

大学物理（一）

任课老师：蔡林
cailin@hust.edu.cn

● 麦克斯韦速率分布律

则：

$$0 \xrightarrow{\quad \quad \quad} \begin{array}{c} dN \\ \nu \quad \nu+d\nu \end{array} \xrightarrow{\quad} \nu$$

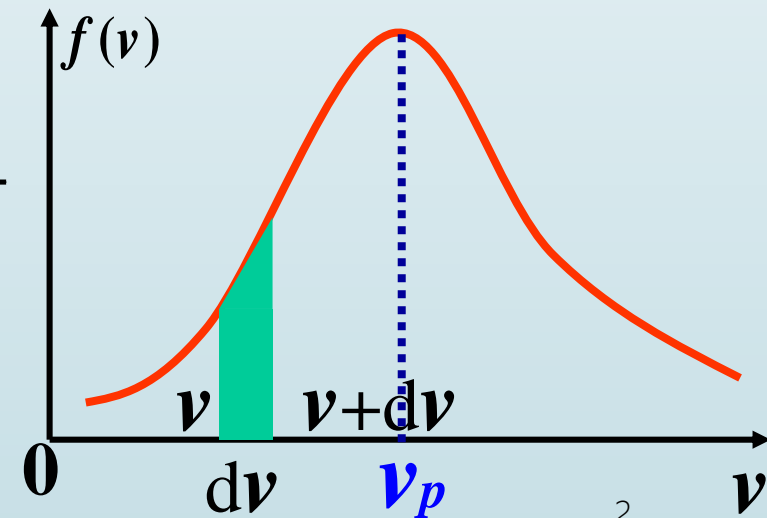
对处在温度为 T 的平衡态下的理想气体, 如果在 $\nu \sim \nu+d\nu$ 的速率区间 $d\nu$ 内有 dN 个分子,

$$\frac{dN}{N} = f(\nu) \cdot d\nu = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m\nu^2}{2kT}} \cdot \nu^2 \cdot d\nu$$

$$\int_0^{\infty} f(\nu) d\nu = 1$$

$$\nu_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} < \bar{\nu} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} < \sqrt{\overline{\nu^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

(有什么含义吗?)



例：试计算，气体分子热运动的速率介于 $v_p - \frac{v_p}{100}$ 和 $v_p + \frac{v_p}{100}$ 之间的分子数占总分子数的百分比。

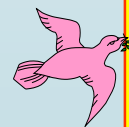
解：根据麦克斯韦速率分布律，在区间 $v \rightarrow v+dv$ 范围内的分子数占总分子数的比例为：

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2 \cdot dv$$

$$\begin{cases} v = v_p - \frac{v_p}{100} = \frac{99}{100} v_p \\ \Delta v = \left(v_p + \frac{v_p}{100} \right) - \left(v_p - \frac{v_p}{100} \right) = \frac{v_p}{50} \\ v_p = \sqrt{2kT / m} \end{cases}$$

代入上式得：

$$\frac{\Delta N}{N} = 1.66\%$$



$$\frac{dN}{N} = f(v) \cdot dv$$

例：某系统有 N 个粒子，其速率分布函数为：

$$\begin{cases} f(v) = \frac{dN}{Ndv} = C & (v_0 \geq v \geq 0) \\ f(v) = 0 & (v > v_0) \end{cases}$$

求：(1) 速率分布曲线；(2) 由 v_0 求常数 C ；
(3) 求粒子的平均速率。

(3)的答案是(B)

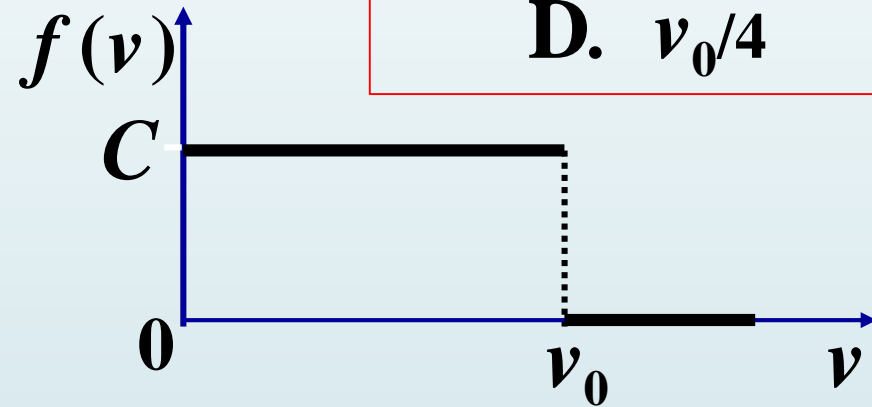
A. v_0

B. $v_0/2$

C. $v_0/3$

D. $v_0/4$

解：(1) 速率分布曲线见右图



(2) 由归一化条件：

$$\int_0^{v_0} f(v) dv = 1$$

$$\int_0^{v_0} C dv = 1 \longrightarrow C v_0 = 1 \longrightarrow C = \frac{1}{v_0}$$

