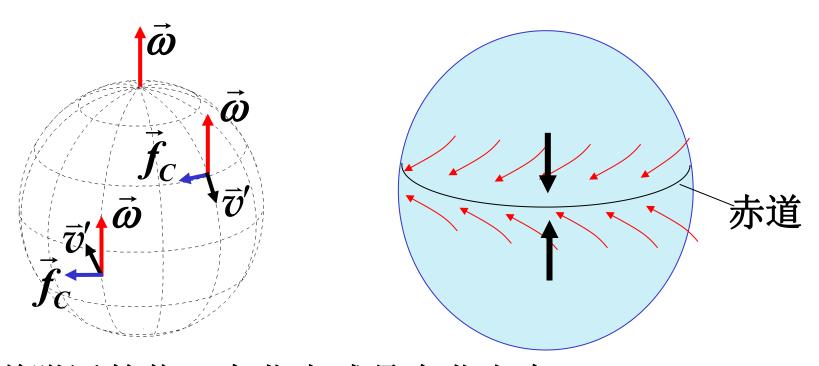
北半球,东西流向?结论相同! 南半球呢?情况相反。

3) 信风的形成

 $\vec{f}_C = 2 \, m \vec{v}' \times \vec{\omega}$

赤道附近日照强烈,空气受热上升,引起赤道两边的空气向赤道流动。

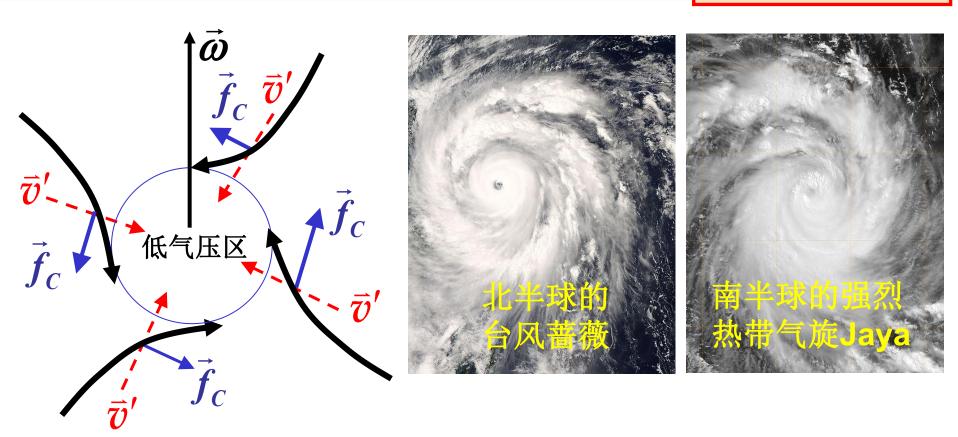
但受科里奥利力而偏离南北方向。



赤道附近的信风在北半球是东北方向, 在南半球是东南方向。

4) 北半球的强热带风暴

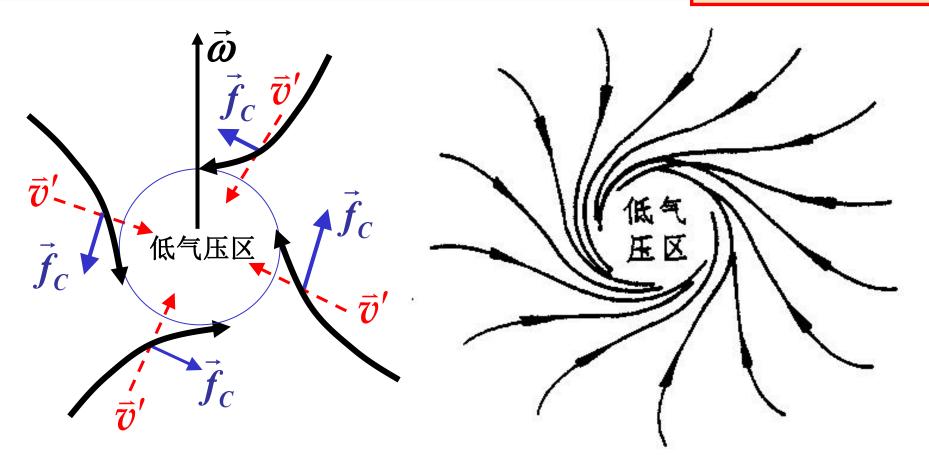




北半球的强热带风暴是在热带低气压中心附近形成的, 当外面的高气压空气向低气压中心涌入时,由于科氏力 的作用,气流的方向将偏向气流速度的右方,从高空看 是沿逆时针方向旋转的涡旋。在南半球则是顺时针方向。

