大学物理

University Physics

华 中 科 技 大 学 物 理 学 院

王 宁

ningwang@hust.edu.cn

回顾：

- **电磁感应现象**

只要穿过闭合导体回路的磁通量发生变化回路中就产生感应电流

- **电源电动势**

(1) 电动势的大小：

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_{非} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

(2) 电动势的方向：

为了电路中计算的方便，通常将电源内的电流方向称为电动势的方向

- **电磁感应定律**

实质是产生感应电动势

感应电动势的大小与通过回路的磁通量的变化率成正比

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$$

- **感应电动势分为两类**

(1) 动生电动势

(2) 感生电动势

- **电磁感应电动势方向判断**

（1）根据定义式判断；

“－”表示感应电动势的方向，其相对于约定的回路绕行方向而言

（2）楞次定律

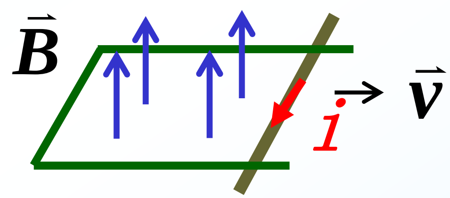
闭合回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。

第 2 节　感应电动势

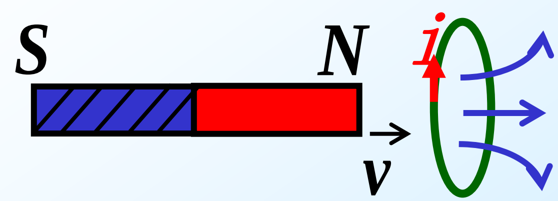
- 分析产生感应电动势的物理现象

- 感应电动势可分为以下两类

感应电动势
- 动生电动势 ← 回路（S，θ）变，$\vec{B}$不变



- 感生电动势 ← $\vec{B}$变，回路（S，θ）不变



- 产生感应电动势的原因？
- 涉及到的概念：电流、电源、电动势

感应电动势

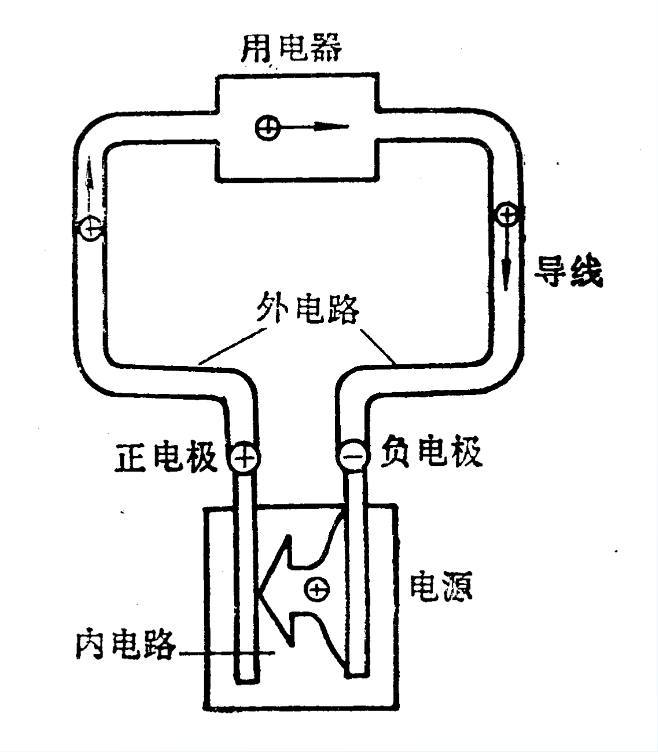
- 把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极时，非静电力所做的功

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l}$$

与外电路是否接通无关，

闭合回路，定义为

$$\varepsilon = \oint \vec{K} \cdot d\vec{l}$$



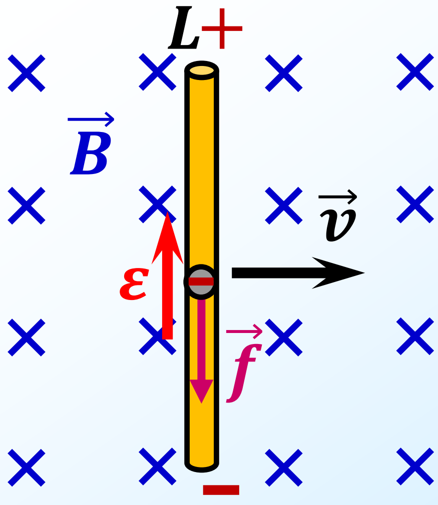
电动势是反映电源性能的，是衡量电源内部非静电力大小的物理量

动生电动势

当磁场不随时间变化时，导体在磁场中运动所产生的感应电动势成为动生电动势。

导线 L 在外磁场中运动时，L 内自由电子受到磁场力作用：

$$\vec{f}_{洛}=-e(\vec{v}\times\vec{B})$$



定义非静电场：

$$\vec{E}_k=\frac{\vec{f}_{洛}}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}\begin{cases}\text{大小：}\left|\vec{E}_k\right|=vB\sin\theta\\ \text{方向：}\vec{v}\times\vec{B}\text{，正电荷受力方向。}\end{cases}$$

动生电动势

$$\boxed{\varepsilon_i=\int_L\vec{E}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}}$$

动生电动势

- 动生电动势只产生于在磁场中运动的导体上。若导体是闭合导体回路的一部分，则在回路中产生感应电流；若不构成回路，则导体两端有一定的电势差，相当于一个开路电源。

- 在普遍情况下，一个任意形状的导体线圈L（不一定闭合）在任意恒定的磁场中运动或发生形变时，导线上各线元的速度的大小和方向都可能是不同的，这时，在整个线圈L中所产生的动生电动势为：

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}}$$

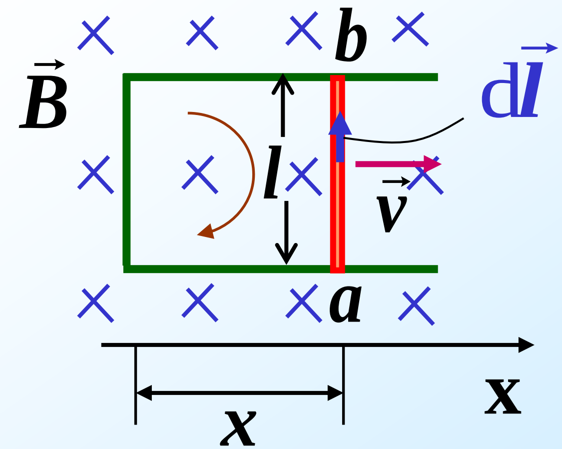
$$\boxed{\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}$$

$d\vec{l}$ ：导线上任意选定的一小段（足够短）

$\vec{v}$ ：以上这段导线的速度

$\vec{B}$ ：以上这段导线处的磁感应强度

例：均匀磁场中ab棒沿导体框向右运动，且$dB/dt=0$求其上的ε_i.



