大学物理（一）

任课老师：蔡林
cailin@hust.edu.cn

回顾

稳恒磁场的性质

高斯定理：$\boxed{\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$ → 无源场

安培环路定理：$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$ → 有旋场

与静电场比较

静电场高斯定理：$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$ → 有源场

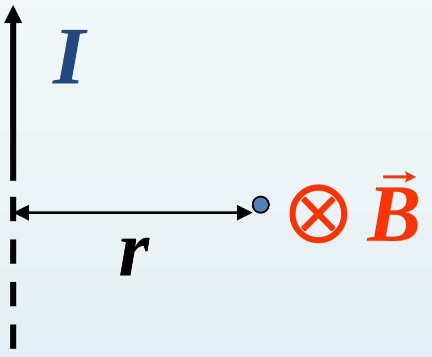
静电场环路定理：$\boxed{\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0}$ → 无旋场

回顾

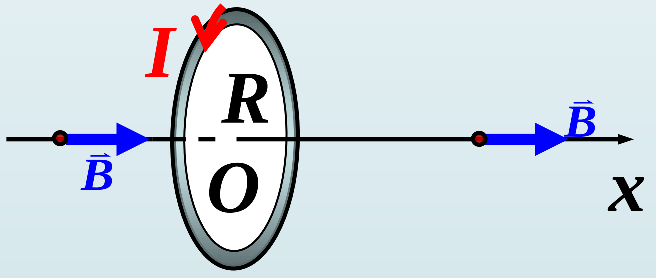
典型电流的磁场

1. 长直载流导线的磁场：

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}}\qquad B_{\text{半无限}}=\frac{1}{2}B_{\text{无限}}$$



2. 圆环电流的磁场：

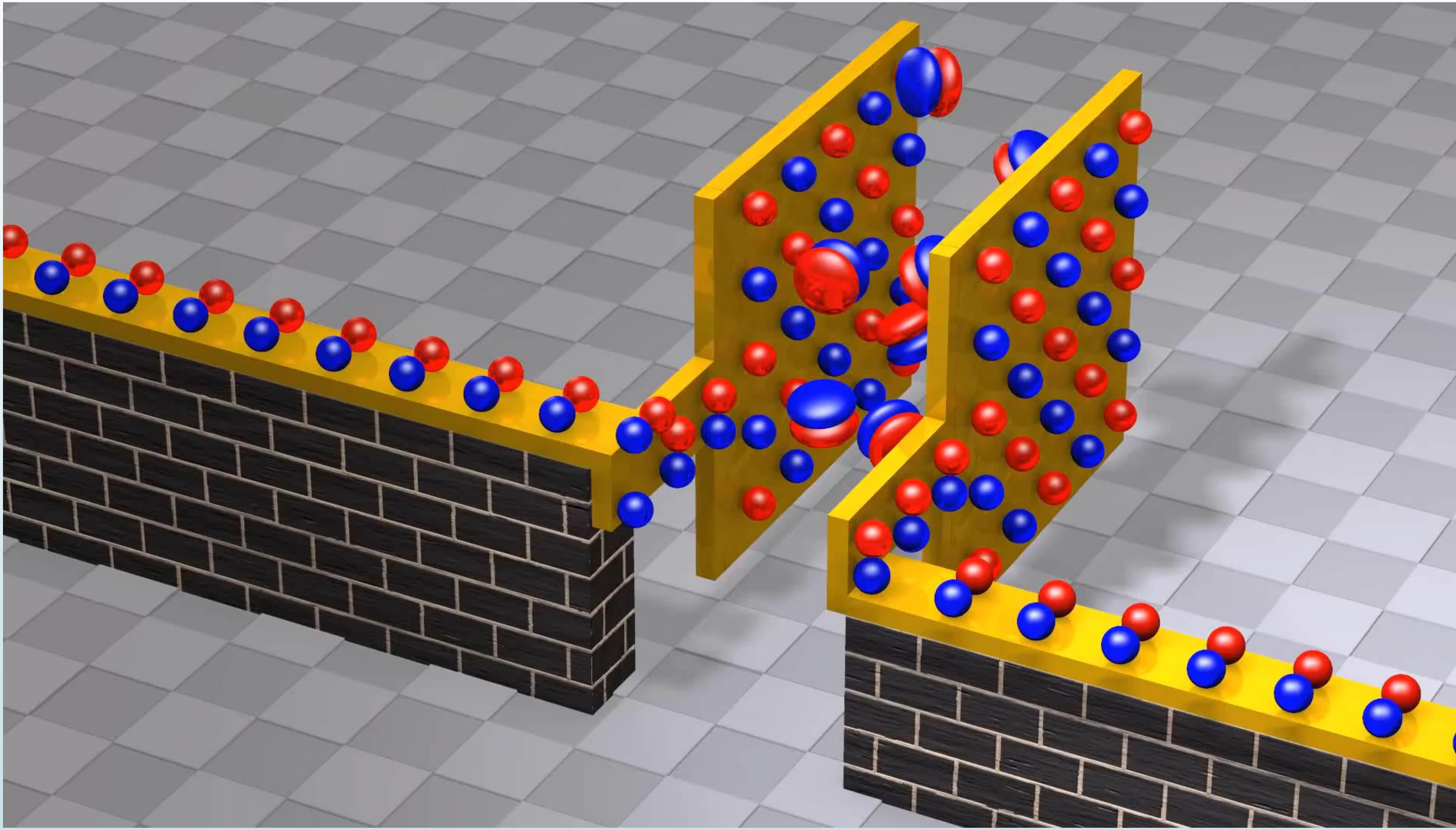


$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}}\qquad \text{圆心处：}\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

磁偶极矩： $\vec{p}_m = IS\vec{n}$

3.长直螺线管的磁场：

$B=\mu_0 nI$　　管外空间 $B\approx 0$

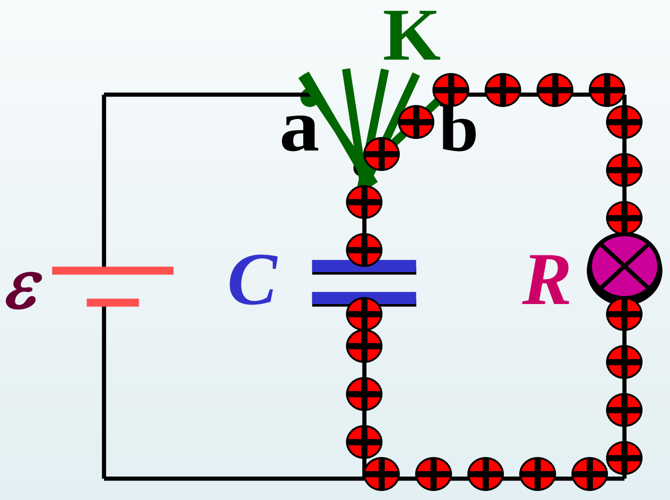


十、电容器的能量和电场的能量

应用：闪光灯…

1. 电容器的能量

电容器带电时具有能量，实验如下：



将K倒向a端→电容充电

再将K到向b端→ 灯泡发出一次强的闪光

能量从哪里来？→ 电容器释放

计算当电容器带有电量Q、相应的电压为V时，所具有的能量W=？

利用放电时电场力做功来计算：

放电到某t时刻，极板还剩电荷q，极板的电位差 $u=\dfrac{q}{C}$

将$(-\mathrm{d}q)$的正电荷，从正极板→负极板，电场力做功为：

$$A=\int \mathrm{d}A=\int u(-\mathrm{d}q)=-\int_Q^0 \frac{q}{C}\mathrm{d}q=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

即电容器带有电量Q时具有的能量：$W=\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}\begin{cases}=\dfrac{1}{2}CV^2\\[2ex]=\dfrac{1}{2}QV\end{cases}$

可见：C也标志电容器储能的本领。

$$\boxed{W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}QV} \longrightarrow \text{这些能量存在何处？}$$

2. 电场的能量

以平行板电容器为例：$C=\dfrac{Q}{V}=\dfrac{\varepsilon S}{d}$ 并且 $V=Ed$

$$W=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}E^2d^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2Sd=\frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{V}_{体积}$$

记为：$W_e=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{V}_{体积}$ ⟶ **能量储存在电场中**

1）电场能量密度(单位体积内所储存电场能量) $w_e=\dfrac{W_e}{\mathrm{V}_{体积}}=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$

$$\because \vec{D}=\varepsilon\vec{E} \quad \therefore w_e=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$$

$$\boxed{w_e=\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}}$$ **对任意电场均成立**

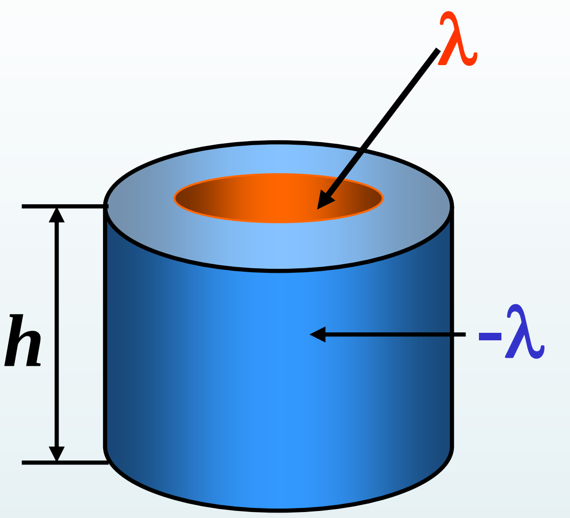
2）电场能量

任何带电系统的电场中所储存的总能量为：

$$W=\int\frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{dV}=\int\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}\mathrm{dV}$$

(对电场占据的整个空间积分)

$$W=\int\frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{dV}=\int\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}\mathrm{dV}$$



例：求一圆柱形电容器的储能W=?

