

# 大学物理

# *University Physics*

华中科技大学物理学院

王宁

ningwang@hust.edu.cn

## 上节回顾：早期量子论

黑体辐射  
光电效应  
康普顿散射



证实了光的粒子性

光的干涉  
光的衍射  
光的电磁理论



肯定了光的波动性

光的**波粒二象性**：光具有波动和微粒的双重性质

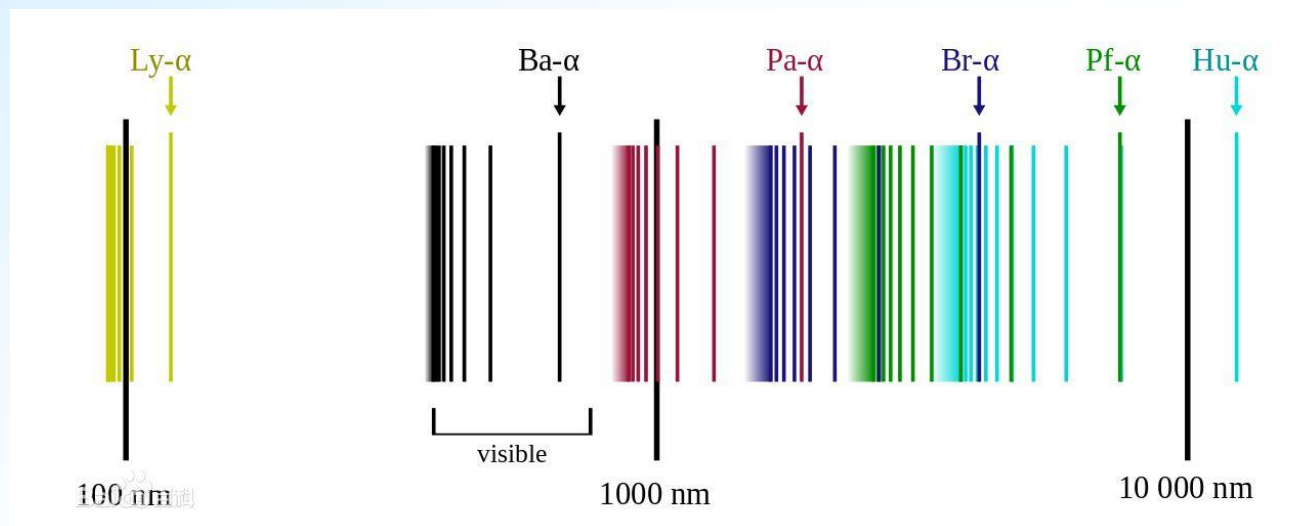
$$\varepsilon_0 = h\nu$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s$$

# 上节回顾：玻尔氢原子理论

## 氢原子光谱



巴耳末系  $\tilde{\nu} = R(1/2^2 - 1/n^2) \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$

赖曼系  $\tilde{\nu} = R(1/1^2 - 1/n^2) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$

帕邢系  $\tilde{\nu} = R(1/3^2 - 1/n^2) \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$

布喇开系  $\tilde{\nu} = R(1/4^2 - 1/n^2) \quad (n = 5, 6, 7, \dots)$

普芳德系  $\tilde{\nu} = R(1/5^2 - 1/n^2) \quad (n = 6, 7, 8, \dots)$

可见光区

紫外区

红外区

## 上节回顾：玻尔氢原子理论

### 里德伯公式(广义巴耳末公式)

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \begin{array}{l} k = 1, 2, 3, \dots \\ n = k + 1, k + 2, \dots \end{array}$$

其中 $R/k^2$ 和 $R/n^2$ 被称为光谱项， $\tilde{\nu}$ 是波数

实验表明：

原子具有线光谱

各谱线之间具有一定的关系

每一个谱线的波数都可以表达为两个光谱项之差

## 二 玻尔的基本假设

### 1. 对有核模型的质疑

从原子离散的线光谱  
中得到启发

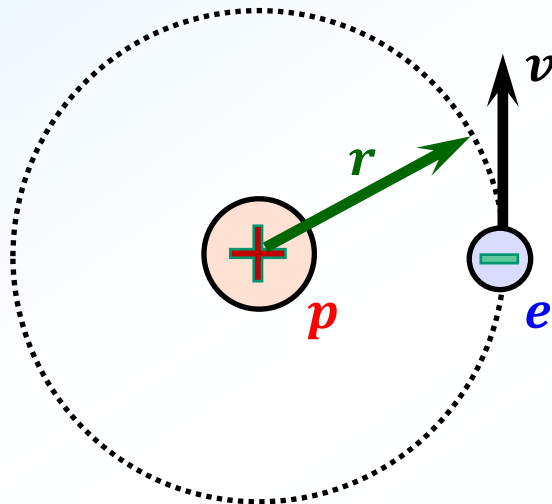
$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = c\tilde{\nu}$$



$$h\nu = hRc \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

光子能量



光子能量的取值不能是连续的。

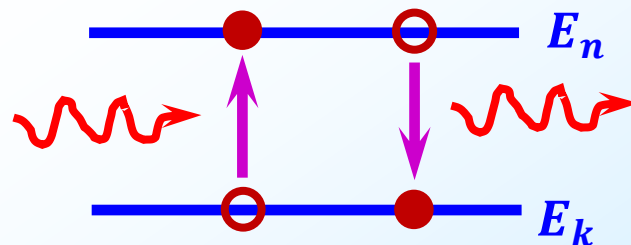
## 2. 玻尔对原子系统的假设

(1). **定态假设**: 原子处于一系列能量不连续的**稳定态**。

$$E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \dots \quad (E_1 < E_2 < E_3 < \dots)$$

(2). **跃迁假设**: 只有原子从较高能量 $E_n$ 的稳定态跃迁到较低能量 $E_k$ 的稳定态时, 才会辐射出光子, 其频率为

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h} \quad \text{---跃迁定则}$$



(3). **轨道量子化假设**: 只有电子角动量等于 $h/2\pi$ 的整数倍的那些轨道上运动才是稳定的。

$$L = m_e v r = n \hbar = n \frac{h}{2\pi} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

**量子数**

### 三 玻尔对氢原子的解释

#### 1. 氢原子的轨道半径

$$E = E_k + E_p = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ L = m_e v r = n\hbar \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

轨道是量子化的

$$n = 1 \quad r_1 = 0.53\text{\AA} \quad \text{第一玻尔轨道半径}$$

$$\text{其它可能的轨道半径:} \quad r_n = n^2 r_1$$

## 2. 氢原子的能级

电子在半径为 $r_n$ 的轨道上运动时，原子系统的总能量为：

$$E = E_k + E_p = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} \quad r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} n^2$$

$$\therefore \boxed{E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$n = 1$  第一玻尔轨道的能量：  $E_1 = -13.6\text{eV}$  ---基态

$n > 1$   $E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{eV} > E_1$  ---激发态



### 3. 氢原子光谱的理论解释

原子从外界吸收一定的能量时，会从较低能级**跃迁**到较高能级。

(**激发态**)

**自发辐射**

处在激发态的原子不稳定

原子自发的从较高能级**跃迁**到较低能级。

(**激发态或基态**)

根据玻尔氢原子理论，当原子从第 **$n$** 个能级跃迁到第 **$k$** ( $k < n$ )个能级时，会发射出单色光，其频率为：

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{e^4 m_e}{8 \varepsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R c \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$R = \frac{e^4 m_e}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad \text{广义巴耳末公式}$$

$$\text{实验值: } R = 1.096776 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