(3) 平均速率：

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \int_0^{v_0} v \frac{1}{v_0} dv = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{v_0^2}{2} = \frac{1}{2} v_0$$

四、能量均分定理、理想气体的内能

1. 自由度:

决定一物体在空间的位置所需要的独立坐标数
——物体的自由度（通常用 i 表示）

在直角坐标系中:

1) 确定一质点位置: (x, y, z) 需要3个独立坐标数

即: 自由度为3 ——称平动自由度 $t = 3$

例单原子分子: 氦 (He)、氖 (Ne) $i = t = 3$

2) 确定一直线的位置:

确定线上一个点, 需 $t = 3$ 个平动自由度

确定线的方位, 还需 (α, β, γ) 3个角度

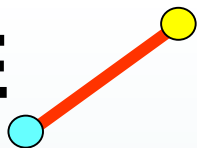
$\because \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ 故转动自由度 $r = 2$

故, 一直线的自由度为: $i = t + r = 3 + 2 = 5$

双原子分子:

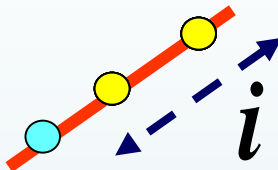
H_2 、 O_2 、 CO ...

刚性



$$i = 3 + 2 = 5$$

非刚性



$$i = t + r + s = 3 + 2 + 1 = 6$$

振动

3) 确定一刚体的位置

确定刚体一轴线要5个自由度: $t = 3$ 、 $r = 2$

确定刚体绕轴转动加一个自由度: $r = 1$

所以, 刚体的自由度数:

$$i = t + r = 3 + 3 = 6$$

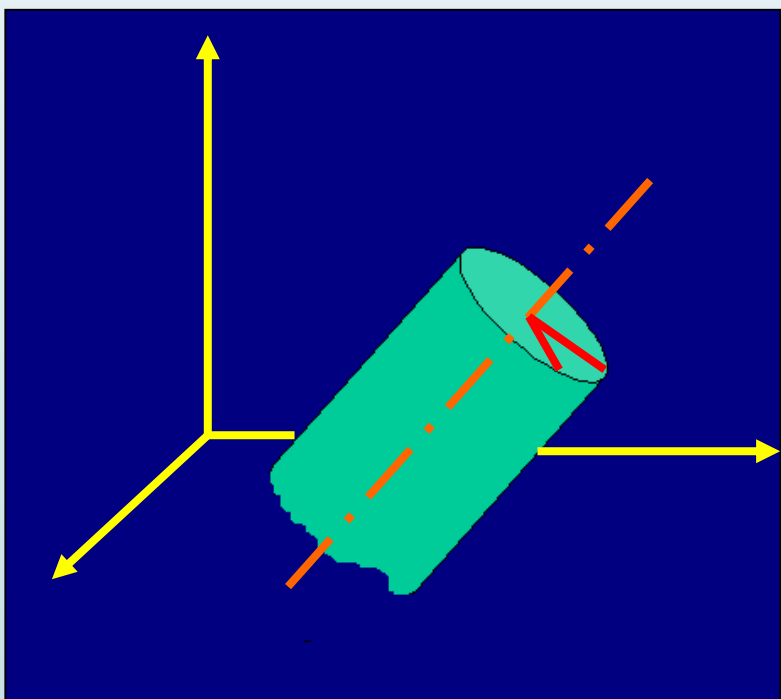
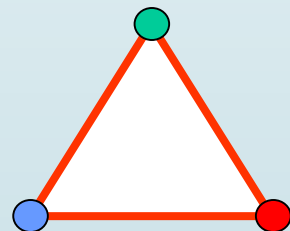
三原子分子: H_2O ...

刚性:

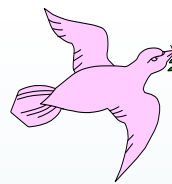
$$i = t + r = 3 + 3 = 6$$

非刚性:

$$i = t + r + s = 3 + 3 + 3 = 9$$



2. 能量按自由度均分原理



$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

1) 分子平均平动动能 $\overline{\varepsilon_t}$

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

按自由度均分

$$\frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) = \frac{1}{3} \overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} kT$$