解：设电容器极板半径分别为R_1、R_2

带电线密度分别为λ、$-\lambda$,

则两极板间的电场为：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$

$$\therefore W_e=\int\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2\mathrm{dV}=\frac{\lambda^2 h}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

其中：$\mathrm{dV}=2\pi rhdr$

另外：$W=\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$ $\quad C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r h}{\ln R_2/R_1}$ $\quad Q=\lambda h$

$$W=\frac{\lambda^2 h}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

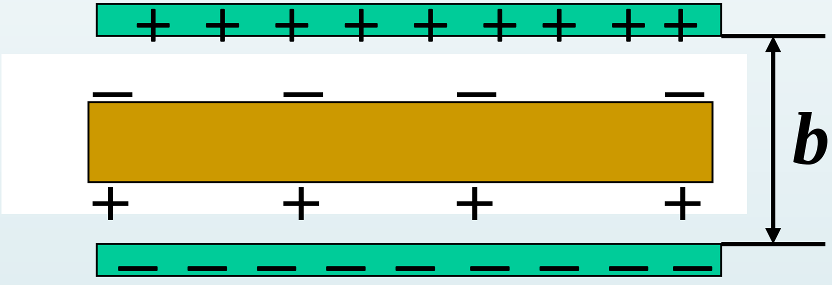
结论： 电场能 = 静电能

求C的另一方法：$E\rightarrow$ $W=\int\frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{dV}\rightarrow C=\dfrac{2W}{Q^2}$

例: 一平行板电容器，两极板间距为b=1.2cm、面积为S=0.12m^2，将其充电到120v的电位差后撤去电源，放入一厚度为t=0.4cm，ε_r=4.8的平板均匀电介质，

求：(1)放入介质后极板的电势差。

(2)放入介质板过程中外界做了多少功？



解：(1)充电后极板带电 $Q=CV$

放介质前 $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{b}$

$\therefore Q=1.1\times10^{-8}\,c$

放介质后，从前例知 $C'=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{\varepsilon_r b-(\varepsilon_r-1)t}$

$V'=\dfrac{Q}{C'}=88\ \text{v}$

(2) $A_{外}=\Delta W=W_2-W_1=\dfrac{1}{2}C'V'^2-\dfrac{1}{2}CV^2=-1.7\times10^{-7}\,\text{J}<0$

即：外力做负功，电场力做正功。

例: 平行板电容器，极板面积为S，间距为d，接在电源上以保持电压为V。将极板的距离拉开一倍，计算：(1)静电能的改变$\Delta W_e=?$；(2)电场对电源做功$A=?$；(3)外力对极板做功$A_{外}=?$

解：(1) 拉开前 $C_1=\dfrac{\varepsilon S}{d}$　$W_1=\dfrac{1}{2}C_1V^2$

拉开后 $C_2=\dfrac{\varepsilon S}{2d}$　$W_2=\dfrac{1}{2}C_2V^2$

$$\Delta W=W_2-W_1=-\frac{\varepsilon S}{4d}V^2$$

$\Delta W<0$ 静电能减少了

(2) 电场对电源做功 = 电源力克服电场力做功

$$A_{电源}=\int_{Q_1}^{Q_2}V\mathrm{d}q=(Q_2-Q_1)V$$

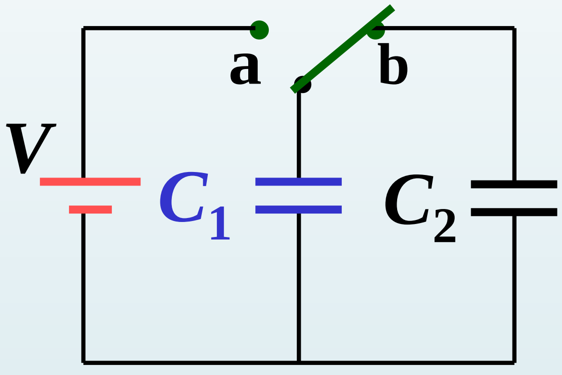
$$A_{电场}=-A_{电源}=-(Q_2-Q_1)V\xrightarrow{Q=CV}=(C_1-C_2)V^2$$

$$A_{电场}=\frac{\varepsilon S}{2d}V^2>0$$　但 $A_{电场}\neq-\Delta W$

(3)外力对极板做功 $A_{外}+A_{电源}=\Delta W$

$$A_{外}=\Delta W+A_{电场}=-\frac{\varepsilon S}{4d}V^2+\frac{\varepsilon S}{2d}V^2=\frac{\varepsilon S}{4d}V^2$$

例: 有一电容器 C_1= 20 μF，用 V=1000v 的电源使之带电，然后拆去电源，使其与另一个未充电的电容器 C_2= 5 μF 相连接。求：(1)两电容器各带电多少？(2)第一个电容器两端的电势差为多少？ (3)能量损失多少？



解：(1) 充电后C_1所带电荷为: $Q = C_1 V$

与C_2相接后： $Q_1 + Q_2 = C_1 V$

并且 $V_1 = V_2$ 即 $\dfrac{Q_1}{C_1} = \dfrac{Q_2}{C_2}$

联立

求得： Q_1= 1.6×10^{-2} c
Q_2= 0.4×10^{-2} c

(2) $V_1 = V_2 = \dfrac{Q_1}{C_1} = 8 \times 10^2$ v

(3) $\Delta W = W_{末} - W_{初}$ → $\begin{cases} W_{末} = \dfrac{1}{2}(C_1 + C_2)V_1^{\ 2} \\ W_{初} = \dfrac{1}{2}C_1 V^2 \end{cases}$

焦耳热

能量哪去了？

$\therefore \Delta W = \dfrac{1}{2}(C_1 + C_2)V_1^{\ 2} - \dfrac{1}{2}C_1 V^2 = -2$ J

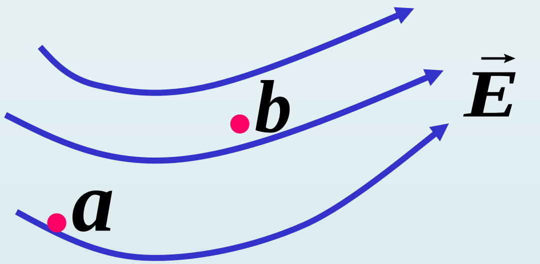
十一、电荷在外电场的静电势能

任何电荷在静电场中都具有势能——*静电势能*

并且：电场力做功(A) = 电荷电势能的减少$(-\Delta W)$

设q在电场中a、b两点的电势能分别为W_a、W_b，

将q由$a \rightarrow b$电场力所做的功为：



$$A_{ab} = -(W_b - W_a)$$
$$= W_a - W_b$$

又：$A_{ab} = \int_a^b q\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = q(V_a - V_b)$

$$= qV_a - qV_b$$

两式比较有：$W_a = qV_a \quad W_b = qV_b$

一点电荷q在电场中具有电势能：

$$W = qV$$

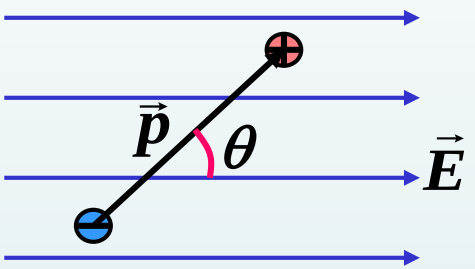
电荷与场源电荷的相互作用能

例： 求电偶极子在均匀电场中的电势能。

点电荷的电势能

$$W = qV$$

解： 两电荷的电势能分别是：



$$W_+ = qV_+ \qquad W_- = -qV_-$$

$$W = W_+ + W_- = q(V_+ - V_-)$$

$$= q\int_+^- \vec{E}\cdot d\vec{l} = -q\int_-^+ \vec{E}\cdot d\vec{l} = -q\int_-^+ E\cos\theta dl$$

$$= -qlE\cos\theta$$

即： $W = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

$$\boxed{\vec{p} = q\vec{l}}$$

电荷系的静电能:

当系统由多个静止的电荷组成时,这些电荷之间的静电相互作用能的总和称为该电荷系的静电能。

- **静电能的数值是相对的.**
- **一般取诸电荷相距无限远时的静电能为零。**

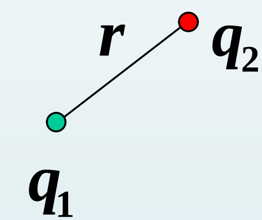
- 电荷系统的静电能等于将系统中各电荷从现有的位置到彼此分散到无限远的过程中，它们之间的静电力所做的功;
- 或等于将各电荷从无限远移动到现有位置过程中，外力做的功。

电荷系的静电能的计算公式:

1. 两个点电荷q_1, q_2组成的系统

设电荷q_1静止, 将q_2由现有位置移到无穷远处,

在此过程中, q_1的电场力对q_2做的功为



$$A_{12}=\int_r^{\infty}\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^{\infty}q_2\vec{E}_1\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$=q_2\int_r^{\infty}\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r\cdot\mathrm{d}\vec{r}=q_2\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}=q_2V_{21}$$

约定: V_{ij} ——**电荷j在电荷i处产生的电势**

静电能: $W=A_{12}=q_2V_{21}$ $\boxed{W=\frac{1}{2}(q_1V_1+q_2V_2)}$ **(教材上)**

类似地,若电荷q_2静止, 将q_1由现有位置移到无穷远处,

可得: $W=A_{21}=q_1V_{12}$ $\boxed{\therefore W=\frac{1}{2}(q_1V_{12}+q_2V_{21})}$ **(对称)**

