大学物理

University Physics

华 中 科 技 大 学 物 理 学 院

王 宁

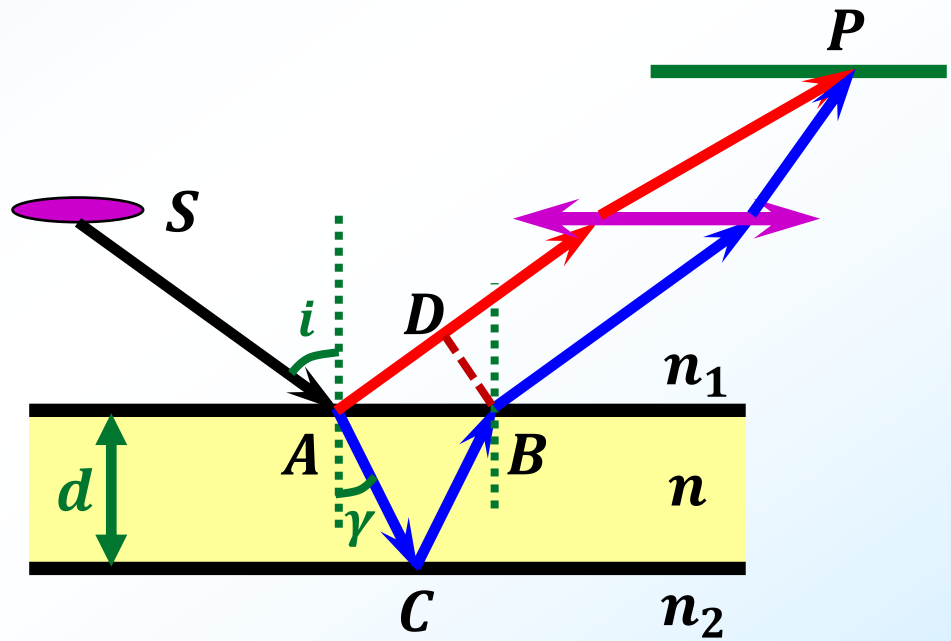
ningwang@hust.edu.cn

回顾 第4节 分振幅薄膜干涉

Interference by Dividing Amplitude

一、等倾干涉

厚度均匀的薄膜所形成的干涉。



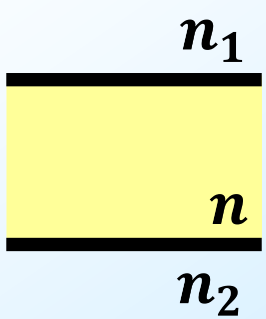
回顾 等倾干涉的特点

$$\delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

1）没有零级明纹，因为光程差恒大于零；

2）明暗条件中没有“$\pm$”号，条纹不对称。

3）光程差也可以用折射角来表示：$\delta = 2nd\cos\gamma$



4）半波损失：

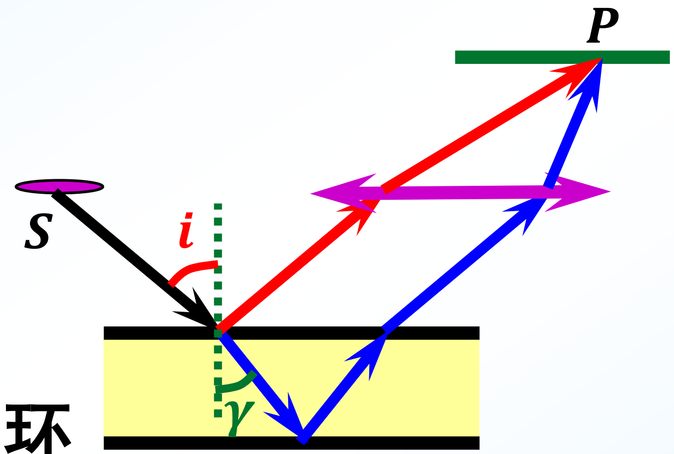
$$\left.\begin{array}{l} n_1 < n < n_2 \\ n_1 > n > n_2 \end{array}\right\} \text{不考虑半波损失} \qquad \left.\begin{array}{l} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{array}\right\} \text{要加} \ \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