每个自由度上都得到相同的平均平动动能：
(这是分子无规则运动中不断碰撞的结果)

$$\frac{1}{2} kT$$

2) 分子平均动能 $\overline{\varepsilon_t}$ 按自由度均分的推广：


在一定温度 T 的平衡态下，所有物质的分子在每个自由度上（平动、转动、振动）都有一份相同的平均动能，其值为： $\frac{1}{2} kT$

能量均分定理

具有 i 个自由度的分子，其总平均动能：

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{i}{2} kT$$

具有*i* 个自由度的分子，其总平均动能：


$$\overline{\epsilon_k} = \frac{i}{2} kT$$

例：刚性双原子分子， $i = t + r = 5$

分子总平均动能为： $\overline{\epsilon_k} = \frac{5}{2} kT$

刚性三原子分子， $i = t + r = 6$

分子总平均动能为： $\overline{\epsilon_k} = \frac{6}{2} kT$

分子平均动能的总和一般形式为：

$$\overline{\epsilon_k} = \frac{i}{2} kT = \frac{t + r + s}{2} kT$$

动能按自由度均分的原理体现的是统计规律。

3. 理想气体的内能

一般气体的内能

{ 分子平均动能的总和（平动、转动、振动）
原子间振动平均势能的总和
分子间相互作用的势能总和

理想气体的内能:

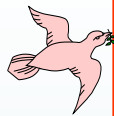
{ 分子平均动能的总和: $\bar{\epsilon}_k = \frac{t+r+s}{2} kT$
原子间振动平均势能的总和: $\bar{\epsilon}_p = \frac{s}{2} kT$

把分子的总自由度看成:

$$i = t + r + 2s \quad (\text{对于非刚性分子 } s \text{ 才不为零})$$

所以, 一个分子的平均总内能为:

$$E = \frac{i}{2} kT = \frac{t+r+2s}{2} kT \longrightarrow \text{能量按“自由度”均分}$$



$$E = \frac{i}{2} kT$$

—— 一个理想气体分子的内能

$$k = \frac{R}{N_A}$$

1摩尔理想气体的内能为: $E_{N_A} = N_A \cdot \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT$

ν 摩尔理想气体的内能为: $E = \frac{i}{2} \nu RT$

若是 { 单原子分子气体: $E = \frac{3}{2} \nu RT$

双原子分子 { 刚性: $E = \frac{t+r}{2} \nu RT = \frac{5}{2} \nu RT$

非刚性: $E = \frac{t+r+2s}{2} \nu RT = \frac{7}{2} \nu RT$

可见:

一定质量的某种理想气体的内能, 只取决于分子的自由度 i 和气体的温度 T , 与气体的体积、压强无关。

即: 理想气体的内能是温度的单值函数。

例：一个能量为 10^{12}eV 的宇宙射线粒子射入氖管中，氖管中含有氖气 0.01mol ，如果宇宙射线粒子的能量全部被氖气分子所吸收而变为热运动能量，氖气温度能升高几度？

解：将氖管中含有的氖气视为理想气体。

$$\because E = \frac{i}{2} \nu R T \quad \therefore \Delta E = \frac{i}{2} \nu R \Delta T \quad \boxed{E = \frac{i}{2} \nu R T}$$

$$\Delta T = \frac{2\Delta E}{i \nu R}$$

$$= \frac{2\Delta E}{3\nu R} = \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-7}}{3 \times 0.01 \times 8.31} = 1.28 \times 10^{-6} \text{K}$$

例：一篮球充气后，其中有氮气8.5g。温度为17°C，在空气中以65km/h的高速飞行。求：

- (1) 一个氮分子（设为刚性分子）的热运动平均平动动能、平均转动动能和平均总动能；
- (2) 球内氮气的内能；
- (3) 球内氮气的轨道动能。

解：(1)
$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{i}{2} kT = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 17) = 6.00 \times 10^{-21} \text{ J}$$
$$\overline{\varepsilon_r} = \frac{2}{2} kT = 1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 17) = 4.00 \times 10^{-21} \text{ J}$$
$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{5}{2} kT = 10.00 \times 10^{-21} \text{ J}$$

(2)
$$E = \frac{m}{M} \times \frac{5}{2} RT = \frac{8.5 \times 10^{-3} \times 5 \times 8.31 \times 290}{28 \times 10^{-3} \times 2} = 1.83 \times 10^3 \text{ J}$$

(3)
$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 8.5 \times 10^{-3} \times \left(\frac{65 \times 10^3}{3600} \right)^2 = 1.39 \text{ J}$$

例：容器内有11.00kg二氧化碳和2.00kg氢气（均视为刚性分子气体）。已知混合气体的内能为 $8.10 \times 10^6 \text{J}$ 。求（1）混合气体的温度；（2）两种气体分子各自的平均动能。

解：（1）混合气体的内能 $E = \frac{i_1}{2} \frac{m_1}{M_1} RT + \frac{i_2}{2} \frac{m_2}{M_2} RT$

$$T = \frac{2E}{\frac{m_1}{M_1} i_1 R + \frac{m_2}{M_2} i_2 R}$$

$$M_1 = 44.0 \times 10^{-3} \text{ kg / mol,}$$

$$M_2 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg / mol}$$

$$i_1 = 6 \quad i_2 = 5$$

$$= \frac{2 \times 8.10 \times 10^6}{\left(\frac{11}{44} \times 6 + \frac{2}{2} \times 5\right) \times 10^3 \times 8.31} \approx 300 \text{K}$$