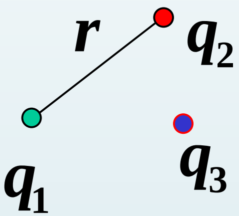
$$W=\frac{1}{2}(q_1V_{12}+q_2V_{21})$$

两个点电荷组成的系统

2. 三个点电荷组成的系统

设q_1和q_2静止, 先将q_3由现有位置移到无穷远处,

q_1和q_2的电场力做功为



$$A=A_{13}+A_{23}$$

$$=\frac{1}{2}(q_3V_{31}+q_1V_{13})+\frac{1}{2}(q_3V_{32}+q_2V_{23})$$

$$W=A_{13}+A_{23}+A_{12}$$

$$=\frac{1}{2}(q_3V_{31}+q_1V_{13})+\frac{1}{2}(q_3V_{32}+q_2V_{23})+\frac{1}{2}(q_1V_{12}+q_2V_{21})$$

$$=\frac{1}{2}[q_1(V_{12}+V_{13})+q_2(V_{21}+V_{23})+q_3(V_{31}+V_{32})]$$

$$=\frac{1}{2}(q_1V_1+q_2V_2+q_3V_3)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}q_iV_i$$

3. 多个点电荷组成的系统

$$W=\frac{1}{2}(q_1V_{12}+q_2V_{21})$$ **两个点电荷组成的系统**

可证明，对n个点电荷组成的电荷系 $$W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iV_i$$ **(数学归纳法)**

移动第k个点电荷到无穷远处的功

对$n+1$(=k)个点电荷组成的系统: $$W=A_k+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iV_i$$

$$A_k=\frac{1}{2}(q_1V_{1k}+q_2V_{2k}+\cdots q_nV_{nk}+q_kV_{k1}+q_kV_{k2}+\cdots q_kV_{kn})$$

$$V_{i1}+V_{i2}+\cdots V_{i,i-1}+V_{i,i+1}+\cdots+V_{in}$$

$$\therefore W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}q_iV_i=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n+1}q_iV_i$$

故，对n个点电荷组成的电荷系 $$W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iV_i$$

电荷系的静电能的计算公式：

设n个点电荷组成的电荷系,第i个电荷的电量为q_i，其它电荷在q_i处产生的电势为V_i，则此电荷系的静电能为

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i V_i}$$

如果系统是一个电荷连续分布的带电体,可将其看成由无限多个电荷元组成, 则系统的静电能

$$W = \frac{1}{2}\int_q V\mathrm{d}q$$

严格讲, 是除dq之外的其它所有电荷在dq处产生的电势

上式中的V可以近似取为包括dq的所有电荷在dq处电势的总和，而积分是对该带电体上所有电荷积分。

例：求一均匀带电球面的静电能。

已知球面半径为R，总电量为Q。

解：带电球面是一等势面，其电势为

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

该带电球面的静电能为

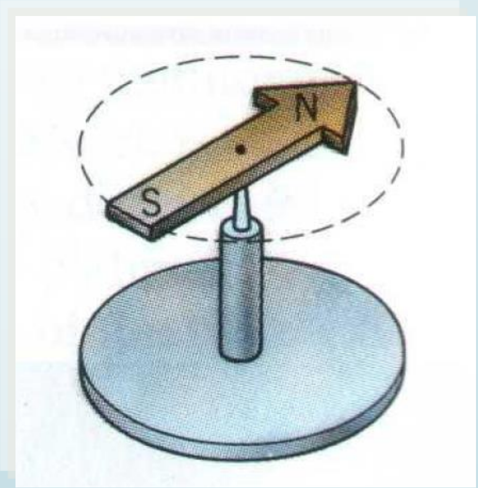
$$W = \frac{1}{2}\int_Q V\mathrm{d}q = \frac{1}{2}\int_Q \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\mathrm{d}q$$

$$= \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R}\int_Q \mathrm{d}q = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

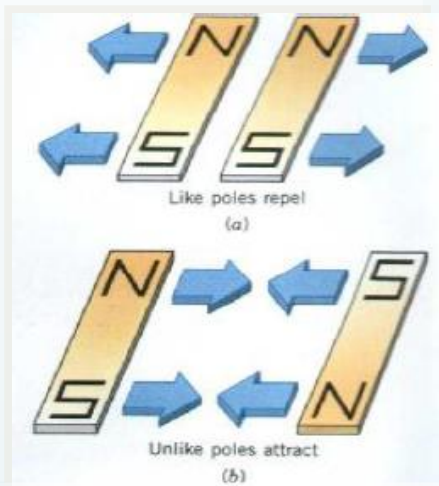
一、基本的磁现象

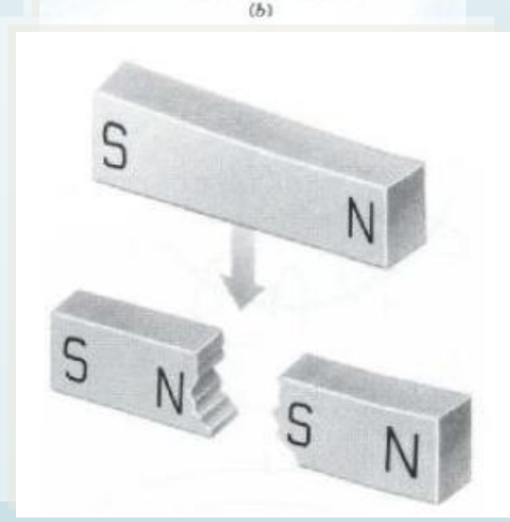
磁性(magnetism):能吸引铁、钴和镍等物质的性质。

- 公元前800年，在欧洲的小城镇Magnesia，希腊人发现磁现象。
- 在东方，中国人很早就具有了天然的磁石知识，发明指南针。

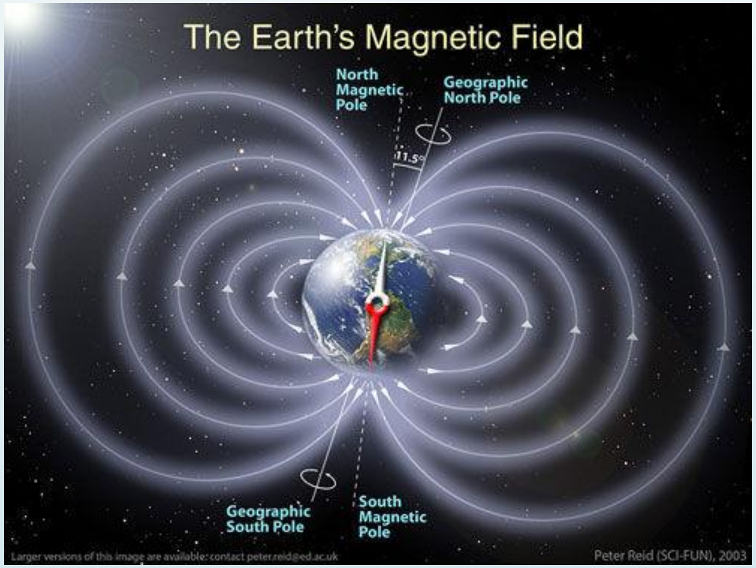


- **13世纪，认识到磁极现象。目前没有发现磁单极。**
- **16世纪，认识到地球是一个大磁体，W. Gilbert描绘出地磁场。**

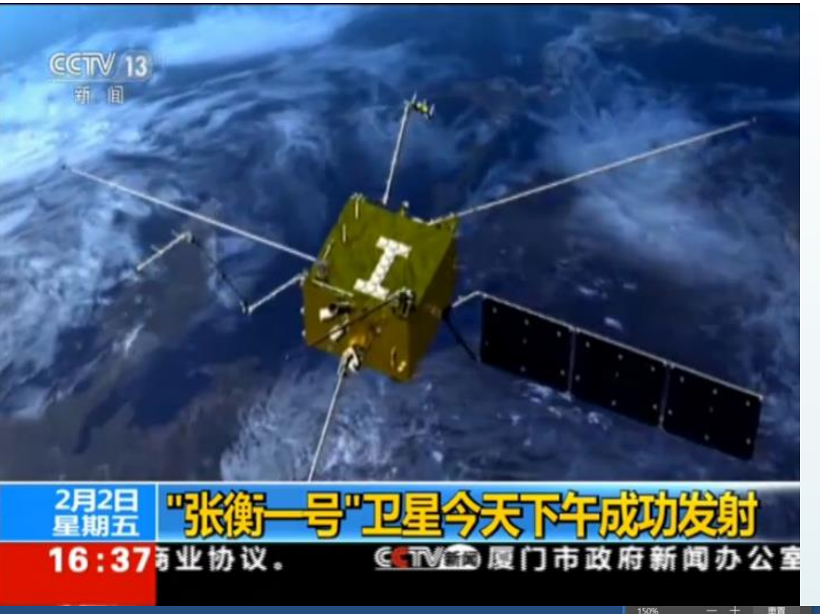




William Gilbert
1544-1603



张衡一号电磁监测试验卫星是中国全新研制的国家民用航天科研试验卫星，也是中国地球物理场探测卫星计划的首发星。该星利用覆盖范围广、电磁环境好、动态信息强、无地域限制等优势，开展全球空间电磁场、电离层等离子体、高能粒子沉降等物理现象的监测，为地震机理研究、空间环境监测和地球系统科学研究提供新的技术手段。同时，该星探测数据也能为空间物理和地球物理研究提供重要数据支持。



首页 本院概况 科学研究 科技服务 人力资源 党群工作 宣传与科普 动态资讯 EN

2020年12月31日，完全基于张衡一号卫星数据建立的全球地磁场模型CGGM 2020.0系数以及计算器在张衡一号卫星科学应用中心和国家自然灾害防治研究院网站同时发布，提供用户下载使用。