解：

$$\varepsilon_{ab}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int vBdl=vBl$$

用法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d}{dt}(\vec{B}\cdot\vec{s})=-B\frac{ds}{dt}$$

$$=-B\frac{d}{dt}(lx)=-Bl\frac{dx}{dt}=-Blv$$

方向：$a\rightarrow b$

$\varepsilon_{动}$的计算

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}}$$

第1步：　取线元 $d\vec{l}$ (同时假定了ε的方向)

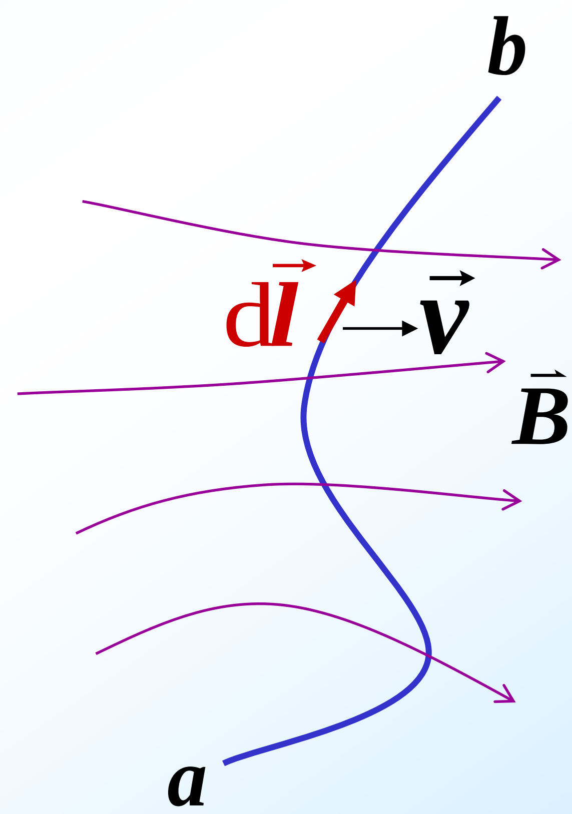
第2步：　确定线元处的磁感应强度和线元的运动速度

第3步：　计算 $\vec{v} \times \vec{B}$

第4步：　计算 $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

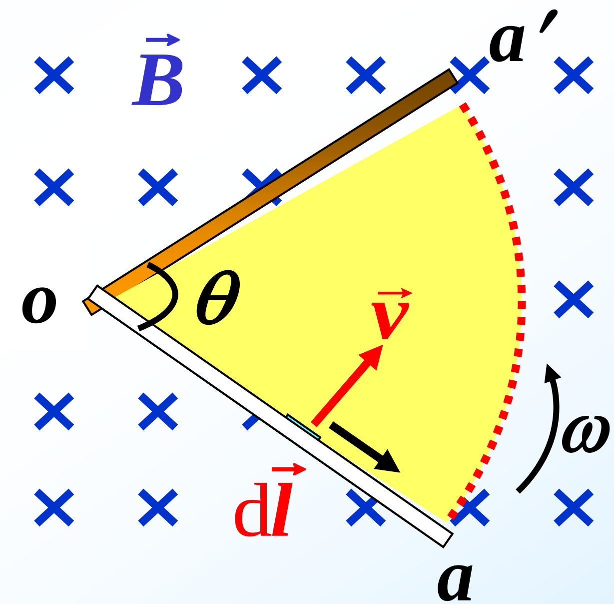
第5步：　完成积分

第6步：　确定电动势的方向(根据ε的符号)



例. 金属杆oa长L，在匀强磁场$\vec{B}$中以角速度ω反时针绕o点转动。求杆中的感应电动势。

解: 用动生电动势计算公式，任取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$



$$\mathrm{d}\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= -\omega l B\cdot\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_i = -\int_0^a \omega l B\cdot\mathrm{d}l = -\frac{1}{2}\omega B L^2$$

方向: $a \rightarrow o$

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_L \underbrace{(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}}_{\mathrm{d}\varepsilon_i}}$$

另解: 用法拉第电磁感应定律

任意时刻通过扇形截面的磁通量

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\frac{1}{2}(L^2\theta) \qquad \varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2}BL^2\omega$$

动生电动势：电能由什么提供？

问题

- 洛仑兹力永远不对电荷做功，这里又可以作为非静电力做功产生感应电动势，两者是否有矛盾？

动生电动势的非静电场：

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{f}_{洛}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

但是： $\vec{f}_{洛} = -e\vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{v}$

矛盾？

$\rightarrow \vec{f}_{洛}$不作功!

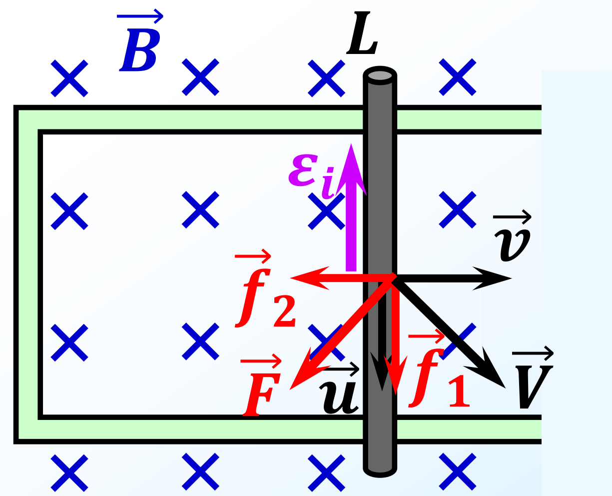
$\varepsilon_{动}$的出现是什么力作功呢?

