

Chapter 13 含磁耦合的电路

13.1 耦合电感

Coupled inductors

13.2 含耦合电感电路的分析

Analysis of coupled circuits

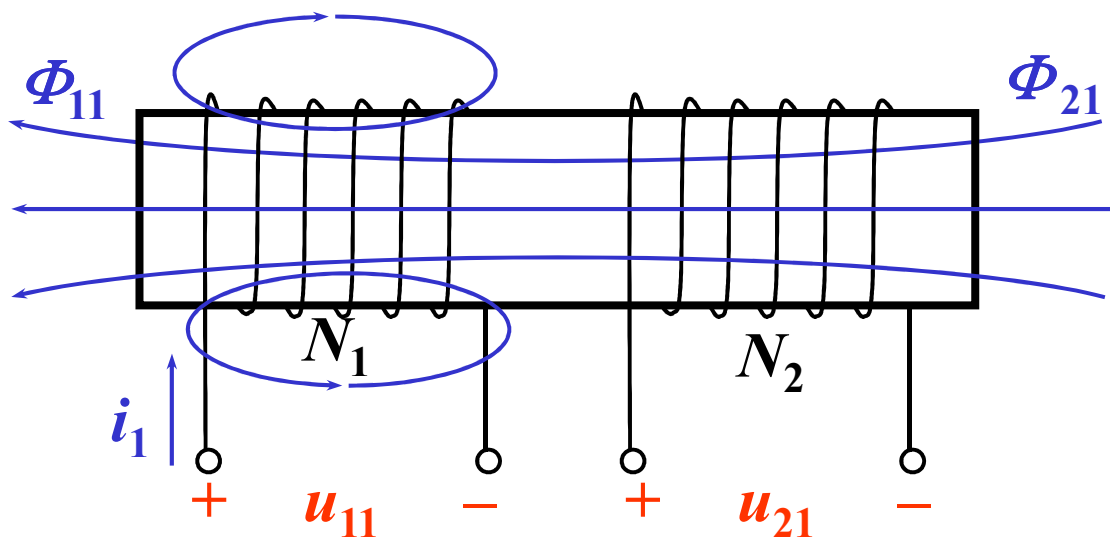
13.3 变压器

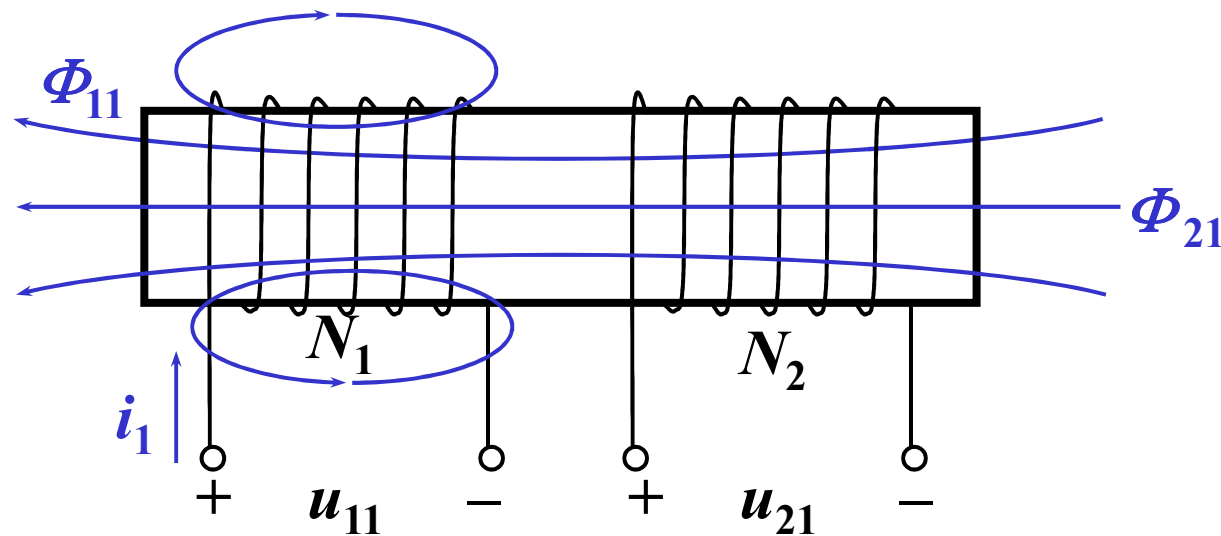
Transformers

13.1 耦合电感

1 自感、互感现象和耦合电感元件

- 当线圈1中通入电流 i_1 时，在线圈1中产生磁通 Φ_{11} (*magnetic flux*)，同时，有部分磁通 Φ_{21} 穿过临近线圈2；
- 当 i_1 为时变电流时，磁通也将随时间变化，从而在线圈两端产生感应电压。 u_{11} 称为自感电压， u_{21} 称为互感电压。





根据电磁感应定律和楞次定律（ Ψ ：磁链， $\psi = N \Phi$ ）

$$u_{11} = \frac{d\Psi_{11}}{dt}$$

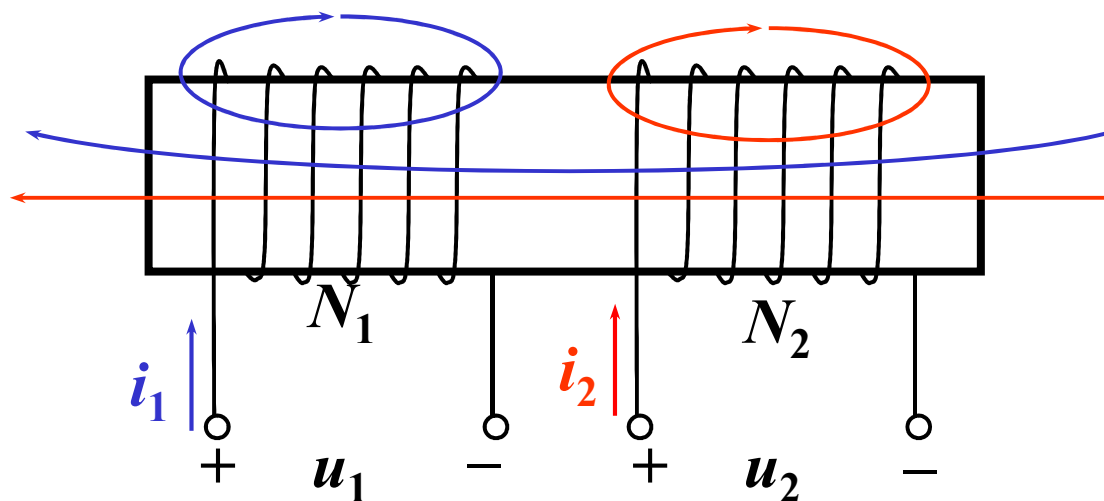
$$u_{11} = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$u_{21} = \frac{d\Psi_{21}}{dt}$$

$$u_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

当线圈周围的磁介质为线性时， Ψ_{11} 、 Ψ_{22} 与 i_1 成线性关系，即：

$$L_1 = \frac{\Psi_{11}}{i_1} \quad \text{L为线圈的电感} \quad M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} \quad \text{M}_{21} \text{为线圈1对2的互感}$$



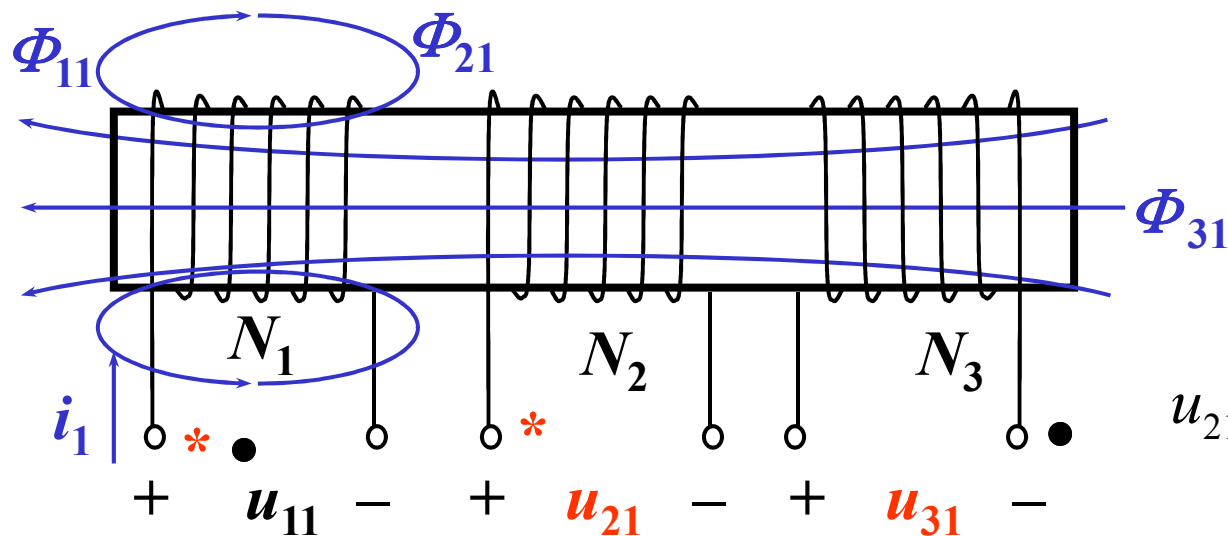
当两个线圈同时通以电流时，每个线圈两端的电压均包含自感电压和互感电压：

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

2 同名端

对互感电压，因产生该电压的的电流在另一线圈上，因此，要确定其符号，就必须知道两个线圈的绕向。这在电路分析中显得很不方便。



$$u_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$u_{31} = -M_{31} \frac{di_1}{dt}$$

引入同名端可以解决这个问题。

同名端：当两个电流分别从两个线圈的对应端子流入，其所产生的磁场相互加强时，则这两个对应端子称为同名端。

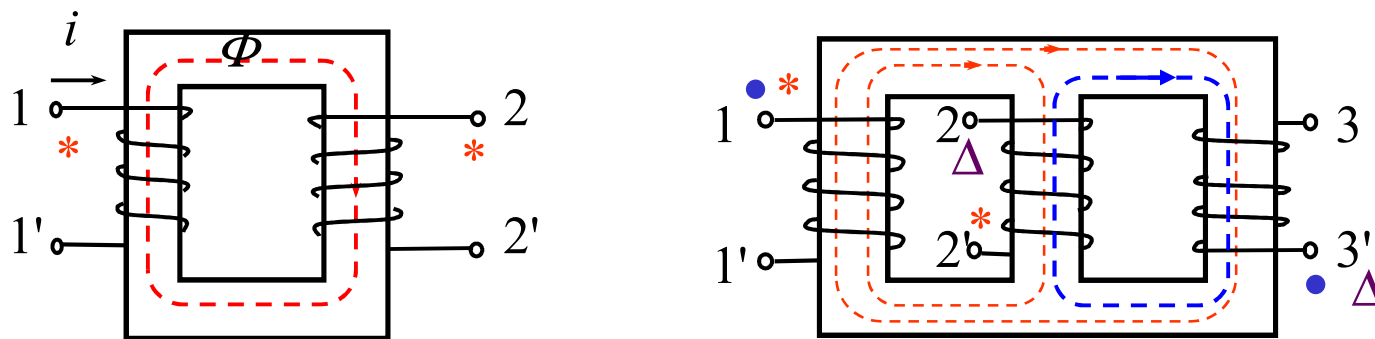
2 同名端

同名端表明了线圈的相互绕法关系。

确定同名端的方法：

- (1) 当两个线圈中电流同时由同名端流入(或流出)时，两个电流产生的磁场相互增强。

【例】.确定图示电路的同名端



注意：线圈的同名端必须两两确定。

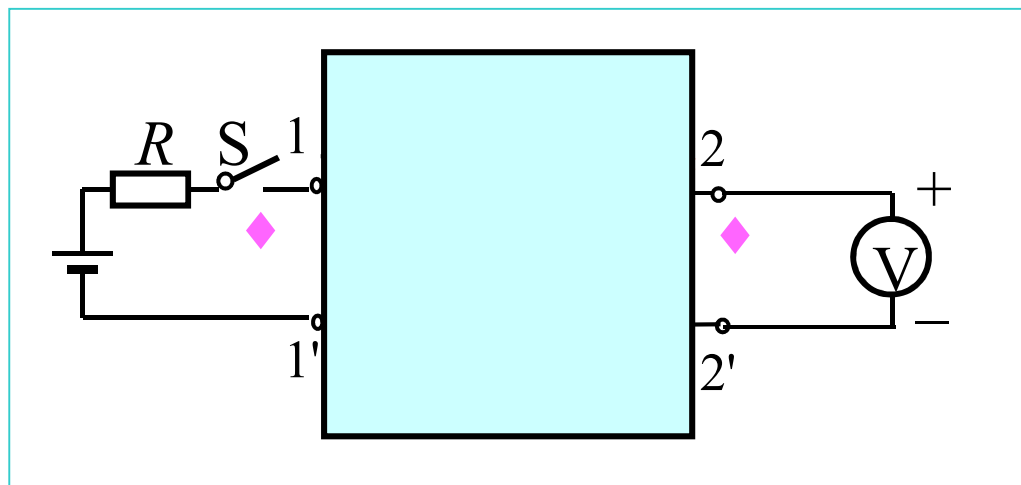
2 同名端

- (2) 当随时间增大的时变电流从一线圈的一端流入时，将会引起另一线圈相应同名端的电位升高。

同名端的实验测定：

当闭合开关S时， i 增加，

$$\frac{di}{dt} > 0, \quad u_{22'} = M \frac{di}{dt} > 0 \quad \text{电压表正偏。}$$



当两组线圈装在黑盒里，只引出四个端线组，要确定其同名端，就可以利用上面的结论来加以判断。

3. 耦合系数 (coupling coefficient) k :

k 表示两个线圈磁耦合的紧密程度。 $k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (0 \leq k \leq 1)$