## 解释了分离的谱线

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h}$$

能级不连续  $\longrightarrow$   $\nu$  不连续

不同的  $\nu$  对应不同的谱线。

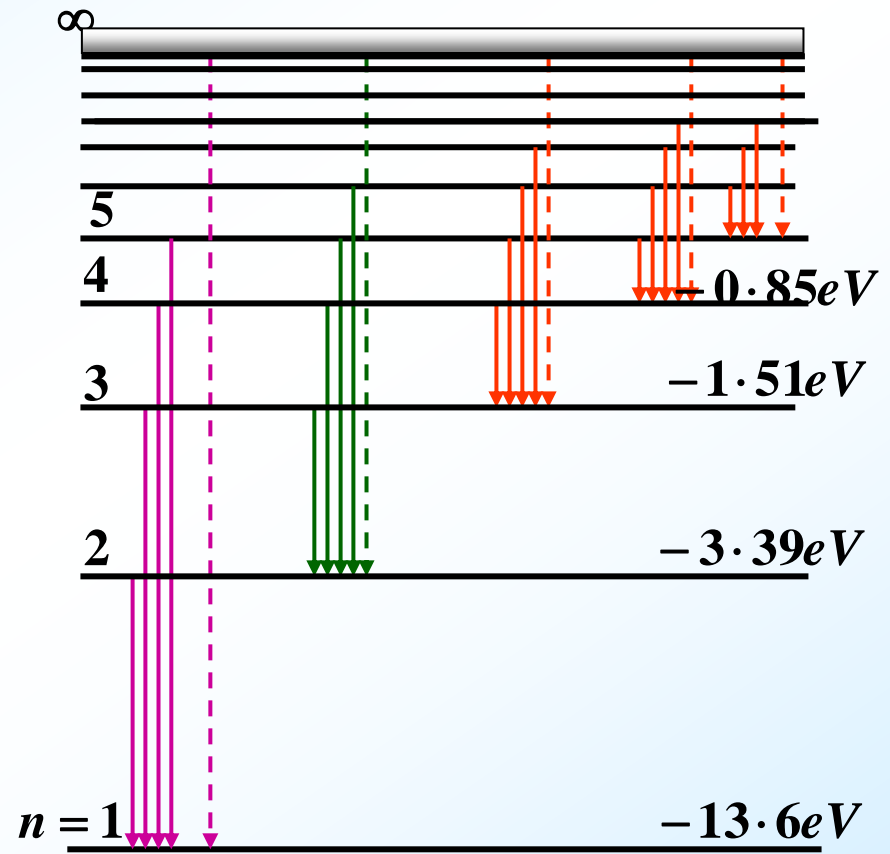
## 解释谱线系

问题：为什么存在谱线系？

为什么有些谱线在短波区？  
有些在长波区？

取决于  $\Delta E = E_n - E_k$

$$\Delta E \uparrow \quad \nu \uparrow \quad \lambda \downarrow$$



氢原子能级图

## 四 玻尔理论的成功与局限性

### 成功（对氢原子，碱金属等）

- 1). 成功预言了  $r_n$ ,  $E_n$ ,  $R$
- 2). 定义了定态，跃迁频率的概念
- 3). 推导出了广义巴耳末公式

### 局限性

- 1). 对稍复杂的原子光谱，例如多电子原子，定性和定量都不能解释
- 2). 对氢原子谱线的强度，宽度，偏振等问题的解释遇到了难以克服的困难。

# 第十五章

## 量子力学基础

# 第一节 微观粒子的波粒二象性

经典物理：证实了光的波动性

早期量子论：证实了光的波粒二象性

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = h\nu \\ p = \frac{h}{\lambda} \end{array} \right. \quad m = \frac{h\nu}{c^2}$$

1924年，德布罗意提出，**所有的实物粒子**都具有波粒二象性。

质量 $m$   
速度 $v$

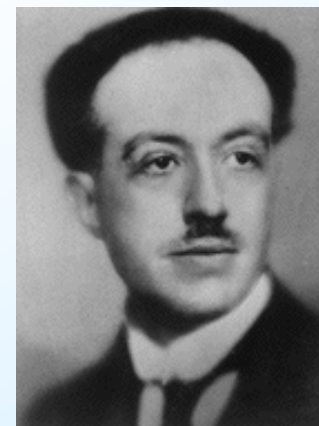
自由粒子具有  
(电子, 质子,  
中子, ……)

能量 $E$   
动量 $p$   
波长 $\lambda$   
频率 $\nu$

它们之间  
满足关系

$$E = h\nu \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

**德布罗意关系**



在微观尺度，粒子会出现波动性（有干涉、衍射现象），可以用波动方程表示微观粒子的运动

在微观尺度，粒子会出现波动性（有干涉、衍射现象），可以用波动方程表示微观粒子的运动

1923年，发表第一篇关于物质波的论文《辐射—波和量子》，提出了实物粒子也具有波粒二象性

1923年，第二篇论文《光量子、衍射和干涉》

1923年，第三篇论文《量子、气体运动理论及费马原理》



在微观尺度，粒子会出现（现象），可以用波动方程来描述。

1923年，发表第一篇关于量子》

1923年，第二篇论文《

1923年，第三篇论文

small aperture. Dynamics must undergo the same evolution that optics has undergone when undulations took the place of purely geometrical optics. Hypotheses based upon those of the wave theory allowed us to explain interferences and diffraction

fringes. By means of these new ideas, it will probably be possible to reconcile also diffusion and dispersion with the discontinuity of light, and to solve almost all the problems brought up by quanta.

LOUIS DE BROGLIE.

Paris, September 12.

identical with the disposition of atoms suggested by Sir William Bragg for the molecule of benzene" (Challenger and Ingold, Trans. Chem. Soc., 1923, 2068), it will scarcely be maintained that Dr. Turner's suggestion of a possible stable para-linkage in diphenyl derivatives introduces any essentially novel consideration to the question of the structure of these compounds. I also referred in my letter to the remarkable behaviour of diphenyl towards ozone, mentioned by Dr. Turner, as well as to certain other noteworthy properties of the compound.

It should perhaps be pointed out that although, as Dr. Turner states, the formula considered by him contains four asymmetric carbon atoms, it would be

fringes. By means of these new ideas, it will probably be possible to reconcile also diffusion and dispersion with the discontinuity of light, and to solve almost all the problems brought up by quanta.

LOUIS DE BROGLIE.

Paris, September 12.

#### The "Concilium Bibliographicum."

IN the commentary added to my letter concerning the "Concilium Bibliographicum" which appeared in NATURE of June 30, p. 880, some doubts were expressed regarding the continuous appearance of its cards. May I be permitted to emphasise again

isolated portion of matter or energy. An observer bound to the portion of matter will associate with it a frequency determined by its internal energy, namely, by its "mass at rest." An observer for whom a portion of matter is in steady motion with velocity  $\beta c$ , will see this frequency lower in consequence of the Lorentz-Einstein time transformation. I have been able to show (*Comptes rendus*, September 10 and 24, of the Paris Academy of Sciences) that the fixed observer will constantly see the internal periodical phenomenon in phase with a wave the frequency of which  $\nu = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}}$  is determined by the quantum relation using the whole energy of the moving body—provided it is assumed that the wave spreads with the velocity  $c/\beta$ . This wave, the velocity of which is greater than  $c$ , cannot carry energy.

spreads with the velocity  $c/\beta$ . This wave, the velocity of which is greater than  $c$ , cannot carry energy.

A radiation of frequency  $\nu$  has to be considered as divided into atoms of light of very small internal mass ( $< 10^{-50}$  gm.) which move with a velocity very nearly equal to  $c$  given by  $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = h\nu$ . The atom of light slides slowly upon the non-material wave the frequency of which is  $\nu$  and velocity  $c/\beta$ , very little higher than  $c$ .

The "phase wave" has a very great importance in determining the motion of any moving body, and I have been able to show that the stability conditions of the trajectories in Bohr's atom express that the wave is tuned with the length of the closed path.

The path of a luminous atom is no longer straight when this atom crosses a narrow opening; that is, diffraction. It is then necessary to give up the inertia principle, and we must suppose that any moving body follows always the ray of its "phase wave"; its path will then bend by passing through a sufficiently small aperture. Dynamics must undergo the same evolution that optics has undergone when undulations took the place of purely geometrical optics. Hypotheses based upon those of the wave theory allowed us to explain interferences and diffraction

for continuous reference. J. KIRSCH, Director of the "Concilium Bibliographicum."

Zurich.

#### Long-range Particles from Radium-active Deposit.

IN the letter which appeared in NATURE of September 15, p. 394, under this heading, by Dr. Kirsch and myself, there are two errors which obscure the sense of our communication. The maximum range of the H-particles expelled from silicon should read 12 cm., the corresponding number for beryllium being 18 cm., instead of vice versa. The last sentence should read: "Our results seem to indicate that an expellable H-nucleus is a more common constituent of the lighter atoms than one has hitherto been inclined to believe," the word in italics being omitted in the printing. HANS PETTERSSON.