回顾 干涉条纹的特点

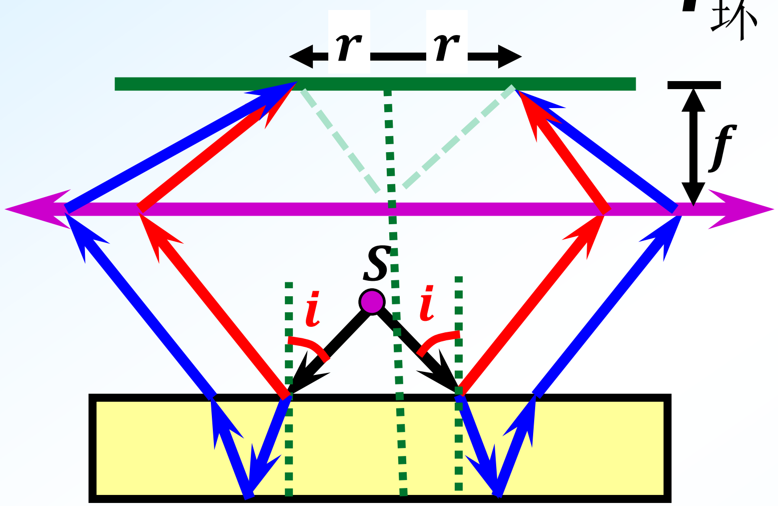
(1) 倾角 i 相同的光线对应于同一条干涉圆环条纹

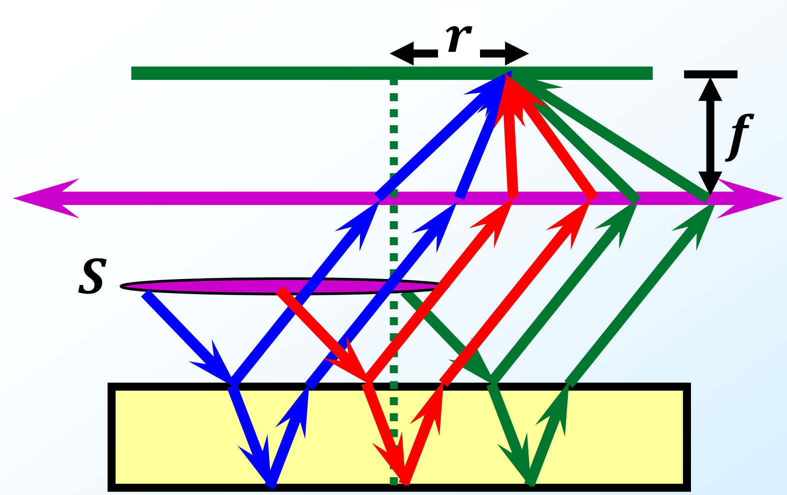
----等倾干涉



(2) 不同倾角 i 构成的等倾条纹是一系列同心圆环

$$r_{环} = f\,\mathrm{tg}\,i$$

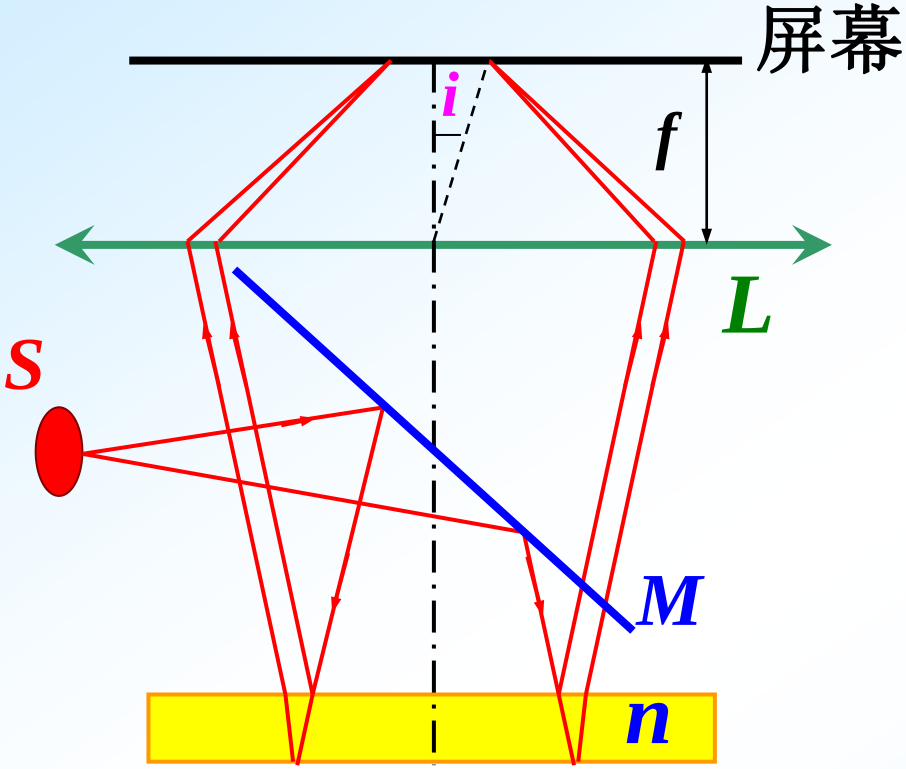


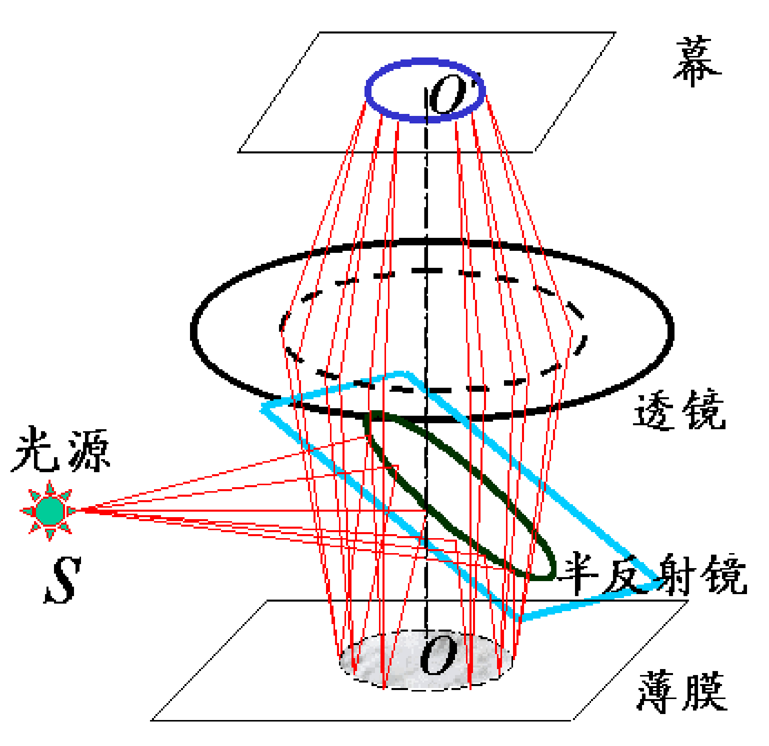


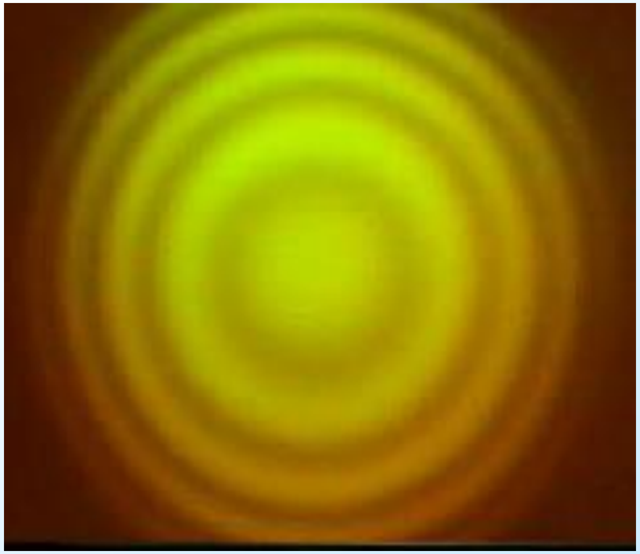
面光源照明：只要 i 相同，都将汇聚在同一干涉环上（非相干叠加），明暗对比更鲜明。

对于观察等倾条纹，没有光源宽度和条纹衬比度的矛盾！

回顾







观察等倾条纹的实验装置和光路

回顾

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

(3) 条纹分布间隔(与折射角的关系)

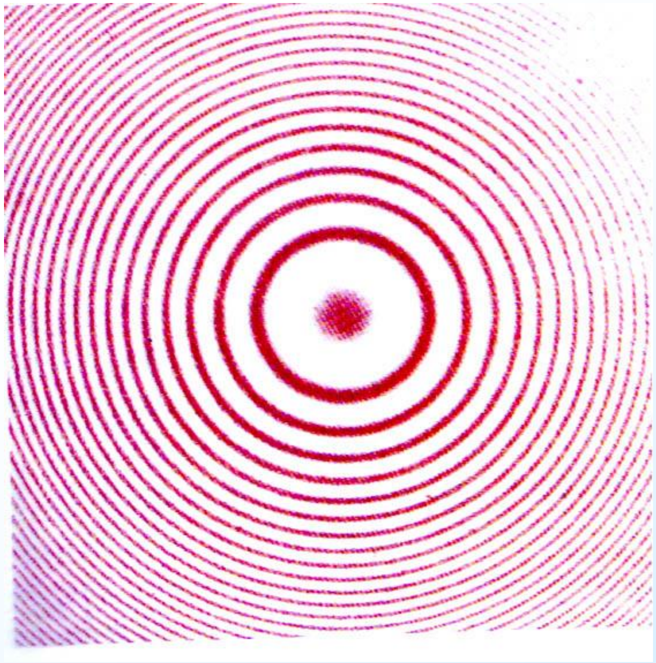
以明纹为例

$$\begin{cases} 2nd\cos\gamma_k = k\lambda \\ 2nd\cos\gamma_{k+1} = (k+1)\lambda \end{cases}$$