4) 北半球的强热带风暴



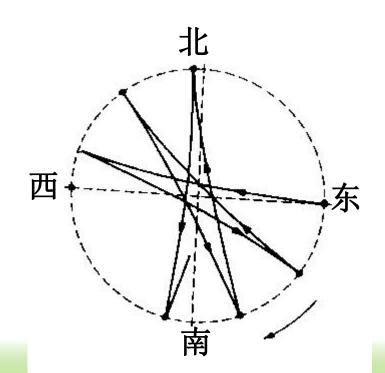


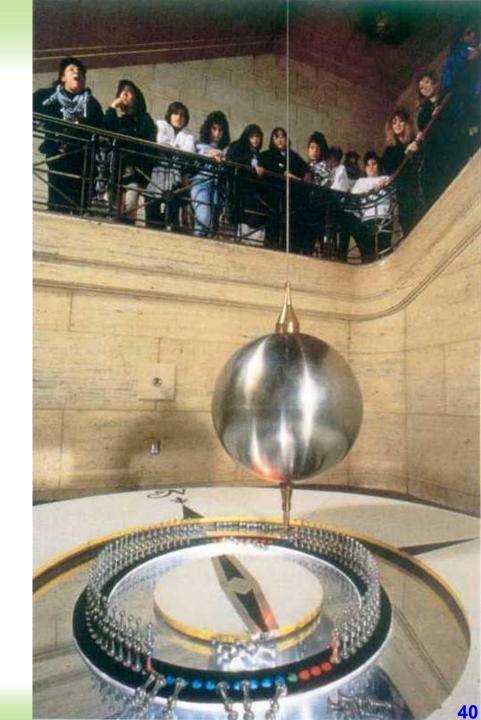
由于相同的原因,在北半球,水池放水时形成的涡旋,也是沿逆时针方向旋转的。若在南半球,则为顺时针方向。



5. 傅科摆摆面的旋转

1851年傅科在巴黎 (北半球)的一个大厅里 悬挂摆长67米的摆。发现 摆动平面每小时沿顺时针 方向转过11°15′角度。

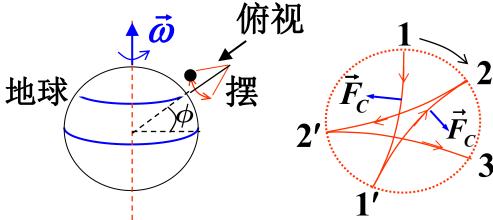




5. 傅科摆



北京天文馆的傅科摆



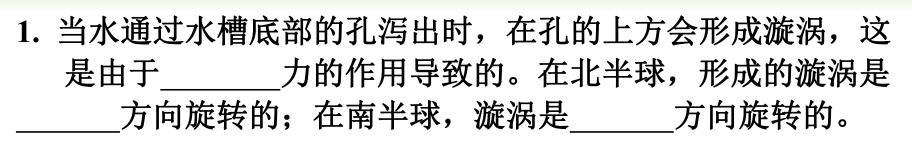
摆平面转动周期

$$T = \frac{24$$
小时 $\sin \phi$

巴黎, $\phi \approx 49^{\circ}$,T = 31小时52分北京, $\phi \approx 40^{\circ}$,T = 37小时15分

傅科做的这个著名实验在历史上第一次验证了地球的自转。

科里奥利力作业题



- 2. 汉口有平缓的江滩,而一江之隔的武昌却是江岸陡峭。这是 千万年以来江水在_____力的作用下不断冲刷____的江 岸所造成的。
- 3. 由于______力的作用,在北半球,自由下落的物体的落点会偏___;由于同样的原因,南半球自由下落的物体的落点会偏。。
- 4. 赤道附近温度较高,会产生对流,使赤道两侧较冷的空气向 赤道流动而形成贸易风,即信风。由于_____力的作用,北 半球的贸易风总是____风;而南半球的贸易风总是____风。