Göteborgs Högskola, Sweden.

[The transposition of the values 12 cm. and 18 cm. was the fault of our printers; and we much regret it. The omission of the word "expellable" was due to the authors, who did not include the word in their letter. Two separate proofs of the letter were sent to Dr. Kirsch at Vienna, but neither was returned.—EDITOR, NATURE.]

在微观尺度，粒子会出现波动性（有干涉、衍射现象），可以用波动方程表示微观粒子的运动

1924年完成博士论文《量子理论的研究》，11月25日通过答辩，1925年发表在物理杂志上，该论文对他一年来的工资提出了系统有逻辑的报告，完整阐述了他的物质波理论及应用。

### 物质波思想的影响：

- 1、具有独创性和非凡的技巧
- 2、提出用晶体对电子的衍射来验证
- 3、“揭开了自然界巨大帷幕的一角”
- 4、量子力学是物质波思想的直接影响下的一个丰硕成果



# 在微观尺度，粒子会出现波动性（有干涉、衍射现象） 可以用波动方程表示微观粒子的运动

## Contents

List of Figures	iii
Preface to German translation	v
Introduction	1
Historical survey	2
Chapter 1. The Phase Wave	7
1.1. The relation between quantum and relativity theories	7
1.2. Phase and Group Velocities	10
1.3. Phase waves in space-time	12
Chapter 2. The principles of Maupertuis and Fermat	15
2.1. Motivation	15
2.2. Two principles of least action in classical dynamics	16
2.3. The two principles of least action for electron dynamics	18
2.4. Wave propagation; FERMAT's Principle	21
2.5. Extending the quantum relation	22
2.6. Examples and discussion	23
Chapter 3. Quantum stability conditions for trajectories	27
3.1. BOHR-SOMMERFELD stability conditions	27
3.2. The interpretation of Einstein's condition	28
3.3. Sommerfeld's conditions on quasiperiodic motion	29
Chapter 4. Motion quantisation with two charges	33
4.1. Particular difficulties	33
4.2. Nuclear motion in atomic hydrogen	34
4.3. The two phase waves of electron and nucleus	36

ii

CONTENTS

Chapter 5. Light quanta	39
5.1. The atom of light	39
5.2. The motion of an atom of light	41
5.3. Some concordances between adverse theories of radiation	42
5.4. Photons and wave optics	46
5.5. Interference and coherence	46
5.6. BOHR's frequency law. Conclusions	47
Chapter 6. X and $\gamma$ -ray diffusion	49
6.1. M. J. J. Thompson's theory	49
6.2. Debye's theory	51
6.3. The recent theory of MM. Debye and Compton	52
6.4. Scattering via moving electrons	55
Chapter 7. Quantum Statistical Mechanics	57
7.1. Review of statistical thermodynamics	57
7.2. The new conception of gas equilibrium	61
7.3. The photon gas	63
7.4. Energy fluctuations in black body radiation	67
Appendix to Chapter 5: Light quanta	69
Summary and conclusions	71
Bibliography	73

# 德布罗意关系



$$E = h\nu \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

宏观粒子是否也具有波动性？

例：  $m=0.01\text{kg}$ ,  $v=300\text{m/s}$ 的一颗子弹的物质波波长 $\lambda=?$

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.01 \times 300} = 2.21 \times 10^{-34} \text{ m}$$

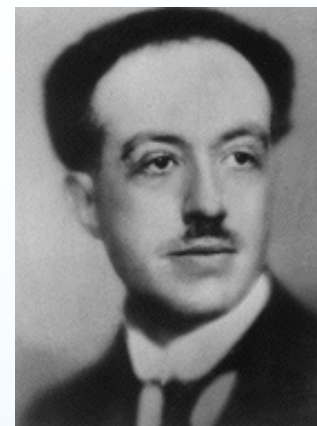
$h$ 极其微小, 宏观物体的波长小得实验难以测量。

# 物质波实验验证

博士论文答辩会（1924 年）：“这种波怎样用实验来证实呢？”

德布罗意：

“用电子在晶体上的衍射实验可以做到？”



设电子的初速为零，经过电势差为  $U$  的电场加速

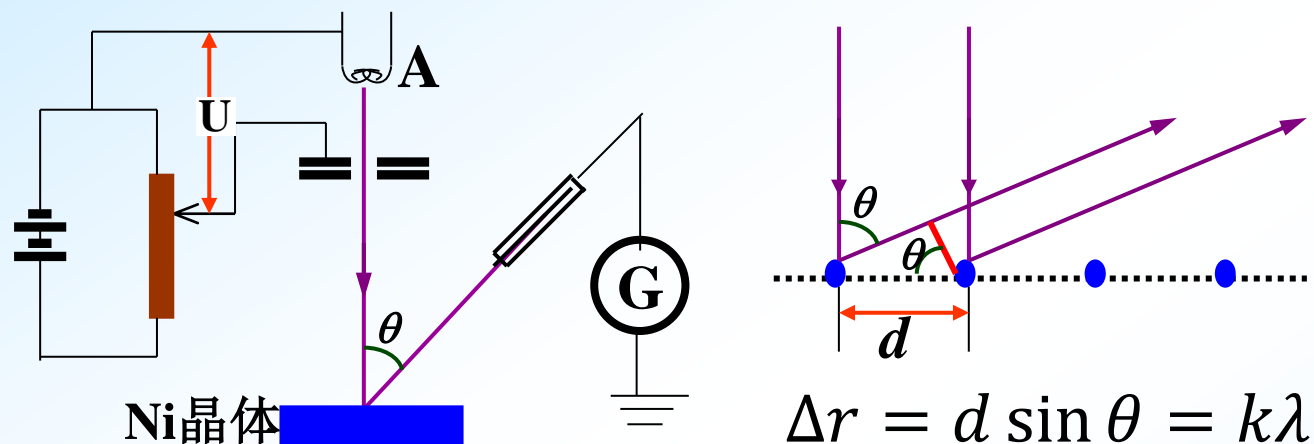
$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \longrightarrow p = \sqrt{2emU} \longrightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}}$$

$$\lambda = \begin{cases} 1.23 \text{ \AA} (U = 100 \text{ V}) \\ 0.123 \text{ \AA} (U = 10000 \text{ V}) \end{cases}$$

电子的德布罗意波长很短，处于X射线波段。

# 物质波实验验证(1): 电子的波粒二象性

## 戴维逊-革末电子衍射实验 (1927年)



当加速电压  $U = 54V$ , 在  $\theta = 50^\circ$  处, 射线强度有一极大。

Ni的晶格常数:  $d = 2.15 \text{ \AA}$  取  $k = 1$

$$\lambda = d \sin \theta = d \sin 50^\circ = 1.65 \text{ \AA}$$

电子的波长:  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = 1.67 \text{ \AA}$

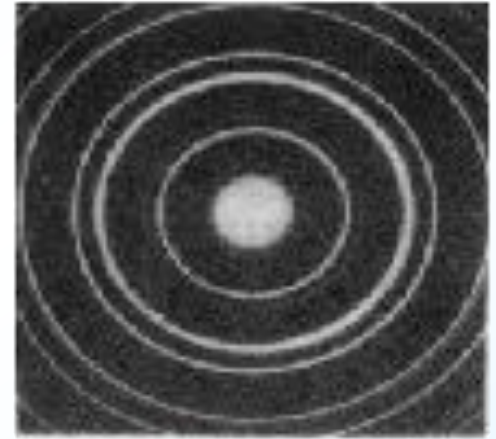
理论值与  
实验值相符

# 物质波实验验证: 电子的波粒二象性

电子不仅在反射时有衍射现象, 汤姆逊实验验证了电子在穿过金属片厚也像X射线一样产生衍射现象。

戴维逊和汤姆逊因验证电子的波动性  
分享1937年的物理学诺贝尔奖

德布罗意1929年获诺贝尔物理学奖。  
1933年被选为法国科学院院士。



(汤姆逊1927)

The Nobel Prize in Physics 1929 was awarded to Louis de Broglie  
"for his discovery of the wave nature of electrons".