设：全耦合： $\Phi_{s1} = \Phi_{s2} = 0$ 即 $\Phi_{11} = \Phi_{21}$, $\Phi_{22} = \Phi_{12}$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{M_{12} M_{21}}{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{\frac{\psi_{12}}{i_2} \cdot \frac{\psi_{21}}{i_1}}{\frac{\psi_{11}}{i_1} \cdot \frac{\psi_{22}}{i_2}}} = \sqrt{\frac{N_1 \phi_{12} \cdot N_2 \phi_{21}}{N_1 \phi_{11} \cdot N_2 \phi_{22}}} = \sqrt{\frac{\phi_{12} \cdot \phi_{21}}{\phi_{11} \cdot \phi_{22}}} \leq 1$$

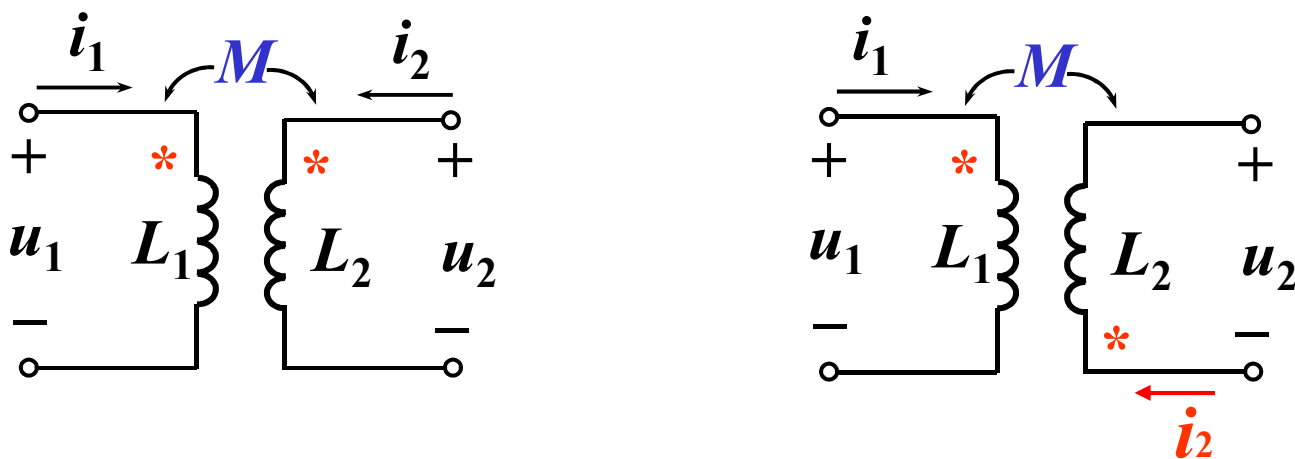
可以证明， $k \leq 1$ 。全耦合时， $k = 1$ 。

M 能否表示两个线圈磁耦合的紧密程度？ M 的上下限？

$$0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

4 耦合电感元件的 u - i 关系

有了同名端，以后表示两个线圈相互作用，就不再考虑实际绕向，而只画出同名端及参考方向即可。（参考前图，标出同名端得到下面结论）。



时域形式:

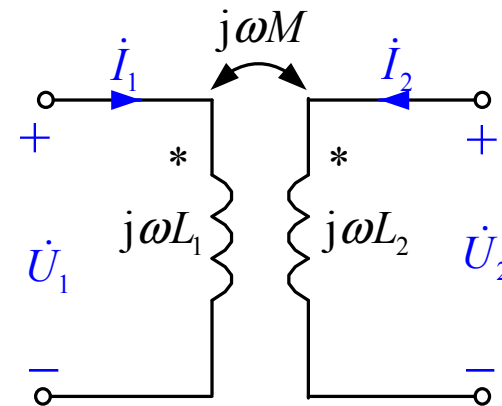
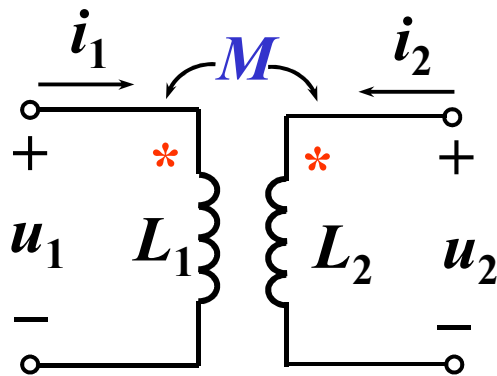
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = -M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

4 耦合电感元件的 u - i 关系



时域形式:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$
$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

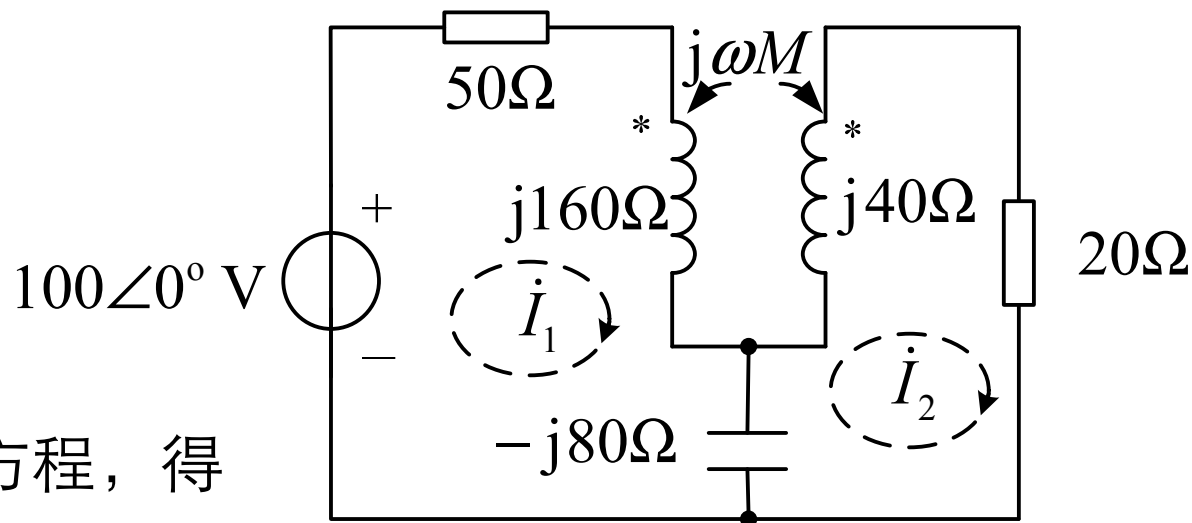
相量形式:

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2$$

13.3 含有耦合电感元件的电路分析

13.3.1 网孔分析法的应用：耦合电感的VCR应用

【例1】：图示电路中，耦合电感的耦合系数 $K=0.5$ ，求电路消耗的总功率。



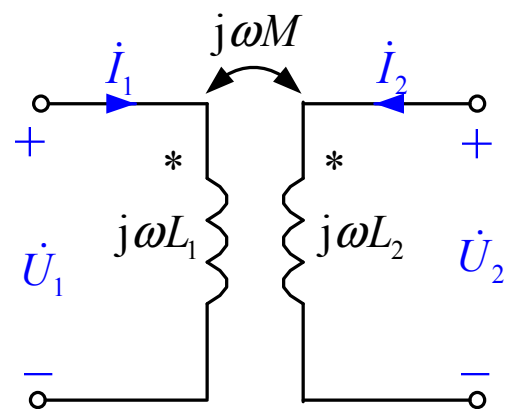
解:列写网孔电流方程, 得

$$\begin{cases} (50 + j160 - j80)\dot{I}_1 - (-j80)\dot{I}_2 - j40\dot{I}_2 = 100\angle 0^\circ \\ (20 + j40 - j80)\dot{I}_2 - (-j80)\dot{I}_1 - j40\dot{I}_1 = 0 \end{cases}$$

$$\dot{I}_1 = 0.77\angle -59^\circ \text{ A}, \dot{I}_2 = 0.69\angle -85.6^\circ \text{ A}$$

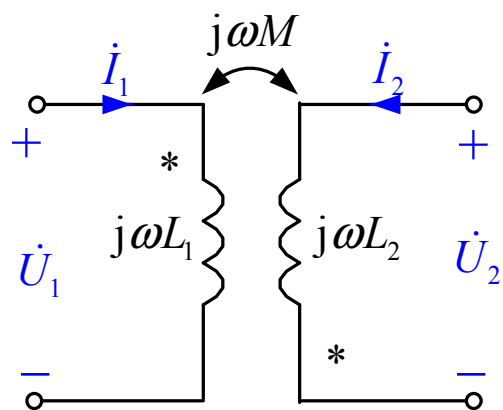
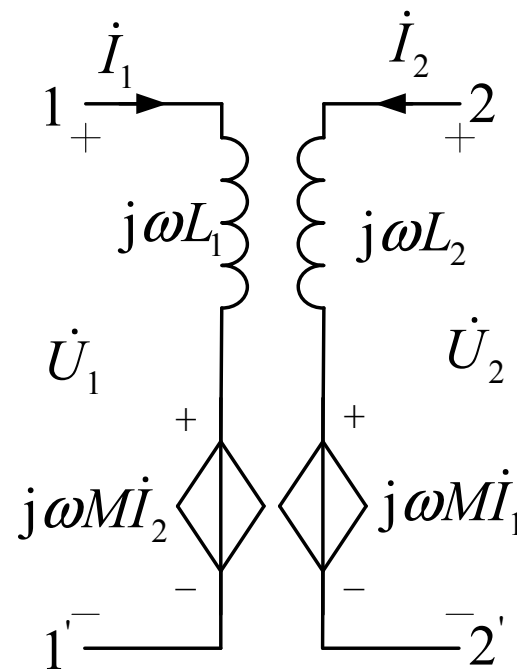
$$P = 100 \times 0.77 \times \cos 59^\circ = 39.7 \text{ W}$$

用受控源表示互感电压



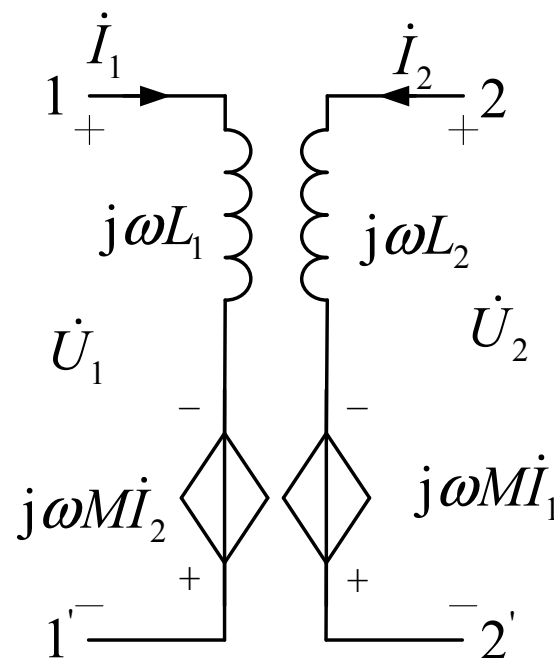
$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$$

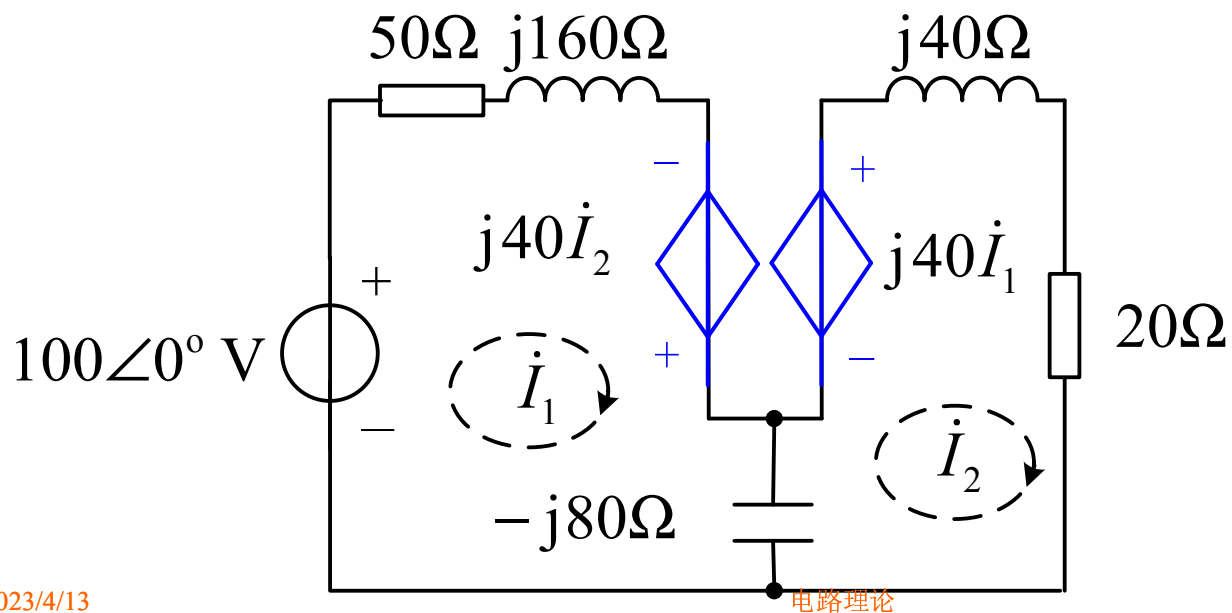
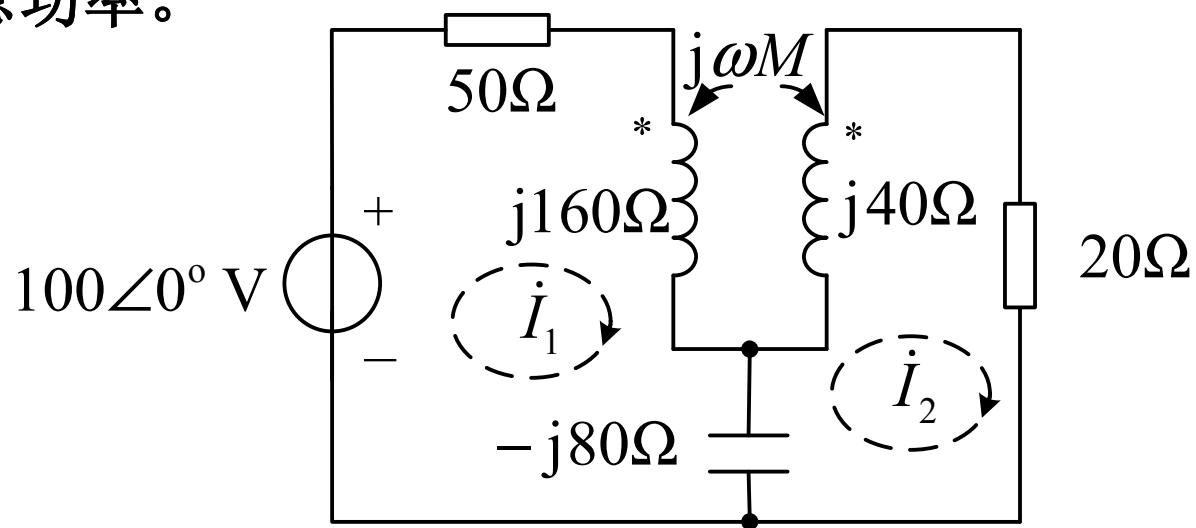