动生电动势：电能由什么提供？

运动导体内的电子参与了两个方向的运动

$\vec{v}$方向，随导体运动

$\vec{u}$方向，电子漂流形成电流



总洛伦兹力：$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$

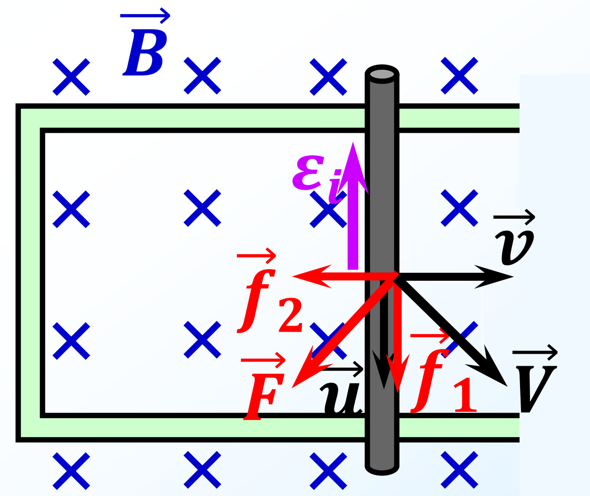
$\vec{F} \perp \vec{V}$　　$\vec{F} \cdot \vec{V} = 0$

$\vec{F}$不做功

动生电动势：电能由什么提供？

总洛伦兹力：$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 \Rightarrow \vec{F} \perp \vec{V}, \vec{F} \cdot \vec{V} = 0$ $\vec{F}$不做功

$\therefore\ (\vec{f}_1 + \vec{f}_2) \cdot (\vec{v} + \vec{u}) = \vec{f}_1 \cdot \vec{u} + \vec{f}_2 \cdot \vec{v} = 0$



$\because\ \vec{f}_1 \parallel \vec{u} \quad \therefore\ \vec{f}_1 \cdot \vec{u} > 0$

$\vec{f}_1$做正功，即非静电力做功。

$\because\ \vec{f}_1 \cdot \vec{u} = -\vec{f}_2 \cdot \vec{v} \quad \therefore\ \vec{f}_2 \cdot \vec{v} < 0$ $\vec{f}_2$做负功。

要使得棒L以速度$\vec{v}$匀速运动，必须有外力

$$\vec{f} = -\vec{f}_2 \Rightarrow \vec{f} \cdot \vec{v} = \vec{f}_1 \cdot \vec{u}$$

机械能转化为电能

外力克服洛伦兹力的一个分量$\vec{f}_2$所做的功，通过另外一个分量$\vec{f}_1$转换为动生电流的能量。

洛仑兹力扮演什么角色?

- 洛仑兹力起到了传递能量的作用

机械能 → 电能 → 热能

外力克服f_2做功

通过f_1转化为感应电流

感生电动势

当导体回路（或导体）静止不动时，由于磁场的大小或方向发生变化所产生的感应电动势，称为感生电动势。

实验证明：感生电动势的大小，方向与导体的种类和性质无关，仅由变化的磁场引起。

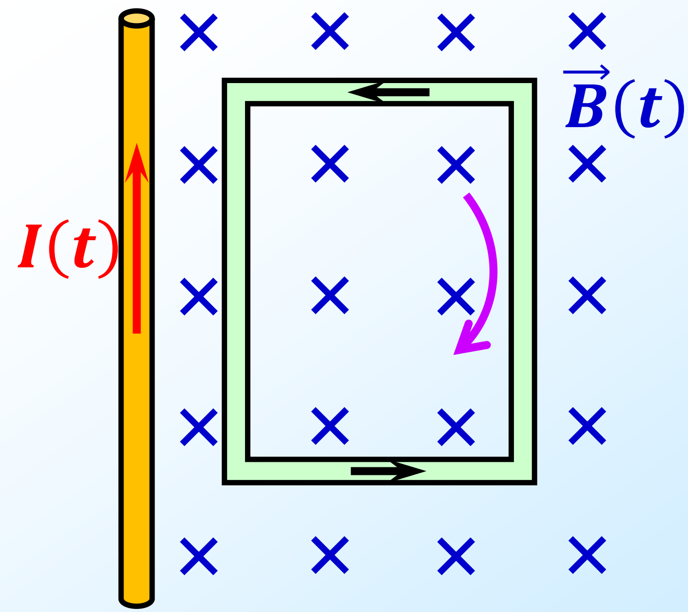
- 驱动线圈中电荷运动的是不是磁场力（洛伦兹力）？

  不是，此处 $\vec{f}_{洛}=-e(\vec{v}\times\vec{B})=0$

- 是不是静电场 E_e？

  $\because \oint_L \vec{E}_e\cdot d\vec{l}=0$ 保守力场

  $\therefore$ 静电场E_e不能为闭合回路运动的电荷提供能量。

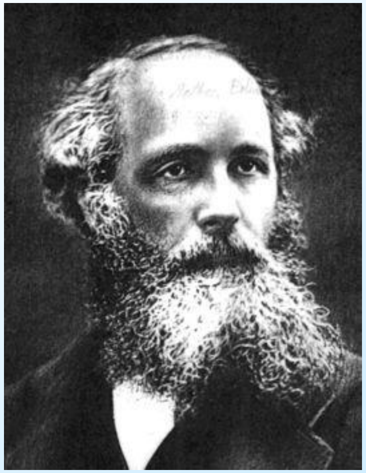


感生电动势的机制

- **Faraday的力线思想深深地吸引了Maxwell**
- **Maxwell谈到:“法拉第实验所提供的存在力线的美妙的例子，促使我相信力线是某种实际存在的东西”**
- 在他的专著《电磁通论》中写道：“我主要是抱着给法拉第这些观念提供数学基础的愿望来承担这部著作的写作工作”

感应电场$\vec{E}_i$：当空间中的磁场随时间变化时，在周围空间激发的电场。

---由麦克斯韦(1861)引入



Maxwell
1837~1879

感应电场 $\vec{E}_i$ 环路定理

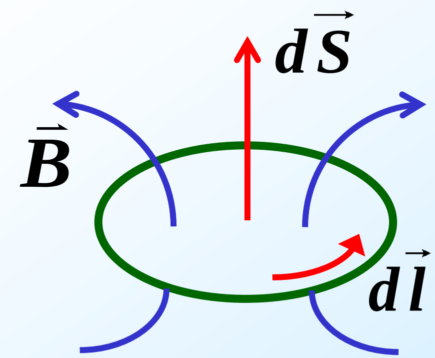
■ 定义： $\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l}$　对闭合回路： $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

（ε_i与导体回路形状有关）

■ 法拉第电磁感应定律:

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

■ $\vec{E}_i$ 的环路定律



$$\boxed{\oint_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

注意： $\mathrm{d}\vec{l}$ 与 $\mathrm{d}\vec{S}$ 成右手螺旋关系。

感应电场或涡旋电场（*）

- 考虑一个固定回路L，S为以L为边界的曲面，通过S的磁通量改变导致产生感应电动势（*）

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\oint_{(L)} \vec{A}\cdot d\vec{l} = \oint_{(L)}\left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E}_{旋} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