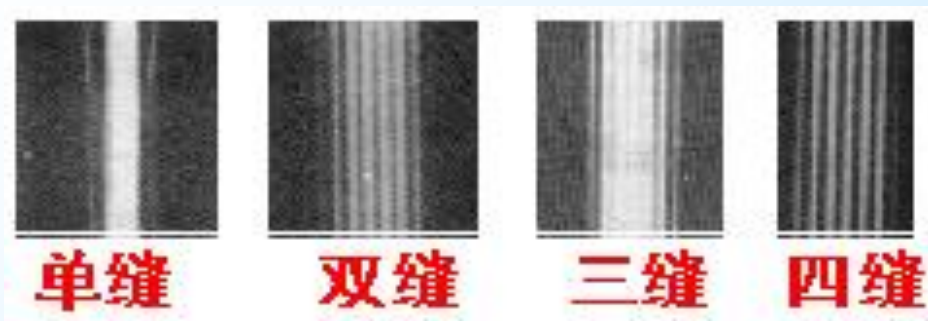
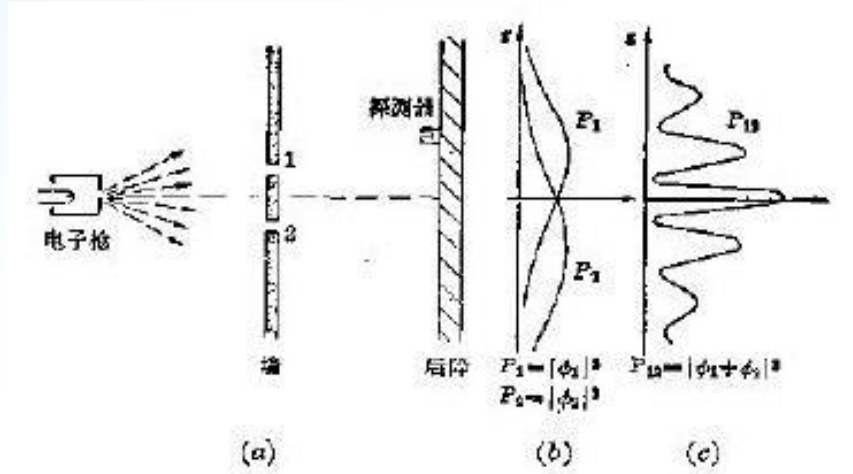
# 物质波实验验证: 电子的波粒二象性

## 电子的双缝干涉实验(1961年完成)

验证了电子的波动特性

1. 只开一缝, 看到了单缝衍射图样
2. 双缝同开, 看到了干涉图样

后来又陆续看到了质子, 中子, 氦核, 富勒烯等的双缝干涉。





## **WAVE PARTICLE DUALITY**

All the animations and explanations on  
[www.toutestquantique.fr](http://www.toutestquantique.fr)



# 德布罗意波与玻尔理论

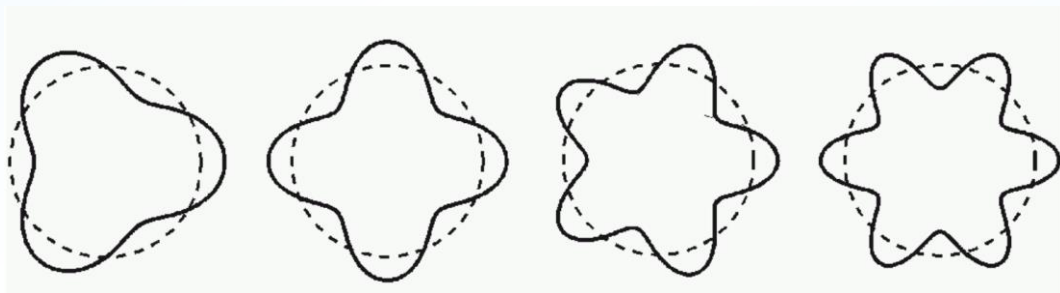
## 角动量量子化（玻尔量子化条件）

$$2\pi r = n\lambda \quad \longrightarrow \quad 2\pi r = \frac{nh}{p}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \longrightarrow \quad mv \times 2\pi r = nh, n = 1, 2, 3 \dots$$

$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi}, n = 1, 2, 3 \dots$$

波能稳定存在，否则波会相消，相当于有驻波存在圆周上



物质波概念：电子可由波长为 $\lambda$ 的波函数来描述，并且波长（波的语言）和动量（粒子的语言）的关系是 $\lambda = \frac{h}{p}$



# 微观粒子波动性的应用——电子显微镜

**用高电压加速电子，使电子的德布罗意波长达到  $10^{-2}$ - $10^{-3}$  nm 。**

由最小分辨角公式可知，电子显微镜的分辨能力远远大于光学显微镜。

$$\delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

## 小结

粒子的波粒二象性：具有波动和微粒的双重性质

$$E = h\nu \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

德布罗意关系

静止质量为 $m_0$ 的实物粒子，当以速度 $v$ 运动时，必有一单色平面波与之相伴，且此单色平面波的波长为 $\lambda$ 。这种波称之为**德布罗意波**或**物质波**。

## 第二节 微观粒子的状态描述 波函数

宏观物体 { 运动状态的描述:  $\vec{r} \quad m\vec{v}$   
运动规律的描述:  $\vec{F} = m\vec{a}$

### 微观粒子

一个自由粒子有能量 $E$ 和动量 $p$ ,  
对应的德布罗意波的频率和波长:

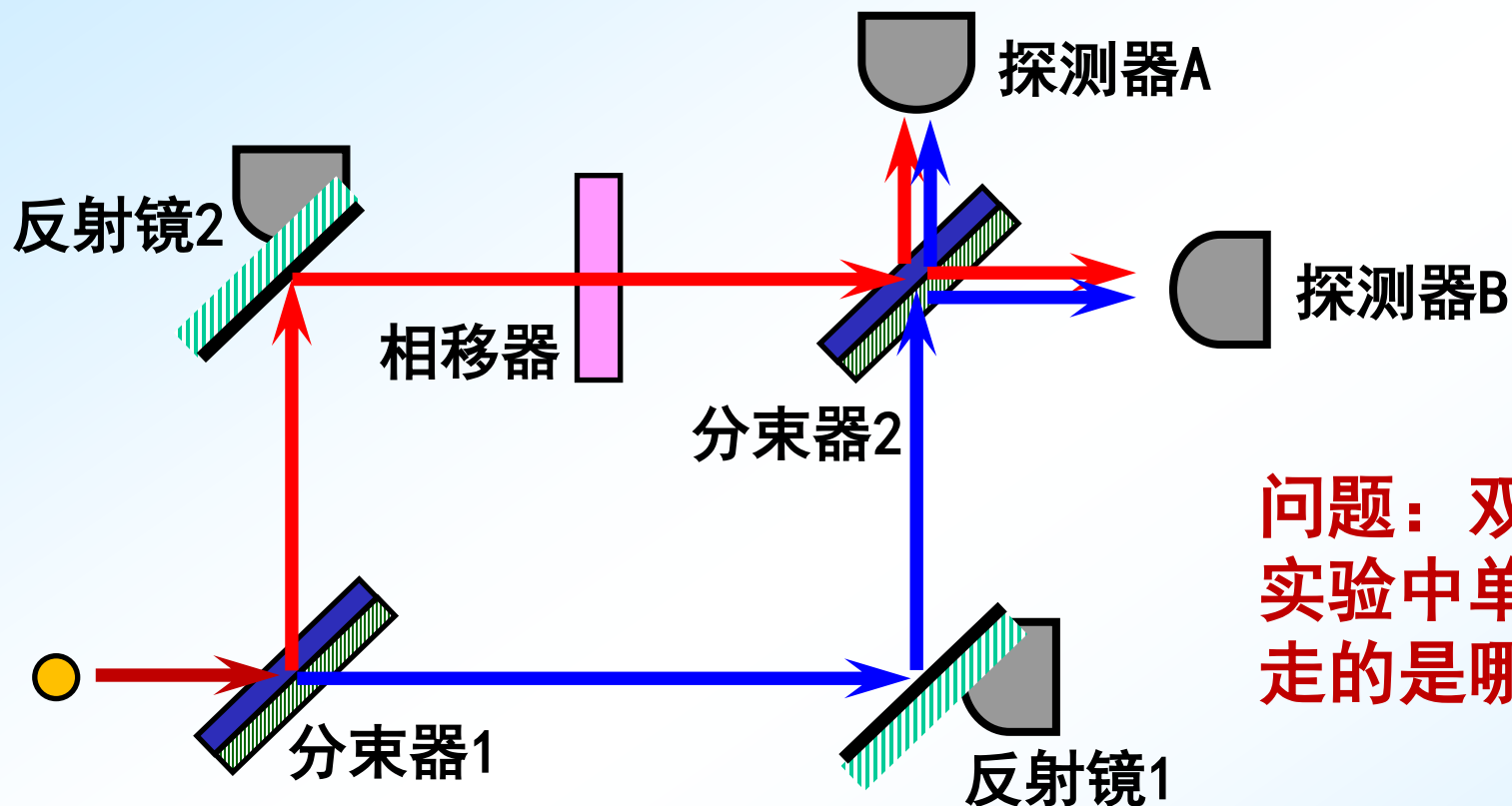
$$\nu = \frac{E}{h}$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