$$\therefore \quad \Delta\gamma_k = \frac{\lambda}{2nd\sin\gamma_k}$$

γ_k**增大**，$\Delta\gamma_k$**减小**

条纹内疏外密



等倾干涉条纹

回顾

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

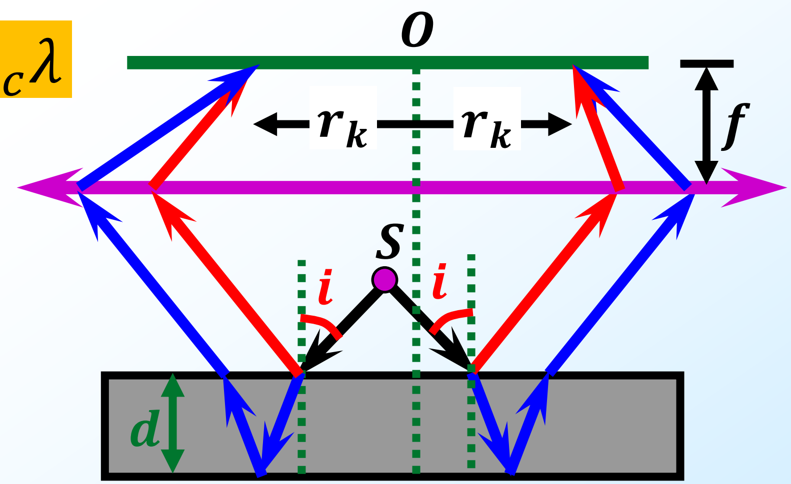
(4) 越往中心，条纹级别越高

厚度d一定时，$k\uparrow \Rightarrow i\downarrow \; r_k\downarrow$

中心O点处的干涉级次最高 $2nd = k_c\lambda$

从中心亮斑起，级次分别为

$k_c, k_c - 1, k_c - 2 \dots\dots$



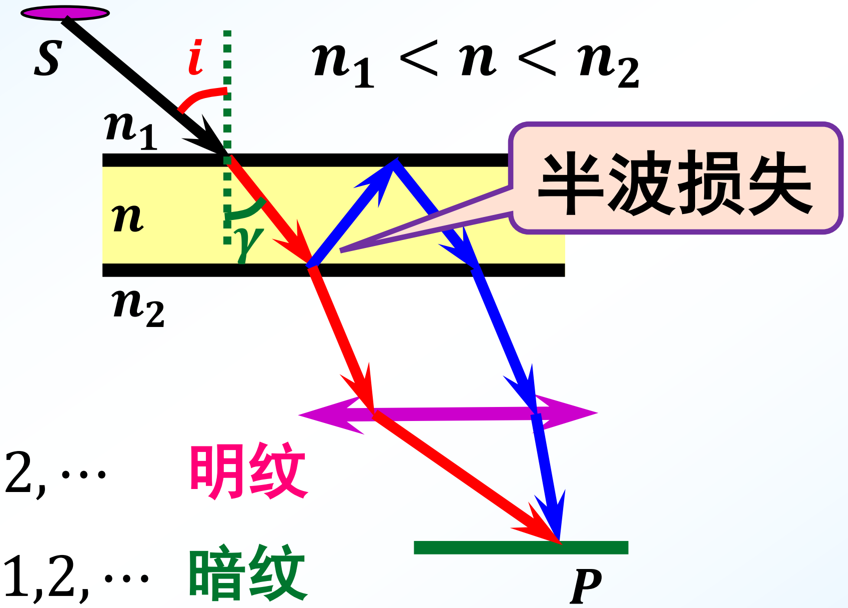
若厚度d改变 $\begin{cases} d\uparrow & \text{中心往外冒条纹} \\ d\downarrow & \text{中心往内吞条纹} \end{cases}$

(5) 光源是白光

k, d一定时，$\lambda\uparrow \Rightarrow i\downarrow \; r_k\downarrow$ ——彩色干涉条纹

回顾 说明

(1) 透射光也有干涉现象

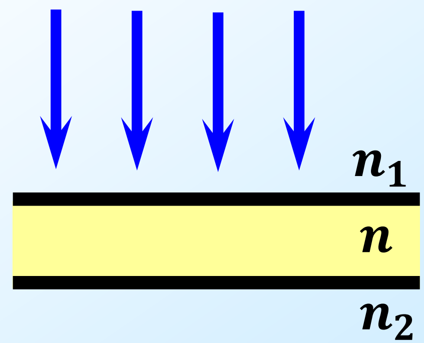


明暗条件：

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

反射光加强的点，透射光正好减弱(互补)