例：容器内有11.00kg二氧化碳和2.00kg氢气（均视为刚性分子气体）。已知混合气体的内能为 $8.10 \times 10^6 \text{J}$ 。求（1）混合气体的温度；（2）两种气体分子各自的平均动能。

解：(2) $\bar{\varepsilon}_{k,1} = \frac{6}{2} kT = 3kT$

$$= 3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$$

$$= 1.24 \times 10^{-20} \text{J}$$

$$\bar{\varepsilon}_{k,2} = \frac{5}{2} kT = \frac{5}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$$

$$= 1.04 \times 10^{-20} \text{J}$$

五、玻尔兹曼能量分布律

玻尔兹曼（Ludwig Boltzmann, 1844—1906），**奥地利**著名物理学家。1876年任维也纳物理研究所所长，他用毕生精力研究分子运动论，是**统计物理学的创始人**之一。

1866年，年轻的玻尔兹曼刚从维也纳大学毕业，正好这时麦克斯韦发表分子速度分布律不久，引起了玻尔兹曼的极大兴趣，但他感到麦克斯韦的推导不能令人满意，于是就开始**研究分子运动论**。

1868年玻尔兹曼发表了题为《运动质点活力平衡的研究》的论文。他明确指出，研究分子运动论必须引进统计学，并证明，不仅单原子气体分子遵守麦克斯韦速度分布律，而且多原子分子以及凡是可以看成质点系的分子在平衡态中都遵从麦克斯韦速度分布律。

1871年，玻尔兹曼又连续发表了两篇论文，**研究了气体在重力场中的平衡分布**，玻尔兹曼在他的研究中作出下列结论：

“在力场中分子分布不均匀、位能不是最小的那部分分子按指数定律分布”；“在重力作用下，分子随高度的分布满足气压公式，所以气压公式来源于分子分布的普遍规律。”所谓**气压公式**是从17世纪末以后许多人研究大气压强经验所得。**玻尔兹曼从分子运动论推导出这一结果**，对分子运动论是一个极有力的证据。