$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$$



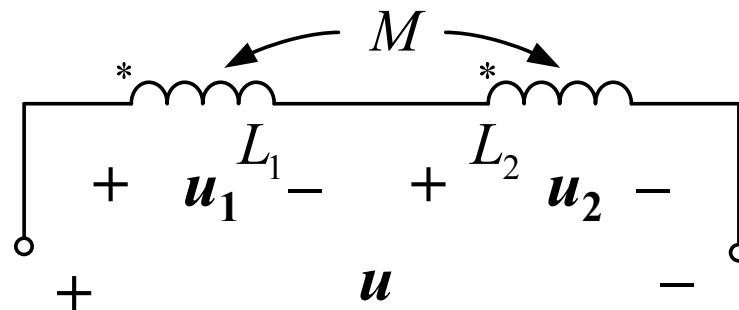
【例1】：图示电路中，耦合电感的耦合系数 $K=0.5$ ，求电路消耗的总功率。



13.3.2 去耦等效电路及应用

1 耦合电感线圈的串联

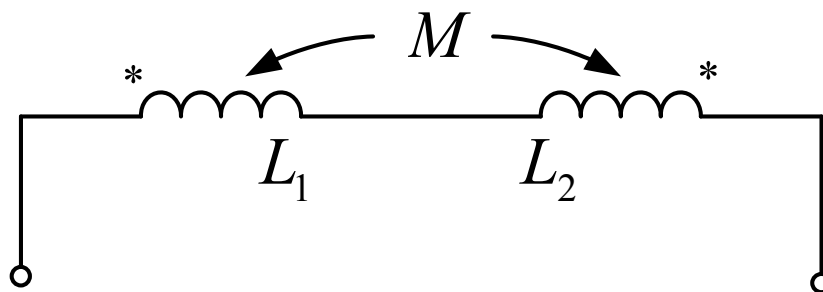
Series-aiding connection (顺向串联):



$$u = u_1 + u_2 = \left(L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt}\right) + \left(L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt}\right) = (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore L = L_1 + L_2 + 2M$$

Series-opposing connection (反向串联):



$$u = u_1 + u_2 = (L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}) + (L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}) = (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore L = L_1 + L_2 - 2M$$

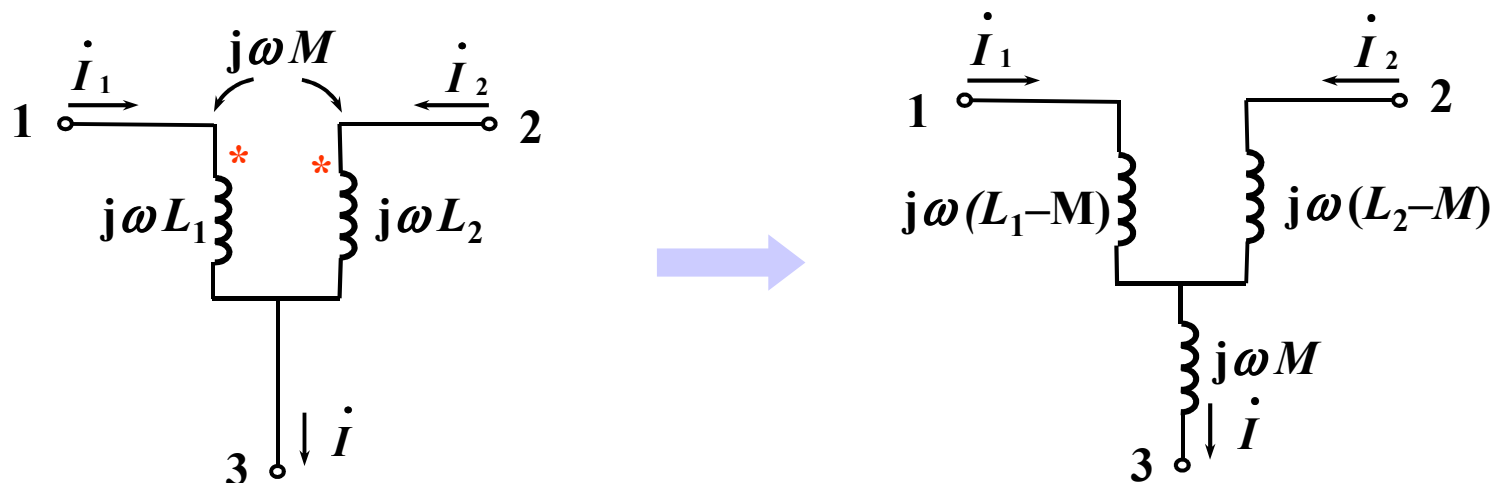
互感的测量方法:

* 顺接一次，反接一次，就可以测出互感:

$$M = \frac{L_{\text{顺}} - L_{\text{反}}}{4}$$

2. T形连接的耦合电感的去耦等效电路

(a) 同名端同侧联接

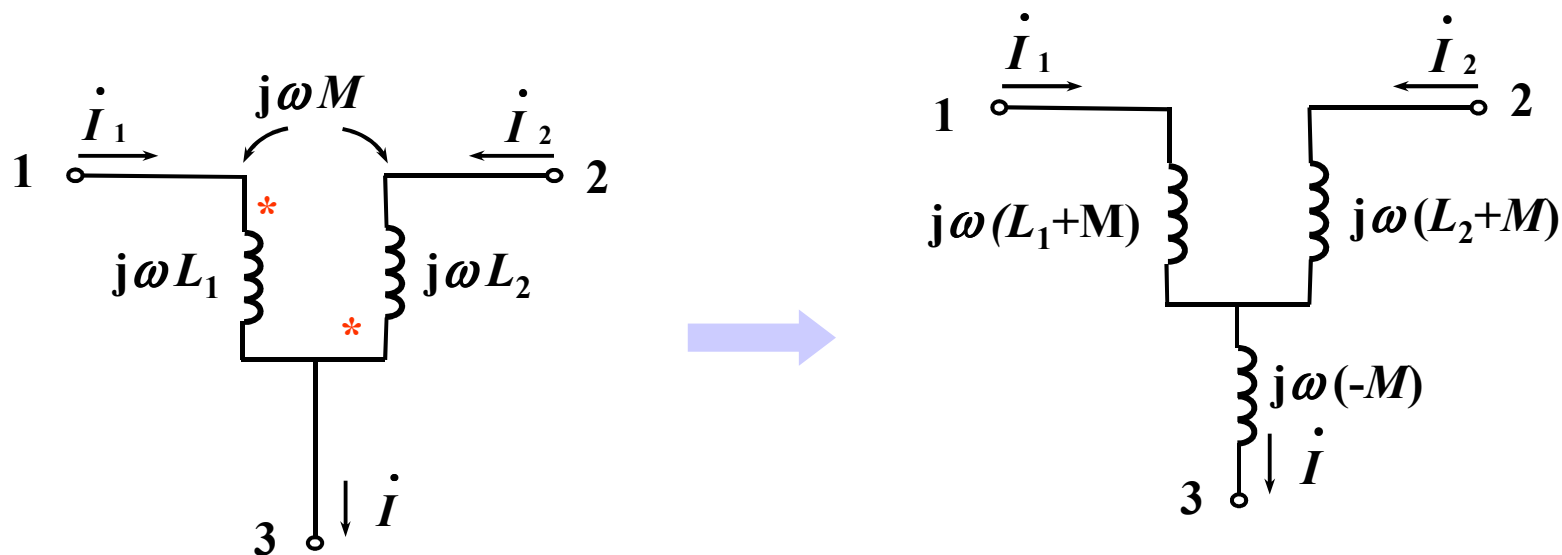


$$\begin{cases} \dot{U}_{13} = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_{23} = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} \dot{U}_{13} = j\omega(L_1 - M) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I} \\ \dot{U}_{23} = j\omega(L_2 - M) \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I} \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

(b) 同名端异侧联接

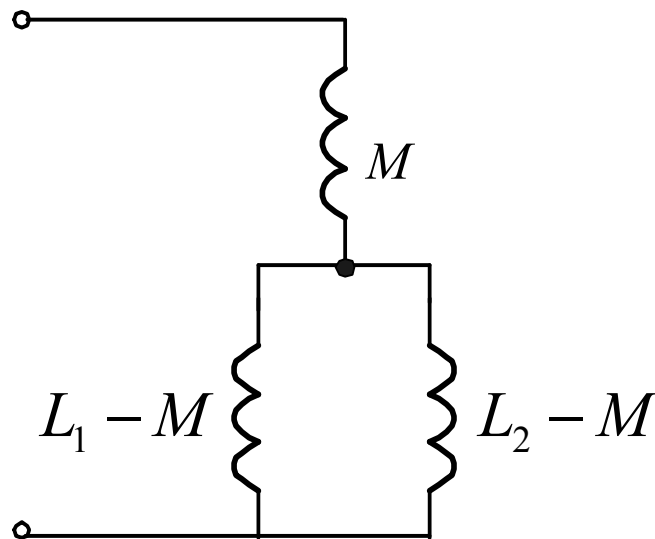
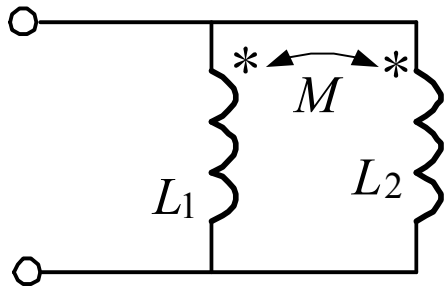


$$\begin{cases} \dot{U}_{13} = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_{23} = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

整理得

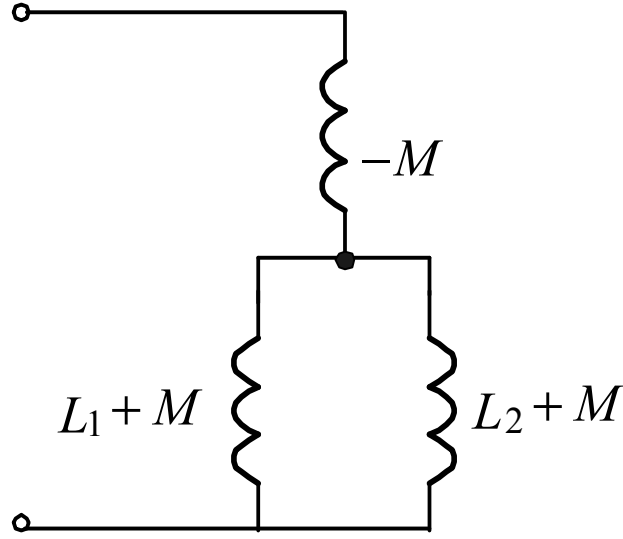
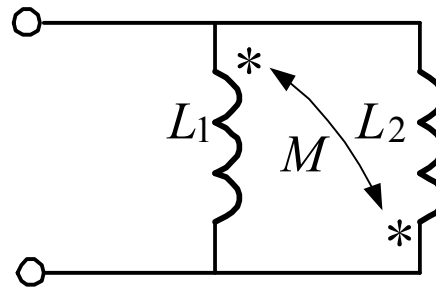
$$\begin{cases} \dot{U}_{13} = j\omega(L_1 + M) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I} \\ \dot{U}_{23} = j\omega(L_2 + M) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I} \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

练习：等效电路（p528测13-6）



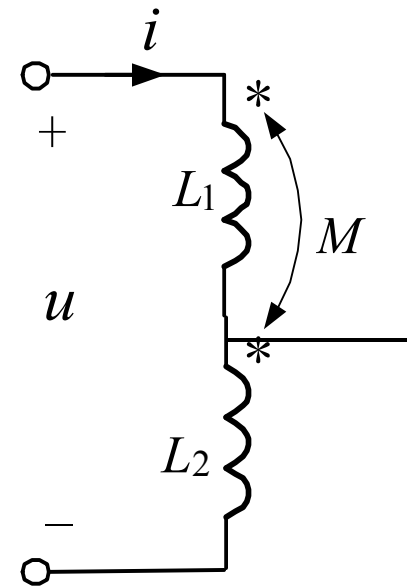
$$L_{eq} = \frac{(L_1 L_2 - M^2)}{L_1 + L_2 - 2M}$$