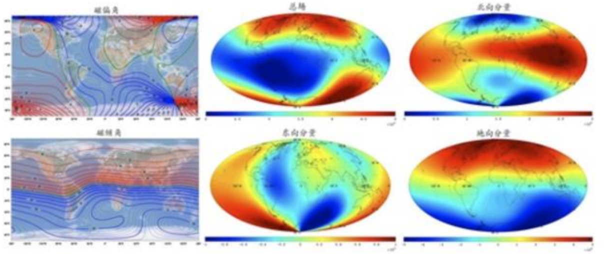
CGGM 2020.0模型基于张衡一号卫星自发射至2019年9月共19个月的磁场数据，综合考虑地球主磁场及其长期变化和外源场，利用球谐分析方法建立。其中主磁场最大截止阶数为15阶，前8阶同时考虑时间变化；外源场包括磁尾电流以及内磁层环电流贡献，最大截止阶数为2阶。空间分辨率约3000km。该模型结果与其它基于Swarm卫星等数据建立的全球主磁场模型结果一致，并于2019年底入选国际地磁与高空物理联合会（IAGA）新一代全球地磁场模型IGRF-13。

本次CGGM 2020.0模型共公布6个参考地磁场参量：磁偏角、磁倾角、磁场总量、北向分量、东向分量和垂直分量，同时发布了模型系数和计算器下载中英文网站链接：

中文：http://www.leos.ac.cn/#/article/info/237，
http://49.232.169.41:86/content/details_14_1942.html