非静电力

——

涡旋电场

由于回路L固定，磁通量的变化完全由磁感应强度B（或磁矢势A)的变化引起的——产生感应电动势的原因

感应电场或涡旋电场的性质

磁场$\vec{B}$随时间变化(大小、方向)的同时 $\xrightarrow{\text{产生}}$ **感应电场$\vec{E}_i$**

1° $\vec{E}_i$不依赖空间是否有导体存在。

- 闭合回路→感应电流;
- 金属棒→感应电动势;
- 只要磁场变化，真空、介质中都可以激发感应电场。

不仅在磁场分布范围内有感应电场，在分布范围外也有。

$$\varepsilon = \oint_{(L)} \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} \vec{E}_{旋} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E}_{旋} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

感应电场或涡旋电场的性质

磁场$\vec{B}$随时间变化(大小、方向)的同时 $\xrightarrow{\text{产生}}$ $\boxed{\text{感应电场}\vec{E}_i}$

$\boxed{1^o\ \ \vec{E}_i\text{不依赖空间是否有导体存在。}}$

$\boxed{2^o\ \ \vec{E}_i\text{与}\vec{E}_e\text{一样, 对场中的电荷有力的作用。}}$

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{q} \qquad \vec{F} = q\vec{E}_i$$

相同处:　对电荷的作用相同。

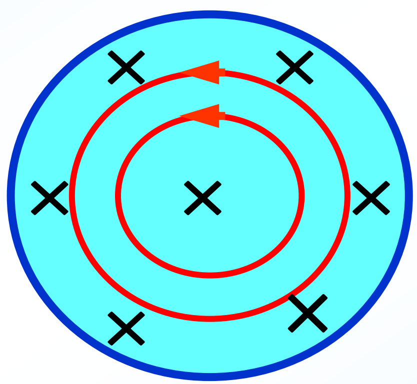
感应电场或涡旋电场的性质

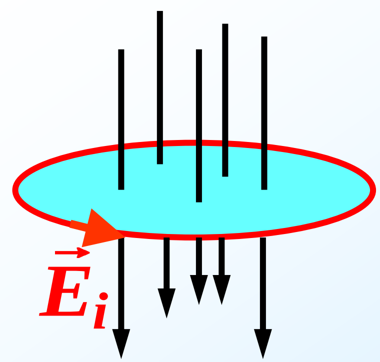
磁场$\vec{B}$随时间变化(大小、方向)的同时 $\xrightarrow{\text{产生}}$ **感应电场$\vec{E}_i$**

3° $\vec{E}_i$的方向：在轴对称的变化磁场中，感应电场的电场线是同心圆，无头无尾的闭合曲线——**涡旋场**。

$\vec{E}_i$的方向判断用楞次定律，与ε_i方向基本一致。

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} > 0$$





4° $\vec{E}_i$是非保守力场 $\int_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$

$\vec{E}_i$场中不能引入电势概念

感应电场与静电场的异同 —— $\vec{E}_i$ 与 $\vec{E}_e$ 的异同

保守场→电势

不同处
$$\begin{cases} \oint \vec{E}_e \cdot d\vec{s} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i & \text{有源} \\ \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = 0 & \text{无源} \end{cases}$$

$$\oint \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0 \quad \text{无旋}$$

$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad \text{有旋}$$

非守保场

$\vec{E}_i$场中不能引入电势概念

感应电场与静电场的异同总结

静电场	感应电场
由静止的电荷激发	由变化的磁场激发
对场中的电荷有力的作用	对场中的电荷有力的作用
使导体产生静电感应	使导体产生电磁感应
平衡时导体内场强E =0	导体内产生感应电动势
导体是等势体 不能形成持续电流	形成感应电流
高斯定理：$\oint_S \vec{E}_e \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$	$\oint_S \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$
环路定理：$\oint_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$	$\oint_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$
电力线不闭合有源无旋场	电力线闭合有旋无源场
保守场	非保守场

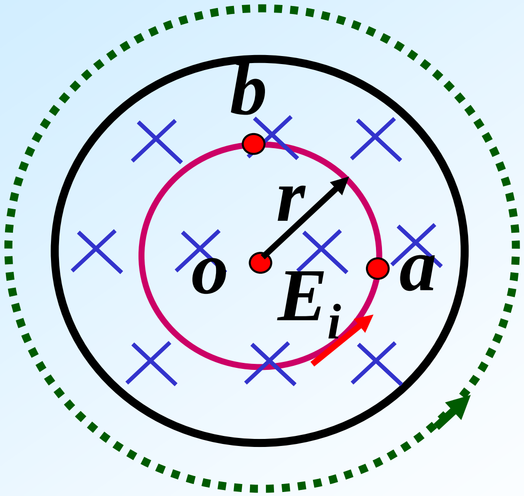
感应电场与静电场（*）

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_{势}+\boldsymbol{E}_{旋}=-\nabla U-\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}$$

- 理论研究：大胆假设、小心求证的探索过程、清晰的概念、准确的定量表达为检验其真伪提供了可能性
- 由于寻找感生电动势的非静电力，Maxwell预言了涡旋电场，后来被证实确实存在这种无源有旋场，性质完全不同于静电场，拓宽了人们对电场的认识
- 伴随着涡旋电场概念的建立提出了一个深刻的问题
  - B(t)——$E_{旋}$ 其逆效应是什么？
  - 问题的研究导致位移电流的假定
- 不同的物理观点在研究对象、提出问题、对同样现象的理解等方面都呈现出差异。
- 物理思想对科学研究有深刻的指导意义。