2023/4/13

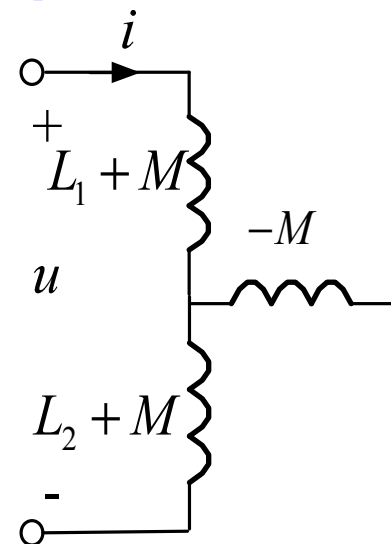


$$L_{eq} = \frac{(L_1 L_2 - M^2)}{L_1 + L_2 + 2M}$$

电路理论

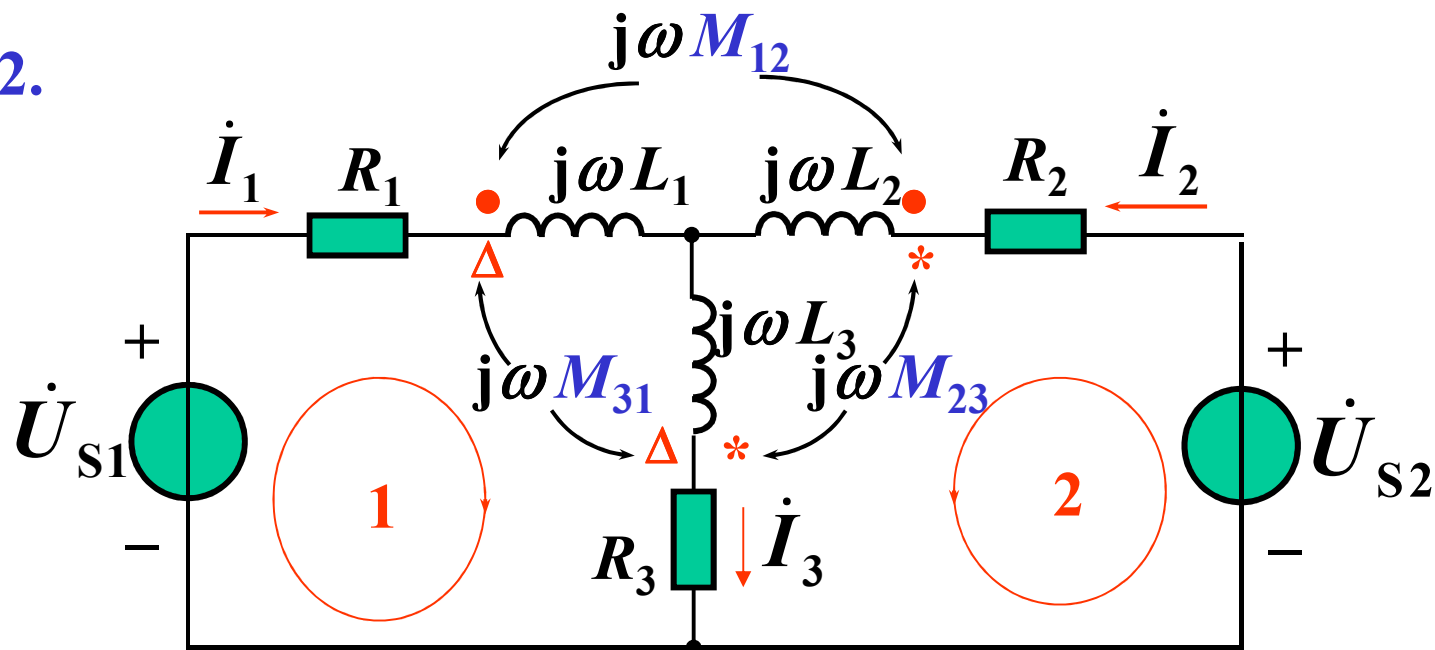


$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$



18

例 2.



支路法:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_3$$

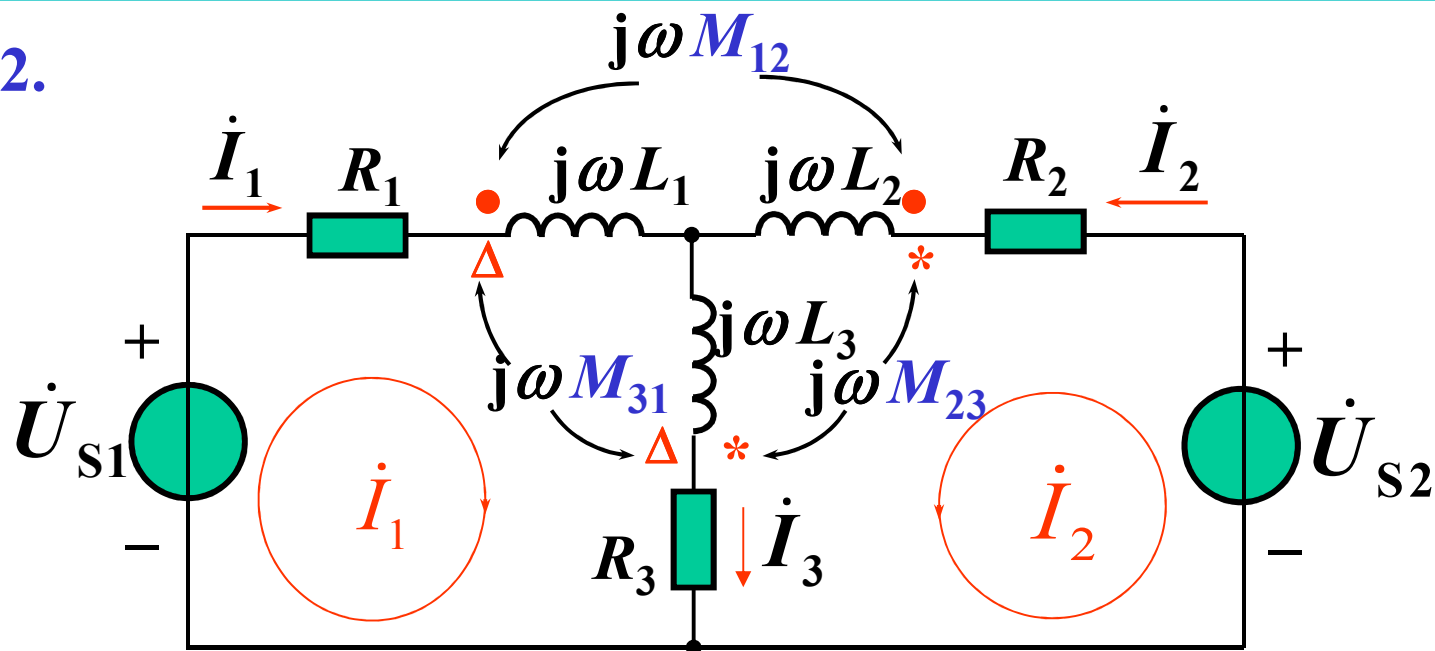
$$R_1 \dot{I}_1 + (j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2 - j\omega M_{31} \dot{I}_3)$$

$$+ (j\omega L_3 \dot{I}_3 - j\omega M_{31} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2) + R_3 \dot{I}_3 = \dot{U}_{S1}$$

$$R_2 \dot{I}_2 + (j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M_{12} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_3) +$$

$$(j\omega L_3 \dot{I}_3 - j\omega M_{31} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2) + R_3 \dot{I}_3 = \dot{U}_{S2}$$

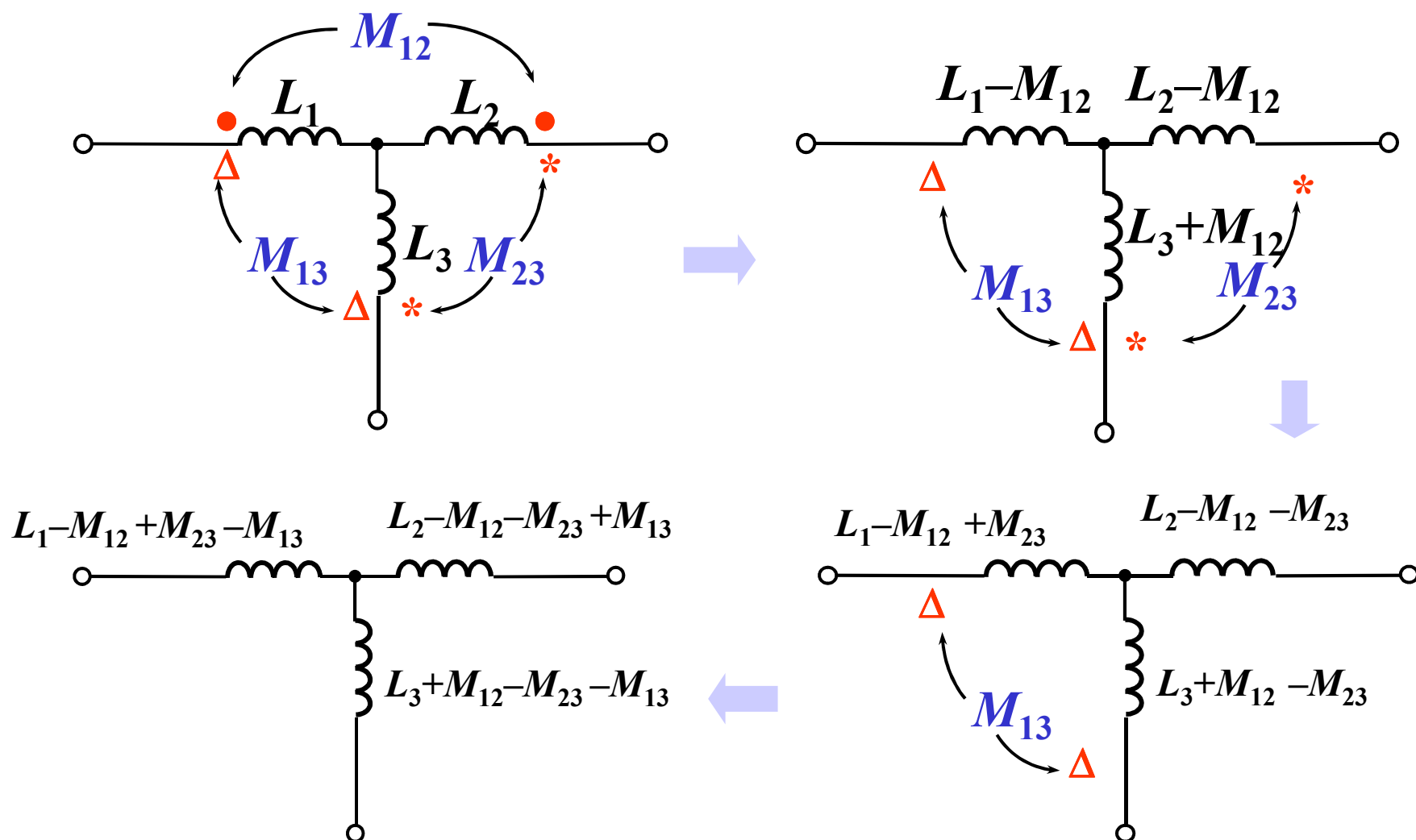
例 2.



网孔法:

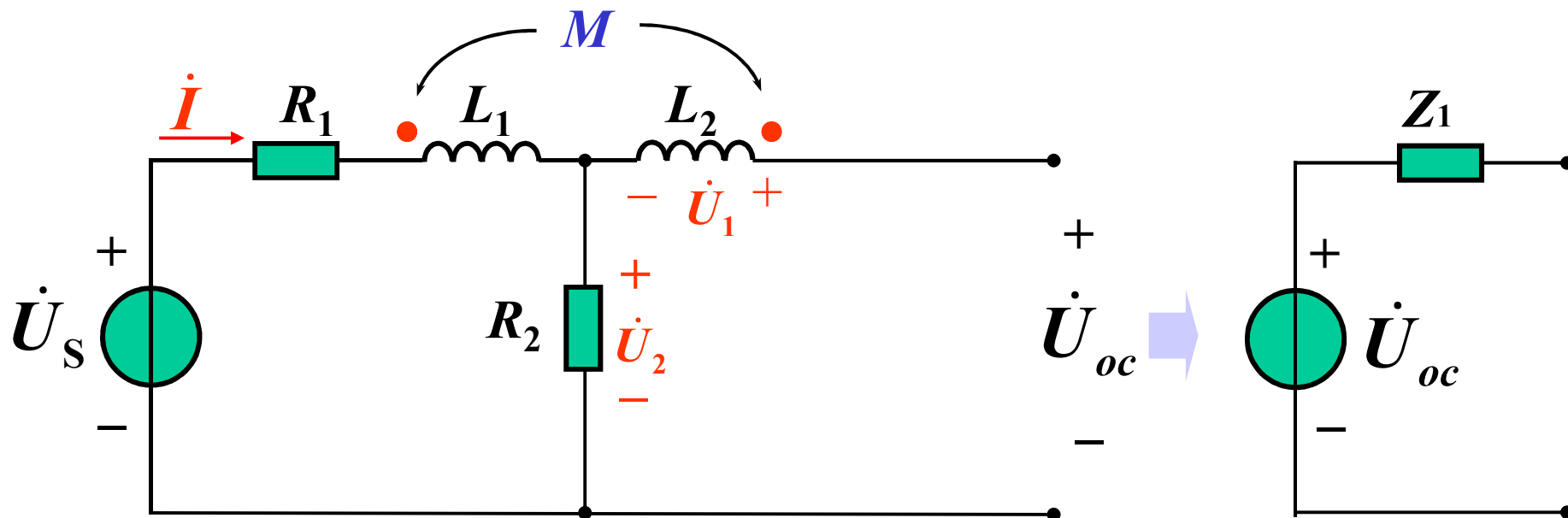
$$\left\{ \begin{array}{l} (R_1 + j\omega L_1 + j\omega L_3 + R_3) \dot{I}_1 + (R_3 + j\omega L_3) \dot{I}_2 \\ + j\omega M_{12} \dot{I}_2 - j\omega M_{31} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) - j\omega M_{31} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 = \dot{U}_{S1} \\ (R_2 + j\omega L_2 + j\omega L_3 + R_3) \dot{I}_2 + (R_3 + j\omega L_3) \dot{I}_1 \\ + j\omega M_{12} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 - j\omega M_{31} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 = \dot{U}_{S2} \end{array} \right.$$