**粒子**: 可简化为质点, 有确定的“**运动轨迹**”;

**波**: 在空间中传播, 位置不确定。

**问题: 如何将粒子与波的概念统一起来?**

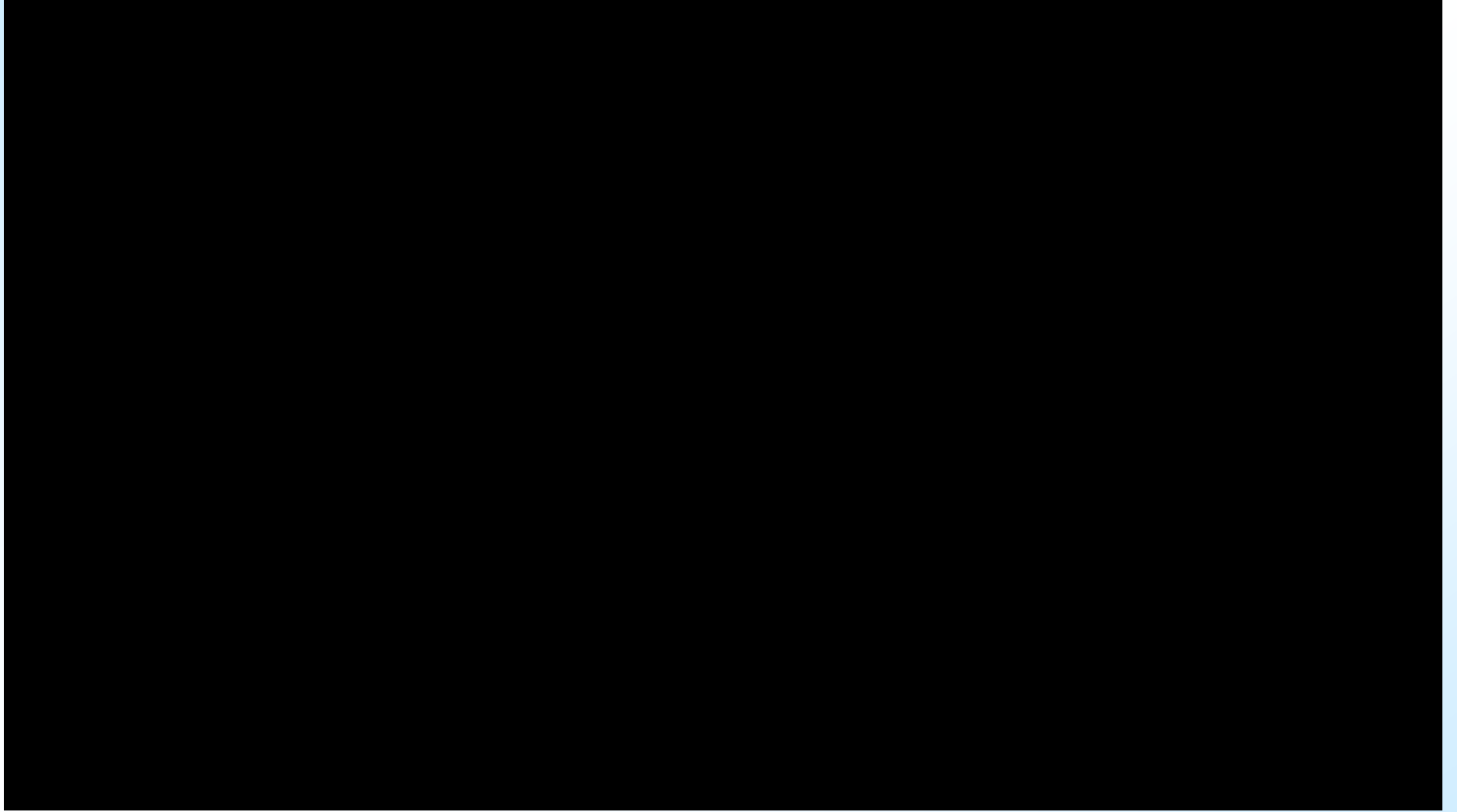
## 一 单光子干涉实验



问题：双缝干涉  
实验中单个电子  
走的是哪个缝？

在微观状态下，经典的粒子“**运动轨迹**”的概念不再适用。  
在很小的**位置尺度**和**能量尺度**上，微观粒子被局域在某一个区域内，但是不能指定它的位置。

# 单光子干涉实验



## 二 波函数

由波动力学可知，频率 $\nu$ ，波长 $\lambda$ ，沿 $x$ 方向传播的平面波可表示为：

$$y = y_0 \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$$

上式可用复数的实部表示： $y = y_0 e^{-i2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})}$

将德布罗意关系  $\begin{cases} E = h\nu \\ p = \frac{h}{\lambda} \end{cases}$  代入可得

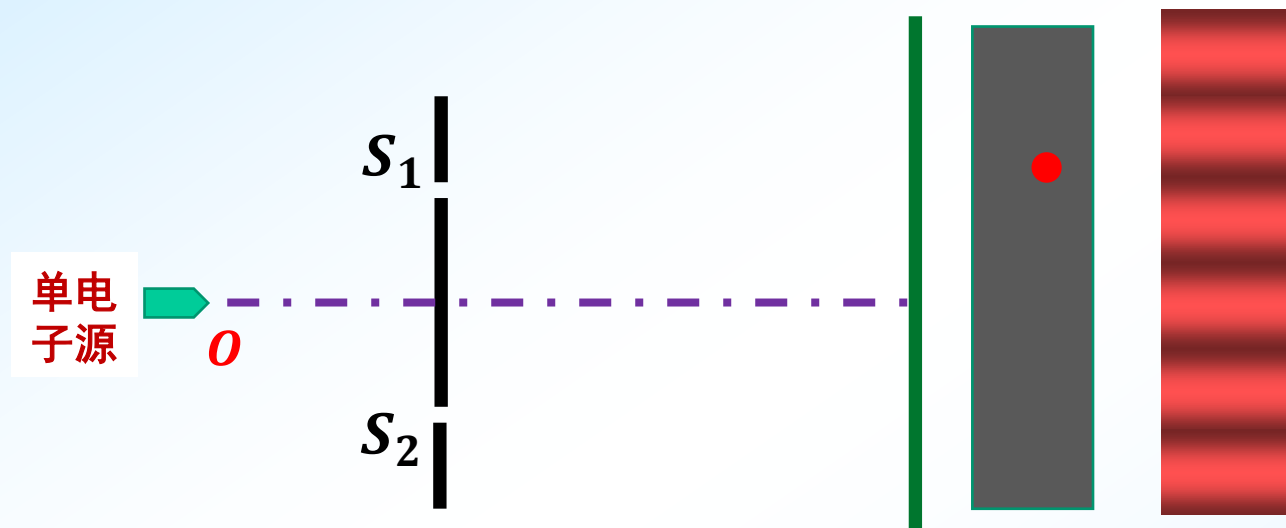
$$y = y_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et - px)} \longrightarrow \Psi(x, t) = \psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et - px)}$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})}$$