玻尔兹曼又进一步推广到任意的位场中，得到了**玻尔兹曼分布律**。这是统计物理学的重要定律之一。

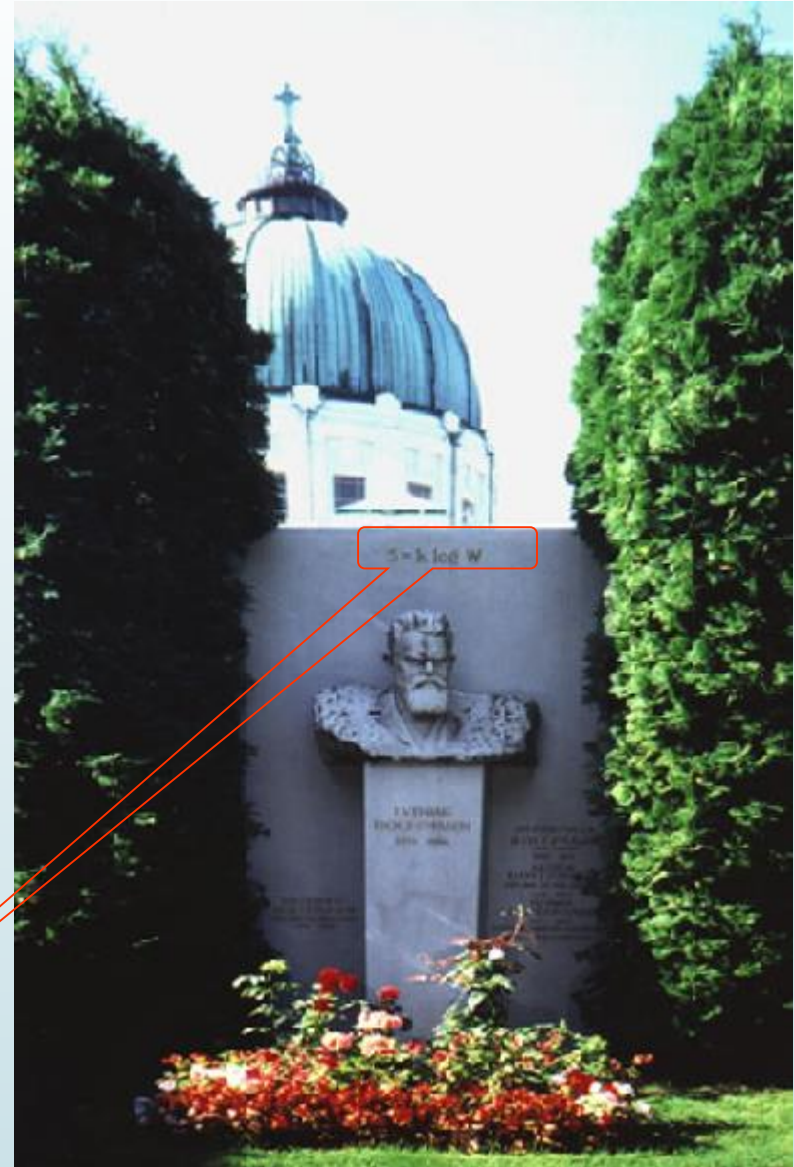


Ludwig Boltzmann
1844 — 1906



Ludwig Boltzmann
1844 —1906

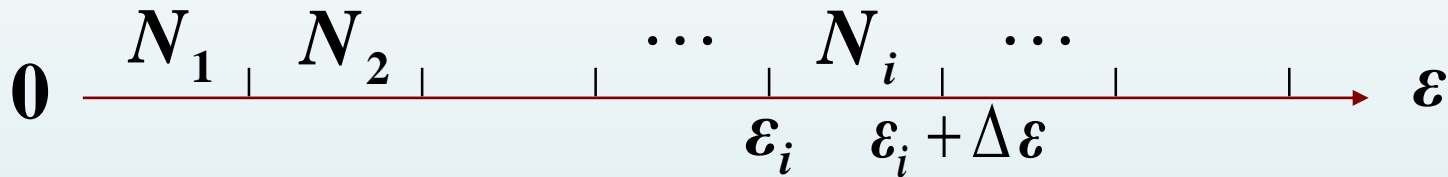
$$S = K \log W$$



玻耳兹曼能量分布定律通常称为**玻耳兹曼分布律**，是一个重要的统计规律。

下面讨论处于平衡态的理想气体。

在一定的温度下，气体分子按能量有一个确定的分布。



若在能量区间 $\varepsilon_i \sim \varepsilon_i + \Delta\varepsilon$ 内的分子数为 N_i ，总分子数为 N ，则比值 N_i/N 代表了气体分子的能量介于上述能量区间内的概率 w 。

玻耳兹曼指出，

$$w = \frac{N_i}{N} \propto e^{-\varepsilon_i / (kT)}$$

k : 玻耳兹曼常数

玻耳兹曼能量分布定律
(玻耳兹曼分布律)

$$w = \frac{N_i}{N} \propto e^{-\varepsilon_i / (kT)}$$

玻耳兹曼能量分布定律
(玻耳兹曼分布律)

1. 玻耳兹曼分布律的应用一例：理想气体分子在重力场中按位置的分布。
考虑平衡态下，在状态区间

$$v_x \rightarrow v_x + dv_x, v_y \rightarrow v_y + dv_y, v_z \rightarrow v_z + dv_z$$

$$x \rightarrow x + dx, y \rightarrow y + dy, z \rightarrow z + dz$$

内气体分子的数量。

此区间内分子的总能量为：

$$E = E_K + E_P = \frac{1}{2} m v^2 + E_P = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + E_P$$

根据玻耳兹曼分布律，上述区间内的分子数为

$$dN = C e^{-(E_k + E_p) / (kT)} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

上述状态区间内的分子数为：

$$dN = C e^{-(E_k + E_p)/(kT)} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

由此计算体积元 $dx dy dz$ 内的分子数 dN' ，

$$E_k = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

$$dN' = \left[\iiint_{-\infty}^{+\infty} C e^{-E_k/(kT)} dv_x dv_y dv_z \right] e^{-E_p/(kT)} dx dy dz$$

$$\therefore dN' = C' e^{-E_p/(kT)} dx dy dz$$

由此可得体积元 $dx dy dz$ 内的分子数密度，

$$n = \frac{dN'}{dx dy dz} = C' e^{-E_p/(kT)}$$

设 $E_p=0$ 处的分子数密度为 n_0 ，则 $C'=n_0$ ， $\therefore n = n_0 e^{-E_p/(kT)}$

E_p 处的分子数密度

$$n = n_0 e^{-E_p / (kT)}$$

$E_p = mgz$, 用 h 代替 z , 则 $E_p = mgh$, 所以在重力场中上式可写为,

$$n = n_0 e^{-mgh / (kT)}$$
 这里, m 是单个气体分子的质量.