(2) 平行光垂直入射的干涉现象

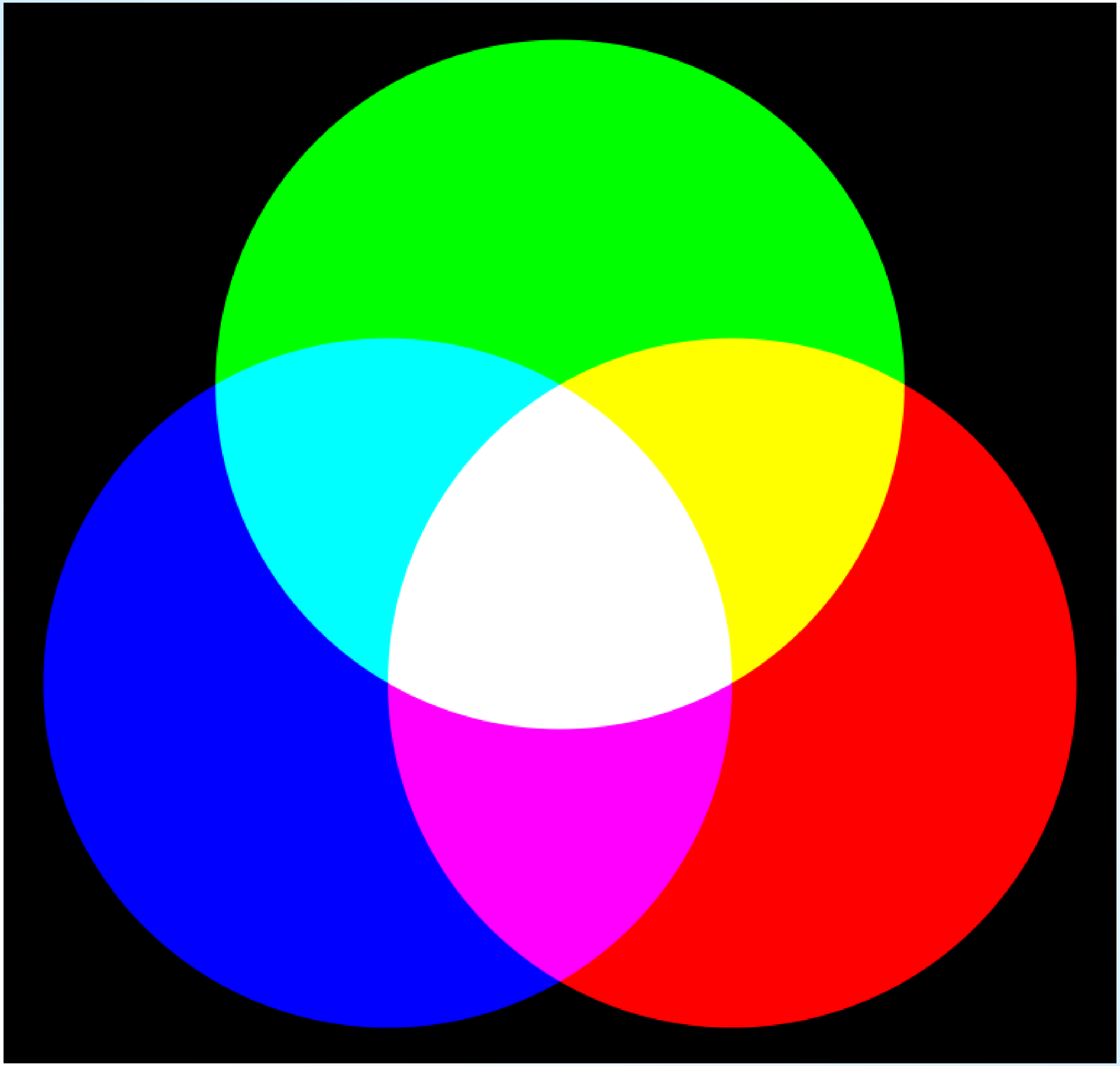


单色光：薄膜表面或全亮，或全暗，或不亮不暗

复色光：薄膜表面有的颜色亮，有的消失。

等倾干涉的应用 ----增透膜

使某些颜色的单色光在表面的反射干涉相消，增加透射

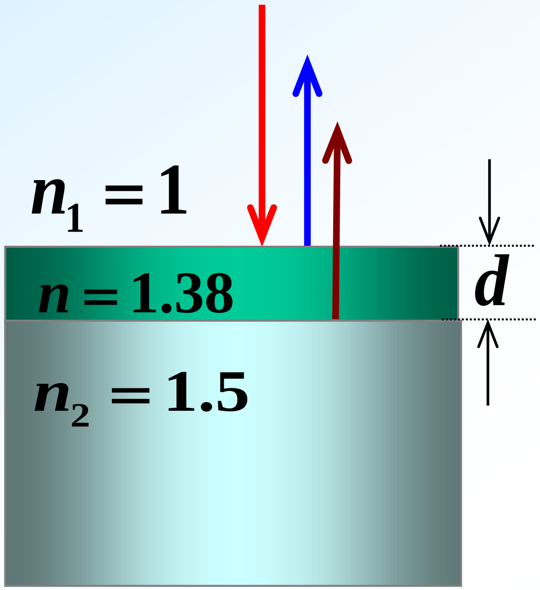


回顾 等倾干涉应用

1、测定波长或薄膜的厚度

2、增透膜、增反膜（提高或降低光学器件的透射率）

增透膜： 通过减少反射光强度而增加透射光强度的薄膜。



薄膜上下两界面反射光的光程差为：

$$\delta = 2nd$$

干涉相消：

$$2nd=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k=0,1,2,3\cdots$$

膜的最小厚度为： $d=\dfrac{\lambda}{4n}$

应用：照相机镜头、太阳能电池、隐形飞机

增反膜： 对反射光应用干涉相长条件。

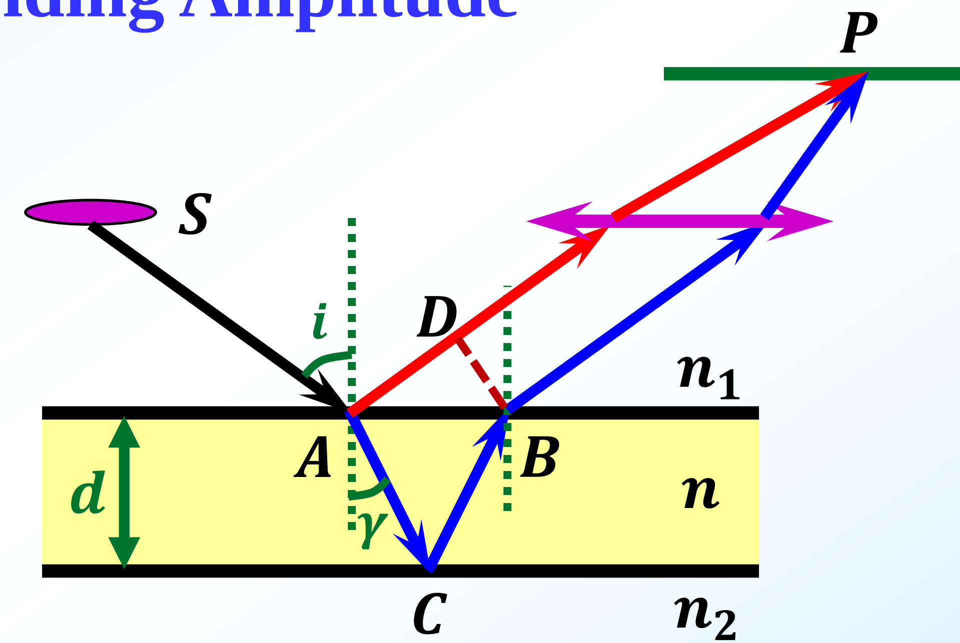
应用：激光器反射镜等

回顾 第4节 分振幅薄膜干涉

Interference by Dividing Amplitude

一、等倾干涉

厚度均匀的薄膜所形成的干涉。

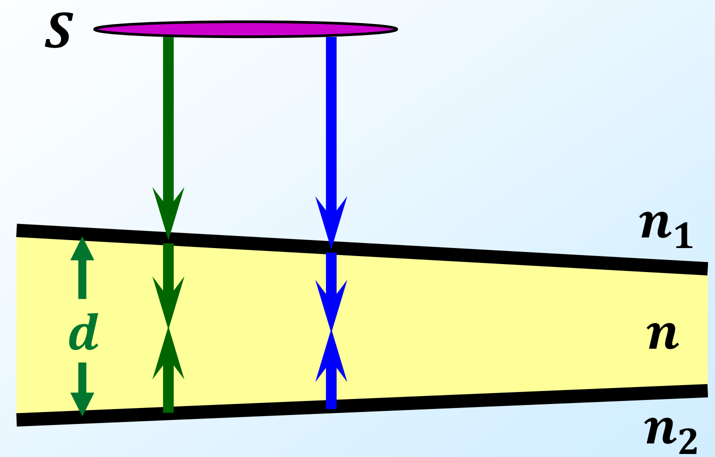


二、等厚干涉

厚度不均匀的薄膜干涉

1 劈尖干涉(空气隙劈尖)

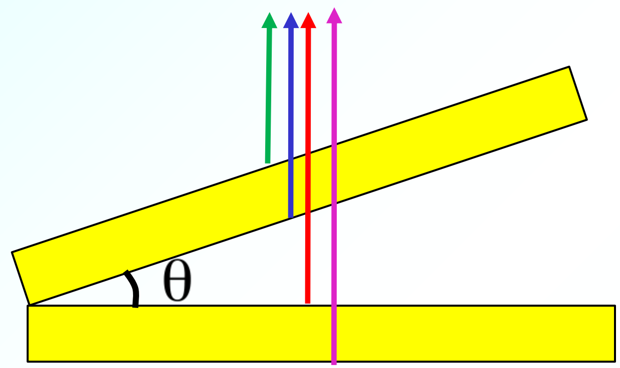
2 牛顿环



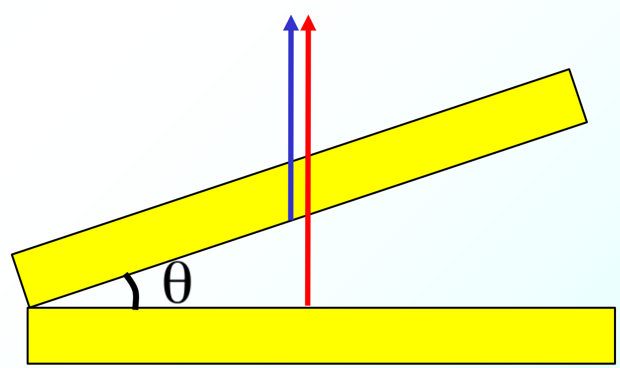
三、迈克尔逊干涉仪

分振幅干涉：等厚干涉

——厚度不均匀的薄膜所得到的干涉



哪些光波发生干涉?