——自由粒子德布罗意波的波函数

# 波函数是什么？

## 单电子双缝干涉实验



每次只通过一个电子，在屏幕上得到的图像是什么？

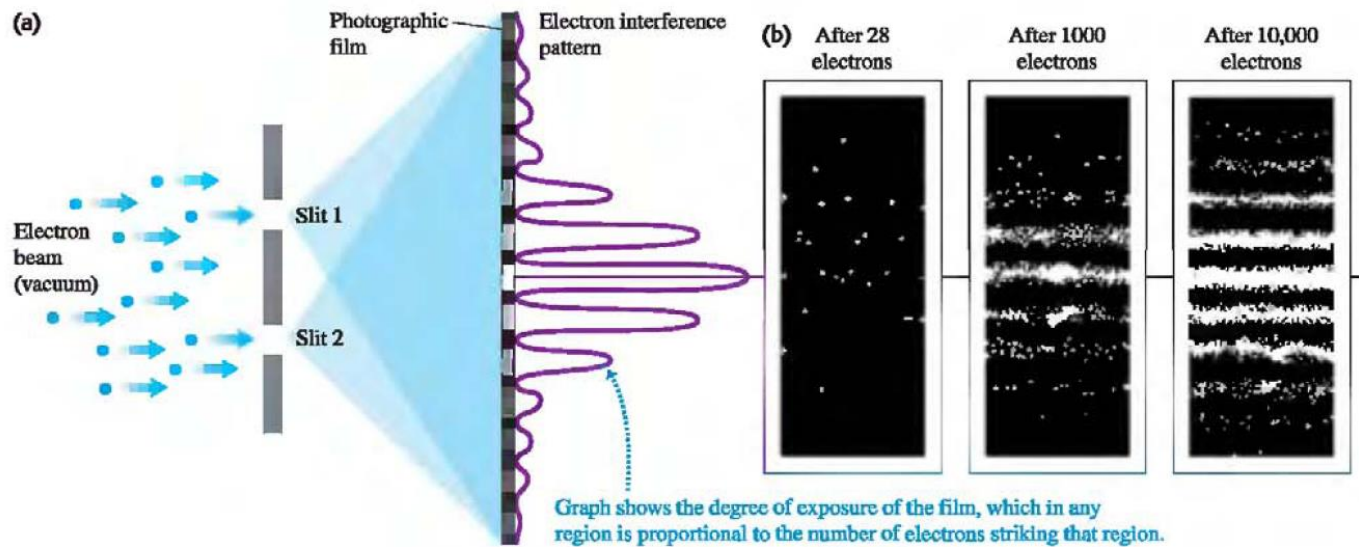
出现在随机位置的光斑

多次重复实验之后，在屏幕上得到的图像又是什么？

杨氏双缝干涉条纹

# 电子穿过双缝时的衍射实验结果

**39.9** (a) Formation of an interference pattern for electrons incident on two slits, (b) after 28, 1000, and 10,000 electrons.





# 波函数是什么？

既不是位移 $y$ ，又不是电场 $\vec{E}$ 。

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})}$$

## 波函数的物理意义：和光波类比的统计解释

**光波：**干涉图样最亮处 { 波动：光振动振幅最大  $I \propto E^2$   
微粒：光子数最多  $I \propto N$

**物质波：**电子波的强度 { 波动：  $I \propto |\Psi|^2$   
微粒：  $I \propto N$  (电子数)  
 $\propto W$  (单个电子在该处出现的概率)

某时刻，在空间某地点，粒子出现的**几率**，正比于该时刻，该地点的波函数的模的平方。

$$W \propto |\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$$

---物质波是**几率波**

# 波函数的概率解释

某时刻，在空间位置 $\vec{r}$ 附近的体积元 $dV$ 中，出现粒子的概率为：

$$dW = |\Psi|^2 dV \quad \rightarrow \quad |\Psi|^2 = \frac{dW}{dV} \quad \text{---几率密度}$$

表示某时刻、在空间某地点  
附近单位体积内粒子出现的几率

粒子在整个空间中出现的概率：

$$W = \int dW = \int_V |\Psi|^2 dV = 1 \quad \text{---波函数的归一化条件}$$

# 什么是物质波？

物质波既不是机械波，又不是电磁波，而是**几率波**。

宏观物质：讨论它的**位置**在哪里。

微观粒子：研究粒子在某处出现的**概率**有多大。

## 波函数的性质：

**单值性：** 一定时刻，在空间某点附近，单位体积内，粒子出现的几率有一确定的数值。

**连续性：** 在空间各点粒子出现的可能应是连续变化的。

**有限性：** 保证波函数是平方可积：
$$\int_V |\psi|^2 dV = 1$$

1926年，玻恩提出波函数的统计意义！

波动性和粒子性的统一：

**电子位置的概率分布正比于波函数的模平方：**

$$P(x,t) \propto |\psi(x,t)|^2$$



**Max Born**  
**1882-1970**  
**1954 Nobel Prize**

例1：设粒子在一维空间运动，其状态可用下面的波函数描述：

$$\Psi(x, t) = \begin{cases} 0 & x \leq -\frac{b}{2}, x \geq \frac{b}{2} \\ Ae^{-i\frac{E}{\hbar}t} \cos\left(\frac{\pi x}{b}\right) & -\frac{b}{2} < x < \frac{b}{2} \end{cases}$$

其中 $A$ 为待定常数， $E$ 为该状态下粒子的能量， $b$ 为确定常数。求归一化的波函数和粒子的位置概率密度。

**解：** 根据波函数的归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1 \quad \longrightarrow \quad 1 = \int_{-b/2}^{b/2} A^2 \cos^2\left(\frac{\pi x}{b}\right) dx = \frac{A^2 b}{2}$$

$$\therefore A = \sqrt{2/b}$$

粒子的位置  
概率密度：

$$\rho(x) = |\Psi(x, t)|^2 = \begin{cases} 0 & x \leq -\frac{b}{2}, x \geq \frac{b}{2} \\ \frac{2}{b} \cos^2\left(\frac{\pi x}{b}\right) & -\frac{b}{2} < x < \frac{b}{2} \end{cases}$$

## 例2：对描述自由粒子的单色波函数

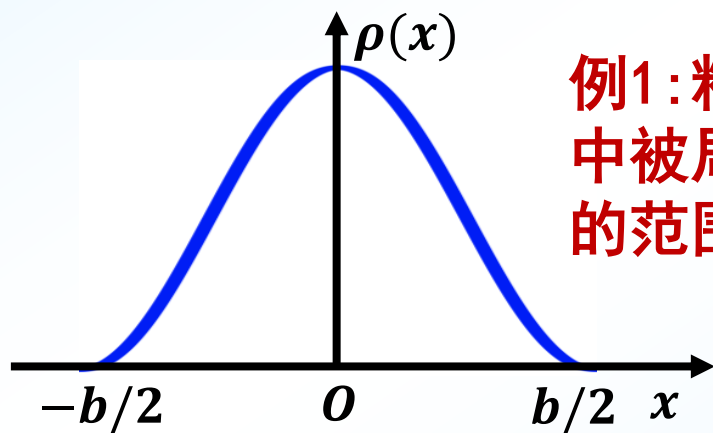
$$\Psi(x, t) = \psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et - px)}$$