而 $P = nkT$

故 $P = n_0 kT e^{-mgh / (kT)}$

设 $h=0$ 处的压强为 P_0 , 则 $P_0 = n_0 kT$

故 $P = P_0 e^{-mgh / (kT)}$ 每升高10米,
大气压降低约133帕。

这就是重力场中的恒温气压公式, 只有当温度不随高度变化时才严格成立。可据此制造一种高度计。

一般说来, 此公式只有在高度不超过2km时才能给出比较符合实际的结果。20

例：求重力场中气体分子密度比地面减少一半处的高度（设在此范围内重力场均匀，且温度一致）。

解：
$$n = n_0 e^{-mgh/kT}$$

根据题意：
$$n = \frac{n_0}{2}$$

$$\therefore \frac{n_0}{2} = n_0 e^{-mgh/kT}$$

$$h = \frac{kT}{mg} \ln 2 = \frac{RT}{\mu g} \ln 2$$

$$= \frac{8.31 \times 300}{29 \times 10^{-3} \times 10} \cdot \ln 2 \approx 6 \text{ km}$$

2. 理想气体在平衡态下分子按状态的概率分布

分子的运动状态由其位置矢量和速度确定。 (\vec{r}, \vec{v})

下面考虑坐标介于 $\vec{r} \sim \vec{r} + d\vec{r}$ 之间，

同时，速度介于 $\vec{v} \sim \vec{v} + d\vec{v}$ 之间的

分子数 $dN_{\vec{r}, \vec{v}}$ 占总分子数 N 的比例 w .

$$(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$$
$$w = \frac{dN_{\vec{r}, \vec{v}}}{N}$$

换言之， $dN_{\vec{r}, \vec{v}}$ 表示坐标和速度分别限制在

$$\begin{cases} x \sim x + dx, \\ y \sim y + dy, \\ z \sim z + dz, \end{cases} \quad \begin{cases} v_x \sim v_x + dv_x \\ v_y \sim v_y + dv_y \\ v_z \sim v_z + dv_z \end{cases}$$

范围内的分子数。

若只考虑分子沿x方向的运动，则理想气体分子的能量为

$$\varepsilon_{ix} = \frac{1}{2} m v_{ix}^2$$

$$w = \frac{N_i}{N} \propto e^{-\varepsilon_i / (kT)}$$

玻耳兹曼分布律

注意：对理想气体，不计分子所受的重力。

根据玻耳兹曼分布律，分子速度介于 $v_{ix} \sim v_{ix} + dv_x$ 间的概率为

$$w_x = \frac{N_{ix}}{N} \propto e^{-\varepsilon_{ix} / (kT)} = e^{-m v_{ix}^2 / (2kT)}$$

分子速度介于 $v_{ix} \sim v_{ix} + dv_x$ 之间，同时坐标介于 $x_i \sim x_i + dx$ 间的概率还应与所取的速度范围 dv_x 和坐标范围 dx 的大小成正比，

$$w_x = \frac{N_{ix}}{N} \propto e^{-m v_{ix}^2 / (2kT)} dv_x dx$$

类似地，若只考虑分子沿y方向的运动，

分子速度介于 $v_{iy} \sim v_{iy} + dv_y$ 之间，同时坐标介于 $y_i \sim y_i + dy$ 间的概率为

$$w_y = \frac{N_{iy}}{N} \propto e^{-mv_{iy}^2/(2kT)} dv_y dy$$

只考虑分子沿z方向的运动，

分子速度介于 $v_{iz} \sim v_{iz} + dv_z$ 之间，同时坐标介于 $z_i \sim z_i + dz$ 间的概率为

$$w_z = \frac{N_{iz}}{N} \propto e^{-mv_{iz}^2/(2kT)} dv_z dz$$

由此，我们得到 $\vec{v} \sim \vec{v} + d\vec{v}$, $\vec{r} \sim \vec{r} + d\vec{r}$ 内的分子数的比率

$$\begin{aligned} w &= \frac{dN_{\vec{r}, \vec{v}}}{N} = w_x w_y w_z \\ &= A e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z dx dy dz \end{aligned}$$

$$w = \frac{dN_{\vec{r}, \vec{v}}}{N} = A e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

w 表示 $\vec{v} \sim \vec{v} + d\vec{v}$, $\vec{r} \sim \vec{r} + d\vec{r}$ 内的分子数占总分子数的比例。

对单个分子, w 表示它处于这个状态区间的概率。

上式即是理想气体在平衡态下分子按状态的概率分布。

式中的比例系数 A 由下式决定,

$$\int_N \frac{dN_{\vec{r}, \vec{v}}}{N} = 1 \quad (\text{归一化条件})$$

$$\text{即} \quad A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z dx dy dz = 1$$

式中对所有速度和所有坐标积分。可得,

$$A = \frac{1}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \quad \text{其中, } V \text{是系统体积。}$$

于是，理想气体在平衡态下分子按状态的概率分布可写为

$$w = \frac{dN_{\vec{r}, \vec{v}}}{N} = \frac{1}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