感应电场与感应电动势的计算

轴对称磁场均匀分布在半径为R的范围内，dB/dt=常量，而且大于零

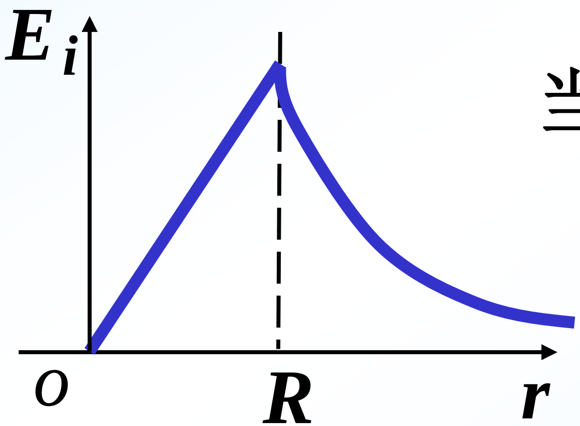


由B的均匀及柱对称性可知，在同一圆周上$\vec{E}_i$的大小相等，且沿切线方向

$$\boxed{\int_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

当$r<R$时：

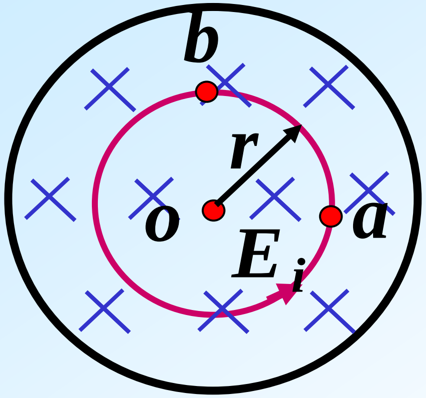
$$\left.\begin{aligned} &\oint \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_i \cdot 2\pi r \\ &-\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \cdot (-\pi r^2) \end{aligned}\right\} E_i = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



当$r>R$时：

$$\left.\begin{aligned} &\oint \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_i \cdot 2\pi r \\ &-\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \pi R^2 \end{aligned}\right\} E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

感应电场与感应电动势的计算



将单位正电荷从$a\to b$，$\vec{E}_i$作功：

$$\boxed{E_i = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}}$$

沿1/4圆周

$$A_{\frac{1}{4}ab} = q\int \vec{E}_i\cdot \mathrm{d}\vec{l} = q\int_o^{\frac{\pi r}{2}} \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}l = q\frac{\pi}{4}r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

沿3/4圆周

$$A_{\frac{3}{4}ab} = q\int \vec{E}_i\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -q\int_o^{\frac{3\pi r}{2}} \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}l = -q\frac{3\pi}{4}r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

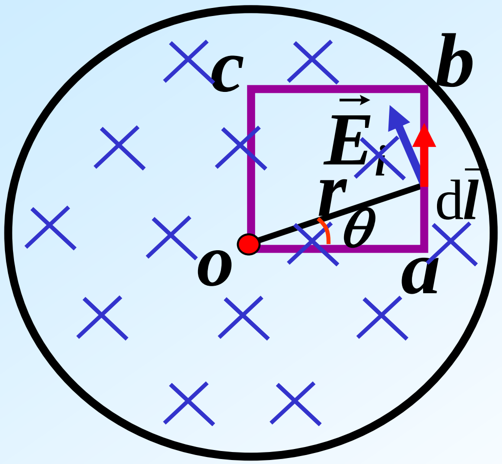
结论：

1° $E_i \propto \mathrm{d}B/\mathrm{d}t$，与$B$大小无关？

2° $r > R$，在磁场范围外$E_i \neq 0$。

3° $A_{1/4ab} \neq A_{3/4ab}$ 即:E_i作功与路径有关——**非保守力场**

感应电场与感应电动势的计算



$$\boxed{\varepsilon_i=\int_{-}^{+}\vec{E}_i\cdot d\vec{l}}$$

$$\boxed{E_i=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}}$$

■ 回路各边的感应电动势

$$\left.\begin{array}{r}\because oa\perp\vec{E}_i\\ oc\perp\vec{E}_i\end{array}\right\}\quad\therefore\varepsilon_{oa}=\varepsilon_{oc}=0$$

$$\varepsilon_{ab}=\int_a^b\vec{E}_i\cdot d\vec{l}=\int_a^b E\cos\theta dl=\int_a^b\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\cos\theta dl$$

$$=\int_a^b\frac{l}{2}\frac{dB}{dt}dl=\frac{l}{2}\frac{dB}{dt}l\Big|_a^b=\frac{1}{2}\frac{dB}{dt}l^2$$

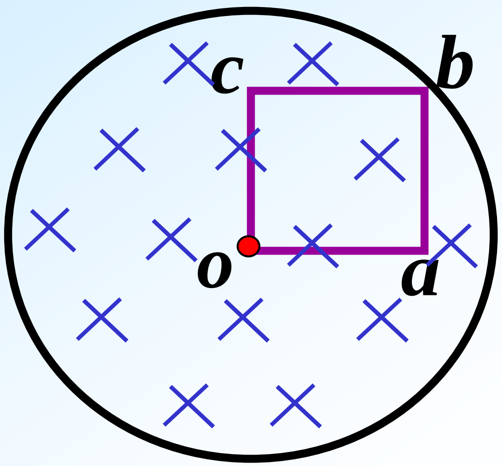
同理： $\varepsilon_{bc}=\frac{1}{2}\frac{dB}{dt}l^2$

■ $\varepsilon_{i总}=\varepsilon_{ab}+\varepsilon_{bc}=l^2dB/dt$，

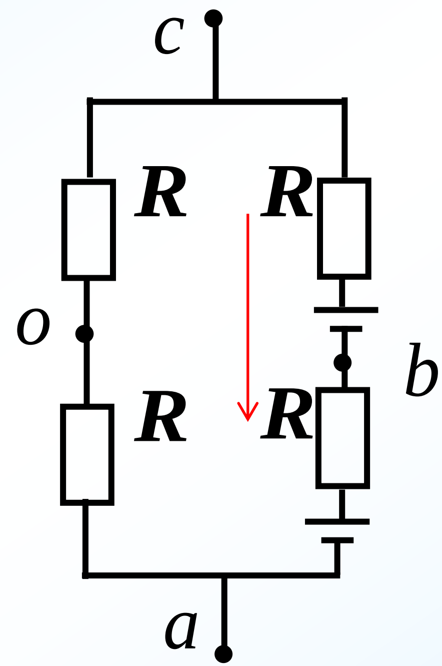
或$\varepsilon_{i总}=-d\phi/dt=-\frac{d}{dt}(\vec{B}\cdot\vec{s})=s\frac{dB}{dt}=l^2\frac{dB}{dt}$

感应电场与感应电动势的计算

$$\boxed{\varepsilon_{ab}=\varepsilon_{bc}=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}l^2}$$



等效电路



$\because \varepsilon_{oa}=\varepsilon_{oc}=0,$

$\varepsilon_{ab}=\varepsilon_{bc}$会使正电荷在$c$点聚集,而$a$点有负电荷积累.