英文：http://www.leos.ac.cn/#/article/info/236

CGGM 2020.0 模型结果

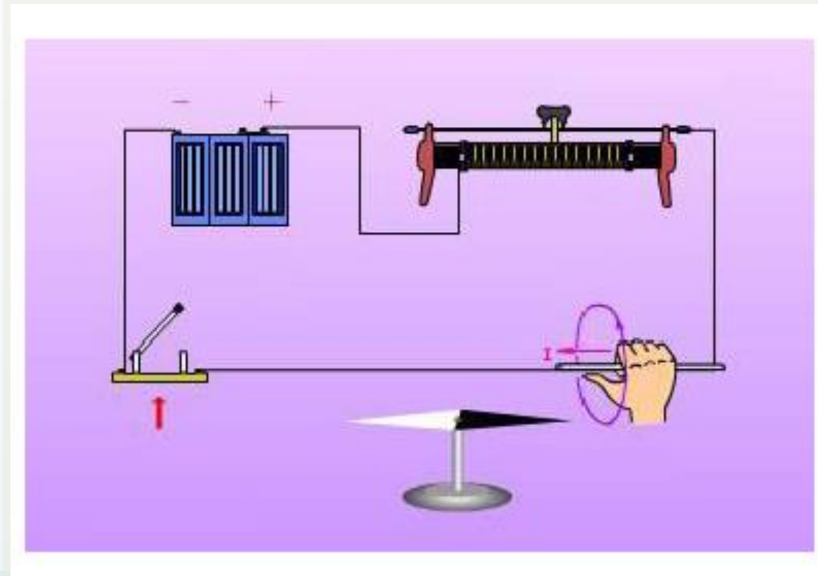


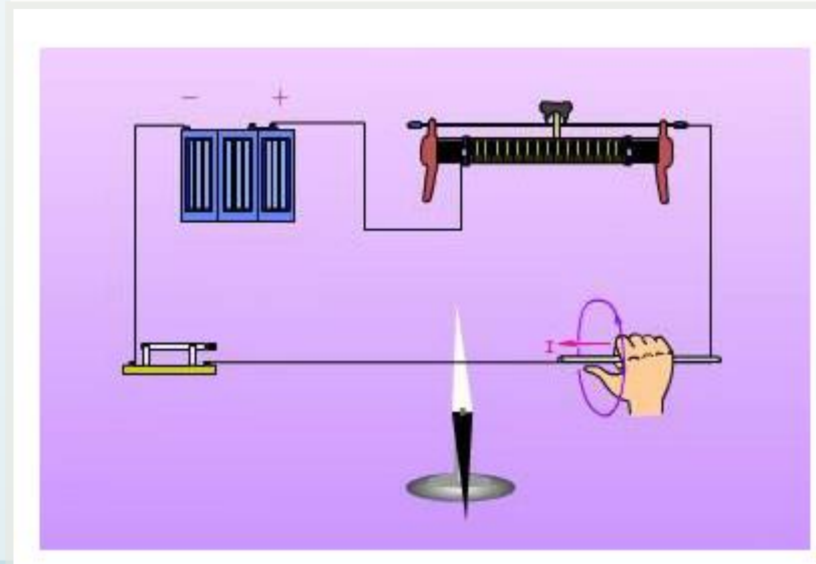
CGGM 2020.0计算得到的地磁偏角、倾角、总场以及北向、东向和地向分量

电和磁的联系

- 1820年，奥斯特发现电生磁，首次将电场和磁场联系在一起。

Hans Christian Oersted
1777-1851



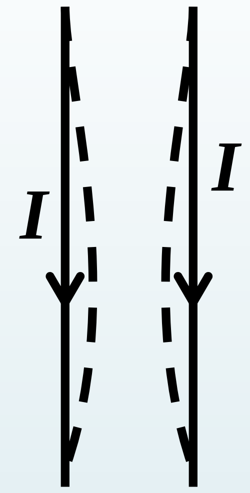


奥斯特发现：　　　**电流（旁）——小磁针偏转**

法国物理学家迅速行动

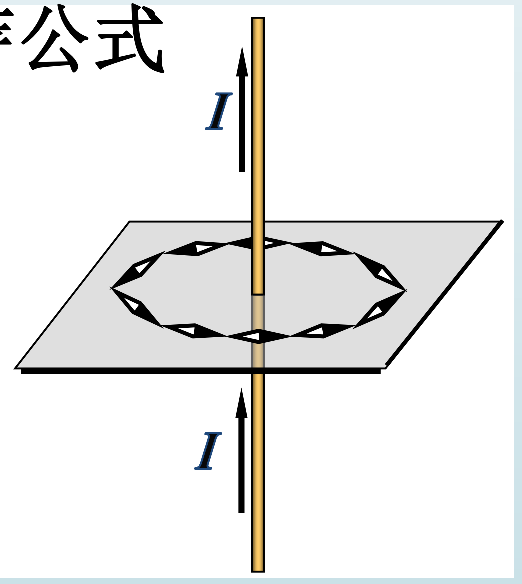
阿拉果 1820年9月11日 法国科学院介绍

安培　9月18日 平行载流直导线的相互作用



磁铁（旁）——载流导线运动
载流导线　——　载流导线

毕奥、萨伐尔、拉普拉斯 10月30日 毕萨公式



安培　12月14日　电流元相互作用公式

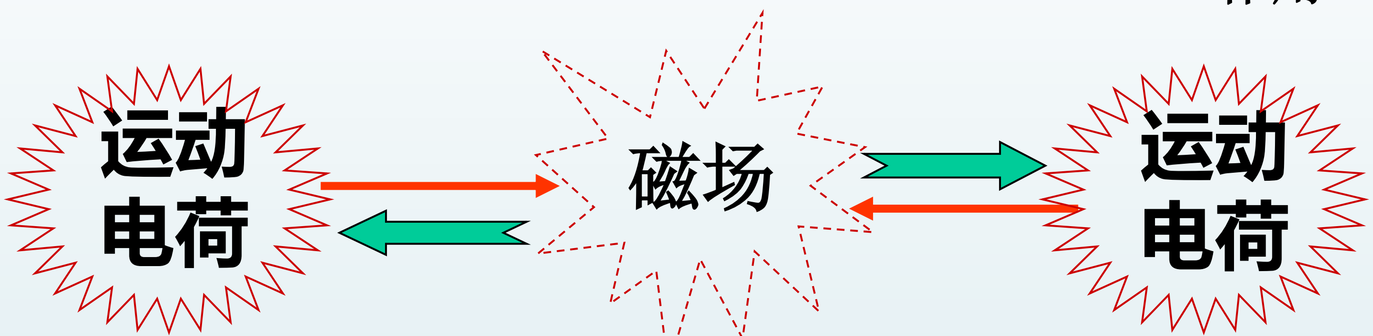
从奥斯特磁针的一跳到对磁现象的系统认识只用了半年时间。

19世纪，电磁学的黄金发展时代。法拉第、亨利、楞次、麦克斯韦…

一、磁场

演示：载流导线间的相互作用。

显然不是电的作用。因为两载流导线均是电中性的。



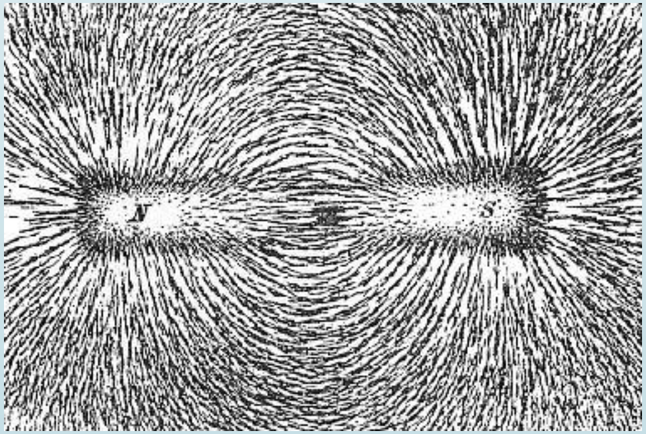
1.磁场的特征

- （1）在磁场中的运动电荷、载流导体、磁性介质等受磁场力作用
- （2）运动电荷、载流导体在磁场中运动时，磁力做功 —— 磁场具有能量

稳恒电流周围 → 稳恒磁场

磁场的描述

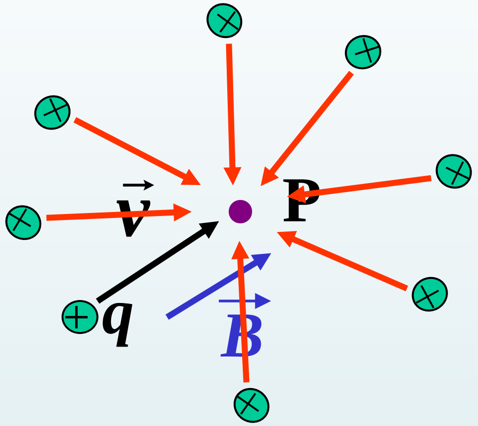
- 形象化：磁场线
- 定量化：磁感应强度$\vec{B}$



2. 磁感应强度 $\vec{B}$ 的定义

$\vec{B}$ ——描述磁场强弱及方向的物理量

用运动电荷q来确定：



设电荷q以速度 $\vec{v}$ 进入磁场 $\vec{B}$中的P点。

(1) 当 $\vec{v}$ 沿某一特定方向时，q受力$\vec{F}=0$，

定义该方向为该点处$\vec{B}$ 的方向。

(2) 改变 $\vec{v}$ 的方向通过P点， 总是有 $\vec{F}\perp\vec{v}$,

并且有 $\vec{F}\perp\vec{B}$, $\therefore$ $\vec{F}$是侧向力

(3) 使 q 沿 $\vec{v}\perp\vec{B}$ 的方向运动时，$F=F_{\max}$

定义： $B=\dfrac{F_{max}}{qv}$ 单位 $\begin{cases} \text{SI制} & \text{T(特斯拉)} \\ \text{高斯制} & \text{G} \quad 1\text{T}=10^4\text{G} \end{cases}$

或：$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$ 即: $F=qvB\sin\theta$

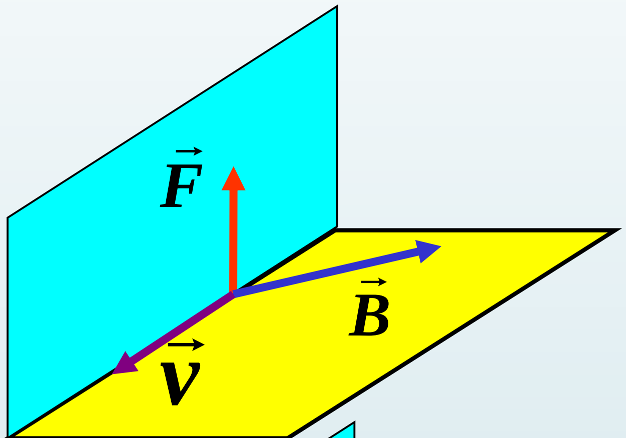
$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$ 即: $F=qvB\sin\theta$

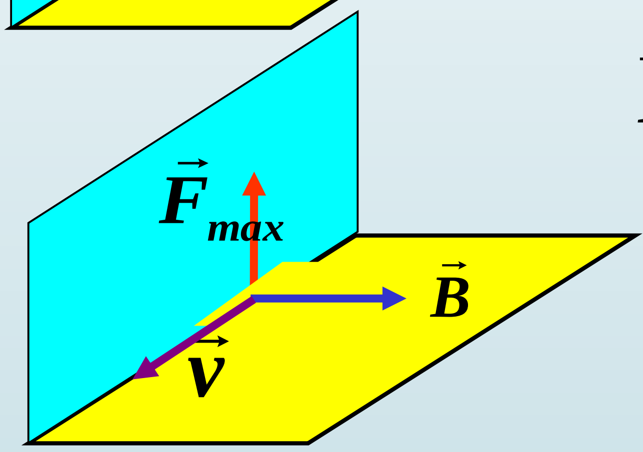
$\vec{F}$、$\vec{v}$、$\vec{B}$ 三者之间的关系如下：

1） $\vec{F}\perp(\vec{v}$、$\vec{B})$ 决定的平面

2）$\vec{v}\perp\vec{B}$ 时，$F=F_{\max}$

3） $\vec{v}\,//\vec{B}$ 或 $\vec{v}\,//-\vec{B}$ 及 $v=0$时，$F=0$



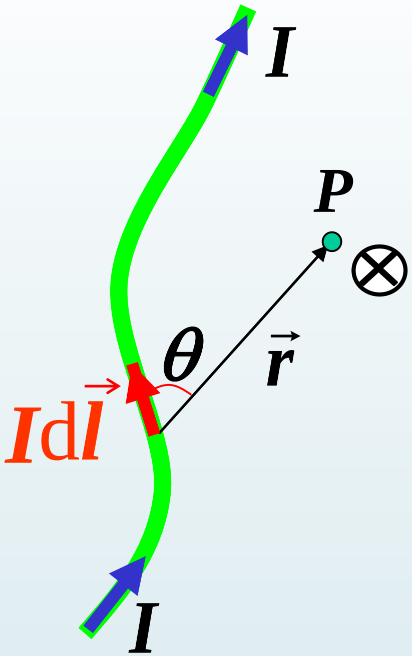


$$\vec{B}\begin{cases}\text{大小 } B = \dfrac{F_{max}}{qv} \\ \text{方向 } \vec{F}_{max} \times \vec{v}\end{cases}$$

如何计算$\vec{B}$？

两种方法 $\begin{cases}\text{毕奥—萨伐尔定律} \\ \text{安培环路定理}\end{cases}$

二、毕奥 — 萨伐尔定律——电流激发磁场的规律



实验表明：

任一电流激发的磁场 = 各小段电流产生的磁场的叠加

电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 在P点产生的磁场

(1) $\mathrm{d}B \propto I\mathrm{d}l,\ \dfrac{1}{r^2},\ \sin\theta$　　SI制中：$K=\dfrac{\mu_0}{4\pi}$

即：$\mathrm{d}B = K\dfrac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$　　K—比例系数

真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\mathrm{Tm/A}$

(2) $\mathrm{d}\vec{B}$的方向垂直于$\mathrm{d}\vec{l}$、$\vec{r}$所决定的平面，沿 $\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}$ 的方向。

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$$

⟶ 毕奥— 萨伐尔定律

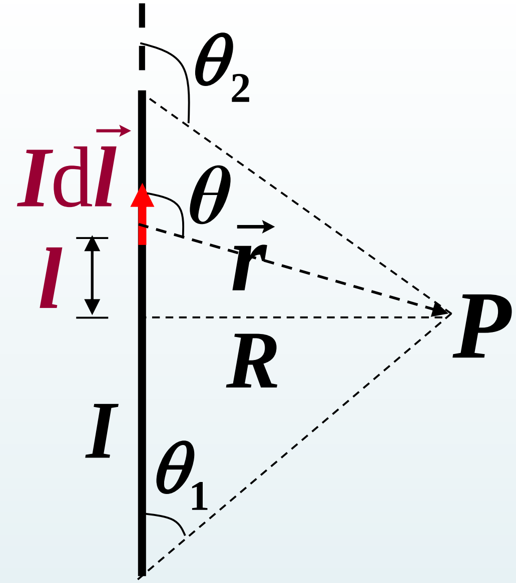
(借助了拉普拉斯在数学上的帮助)

$\mathrm{d}\vec{B}$ $\begin{cases} \text{大小为：} \mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2} \\ \text{方向为：} I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}\ \text{右手螺旋} \end{cases}$

(3) P点总的磁感应强度为

$$\vec{B} = \int \mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

例: 求一段载流直导线的磁场。



解: 任意一个电流元在P点产生的磁感应强度的方向均垂直向里，故

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$$

$$B_P=\int \mathrm{d}B$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

而 $l=r\cos(\pi-\theta)=-r\cos\theta$

$$R=r\sin(\pi-\theta)=r\sin\theta$$

由此两式得

$$l=-R\mathrm{ctg}\,\theta$$

$$\mathrm{d}l=\frac{R\mathrm{d}\theta}{\sin^2\theta}, \quad r=\frac{R}{\sin\theta}$$

代入积分式可得:

$$B_P=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{I\sin\theta\mathrm{d}\theta}{R}$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

导线无限长，$\theta_1\to 0$, $\theta_2\to\pi$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$$

(P点距导线足够近时亦然)

例: 求一段载流直导线的磁场。

另解: 对任意电流元,

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idy\vec{j}\times\vec{r}}{(y^2+R^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idy\vec{j}\times(R\vec{i}-y\vec{j})}{(y^2+R^2)^{3/2}}$$

$$=-\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IRdy\vec{k}}{(y^2+R^2)^{3/2}}$$

$$\because tg(\pi-\theta)=\frac{R}{y}$$

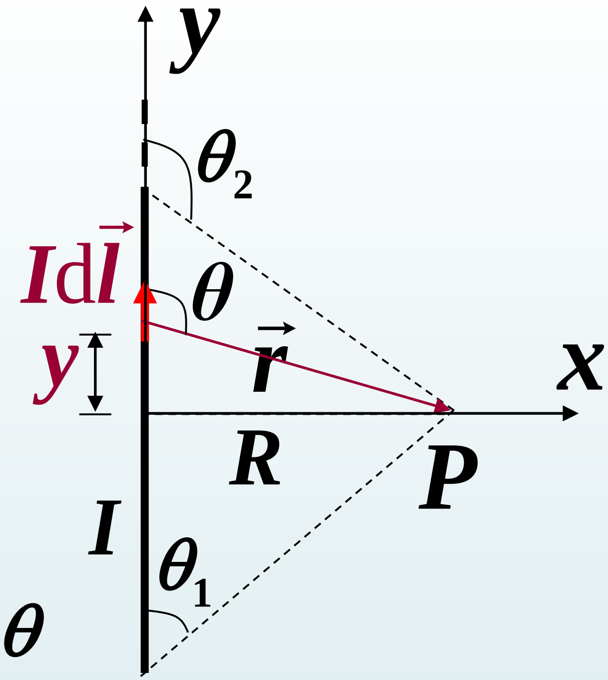
$$\therefore y=-Rctg\theta$$

$$dy=\frac{Rd\theta}{\sin^2\theta}$$

$$\therefore \vec{B}=\int d\vec{B}$$

$$=\int_{\theta_1}^{\theta_2}-\frac{\mu_0 I\vec{k}}{4\pi R}\sin\theta d\theta$$

$$=-\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)\vec{k}$$



若导线无限长,

$\theta_1\to 0,\ \theta_2\to\pi$

$$\boxed{\vec{B}=-\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\vec{k}}$$