此题可先作出去耦等效电路，再列方程(一对一对消):



若 $L_1 = L_2 = L_3 = L$; $M_{12} = M_{23} = M_{31} = M$, 则三个电感均为 $L - M$ 。

【例3】 $\omega L_1 = \omega L_2 = 10\Omega$, $\omega M = 5\Omega$, $R_1 = R_2 = 6\Omega$, $U_s = 6V$,
求其戴维南等效电路。



计算开路电压 \dot{U}_{oc} 。

$$\dot{U}_{oc} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = j\omega M \dot{I} + R_2 \dot{I} = (6 + j5) \times 0.384 \angle -39.8^\circ = 3 \angle 0^\circ V$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R_1 + j\omega L_1 + R_2} = \frac{6 \angle 0^\circ}{12 + j10} = \frac{6 \angle 0^\circ}{15.62 \angle 39.8^\circ} = 0.384 \angle -39.8^\circ A$$

【例3】 $\omega L_1 = \omega L_2 = 10\Omega$, $\omega M = 5\Omega$, $R_1 = R_2 = 6\Omega$, $U_s = 6V$,

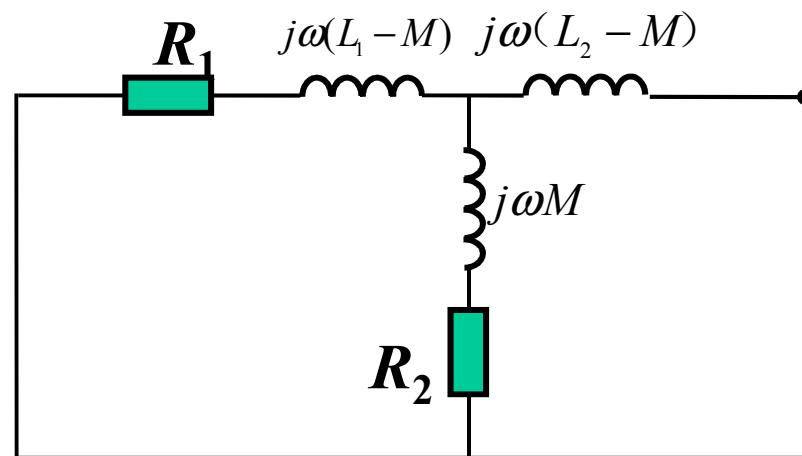
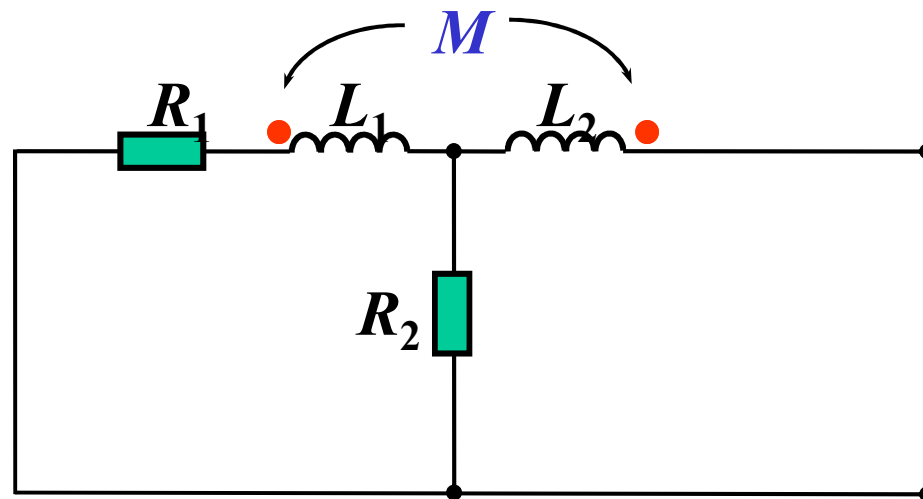
求其戴维南等效电路。

求内阻: Z_{eq}

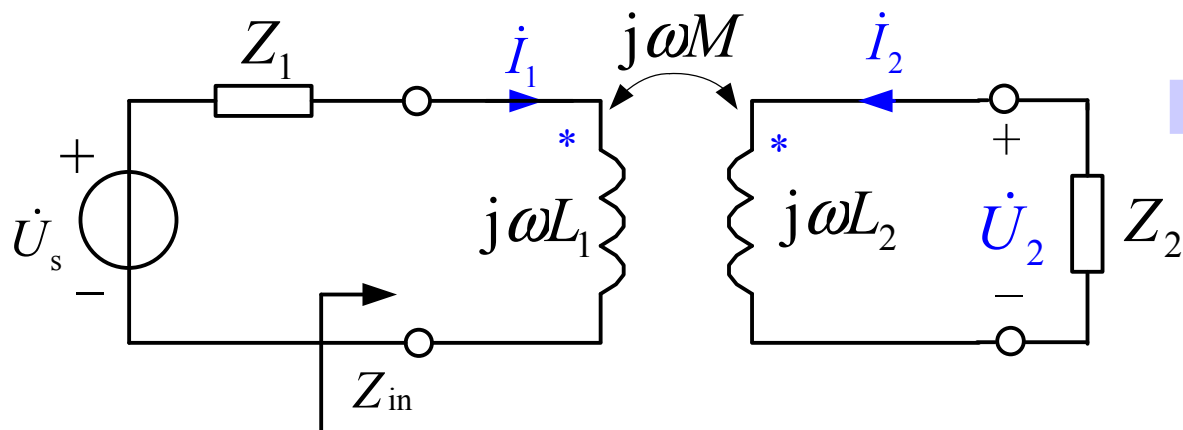
$$Z_{eq} = j\omega(L_2 - M) + R_1 + j\omega(L_1 - M) // (R_2 + j\omega M)$$

$$= j5 + \frac{(6 + j5)(6 + j5)}{(6 + j5) + (6 + j5)}$$

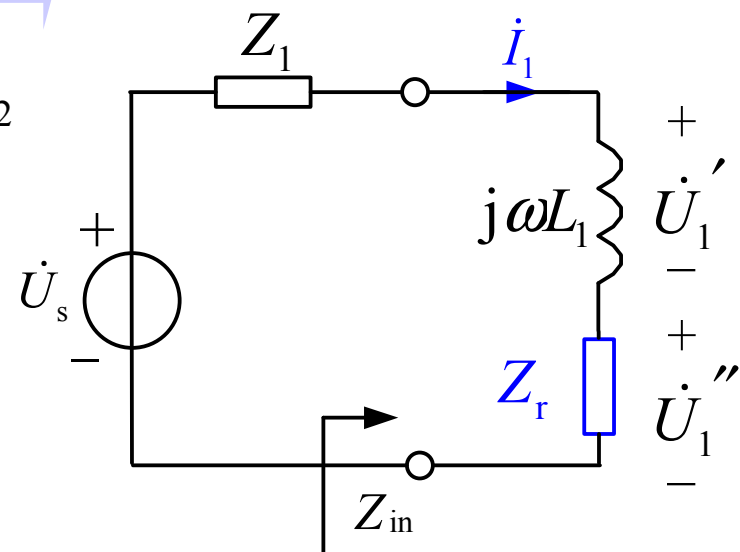
$$= 8.08 \angle 68.2^\circ \Omega$$



13.3.3. 映射阻抗及应用



电源回路等效电路：



$$\begin{cases} (Z_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ j\omega M \dot{I}_1 + (Z_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

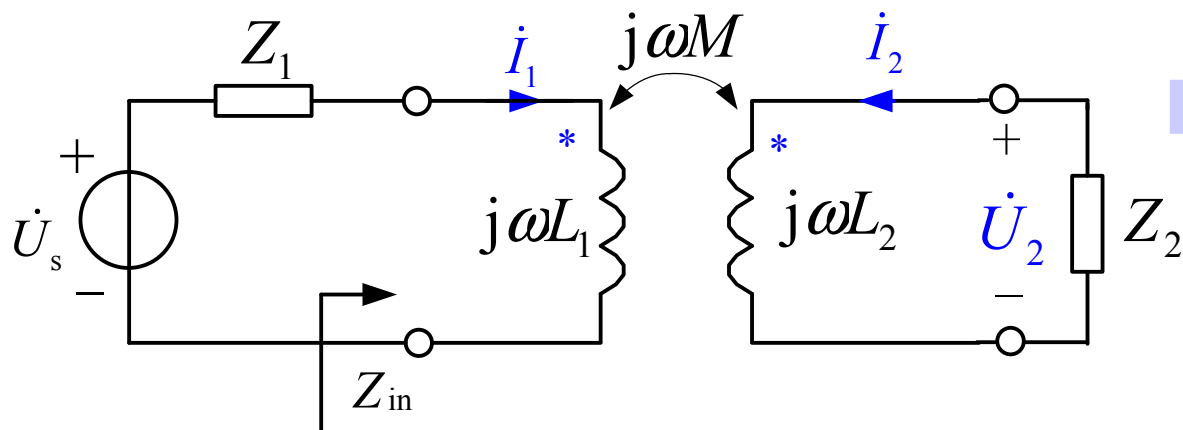
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2}}$$

$$Z_{in} = \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_1} = Z_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2}$$

$$Z_r = \frac{(\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2}$$

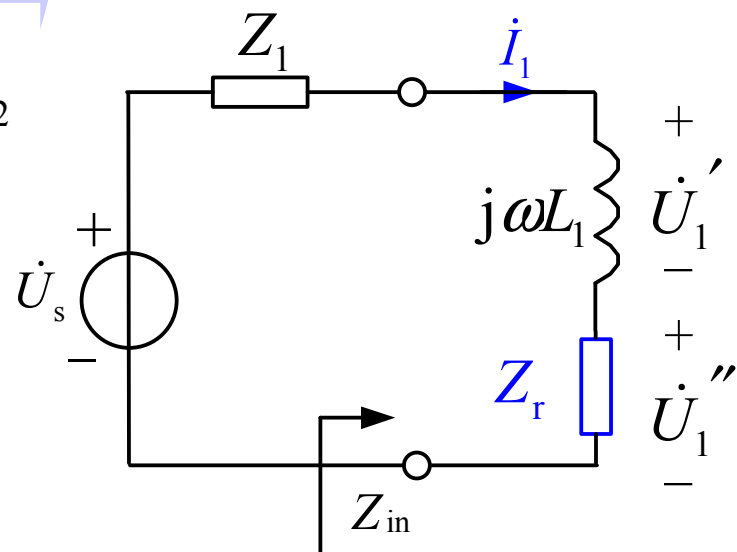
副方对原方的映射阻抗

13.3.3. 映射阻抗及应用

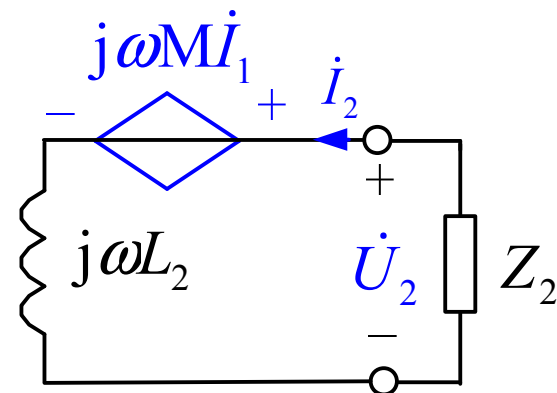


$$\begin{cases} (Z_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ j\omega M \dot{I}_1 + (Z_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

电源回路等效电路:



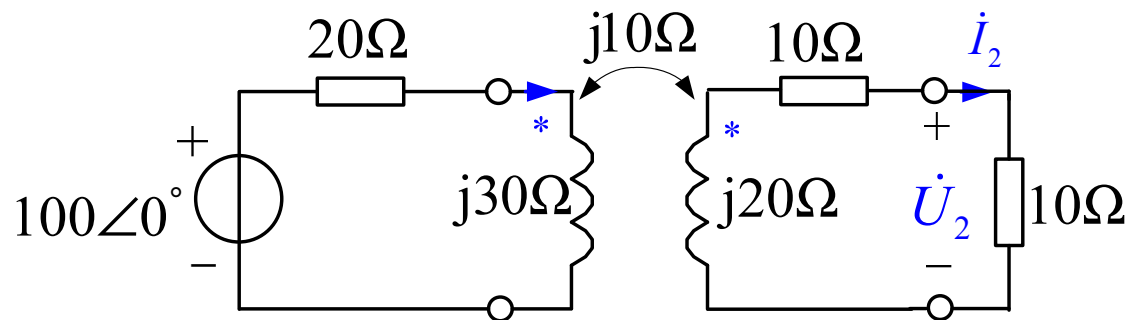
负载回路等效电路:



- 负载回路对电源回路的影响可以用映射阻抗来考虑。
- 虽然电源和负载回路没有电的联系，但由于互感作用使负载回路产生电流，反过来这个电流又影响电源回路。

【例1】 求 I_2 (P530例13-3-1)