$\therefore V_c > V_a$

c点的电势比a点高

考虑从a到c的电势变化：

$$V_a+|\varepsilon_{ab}|-iR+|\varepsilon_{bc}|-iR=V_c$$

$$V_a-V_c=2iR-2|\varepsilon_{ab}| \qquad i=\frac{2|\varepsilon_{ab}|}{4R}$$

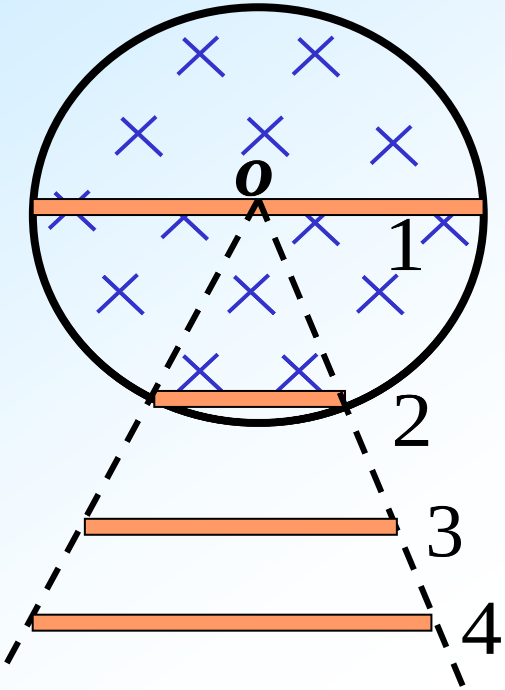
$$V_a-V_c=|\varepsilon_{ab}|-2|\varepsilon_{ab}|=-|\varepsilon_{ab}|<0$$

$$\therefore V_c > V_a$$

- 直接用愣次定律判断

感应电场与感应电动势的计算

轴对称磁场均匀分布在半径为R的范围内，dB/dt=常量，而且大于零



1）比较各棒中的ε_i。

2）3，4连成通路I_i=？

3）棒中哪端电势高？

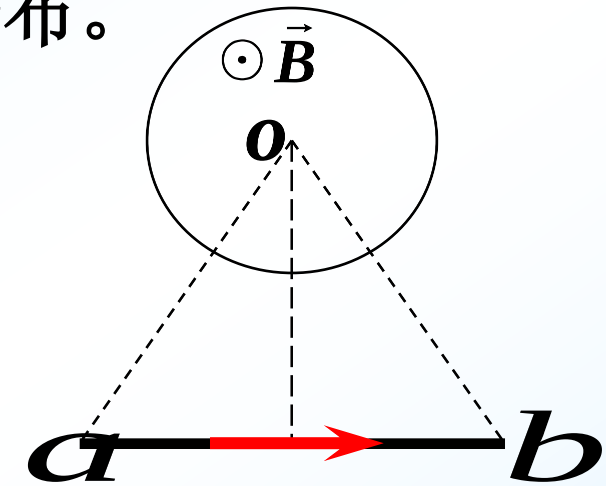
1）$\varepsilon_3 = \varepsilon_4 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1 = 0$

2）I_i=0

3）$V_{右} > V_{左}$

例. 磁力线限制在圆柱体内，沿轴向均匀分布。

$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=c$，求：$\varepsilon_{ab}$



解：补上半径 oa , ob,

设回路方向如图.

$$\boxed{\varepsilon_{oabo}=\varepsilon_{oa}+\varepsilon_{ab}+\varepsilon_{bo}=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{oa}=0,\varepsilon_{bo}=0}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ab}=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{\phi = BS_{\text{扇形}}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ab}=-S_{\text{扇形}}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}}$$

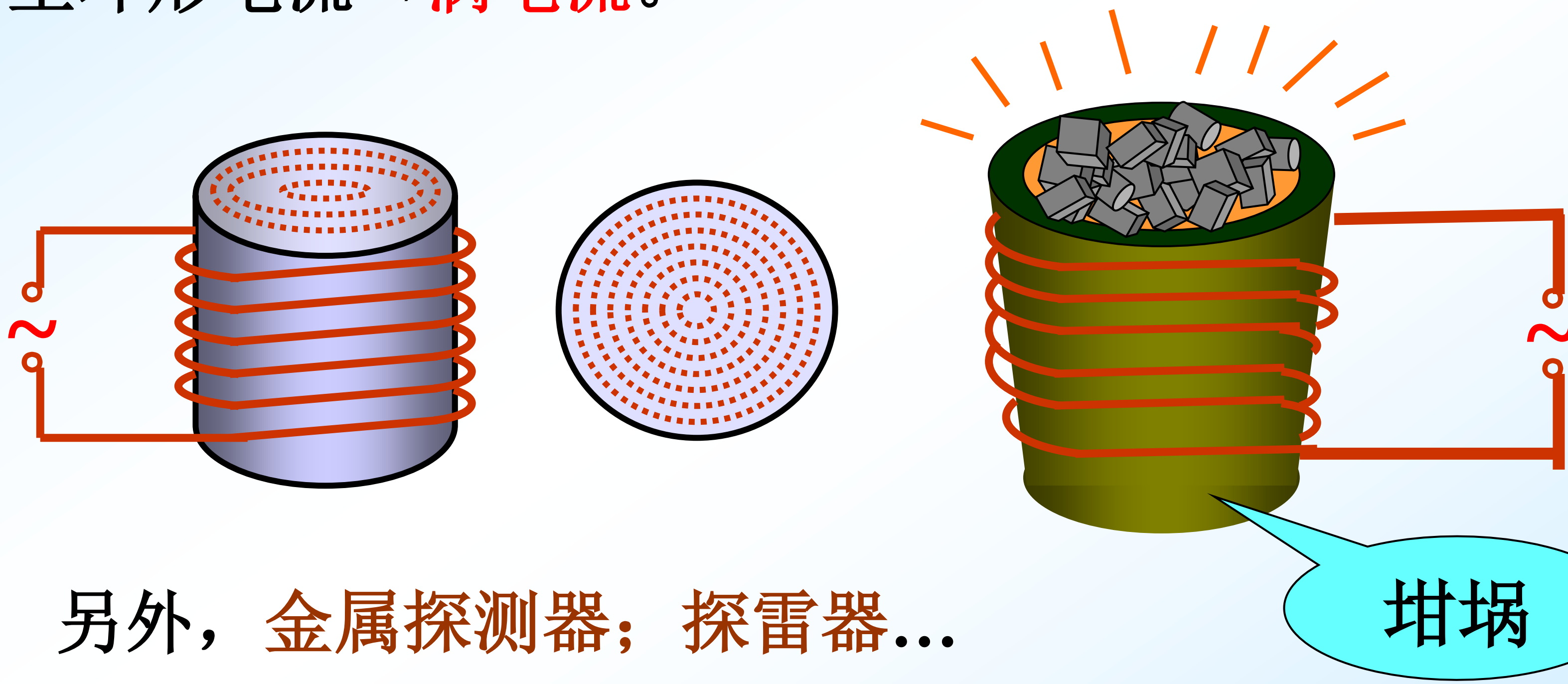
若ab无限长呢？

感应电场的应用

a）. 涡电流---高频电磁感应炉

$$E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

将导体块放置在感应电场E_i中，则在导体中将产生环形电流→涡电流。

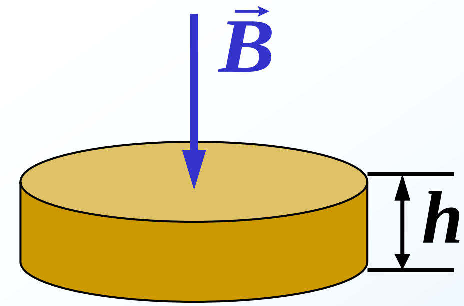


另外，金属探测器；探雷器...