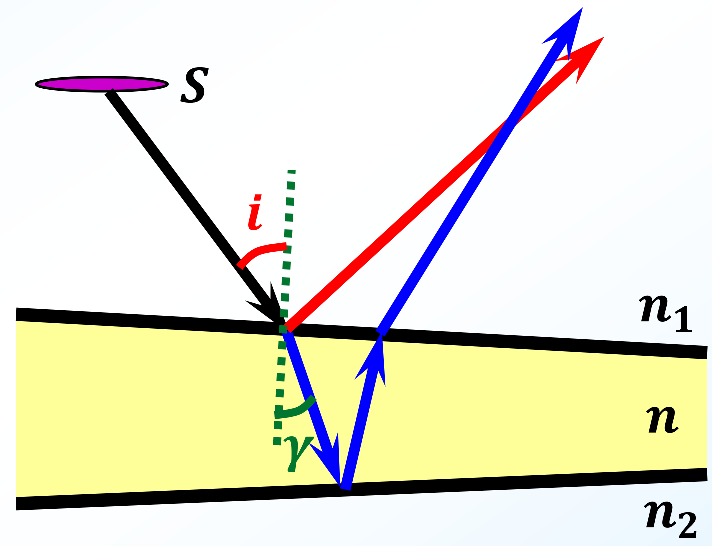
回顾 二、等厚干涉（厚度不均匀的薄膜干涉）

两表面有一定夹角的薄膜所产生的干涉。

$$\delta = 2nd\cos\gamma$$

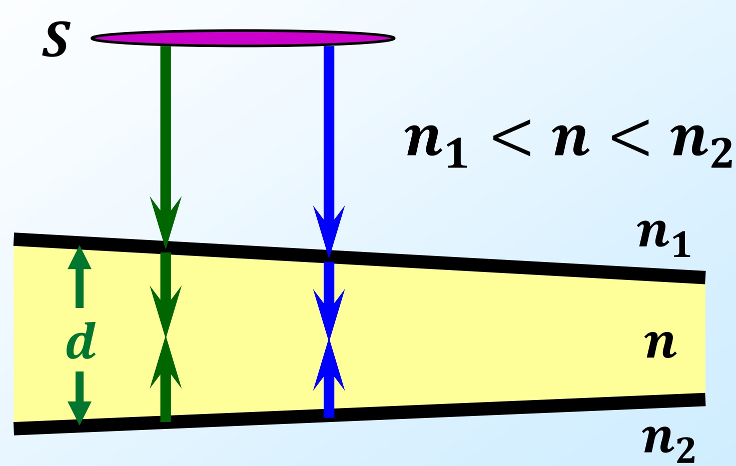
通常观察方向垂直膜面，仅讨论近垂直入射情况

$$i = \gamma = 0$$



可将薄膜分成很多窄条，每个窄条的上下表面近似等距，上下表面反射光的光程差为：

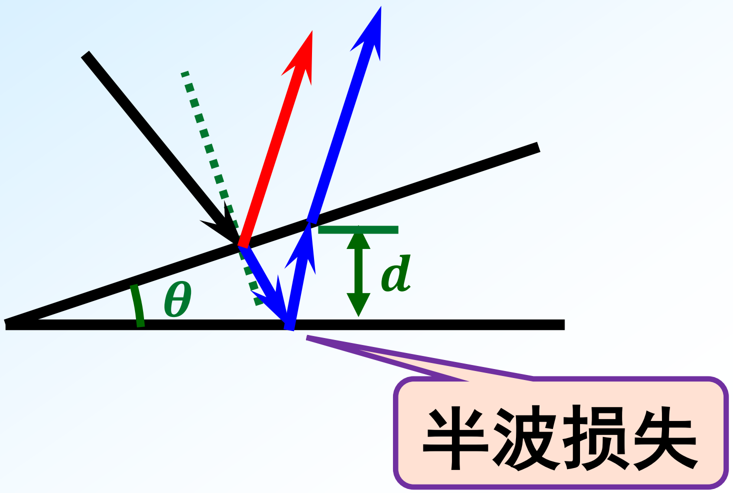
$$\delta = 2nd = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

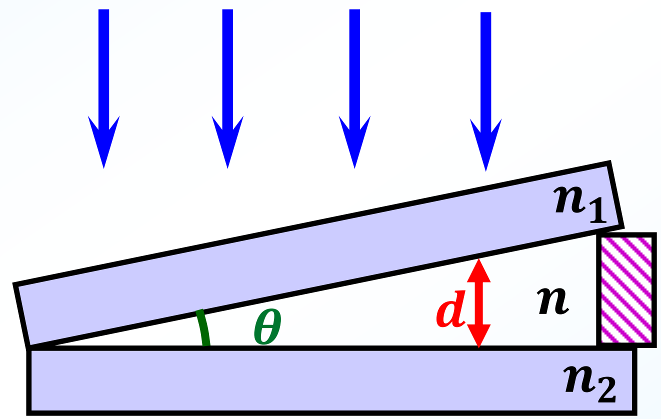


同一厚度对应同一条纹 ---等厚干涉

回顾 二、等厚干涉 （厚度不均匀的薄膜干涉）

1 劈尖干涉(空气隙劈尖)





厚度为d处的明暗条件：（仅考虑近垂直入射）

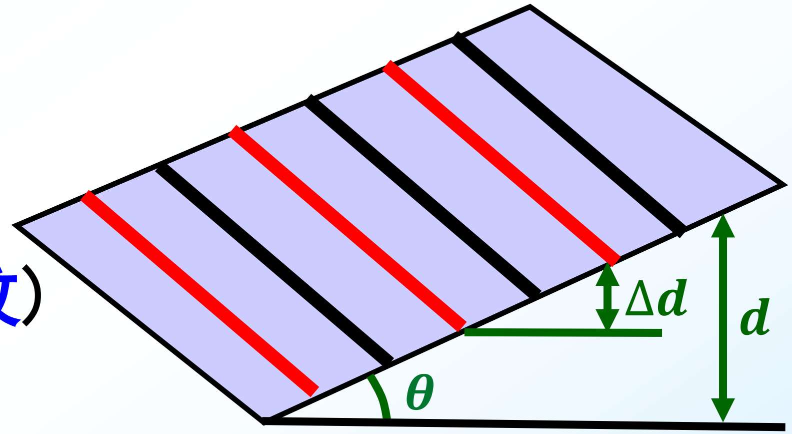
$$n_1 > n < n_2$$

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

回顾

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

干涉条纹的分布特征：



(1) 每一k值对应劈尖某一确定厚度d

同一厚度对应同一干涉级（等厚条纹）

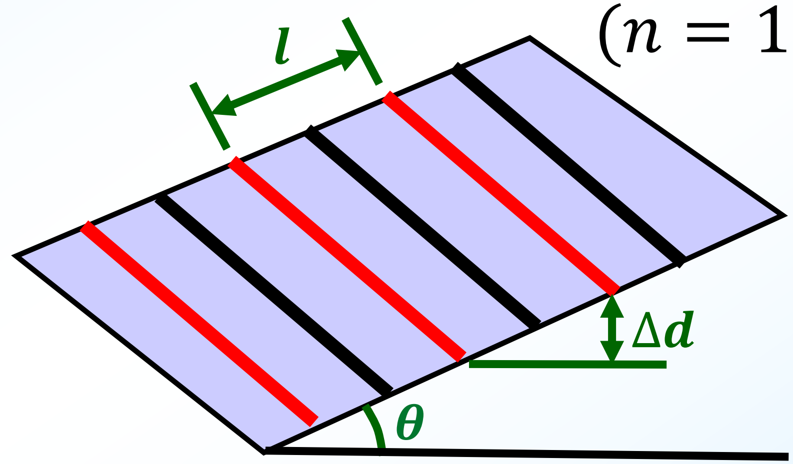
干涉条纹是一组与棱边平行的明暗相等的条纹。

(2) 棱边处$d = 0$ $\begin{cases} n_1 = n_2 > n & \text{对应着暗纹（有半波损失）} \\ n_1 < n < n_2 & \text{对应着明纹（无半波损失）} \end{cases}$

(3) 相邻两明（暗）纹间对应的厚度差为：$\Delta d = \dfrac{\lambda}{2n}$

(4) 相邻两明(暗)纹间距为：

$$l\sin\theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2n} \qquad \boxed{l = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}}$$