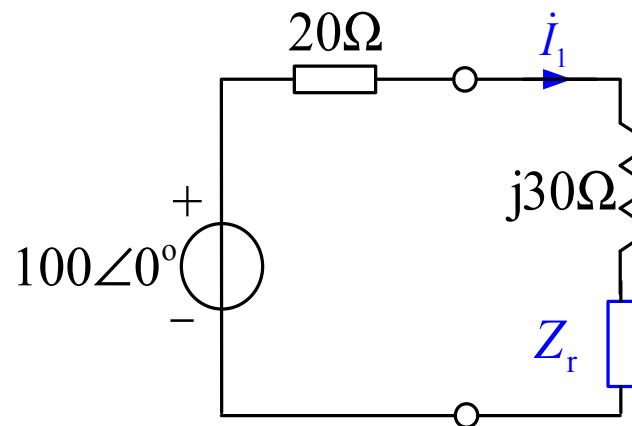
解： 电源回路等效电路：



$$Z_r = \frac{(\omega M)^2}{10 + 10 + j20} = 2.5 - j2.5 \quad \Omega$$

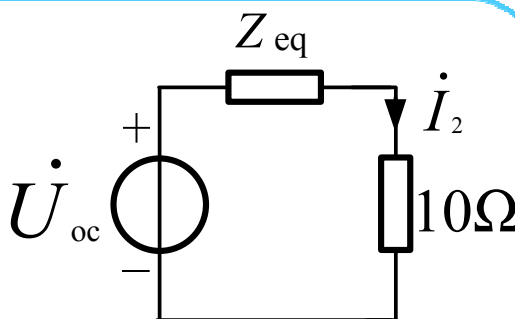
$$\dot{I}_1 = \frac{100\angle 0^\circ}{[(20 + j30) + Z_r]} = 2.814\angle -50.71^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j10\dot{I}_1}{10 + 10 + j20} = 0.995\angle -5.71^\circ \text{ A}$$

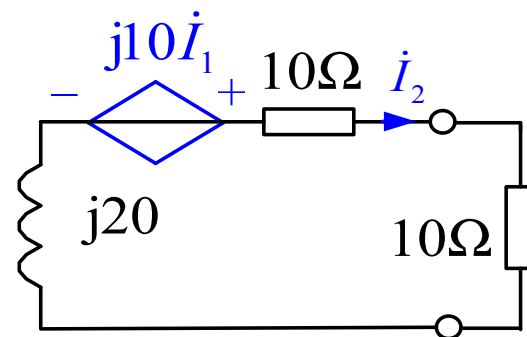


方法2： 映射阻抗求 I_2

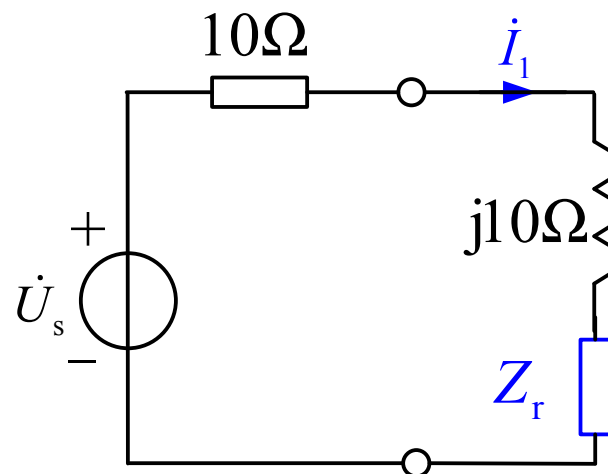
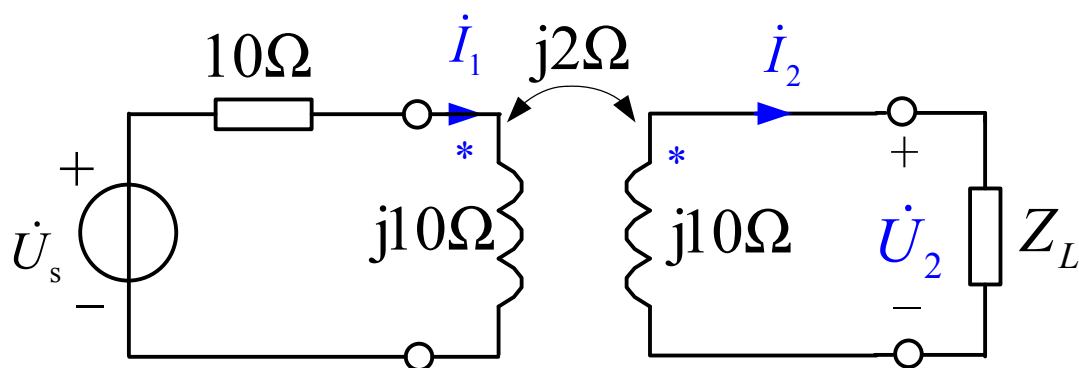
$$\begin{aligned} \dot{U}_{oc} &= j\omega M \dot{I}_1 \\ &= j10 \times \frac{100\angle 0^\circ}{20 + j30} \end{aligned}$$



$$Z_{eq} = Z_{22} + Z_r = (10 + j20) + \frac{10^2}{20 + j30}$$



【例2】. 已知 $U_s=20\text{ V}$, 映射阻抗 $Z_r=10-j10\Omega$ 。求: Z_L 并求负载获得的有功功率。



解: 电源回路等效电路:

$$Z_r = \frac{(\omega M)^2}{Z_L + j10} = \frac{4}{Z_L + j10} \quad \therefore Z_L = (0.2 - j9.8)\Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{20}{10 + j10 + 10 - j10} = 1\text{ A}$$

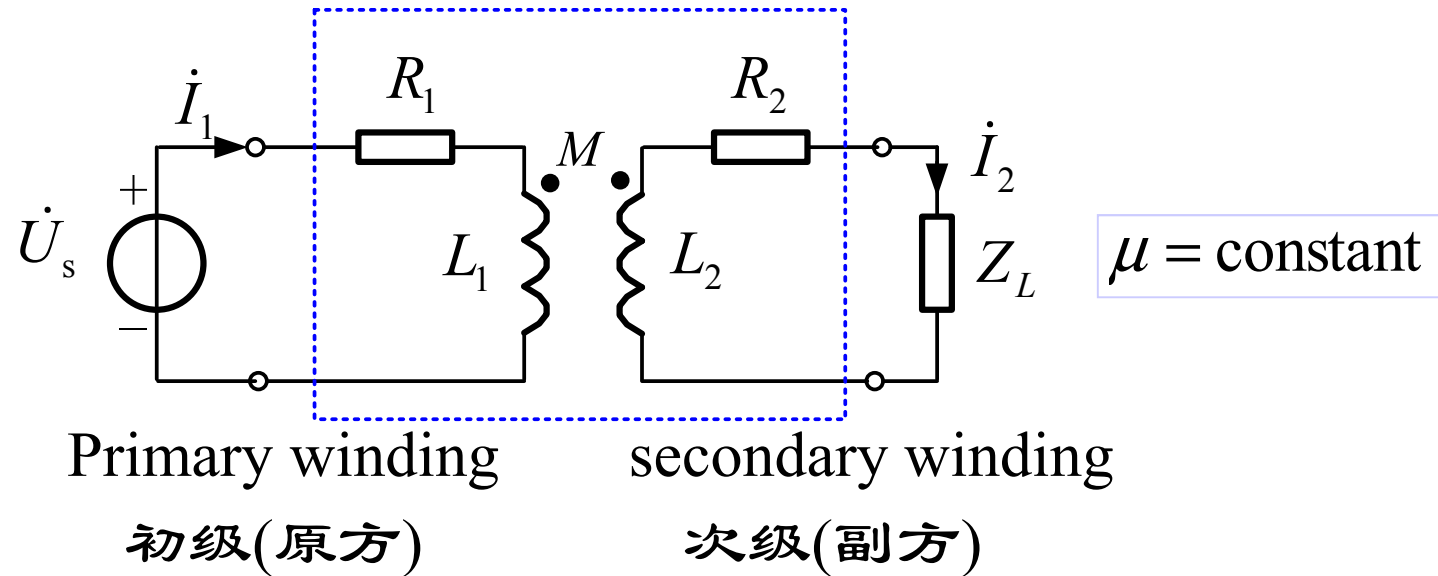
$$\dot{I}_2 = \frac{j2\dot{I}_1}{j10 + 0.2 - j9.8} = \frac{2\angle 90^\circ}{0.2\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ\text{ A}$$

此时负载获得的功率: $P = (I_2)^2 R_L = (5\sqrt{2})^2 \times 0.2 = 10\text{ W}$

或者由功率守恒: $P = P_{R_{\text{映射}}} = \left(\frac{20}{10+10}\right)^2 R_r = 10\text{ W}$

13.4 变压器 Transformers

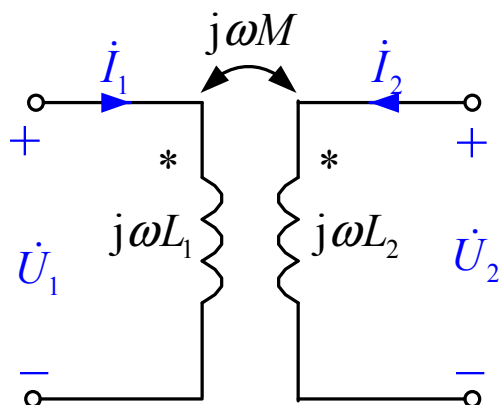
13.4.1. 线性变压器 Linear transformers (Air-core transformers)



- 线性变压器，即空心变压器。自感不大，低频下自感抗低，因而线圈电流大。一般用在电子电路中。优点是没有铁心损耗。分析时用线性耦合电感为模型。
- 为了加大自感，采用铁心，即为铁心变压器，是非线性耦合系统。由于自感大，可以用于电压高、频率低的情况，存在铁心损耗。分析时近似为理想变压器。

13.4 变压器 Transformers

13.4.2. 铁心变压器

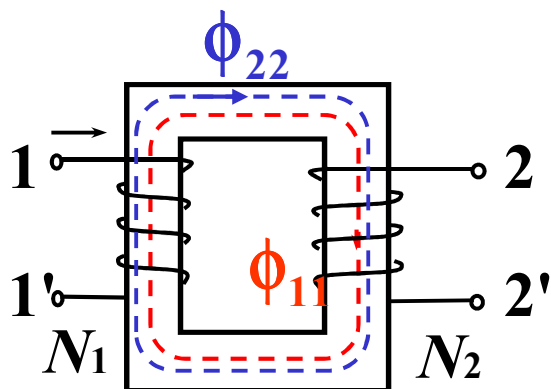


$$\begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 \end{cases}$$

全耦合时 $M = \sqrt{L_1 L_2}$, $k=1$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2 - j\omega L_2 \dot{I}_2}{j\omega M}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{L_1}{M} (\dot{U}_2 - j\omega L_2 \dot{I}_2) + j\omega M \dot{I}_2 \\ &= \frac{L_1}{M} \dot{U}_2 \\ &= n \dot{U}_2 \end{aligned}$$



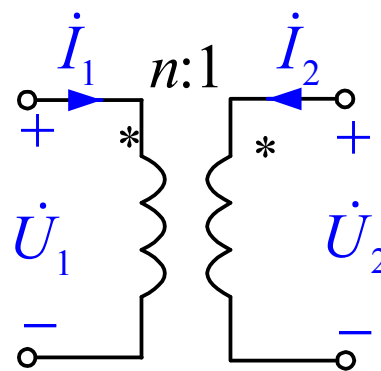
$$n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_1 \Phi_{11}}{N_2 \Phi_{21}} = \frac{L_1 i_1}{M i_1} = \frac{L_1}{M} = \frac{M}{L_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

全耦合变压器的电压、电流关系：

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2 - j\omega L_2 \dot{I}_2}{j\omega M} = \frac{1}{j\omega M n} \dot{U}_1 - \frac{j\omega L_2}{j\omega M} \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_1} - \frac{1}{n} \dot{I}_2 \end{cases}$$

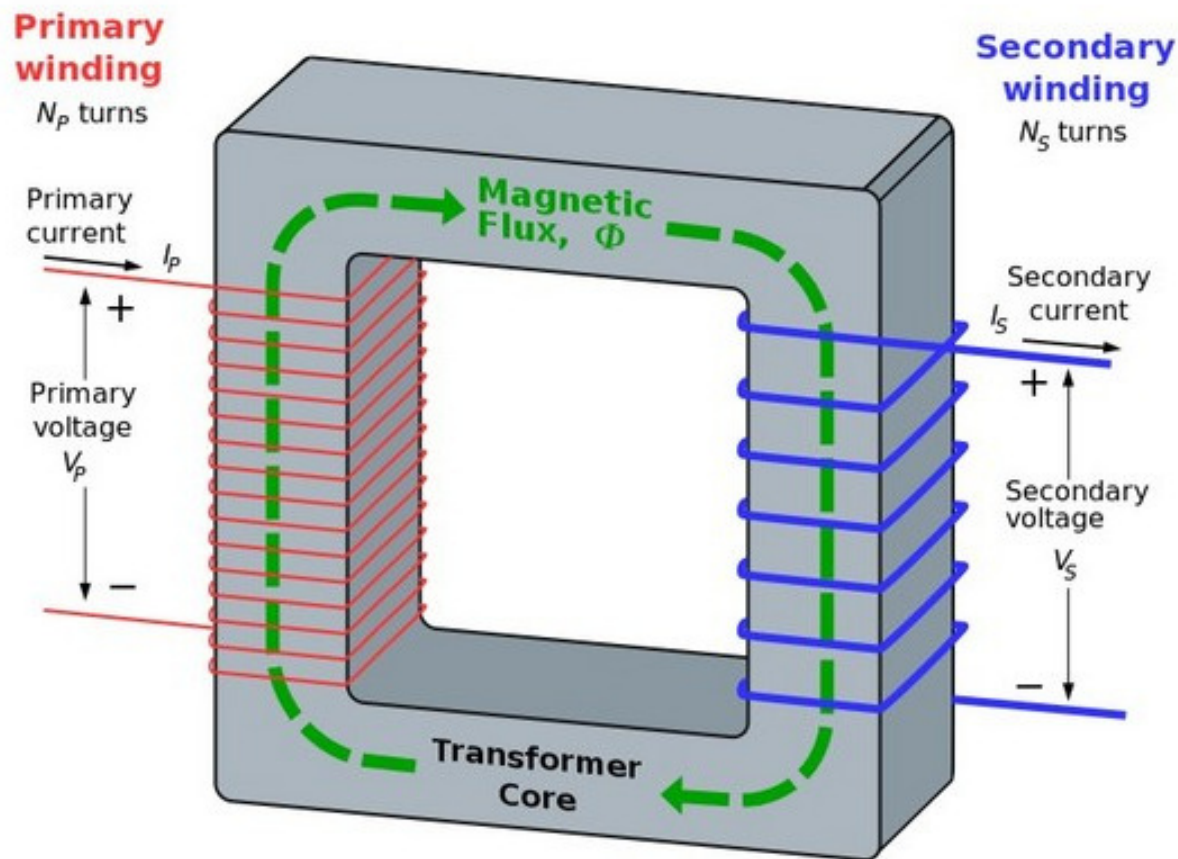
当 $L_1, M, L_2 \rightarrow \infty$, L_1/L_2 比值不变 (磁导率 $\mu \rightarrow \infty$) , 则有