求粒子出现在空间点的概率密度。

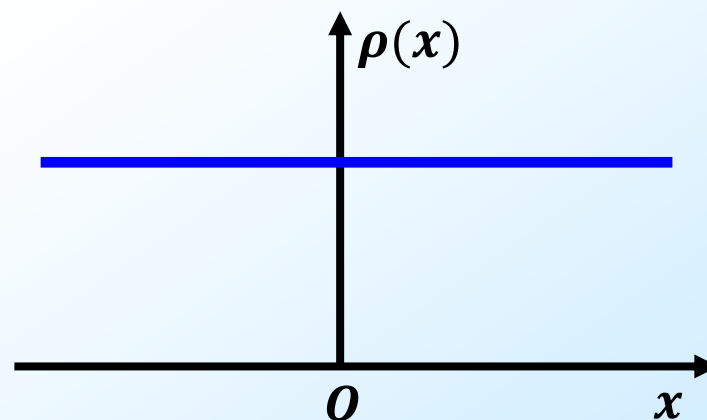
**解：** 粒子出现的位置概率密度为

$$\rho(x) = |\Psi(x, t)|^2 = \psi_0^2 \quad \text{---常数}$$

任何时刻，粒子在任何位置出现的概率都相等。这意味着自由粒子的位置完全不确定。

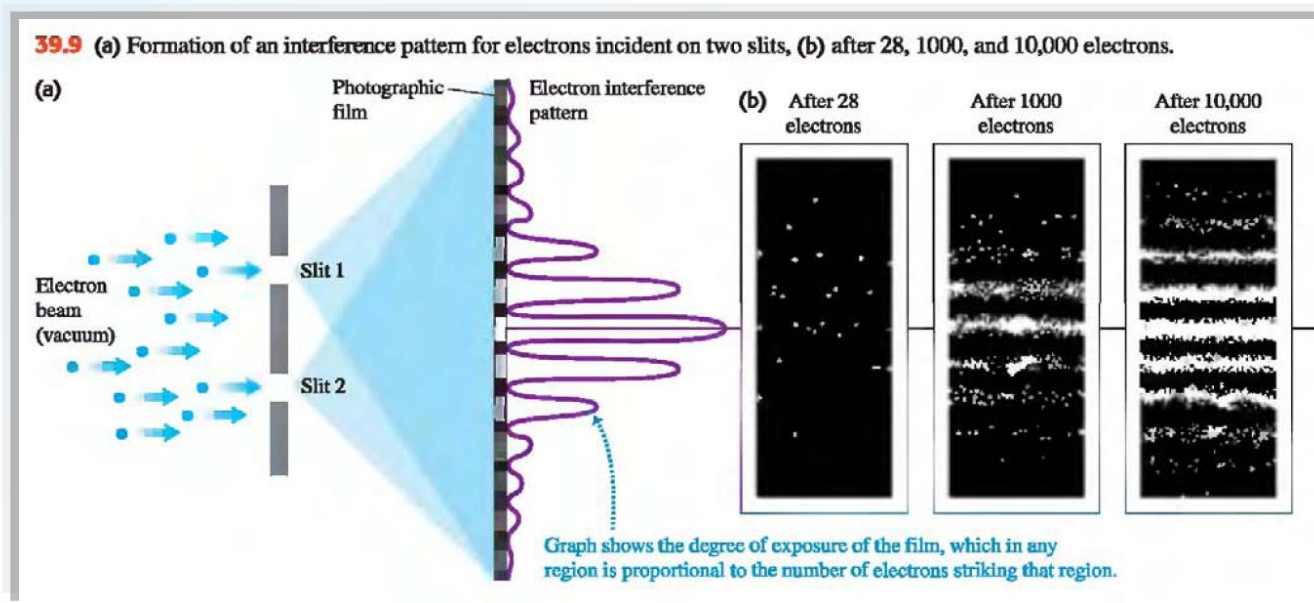


**例1：粒子在空间中  
被局限在一定的  
范围内。**



## 态叠加原理

1. 如果两个状态都是粒子可能的状态，那么它们的线性相加也是粒子的某种状态。
2. 叠加态的意义“粒子既处在这种状态，又处在那种状态”，也就是说粒子可以同时处于两种状态。



**思考：试利用态叠加原理解释单光子干涉实验。**

电子穿过双缝时的衍射实验结果



## 薛定谔的猫



$\Psi_0 \rightarrow \text{Alive}$

$\Psi_1 \rightarrow \text{Dead}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_0 + \Psi_1)$$

*Alive or Dead?*



# 量子力学的基本假设：

**假设一：**一个系统的状态可以用一个波函数完全描述。该波函数包含了该系统处于该状态时的所有物理信息。

**假设一：**量子态叠加原理

如果 $\psi_1$ 和 $\psi_2$ 是系统的两个可能的状态，那么它们的线性叠加 $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ 也是系统的一个可能状态。 $c_1$ 和 $c_2$ 是任意复数。