当θ很小时，有 $\sin\theta \approx \theta$

$$\boxed{l = \frac{\lambda}{2n\theta}}$$

θ,λ一定，l确定，条纹等间距；

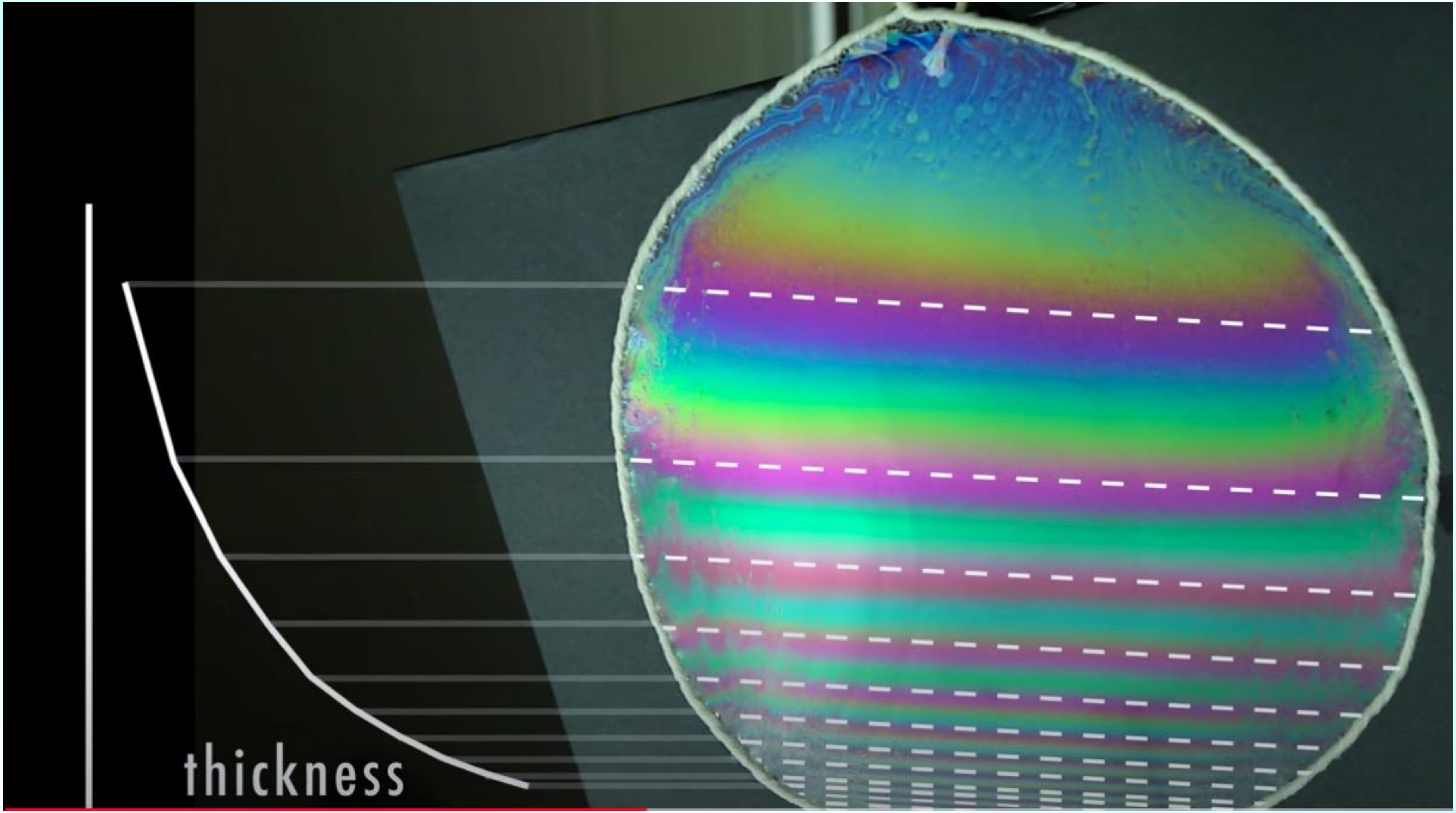
θ一定，$\lambda\uparrow, l\uparrow$ $\lambda\downarrow, l\downarrow$

$\theta\uparrow, l\downarrow$ 条纹变密 $\theta\downarrow, l\uparrow$ 条纹变疏

(5) 白光入射得到彩色干涉条纹。

红色在外，紫色在内

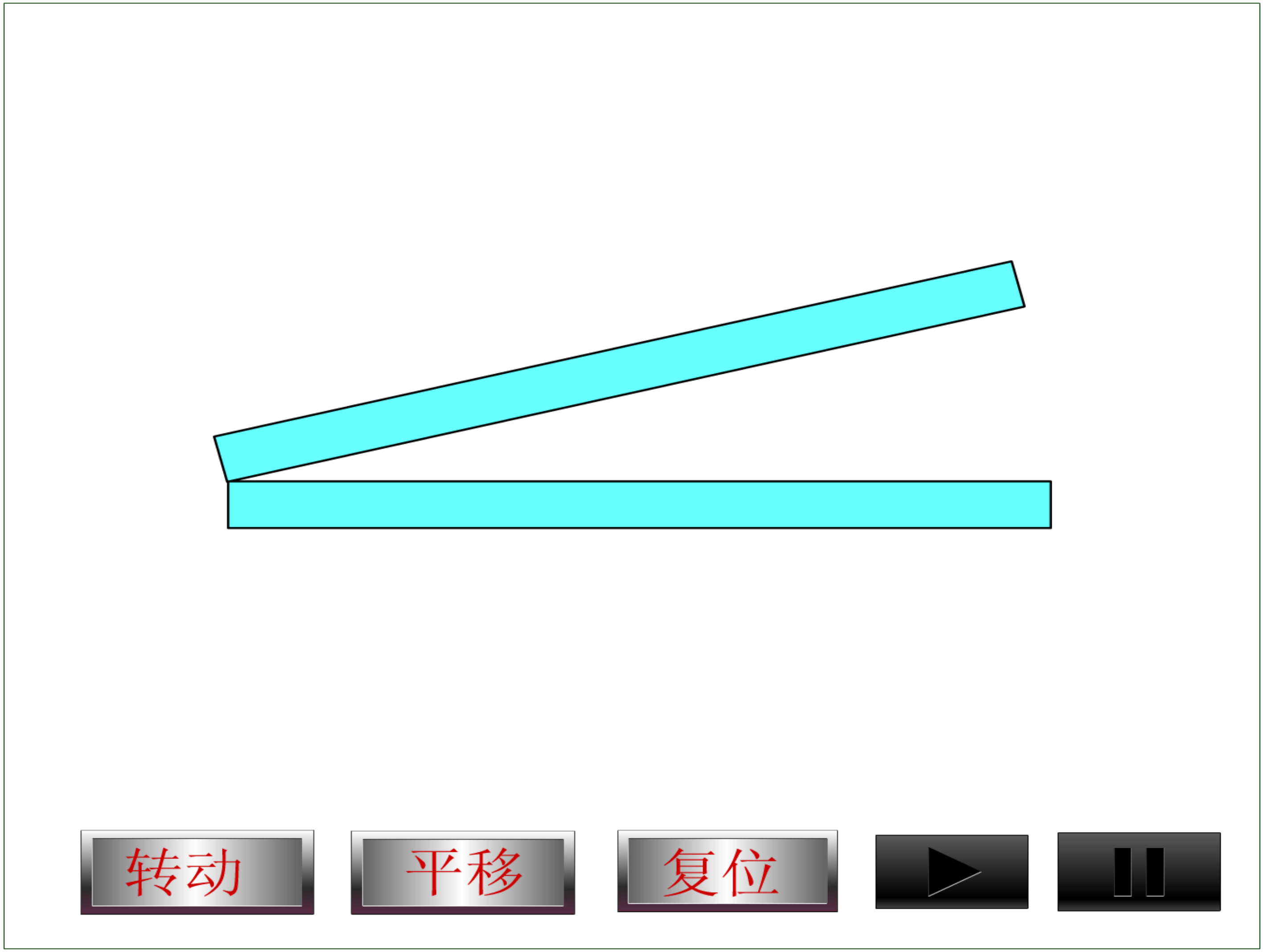
演示实验视频



例1. 下图两种情况条纹的变化?