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = -\frac{1}{n} \dot{I}_2 \end{cases}$$



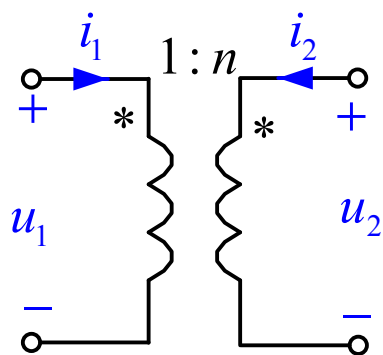
理想变压器的元件特性

理想变压器的电路模型

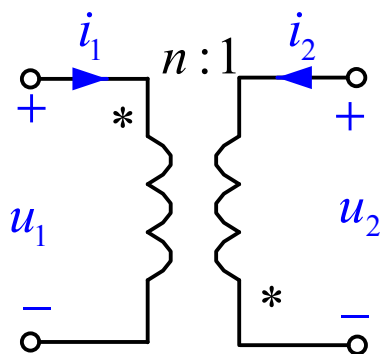


- 接电压源的线圈称为：一次绕组，接负载的线圈称为二次绕组。
- 一次二次绕组匝数比 n
- 一次、二次绕组电压与电流。

13.5 理想变压器



$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{1}{n} \quad \frac{i_1}{i_2} = -\frac{n}{1}$$



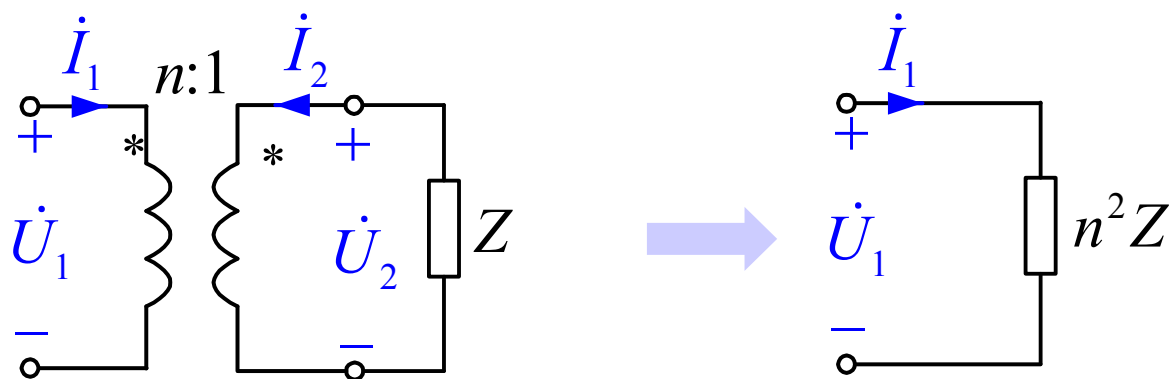
$$\frac{u_1}{u_2} = -n \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{n}$$

- 一次绕组电压和二次绕组电压的正极性均在同名端，则电压比等于匝数比。
- 一次绕组电流和二次绕组电流均为流入同名端时，电流比等于匝数比倒数的负值。

13.5 理想变压器

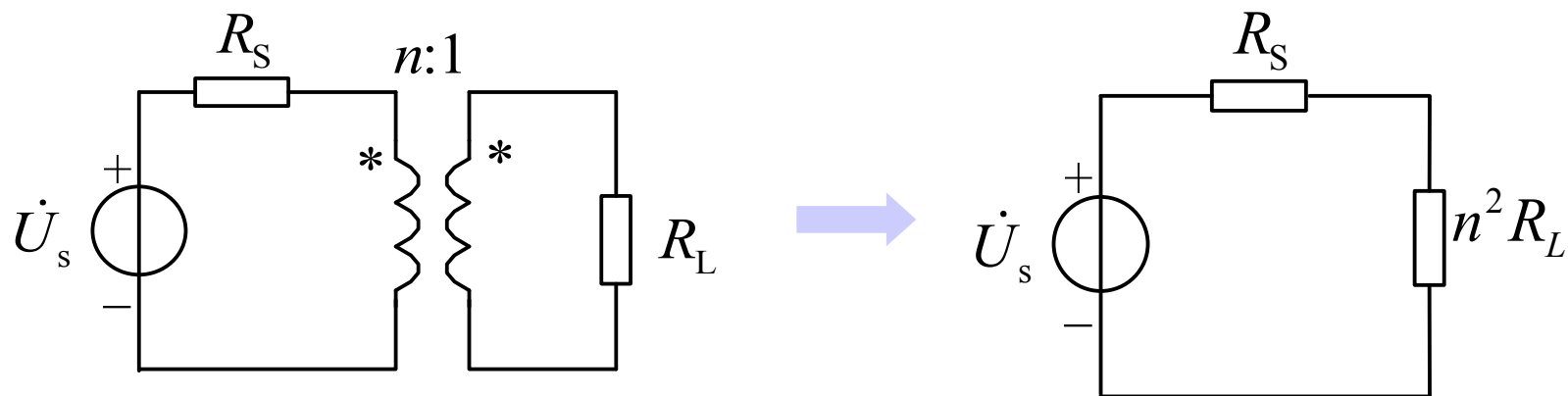
理想变压器的性质：

(a) 阻抗变换性质



$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{n\dot{U}_2}{-1/n\dot{I}_2} = n^2 \left(-\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right) = n^2 Z$$

【例1】 已知电源内阻 $R_S=1\text{k}\Omega$ ，负载电阻 $R_L=10\Omega$ 。为使 R_L 上获得最大功率，求理想变压器的变比 n 。



当 $n^2 R_L = R_S$ 时匹配，即

$$10n^2 = 1000$$

$$\therefore n^2 = 100, \quad n = 10.$$

(b) 功率性质:

理想变压器的特性方程为代数关系, 因此无记忆作用。



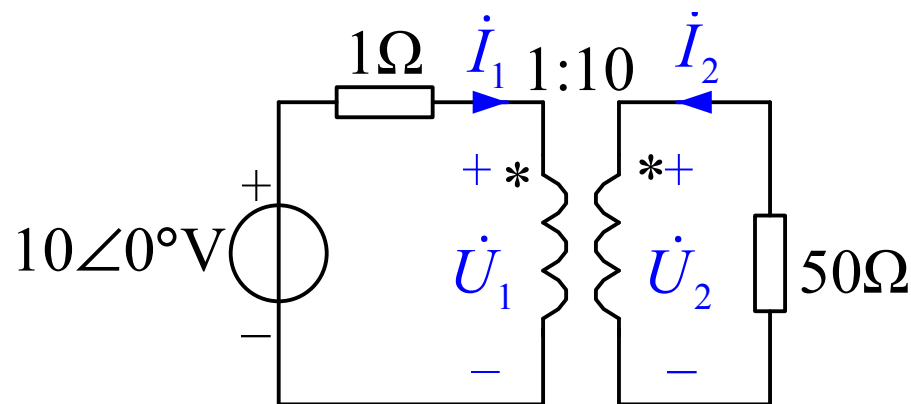
$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = u_1 i_1 + \frac{1}{n} u_1 \times (-n i_1) = 0$$

由此可以看出, 理想变压器既不储能, 也不耗能, 在电路中只起传递信号和能量的作用。

【例2】.求 \dot{U}_2 .

方法1：列方程

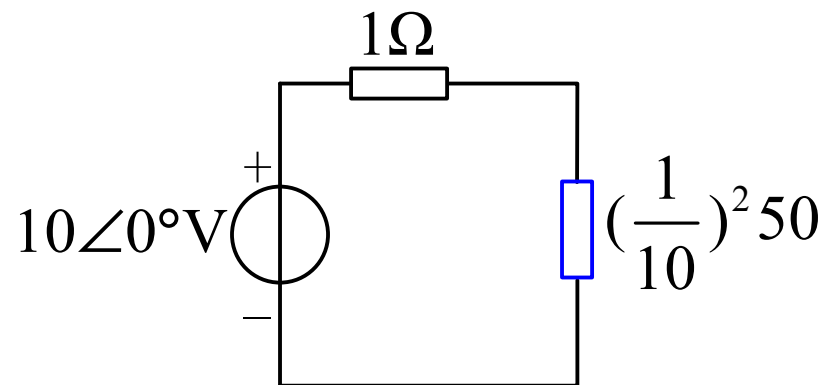
$$\begin{cases} 1 \times \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = 10 \angle 0^\circ \\ 50 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0 \\ \dot{U}_1 = \frac{1}{10} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = -10 \dot{I}_2 \end{cases} \quad \dot{U}_2 = 33.33 \angle 0^\circ \text{ V}$$



方法2：阻抗变换

$$\dot{U}_1 = \frac{10 \angle 0^\circ}{1 + 1/2} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{3} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= n \dot{U}_1 = 10 \dot{U}_1 \\ &= 33.33 \angle 0^\circ \text{ V} \end{aligned}$$



【例2】求 \dot{U}_2 .

方法3：戴维南等效

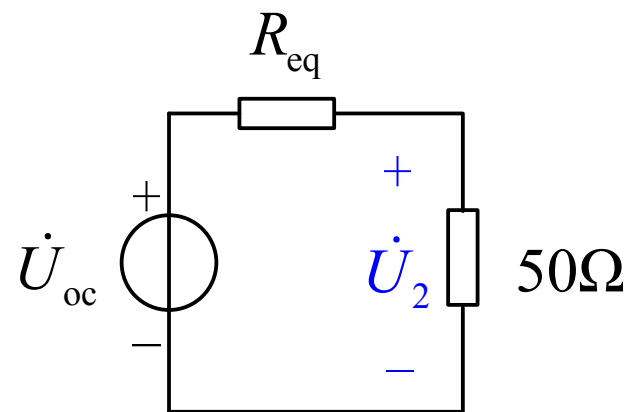
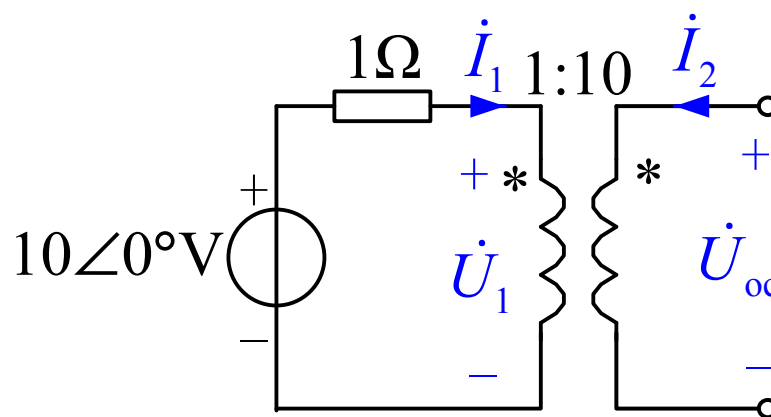
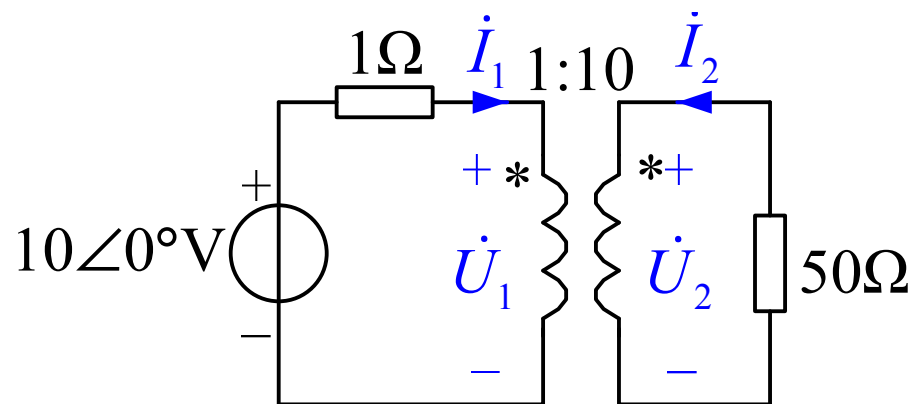
求 \dot{U}_{oc} ：

$$\dot{U}_{oc} = \dot{U}_2 = 10\dot{U}_1 = 100\angle 0^\circ \text{V}$$

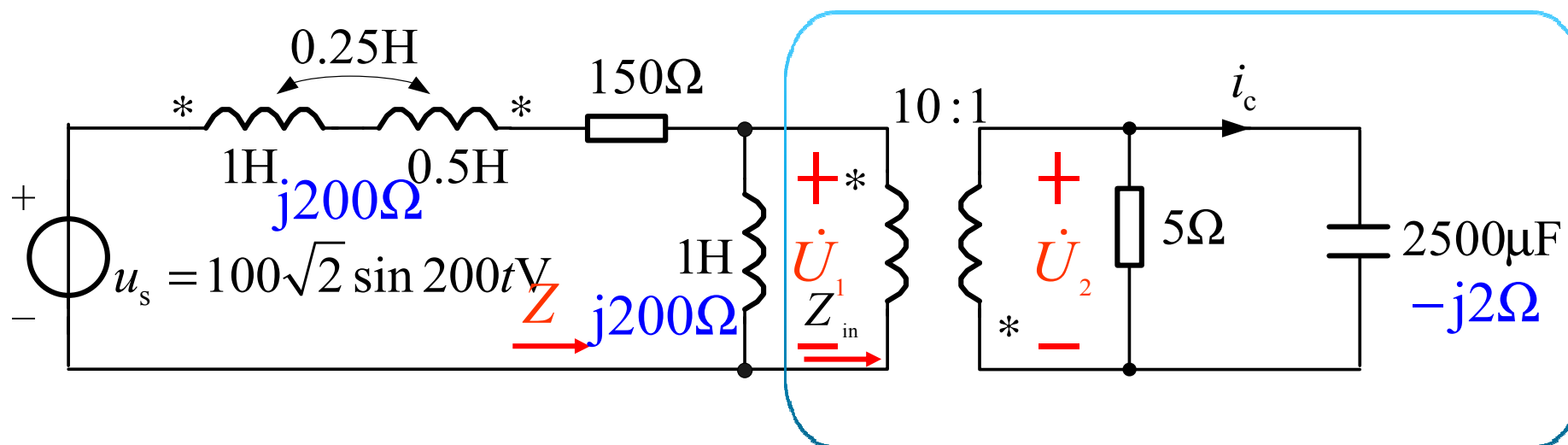
求 R_{eq} ：

$$R_{eq} = 10^2 \times 1 = 100\Omega$$

$$\dot{U}_2 = \frac{100\angle 0^\circ}{100 + 50} \times 50 = 33.33\angle 0^\circ \text{V}$$