注： 一般来说，涡电流是有害的，它消耗电功率，降低设备能量利用效率。

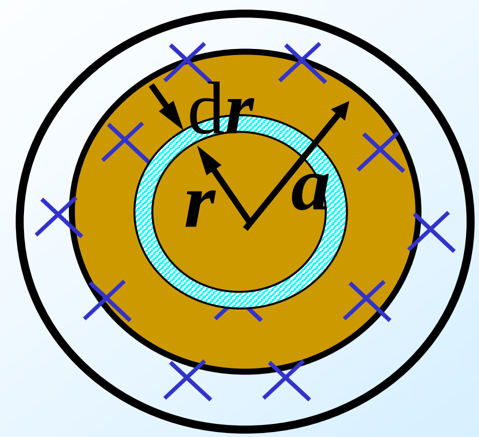
例. 将半径为a、厚为h、电导率为σ的金属圆盘, 同轴放置在轴对称匀强磁场B中, 且$\mathrm{d}B/\mathrm{d}t > 0$。求圆盘上的电流强度及产生的热功率。

解：取半径为r,厚度为dr的圆筒,其电动势



$$\mathrm{d}\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B\cdot\pi r^2) = -\pi r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

其上电阻为： $R = \dfrac{2\pi r}{\sigma\cdot h\cdot \mathrm{d}r}$



电流为：$\mathrm{d}I_i = \dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{r}{2}\sigma h\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}r$

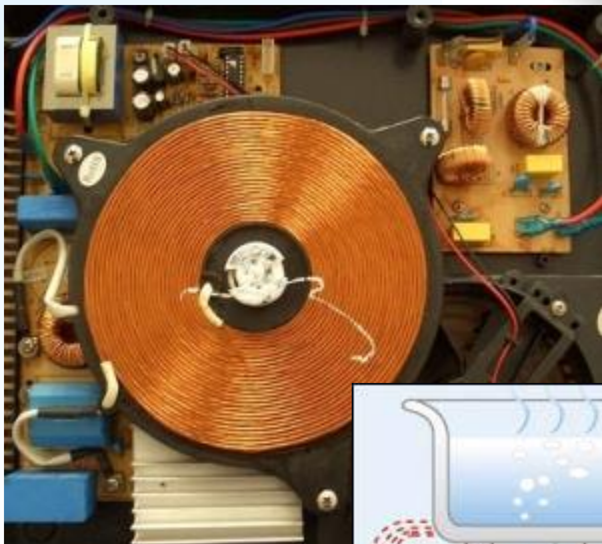
总电流： $I_i = \int \mathrm{d}I_i = -\dfrac{1}{4}a^2\sigma h\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$

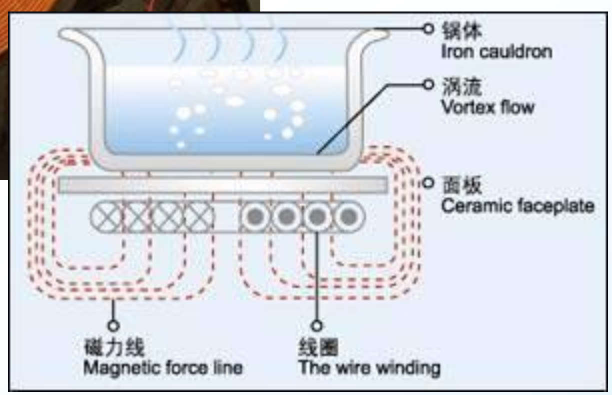
产生的热功率：

$$P = \int \mathrm{d}P = \int R(\mathrm{d}I_i)^2 = \frac{1}{8}\pi\sigma h a^4\left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