间距不变，从右向左平移，逐渐消失。

间距逐渐变小，直至密不可分，逐渐消失。

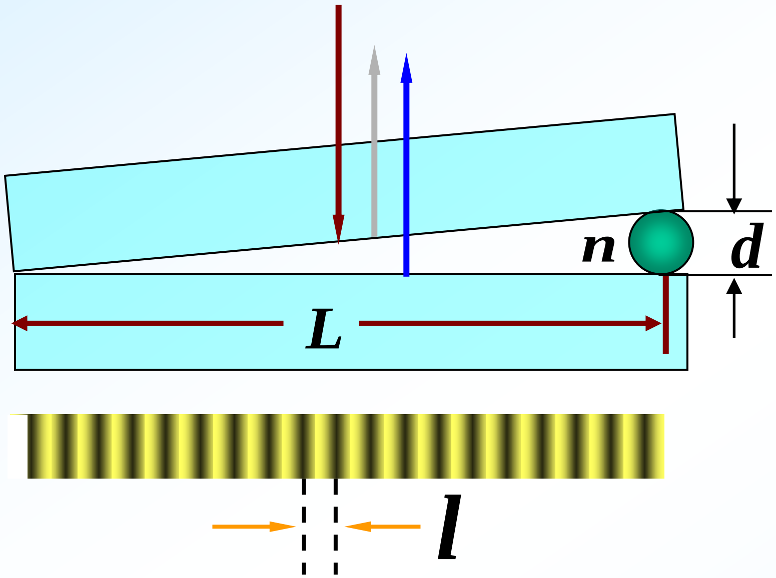

转动
平移
复位

劈尖干涉的应用

$$l=\frac{\lambda}{2n\theta}$$

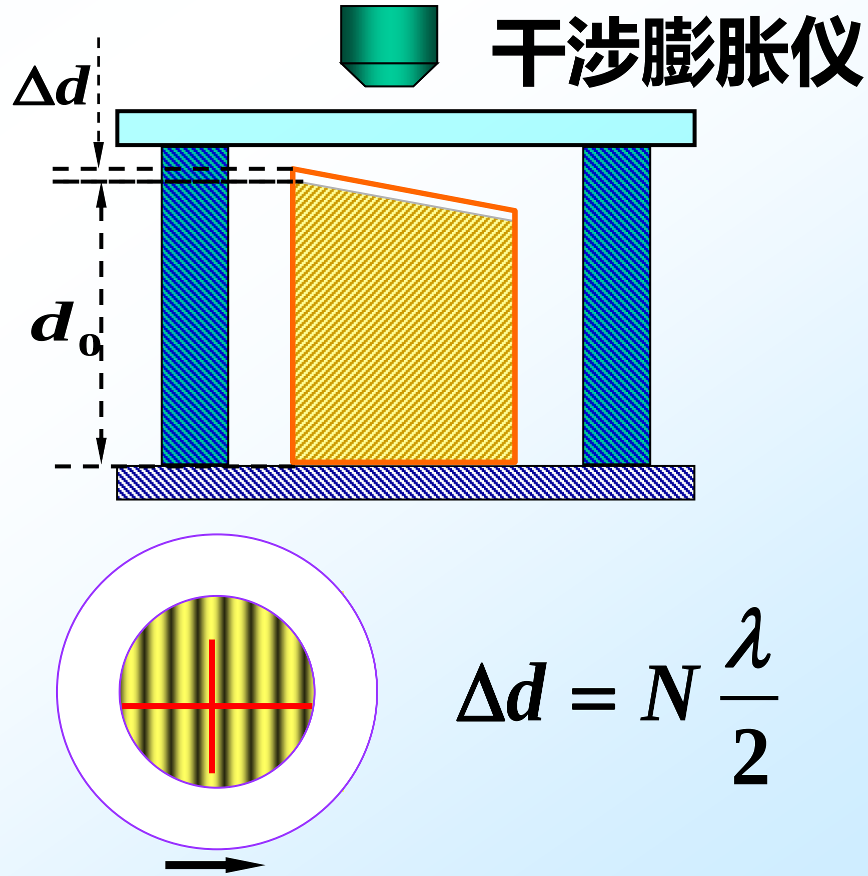
测量：波长;折射率;测细丝的直径;厚度微小变化;检测表面的平整度；薄膜厚度的测定等等。

测细丝的直径：

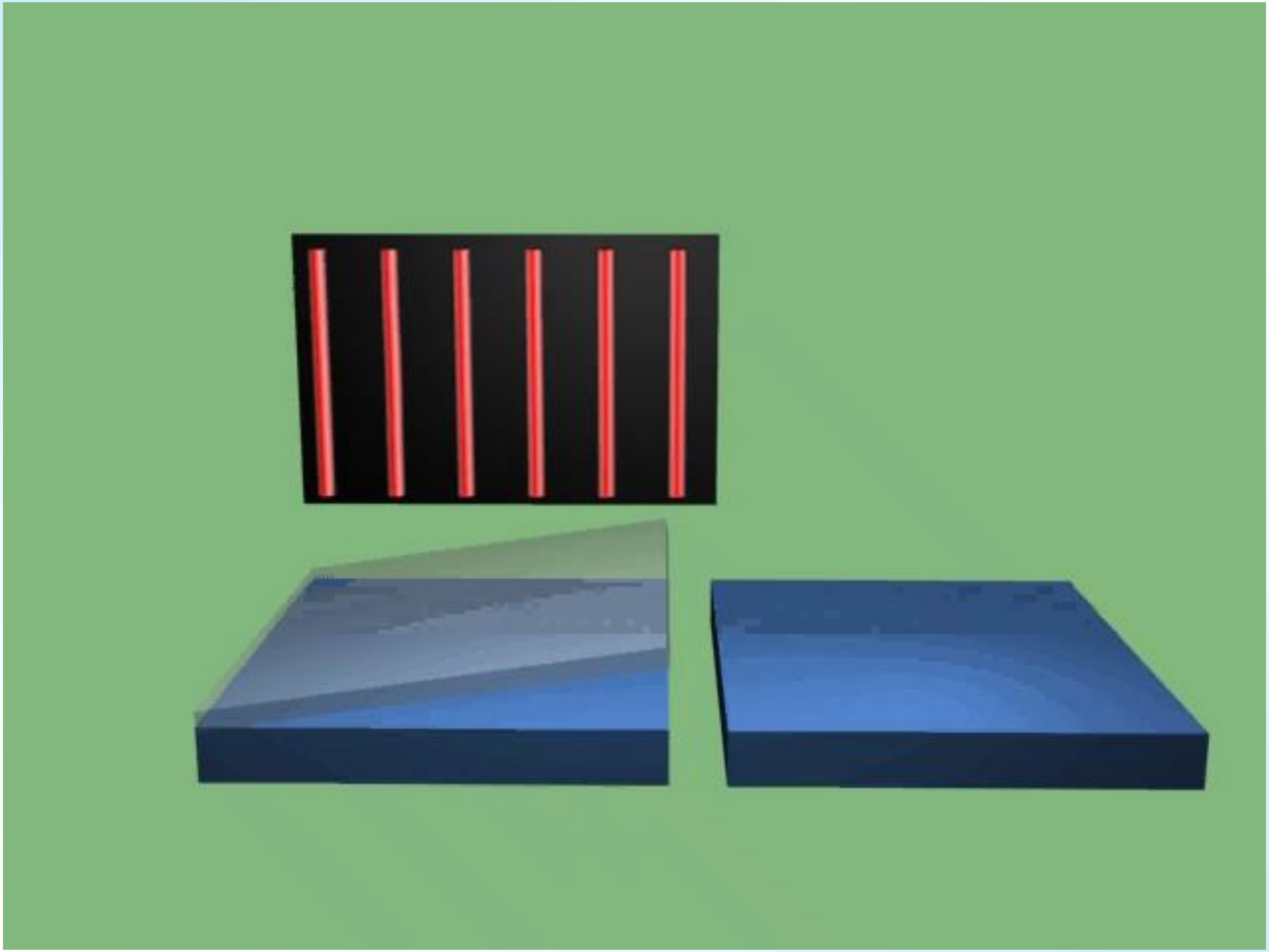


$$d=\frac{\lambda}{2n}\cdot\frac{L}{l}$$

厚度微小变化：

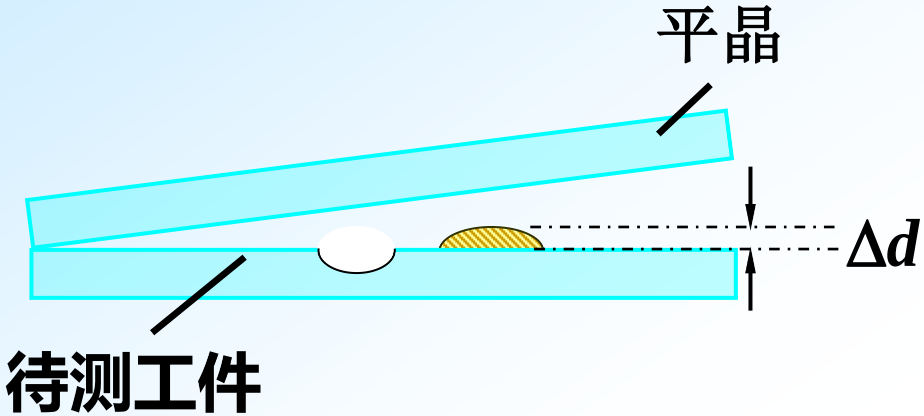


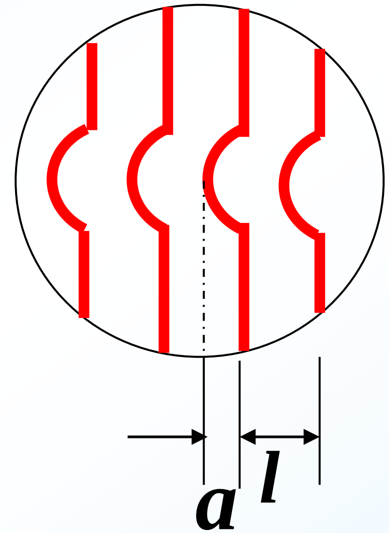
$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$