**叠加态意义：**

如果粒子处于上述叠加态，它同时处于 $\psi_1$ 和 $\psi_2$ 表示的状态。

## 第三节 不确定关系(测不准关系)

**经典粒子(质点)：** 质点在运动时，其坐标和动量是可以被同时测定的。

**微观粒子(电子等)：** 其坐标和动量不能同时被测定。

### 一 位置和动量的不确定关系

**量子力学理论证明：**

在某确定方向上(如 $x$ 方向)粒子的位置有不确定量 $\Delta x$ ，对应动量的不确定量为 $\Delta p_x$ ，两者满足如下关系：

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

设一束动量为 $p$ 的电子通过宽为 $a$ 的单缝，产生衍射：

考虑其中一个电子：

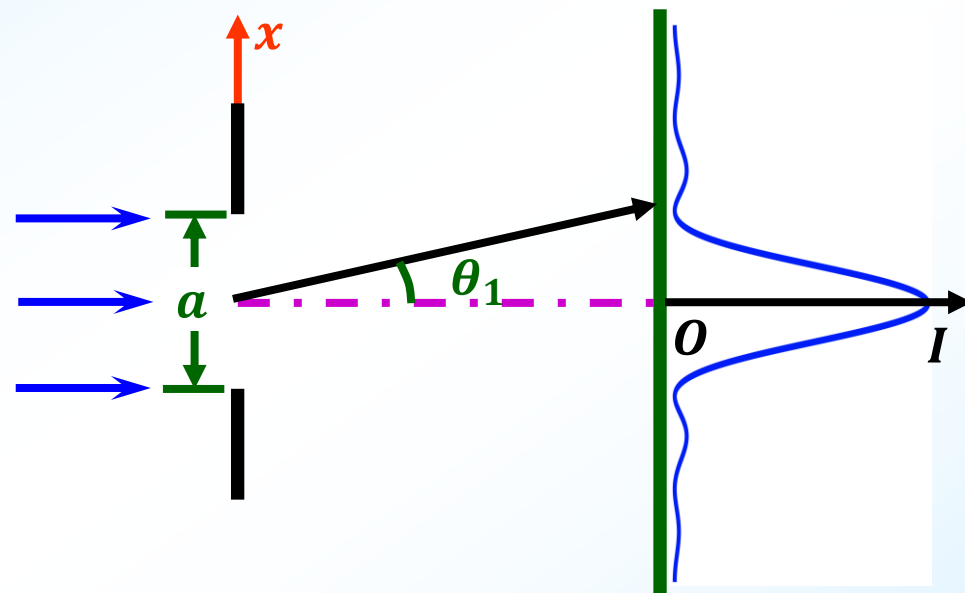
在缝处，电子的弥散范围可认为是**缝宽**：

$$\Delta x = a$$

显然，通过缝之后，电子在 $x$ 方向的动量 $p_x \neq 0$

若考虑电子落在中央主极大之内，则

$$0 \leq |p_x| \leq p \sin \theta_1$$



电子落在次极大之内，则动量

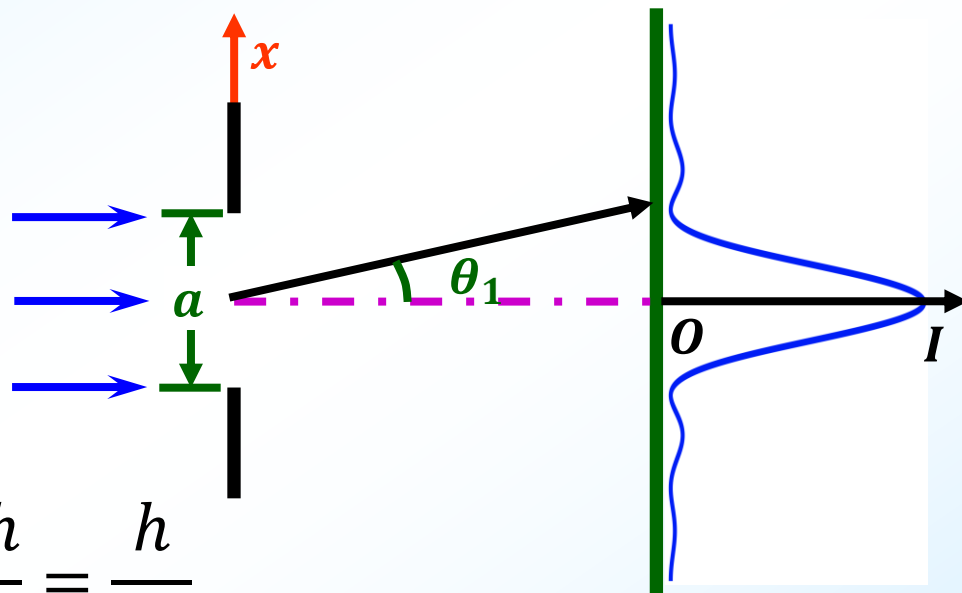
$$|p_x| \geq p \sin \theta_1$$

衍射极小公式：

$$a \sin \theta_1 = \lambda$$

根据德布罗意关系： $p = \frac{h}{\lambda}$

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a} \longrightarrow p \sin \theta_1 = \frac{h}{a} = \frac{h}{\Delta x}$$



若认为所有电子都落在主极大之内： $\Delta p_x = p_x - 0 = p \sin \theta_1$

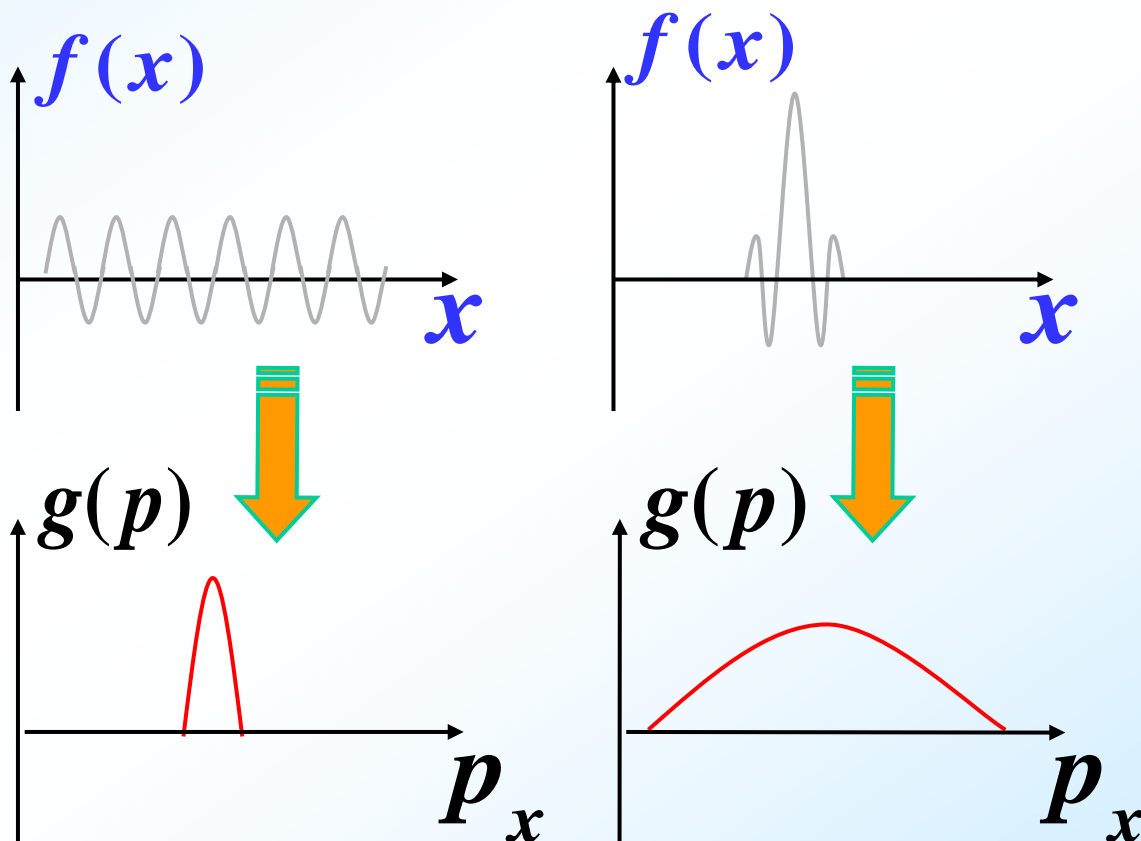
$$\Delta x \Delta p_x = h$$

实际有部分电子落在主极大之外： $\Delta x \Delta p_x \geq h$

## 物理意义：

在确定粒子坐标越准确的同时(即 $\Delta x$ 越小)，确定粒子在此坐标方向上动量分量的准确度就越差(即 $\Delta p_x$ 越大)，反之亦然。

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

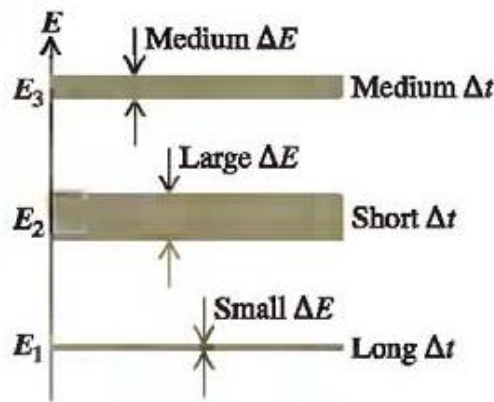


上式具有普遍意义，在三维运动中

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h \end{array} \right. \quad \text{或} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2 \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar/2 \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar/2 \end{array} \right.$$

“**不确定关系**”的数学表达式

**39.8** The longer the lifetime  $\Delta t$  of a state, the smaller is its spread in energy (shown by the width of the energy levels).



**海森伯**  
**“不确定关系”**  
**(1927)**

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar/2$$



**Werner Heisenberg**  
**1901-1976**  
**1932 Nobel Prize**

**不确定关系**是自然界的客观规律，不是测量技术和主观能力的问题。是微观粒子的**波粒二象性**的必然表现。

## 二 能量和时间的不确定关系

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

1. 若一体系处于某状态的时间不确定量为 $\Delta t$ ，那么这个状态的能量也有不确定量 $\Delta E$ 。

例：光谱线的宽度

2. 原子在某激发状态的时间越长，该状态的能量宽度越小。

$$\Delta t \uparrow \quad \Delta E \downarrow$$

3.  $\Delta E$ 小的能级比较稳定。

$$\Delta E \rightarrow 0 \quad \Delta t \rightarrow \infty \quad \text{对应于体系的基态}$$

基态的能量是可以被精确测量的。



## 经典和量子的区分 $h$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s \quad \text{非常小}$$

若令  $h \rightarrow 0$ ,  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \quad \longrightarrow \quad \Delta x \cdot \Delta p_x \geq 0$

也就是说，在任何情况下都可以有  $\Delta x = 0$ ,  $\Delta p_x = 0$ 。  
此时，**问题回归到经典力学**。

若令  $h$  很大，例如  $h = 6.63 \times 10^{-3} J \cdot s$

子弹射出枪口时的横向速度：
$$v_x = \frac{h}{m\Delta x} = 200 m/s$$

**量子力学就将决定宏观世界。**

经典或量子力学的适用性取决于所研究系统的尺度。

例1：对速度为 $v = 10^5 m/s$ 的电子射线束( $\beta$ 射线)，若测量速度的精确度为0.1%，求：电子位置的不确定量。

解：由题意可知

$$\frac{\Delta v}{v} = 0.1\% \quad \longrightarrow \quad \Delta v = 0.1\%v = 100m/s$$

根据不确定关系

$$\Delta x \Delta p = \Delta x m \Delta v \geq h$$

$$\Delta x \geq \frac{h}{m \Delta v} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 100} = 7.3 \mu m$$

**作业： Chap.15 —T1、 T2、 T3、 T4、 T5**  
**T6**

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 通过学习通提交作业。
4. 作业缺交三分之一及以上者按规定不能参加考试。