3. 理想气体的麦克斯韦速度分布函数

如果我们不管分子在容器中的空间位置如何，而只考虑 N 个分子按速度的分布，这样得到的规律称为**麦克斯韦速度分布律**。将上式对系统占有的总体积积分，得到

$$\frac{dN_{\vec{v}}}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z$$

式中，

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)}$$

称为麦克斯韦速度分布函数。

麦克斯韦速度分布律

$$\frac{dN_{\vec{v}}}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z$$

它表示速度介于 $\vec{v} \sim \vec{v} + d\vec{v}$ 内的分子数占总分子数的比率；
对每个分子而言，该比值表示其速度处于上述范围内的概率。

根据麦克斯韦速度分布律，可以得到麦克斯韦速率分布律。

如果即不管分子在容器中的空间位置如何，也不论分子速度的方向如何。只考虑 N 个分子按速率的分布，这样得到的规律称为麦克斯韦速率分布律。

考虑到对理想气体的统计假设：分子速度沿各个方向的可能性都一样，或分子速度按方向均匀分布。所以，分子速率介于 v 到 $v+dv$ 范围内的分子数即为分子速度矢量端点位于速度空间内半径为 v 厚度为 dv 的球壳内的分子数。

麦克斯韦速度分布律

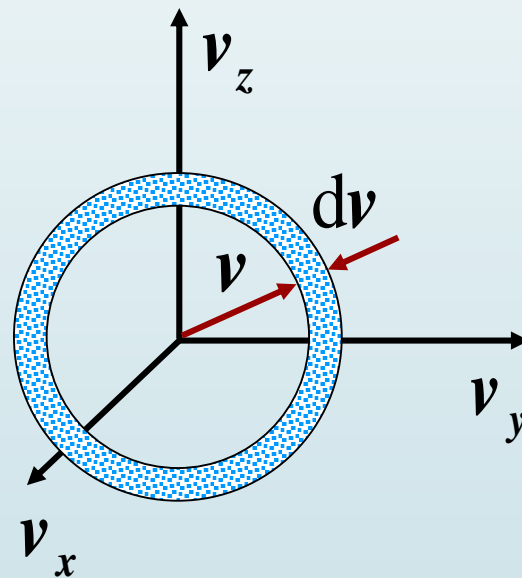
$$\frac{dN_{\vec{v}}}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z$$

分子速率介于 v 到 $v+dv$ 范围内的分子数即为分子速度矢量端点位于速度空间半径为 v 厚度为 dv 的球壳内的分子数。

将上式中的 $dv_x dv_y dv_z$ 代之以 $4\pi v^2 dv$ ，则

$$\frac{dN_v}{N} = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/(2kT)} dv$$

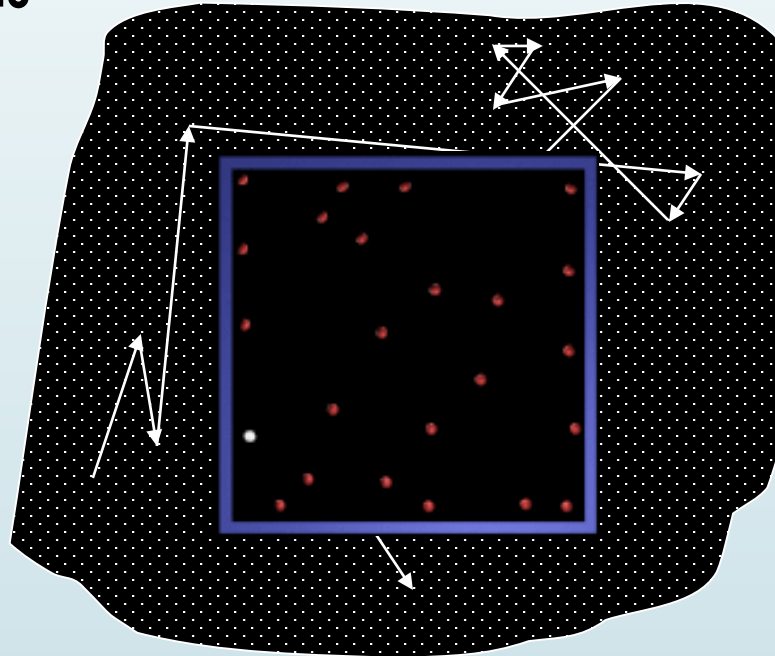
此即麦克斯韦速率分布律。



六. 偏离平衡态

平均自由程 $\bar{\lambda}$

一个分子在连续两次碰撞之间经历的自由通过的平均路程。



气体分子自由程是不断变化的

平均碰撞频率 \bar{Z}

一个分子单位时间里受到的平均碰撞次数。

可以证明：

平均自由程：	$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$	}	d ：	分子有效直径
			n ：	分子数密度
			\bar{v} ：	平均速率
平均碰撞频率：	$\bar{Z} = \sqrt{2}n\pi d^2 \bar{v}$		P ：	压强
			T ：	温度