(P点距导线足够近时亦然)

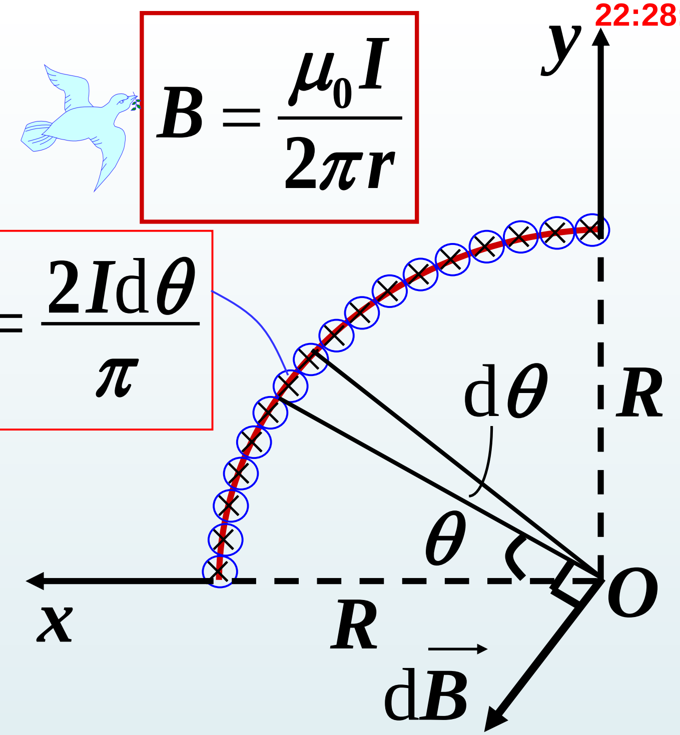
(1) 载流长直导线周围B与R成反比。

(2) 磁力线是沿着垂直导线平面内的同心圆,其方向与电流方向成右手螺旋关系。

例：一半径为R的无限长1/4圆柱形金属片，沿轴向通有电流I。设电流在金属片上均匀分布。试求圆柱轴线上任一点O的磁感应强度。

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$i=\frac{2I\mathrm{d}\theta}{\pi}$$



解： 以O为原点建立直角坐标系。z 轴沿电流方向，并与圆柱轴线重合。

单位弧长上的电流密度为

$$\lambda=\frac{I}{2\pi R/4}=\frac{2I}{\pi R}$$

此金属片可看作由无数个沿轴向的窄条拼接而成。每个窄条均可视为无限长载流直导线，其上电流记为 i。 $i=\lambda\cdot R\mathrm{d}\theta$

此窄条(无限长载流直导线) 在O点产生的磁感应强度大小为

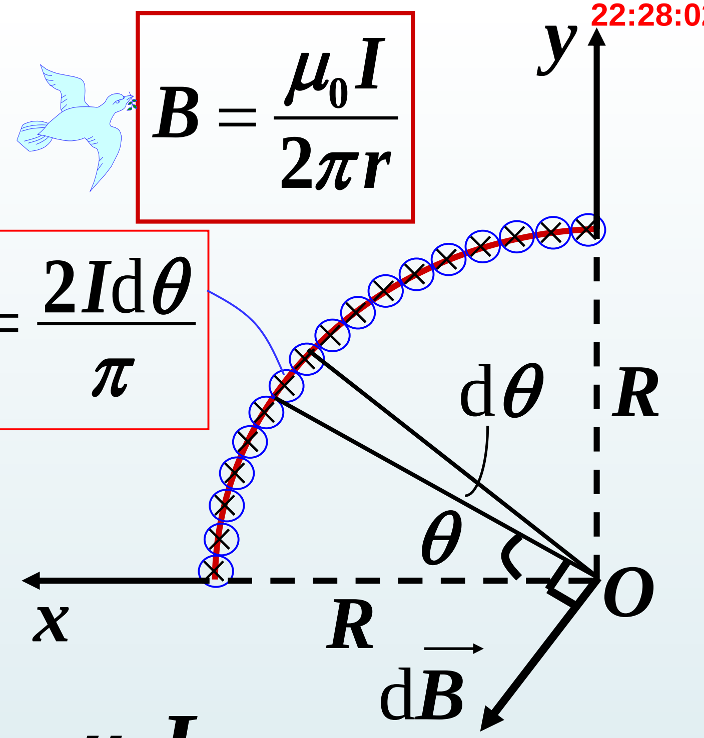
$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 i}{2\pi R}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\theta}{\pi^2 R}$$ 方向如图所示。

O点总的磁感应强度？

例: 一半径为R的无限长1/4圆柱形金属片，沿轴向通有电流I。设电流在金属片上均匀分布。试求圆柱轴线上任一点O的磁感应强度。

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

$$\boxed{i=\frac{2I\mathrm{d}\theta}{\pi}}$$



$$\vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}=\int \mathrm{d}(\vec{B}_x+\vec{B}_y)$$

$$=\vec{i}\int \mathrm{d}B_x+\vec{j}\int \mathrm{d}B_y$$

$$=\vec{i}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\theta}{\pi^2 R}\sin\theta-\vec{j}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\theta}{\pi^2 R}\cos\theta=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}(\vec{i}-\vec{j})$$

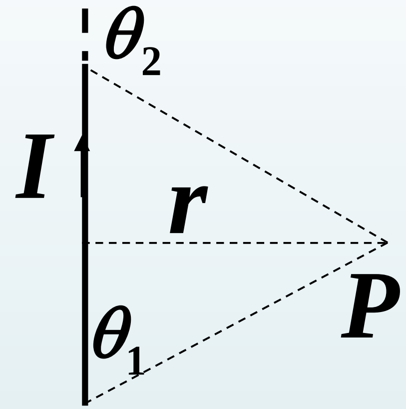
此窄条(无限长载流直导线) 在O点产生的磁感应强度大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 i}{2\pi R}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\theta}{\pi^2 R}$$ 方向如图所示。

O点总的磁感应强度？

例: 有一正n边形线圈，外接圆半径为R，通有电流I，求其中心O点的磁感应强度，并讨论$n\to\infty$的情形。

解:



$$B_P=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

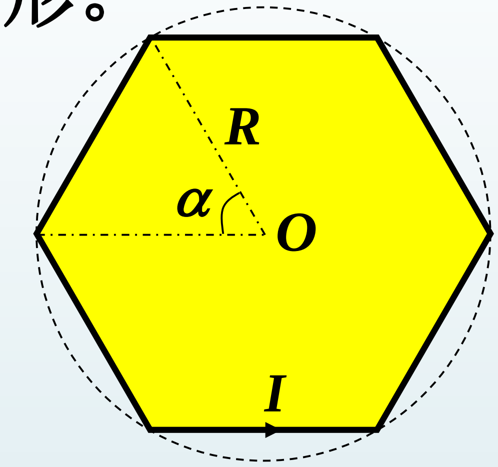
这里，对任意一条边，

$$\theta_1=\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}$$

$$\theta_2=\pi-\theta_1$$

$$B'=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1+\cos\theta_1)$$

$$\therefore\quad B'=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\theta_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\sin\frac{\pi}{n}$$



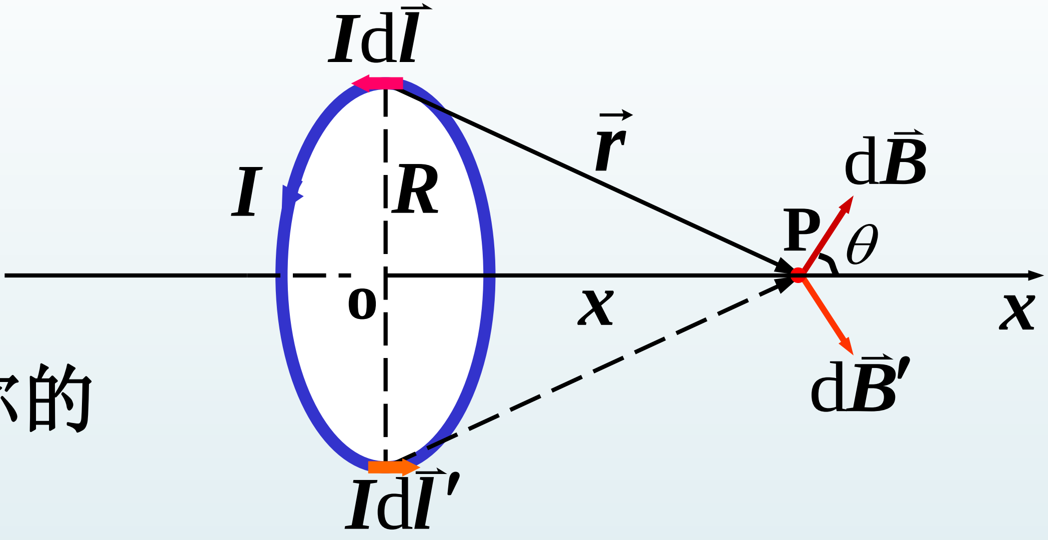
$$\alpha=\frac{2\pi}{n}$$

$$\therefore B_0=n\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\sin\frac{\pi}{n}=\frac{\mu_0 I}{2R\cos\frac{\pi}{n}}\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}}$$

$$\lim_{n\to\infty}B_0=\lim_{n\to\infty}\frac{\mu_0 I}{2R\cos\frac{\pi}{n}}\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}}=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

例： 求载流圆线圈轴线上的磁场$\vec{B}$，已知半径为R，通电电流为I。

解： 先讨论$\vec{B}$的方向.