【例】：计算 i_C .



$$Z_{in} = n^2 Z_L = 10^2 (5 // -j2)$$

$$Z = j200 // Z_{in} = j200 // 10^2 (5 // -j2) = 500 \Omega$$

$$\dot{U}_1 = \frac{Z}{150 + j200 + Z} \times 100 \angle 0^\circ$$

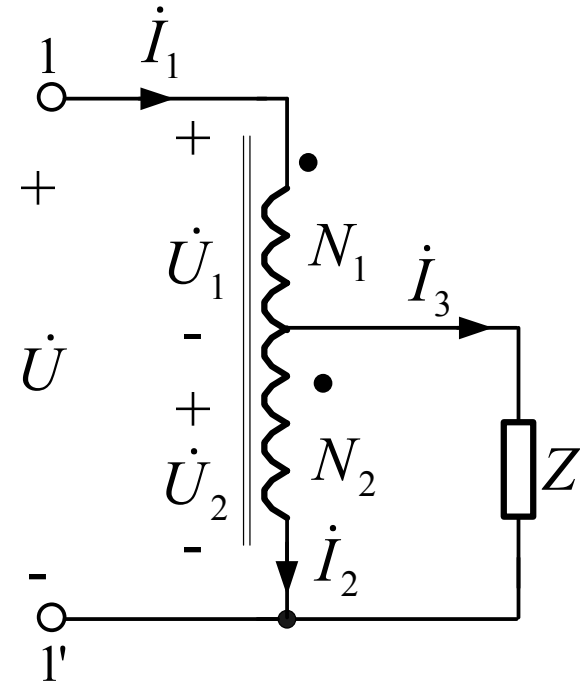
$$\dot{U}_2 = -\frac{\dot{U}_1}{10} \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_2}{-j2} = 3.68 \angle 72.9^\circ$$

(自学) 13.5 理想变压器

Ideal autotransformers 自耦变压器

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} \longrightarrow \frac{\dot{U}}{\dot{U}_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2}$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1} \longrightarrow \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_3} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 - \dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$



- 自耦变压器: 闭合铁心上**只有一个线圈**，中间接出一个抽头。
或者**两个线圈**，串联起来作为一次或二次绕组。
- 广泛应用于电力系统，体积小，重量轻，但是不能电气隔离电源回路和负载回路。
- 自耦变压器的电压比、电流比与理想单相变压器一样。

【例3】 计算负载的最大功率。

变压器方程: $\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = -3 \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{1}{3}$

负载阻抗断开时:

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{1}{3} \rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = 0$$

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 = -3\dot{U}_2 + \dot{U}_2 = 480$$

$$\dot{U}_{2oc} = \dot{U}_2 = -240\angle 0^\circ$$

负载阻抗短接时:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = -3 \rightarrow \dot{U}_1 = \dot{U}_2 = 0$$

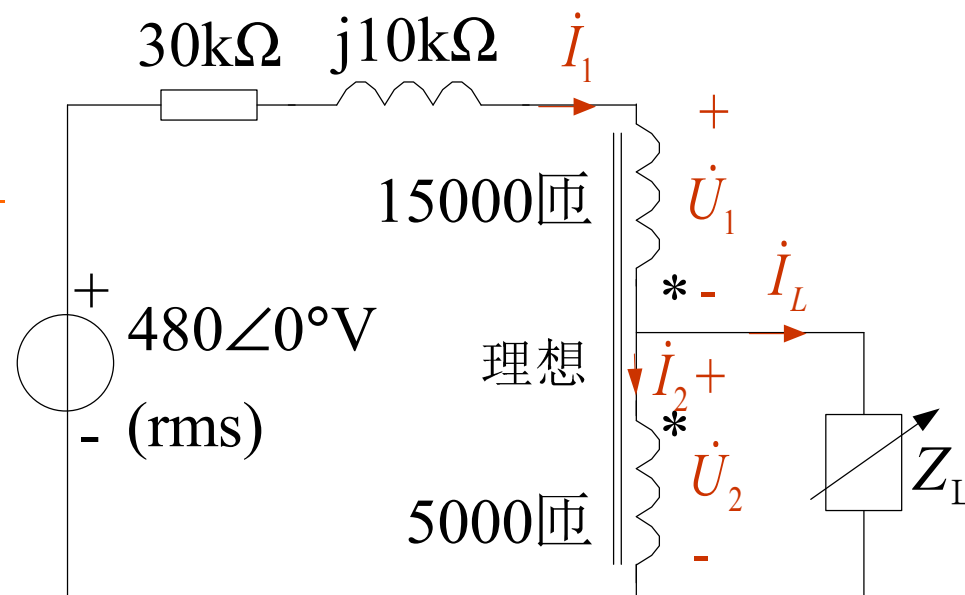
$$\dot{I}_1 = \frac{480}{30 + j10} = 14.4 - j4.8$$

$$\dot{I}_2 = 3\dot{I}_1$$

$$\dot{I}_{Lsc} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = -2\dot{I}_1 = -28.8 + j9.6$$

2023/4/13

电路理论



$$Z_{eq} = \frac{\dot{U}_{2oc}}{\dot{I}_{Lsc}} = (7.5 + j2.5) \text{ k}\Omega$$

$$Z_L = (7.5 - j2.5) \text{ k}\Omega$$

$$P_{L\max} = \frac{240^2}{4 \times 7.5} = 3.072 \text{ W}$$

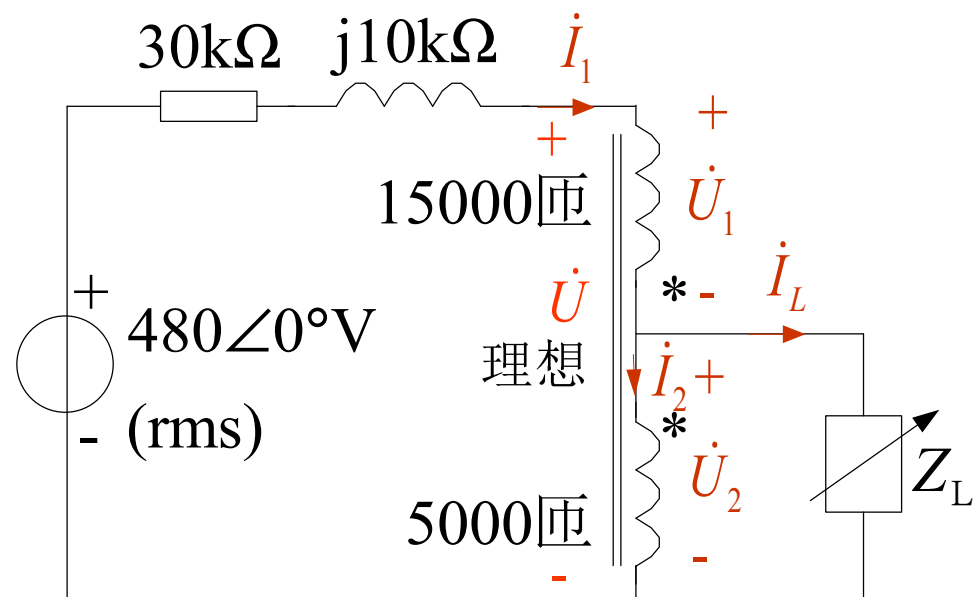
40

【练习】 计算负载的最大功率。

变压器方程: $\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = -3 \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{1}{3}$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{U}_2}{\dot{U}_2} = -2$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_L} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 - \dot{I}_2} = -\frac{1}{2}$$



负载阻抗断开时:

$$\dot{U}_{2oc} = \dot{U}_2 = \frac{1}{2}\dot{U}_1 = -240\angle 0^\circ$$

负载阻抗短接时:

$$\dot{I}_1 = \frac{480}{30 + j10} = 14.4 - j4.8$$

$$\dot{I}_{Lsc} = -2\dot{I}_1 = -28.8 + j9.6$$

$$Z_{eq} = \frac{\dot{U}_{2oc}}{\dot{I}_{Lsc}} = (7.5 + j2.5) \text{ k}\Omega$$

$$Z_L = (7.5 - j2.5) \text{ k}\Omega$$

$$P_{L_{\max}} = \frac{240^2}{4 \times 7.5} = 3.072 \text{ W}$$

计划学时：4学时；课后学习12学时

作业：

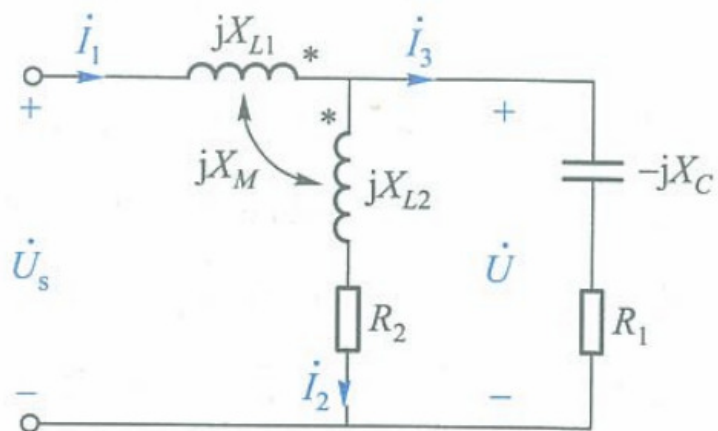
13-6, 13-9 耦合电感

13-15 线性变压器

13-20 理想变压器

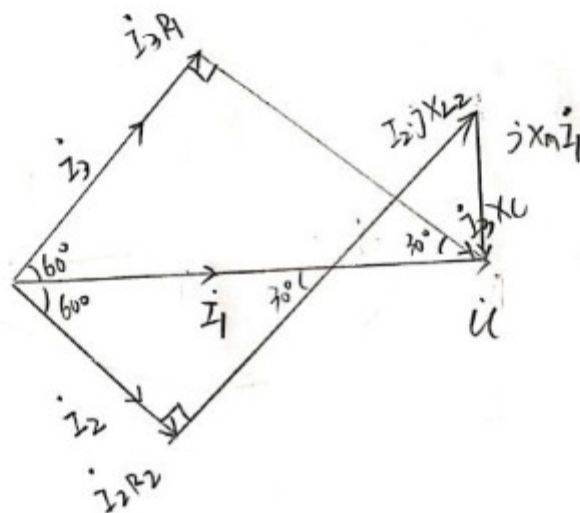
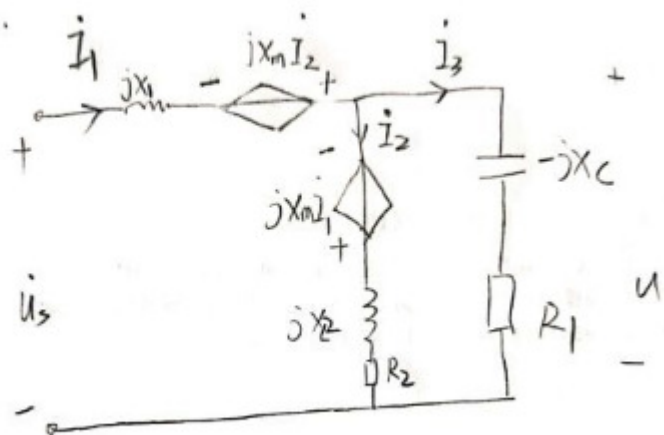
13-29综合（用到了14章知识，提示谐振的概念）

13-29 图示稳态电路中, $R_1 = 2R_2 = R$, $I_1 = I_2 = I_3$, $U = 40V$, 电路吸收的功率为 $60W$, 且电路的并联部分处于谐振状态。求参数 X_{L2} , X_M 的值。



题 13-29 图

13-29.



$$\dot{U} = R_1 \dot{I}_3 + (-jX_C) \dot{I}_3$$

$$= -jX_M \dot{I}_1 + jX_{L2} \dot{I}_2 + R_2 \dot{I}_2$$