$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

$$\bar{Z} = \sqrt{2}n\pi d^2 \bar{v}$$

对空气分子： $d \sim 3.5 \times 10^{-10} \text{ m}$

标准状态下： $\bar{Z} \sim 6.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\bar{\lambda} \sim 6.9 \times 10^{-7} \text{ m}$

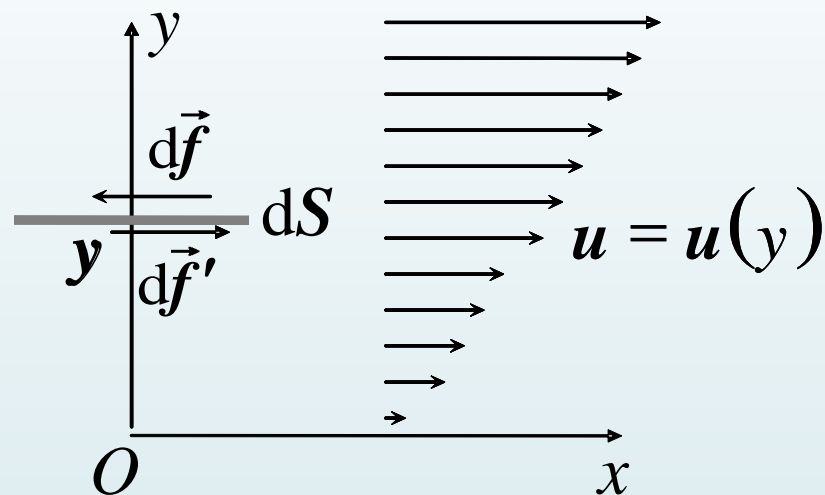
由此可以看到：

气体分子永不停息地运动着，平均来讲，分子每行进千万分之一米左右这样短的路程，就要同其它分子发生碰撞。在一秒钟内，一个分子和其它分子的平均碰撞次数竟可达到几十亿次之多！这表明气体分子的运动是永不停息的、极其不规则的。

1. 内摩擦（粘滞现象）

$$\text{粘滞力 } df = -\eta \left(\frac{du}{dy} \right) dS$$

$\eta > 0$ ，叫**粘滞系数**或**粘度**



由气体动理论可得：

$$\eta = \frac{1}{3} nm \bar{v} \bar{\lambda}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

2. 热传导

对于处于非平衡态的系统，不能用温度来描述它的状态；如果系统整体上处于非平衡态，但各个微小局部和平衡态差别不大，在这种情况下也往往以不同的温度来描述各个局部的状态。

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dy} dS dt$$

$\kappa > 0$ ，称为**热导率**

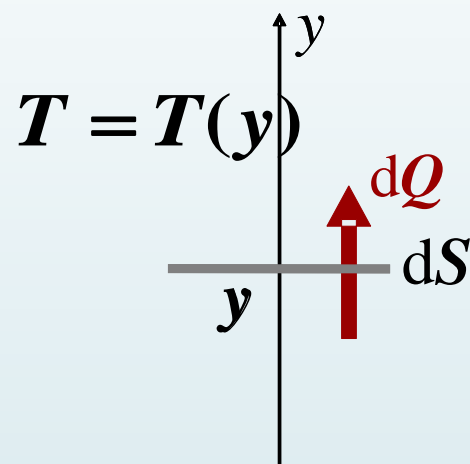
可以证明：

$$\kappa = \frac{1}{3} nm \bar{v} \bar{\lambda} \frac{C_{V,m}}{M}$$

M ：气体摩尔质量

$C_{V,M}$ ：气体的摩尔定容热容。

即：1摩尔的气体在体积保持不变时，温度升高1K所吸收的热量。



$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

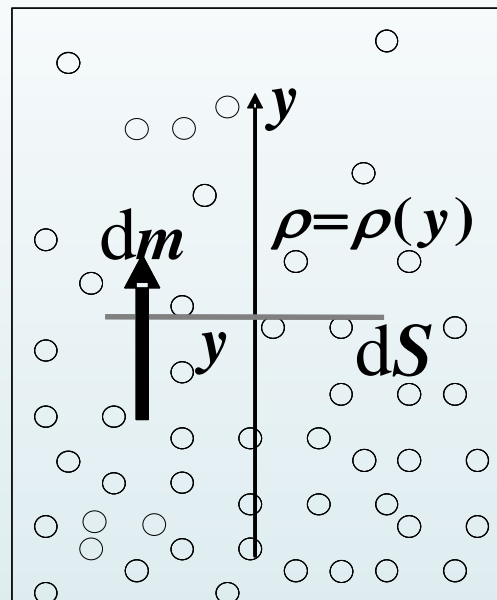
3. 气体的扩散

$$dm = -D \frac{d\rho}{dy} dS dt$$

D 为扩散系数

根据气体动理论可导出：

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$$



$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