$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$$

$\mathrm{d}\vec{B}$ 与 $\mathrm{d}\vec{B}'$ 是对x轴对称的

$$\sum \mathrm{d}B_{\perp x}=0$$

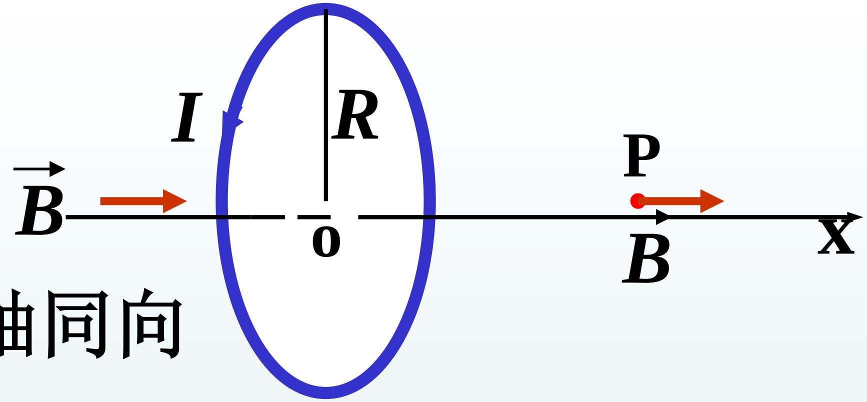
$$\therefore B=\int \mathrm{d}B_x=\int \mathrm{d}B\cos\theta \qquad \cos\theta=\frac{R}{r}$$

$$\text{又}\because \mathrm{d}\vec{l}\perp\vec{r} \qquad \left|I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}\right|=I\mathrm{d}l\cdot r$$

$$\therefore B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\cos\theta\,\mathrm{d}l}{r^2}=\int_0^{2\pi R}\frac{\mu_0 IR}{4\pi(x^2+R^2)^{3/2}}\mathrm{d}l$$

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$ 方向沿 x 轴正向。

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

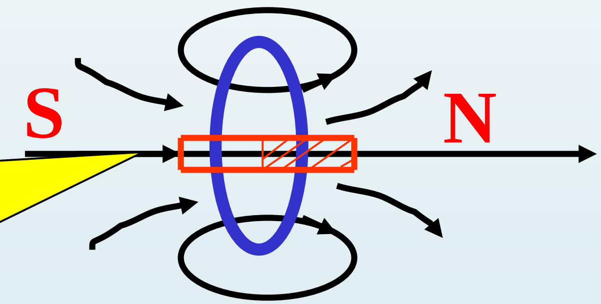


讨论： 1) 无论 $x>0$ 或 $x<0$， $\vec{B}$与X轴同向

2）当 $x=0$时， 圆心处：$B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

3）轴线以外的磁场较复杂，
可定性给出磁场线

电流与磁场线仍服从右手螺旋关系。



磁偶极子

$\vec{n}$与I的方向成右手关系

定义：磁偶极矩 $\vec{P}_m = IS\vec{n}$

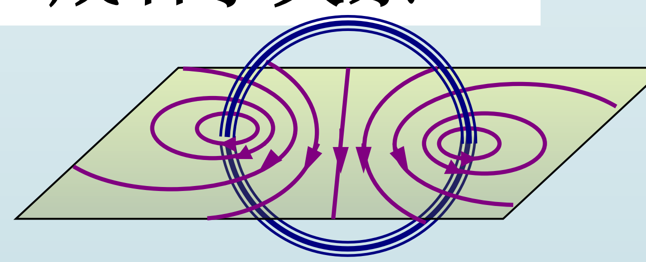
若有N匝线圈，总磁矩为：

$$\vec{P}_m = NIS\vec{n} = N\vec{p}_m$$

4) $x>>R$时：

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2x^3}=\frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$$

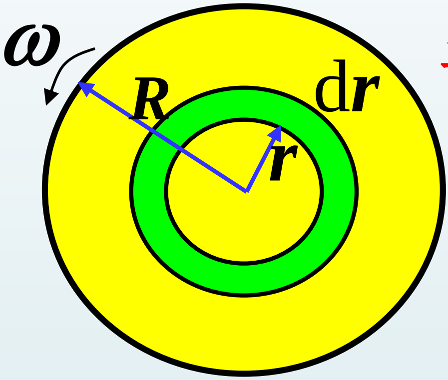
即：$\vec{B}=\dfrac{\mu_0 \vec{P}_m}{2\pi x^3}$



比较：$\vec{E}=\dfrac{\vec{P}}{2\pi\varepsilon_0 x^3}$ 延长线上

例：一个塑性圆盘，半径为R，圆盘表面均匀分布电荷q, 如果使该盘以角速度ω绕其轴旋转，试证：

(1)盘心处 $B=\dfrac{\mu_0\omega q}{2\pi R}$　(2)圆盘的磁偶极矩 $P_m=\dfrac{\omega qR^2}{4}$



证：(1)将盘看成一系列的宽为dr的圆环构成

每一环在中心产生的磁场：$\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}$

$$\mathrm{d}I=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}=\mathrm{d}q\,\frac{\omega}{2\pi}=\sigma\mathrm{d}s\,\frac{\omega}{2\pi}=\sigma\omega r\mathrm{d}r$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

$$B=\int\mathrm{d}B=\int_0^R\frac{\mu_0\sigma\omega r\mathrm{d}r}{2r}=\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega R=\frac{\mu_0\omega q}{2\pi R}$$

$$\boxed{\vec{P}_m=IS\vec{n}}$$

$$\therefore\ \vec{B}=\frac{\mu_0 q}{2\pi R}\vec{\omega}$$

$$\sigma=\frac{q}{\pi R^2}$$

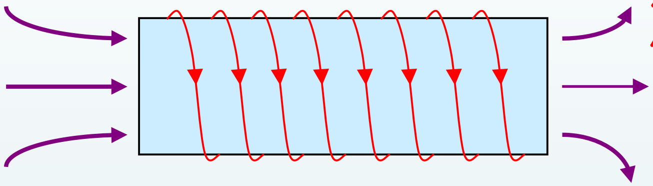
$$(2)\quad P_m=\int\mathrm{d}P_m=\int S\mathrm{d}I=\int_0^R\pi r^2\sigma\omega r\mathrm{d}r=\frac{1}{4}\pi\sigma\omega R^4$$

$$\therefore\ \vec{P}_m=\frac{qR^2}{4}\vec{\omega}$$

旋转的均匀带电球体的磁偶极矩？

例：长直螺线管轴线上的磁场 $\vec{B}=?$

导线通有电流I，单位长度上匝数为n。



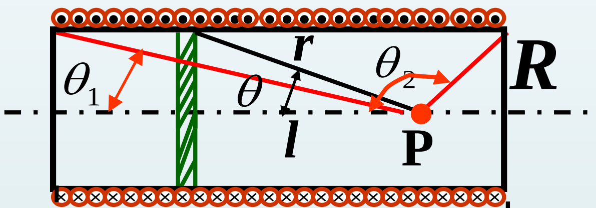
解：在管上取一小段dl，电流为dI=nIdl，

该电流在P点的磁场为：

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 R^2 nI\mathrm{d}l}{2\left(l^2+R^2\right)^{3/2}}$$

$$l=R\,ctg\theta \rightarrow \mathrm{d}l=\frac{-R\mathrm{d}\theta}{\sin^2\theta}$$

$$l^2=R^2 ctg^2\theta$$

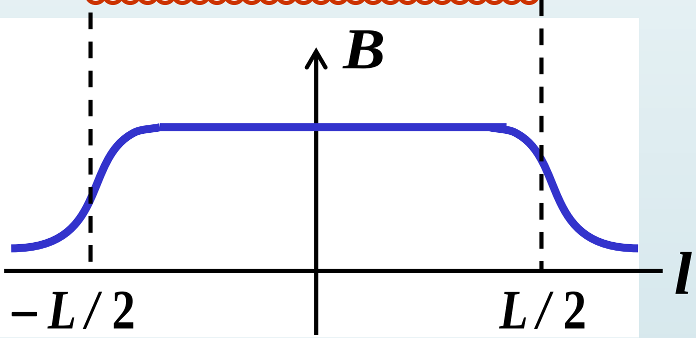


则：$\mathrm{d}B=\frac{-\mu_0 nI}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$

$$B=\int \mathrm{d}B=\int_{\theta_2}^{\theta_1}\frac{-\mu_0 nI}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$