电磁炉

铁锅



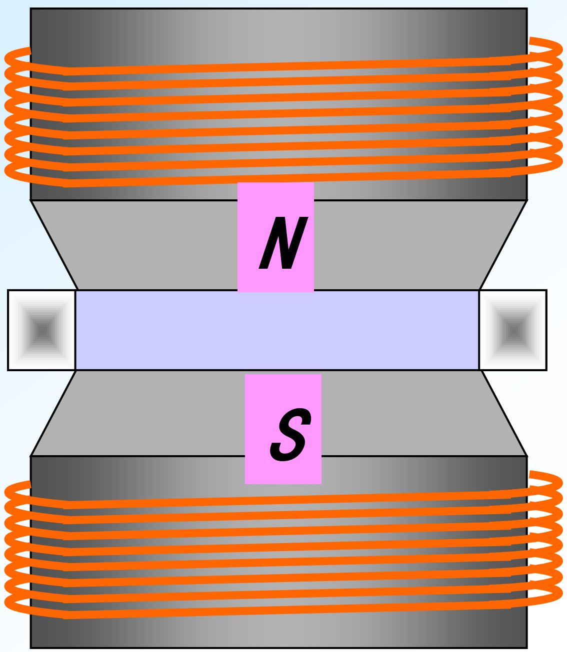


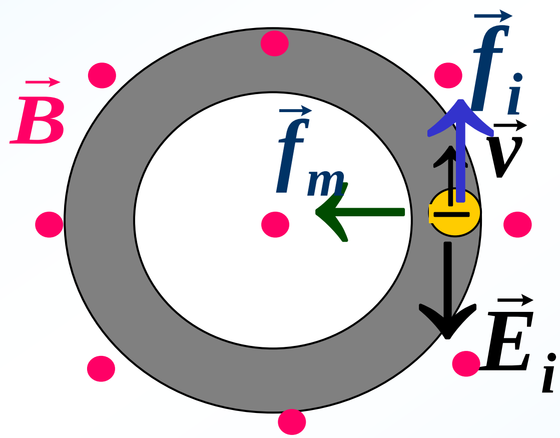
电动牙刷充电器

感应电场的应用

b). 物理学中的应用----电子感应加速器

原理： 用变化磁场所激发的感应电场来加速电子





电子受力：

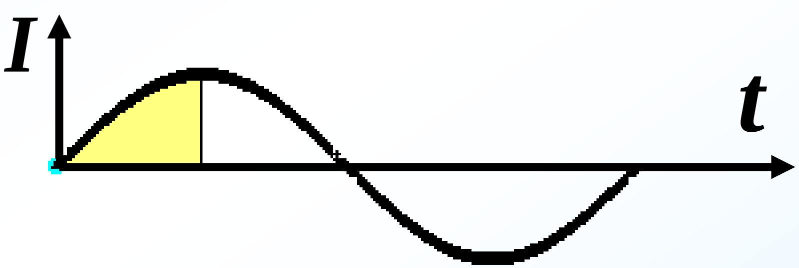
$\vec{f}_i = -e\vec{E}_i$

（切向加速）

$\vec{f}_m = -e\vec{v}\times\vec{B}$

（向心力）

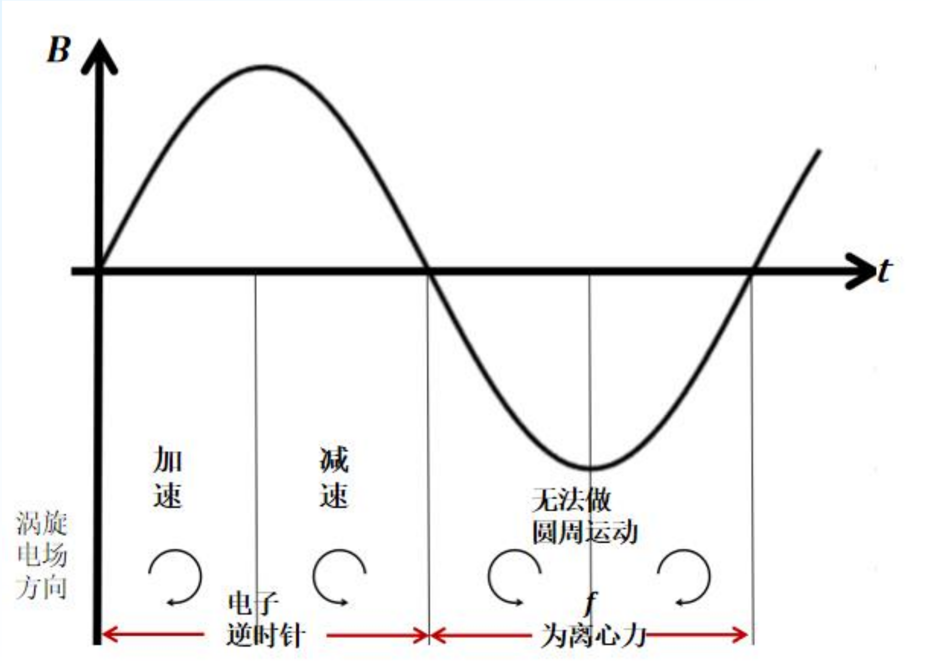
电子在管中沿逆时针加速运动



问题： 在剩余的2，3，4个1/4周期中，电子能继续加速运动吗？

感应电场的应用

b). 物理学中的应用---电子感应加速器



- 电子运动方向与磁场配合，使洛仑兹力提供向心力
- 电子运动方向与涡旋电场方向配合好，使电子不断加速
- 如图只有第一个1/4周期内被加速

电子感应加速器（*）

为使电子在加速过程中，绕固定圆轨道运动，以便打靶，对磁场径向分布有要求，即**使轨道上的B值恰好等于轨道包围的面积内B值的平均值之半**

洛仑兹力

电子轨道处磁场

电子被涡旋电场加速

$$evB_R = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow eRB_R = mv$$

$$\frac{d(mv)}{dt} = -eE_{\text{旋}}$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{旋}} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$d(mv) = \frac{eR}{2} d\overline{B}$$

$$\oint_L E_{\text{旋}} dl = E_{\text{旋}} \cdot 2\pi R = -\pi R^2 \frac{d\overline{B}}{dt}$$

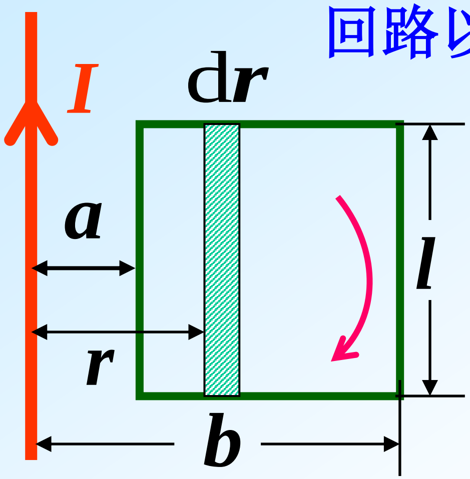
$$E_{\text{旋}} = -\frac{R}{2}\frac{d\overline{B}}{dt}$$

$$mv = \frac{eR}{2}\overline{B}$$

- 初始条件：***v*=0,*B*=0**　对上式求积分得

$$B_R = \frac{1}{2}\overline{B}$$

动生电动势与感生电动势



回路以v向右运动

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$d\Phi[x(t),t] = \frac{\partial \Phi}{\partial x}dx + \frac{\partial \Phi}{\partial t}dt$$

$$I = I_0 \cos \omega t$$

$$\Phi[x(t),t] = \int_x^{x+a} \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\frac{1}{x}dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\ln\frac{x+a}{x}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi[x(t),t]}{dt} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 N I b a v}{2\pi x(x+a)} + \frac{\mu_0 N b I_0 \omega \sin \omega t}{2\pi}\ln\frac{x+a}{x}$$

$$= \varepsilon_{动} + \varepsilon_{感}$$

动生电动势与感生电动势小结

非静电力

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \varepsilon_{动} + \varepsilon_{感} = \oint_L (\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot d\boldsymbol{l} + \oint_{(L)} \boldsymbol{E}_{旋}\cdot d\boldsymbol{l}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\oint_{(L)} \vec{A}\cdot d\vec{l} = \oint_{(L)}\left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E}_{旋} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

非静电力
——
涡旋电场

作业： Chap.8(page 47-49) —T8、T9、T10、T11、T12

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 通过学习通提交作业。
4. 作业缺交三分之一及以上者按规定不能参加考试。