管外空间$\vec{B}$≈0



讨论：P点不同，B不同。

(1) 若$L>>R$，则管内有很大一部分场是均匀的。

管内为均匀场

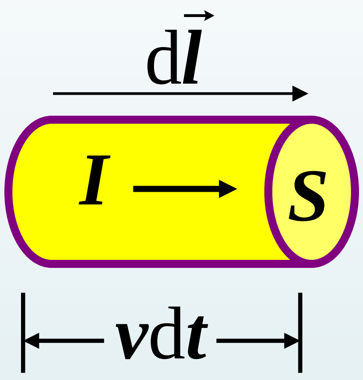
(2) $L\rightarrow\infty,\theta_1=0,\theta_2=\pi,B=\mu_0 nI$

(3)半无限长螺线管端头 $B=\frac{1}{2}\mu_0 nI$

在整个管内空间成立

三、运动电荷的磁场

设电流中载流子带电为$q(>0)$,以速度v沿电流I方向运动,并且载流子密度为n,导体截面积为S。



$\mathrm{d}\vec{l}=\vec{v}\mathrm{d}t$

如图取一段长为$v\mathrm{d}t$ 的导体, 则有: $I=nqv\mathrm{d}t\,S/\mathrm{d}t$

$$\boxed{\therefore I=nqvS}$$

根据毕奥 — 萨伐尔定律:

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{nqS\mathrm{d}l\,\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

其中: $nS\mathrm{d}l=\mathrm{d}N$

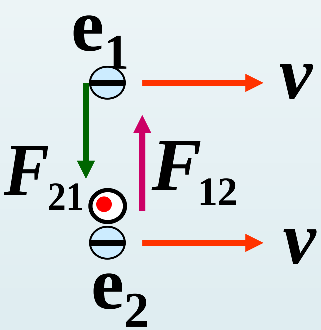
$$\therefore \mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\mathrm{d}N\,\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

故，单个运动电荷所激发的磁场为:

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$ (对低速运动的带电粒子成立)

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

例: 求两个以相同速度v，并排运动电子之间的相互作用力。



解： 设两电子相距为r，

e_2处的磁场： $B = -\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{e_1|\vec{v}\times\vec{r}\,|}{r^3}$

e_2受力： $F_{12} = -e|\vec{v}\times\vec{B}| = \dfrac{\mu_0 e^2 v^2}{4\pi r^2}$

同理可得：

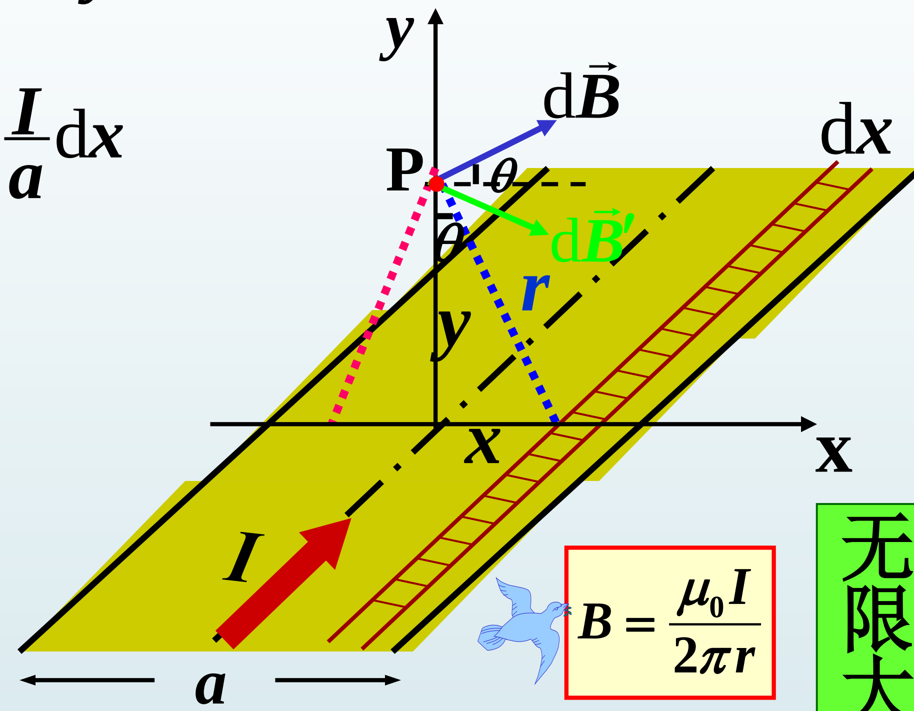
$$F_{21} = -F_{12}$$

例： 一条无限长传送电流的扁平铜片，宽为a，厚度忽略，电流为I，求离铜片中心线正上方y处P点的$\vec{B}=?$

解： 把铜片划分成无限个宽为dx的细长条，每条有电流：$\mathrm{d}I=\dfrac{I}{a}\mathrm{d}x$

该电流在P点产生的磁场为：

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{2\pi r}\mathrm{d}I=\frac{\mu_0 I}{2\pi a y/\cos\theta}\mathrm{d}x$$



$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

由对称性知：$\Sigma\mathrm{d}B_y=0$

$$\mathrm{d}B_x=\mathrm{d}B\cos\theta=\frac{\mu_0 I\cos^2\theta}{2\pi a y}\mathrm{d}x$$

其中：$x=y\tan\theta\ \therefore \mathrm{d}x=y\sec^2\theta\,\mathrm{d}\theta$

$$B=\int\mathrm{d}B_x=\int\frac{\mu_0 I\cos^2\theta}{2\pi a y}y\sec^2\theta\,\mathrm{d}\theta=\int_{-\theta_m}^{\theta_m}\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{\mu_0 I}{\pi a}\theta_m=\frac{\mu_0 I}{\pi a}\arctan\frac{a}{2y}$$ 平行于X轴

当$y>>a$时

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi y}\quad(\theta_m\to$$

当$y<<a$时

$$B=\frac{\mu_0 I}{2a}=\frac{\mu_0 i}{2}$$

无限大载流平面

中心概况
About Us

地磁场
$(0.3\sim0.6)\times10^{-4}$T

脉冲
3-4ms

我校
94.8T

美国2014年
100.75T

稳态

我国（合肥）
42T

美国
45T

中心简介

国家脉冲强磁场科学中心简介

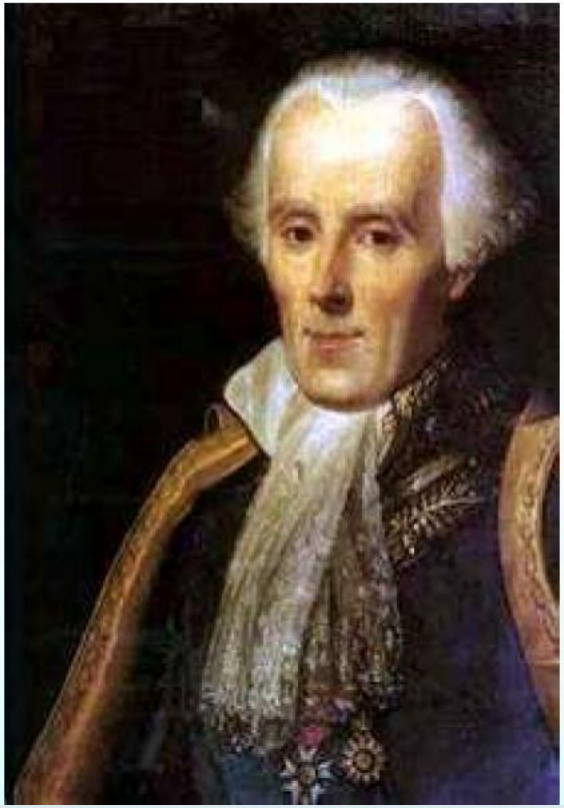
国家脉冲强磁场科学中心是从事强磁场科学、技术及应用研究的国家级大科学平台，承担脉冲强磁场国家重大科技基础设施的建设和运行任务。

脉冲强磁场设施是教育部高校首个国家重大科技基础设施，是物理、化学、材料和生物医学等多学科领域科学研究的国之重器，对支撑前沿科学技术发展具有重大战略意义。设施于2008年4月正式开工建设，2013年10月建设完成，由磁体、电源、控制和测量等子系统组成。设施建有50-94.8T的系列脉冲磁体，27.8MJ/25kV电容储能型、100MJ/100MVA脉冲发电机型电源以及12.2GJ蓄电池型电源和精确时序控制系统，可实现超高场、平顶磁场、重复频率磁场等不同类型磁场，电输运、磁特性、磁光、电子自旋共振等12个科学实验站及配套低温系统，核心技术指标国际领先。

截至2022年底，设施已累计运行75445小时，为北京大学、清华大学、中科院物理研究所、哈佛大学、剑桥大学、德国德累斯顿强磁场实验室等119个国内外科研单位提供科学研究服务1677项，在Nature、Science、PRL等期刊发表论文1385篇，取得了包括发现第三种规律新型量子振荡等在内的一大批原创成果，同期成果产出优于美、德同类设施，推动了我国相关领域前沿科学研究的发展。

设施建设水平和运行成效得到了国内外同行的高度评价。2013年10月，美、德、法等国家强磁场实验室主任及权威专家等组成的国际评估专家组对设施建设水平进行评估，认为该设施“工程上的成就超越国际同类水平，跻身世界最好的强磁场设施”。2014年10月，设施通过国家验收，验收意见认为“掌握了核心技术，实现了跨越式发展，成为国际最好的脉冲强磁场设施之一”。2018年5月，国际评估专家组对设施的运行情况进行评估，认为设施“支撑基础前沿研究方面发挥了重要作用，运行水平国际领先”。设施先后获得2018年湖北省科技进步特等奖和2019年国家科技进步一等奖，实现了从建设期跟跑、建成验收并跑到运行期领跑的快速发展。

17:33:00



Jean-Baptiste Biot

(1774 -1862 , France)

Felix Savart

(1791- 1841 , France)