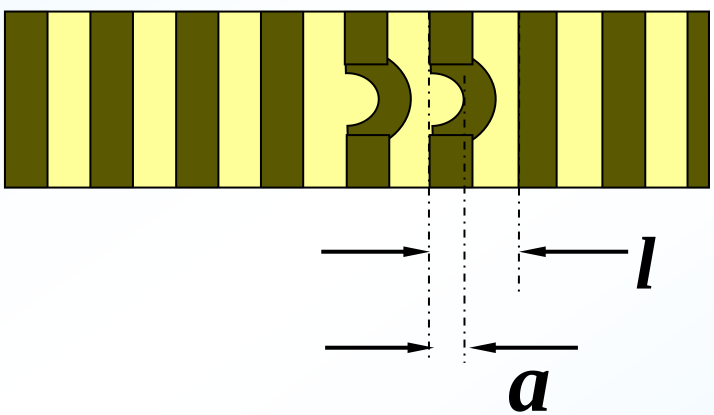
检测表面的平整度：

$$\boxed{l=\frac{\lambda}{2n\theta}}$$





有凹下纹路



有凸起纹路

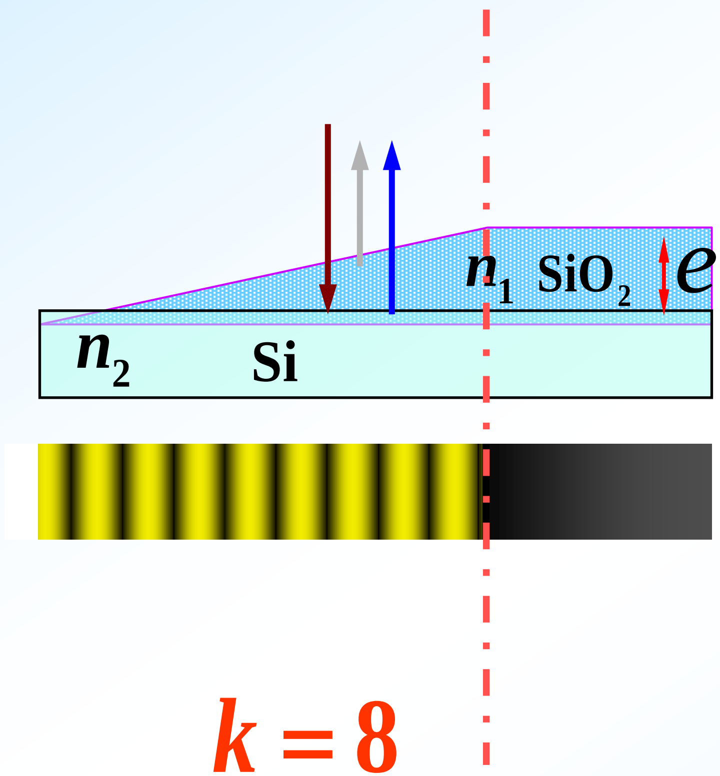
纹路高（深）度：

$$h=a\sin\theta=a\cdot\frac{\lambda}{2nl}$$

薄膜厚度的测定：

$$\boxed{l = \frac{\lambda}{2n\theta}}$$

制造半导体元件时，须精确测定生长在硅片上的二氧化硅薄膜的厚度。



$k = 8$

$$n_1 = 1.50 \qquad n_2 = 3.42$$

$$\lambda = 589.3\ \text{nm}$$

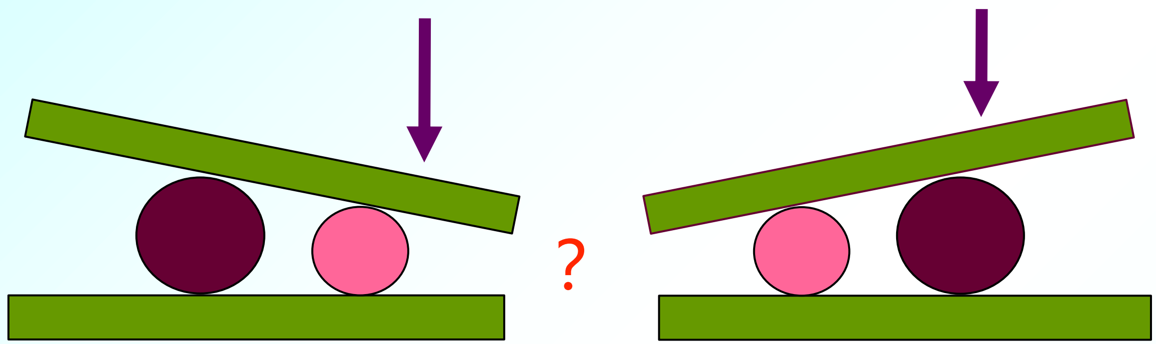
暗纹条件：

$$2n_1 e = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$k = 0, 1, 2, \cdots$$

$$e = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_1} = 1.67\ \mu\text{m}$$

讨论：用两块平面玻璃板能否判别两个直径相差很小的钢珠？



$l=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}$　　所以通过改变θ 可以改变条纹间距.

在右边那颗上方端轻轻地压一下，若：

右边的小，则压后θ 增大，条纹间距变小，等厚干涉条纹变密；

右边的大，则压后θ 减小，条纹间距变大，等厚干涉条纹变疏。

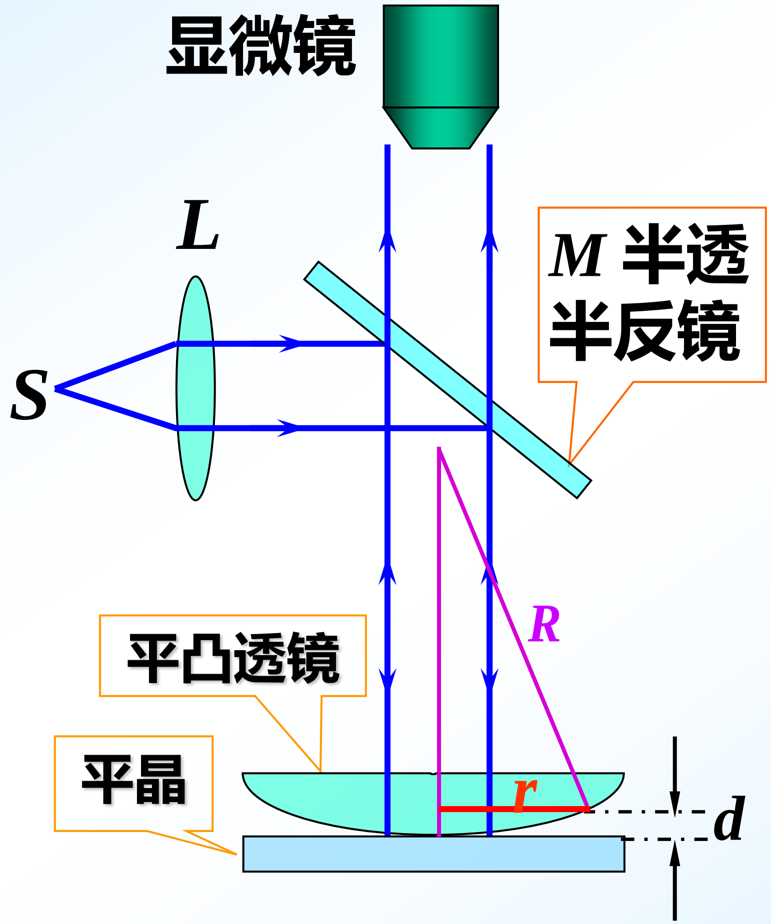
方法2：用白光入射

$$\boxed{2nd_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda}$$

对同一级条纹，形成彩带，波长大(红色)的d_k大，故靠近红色一端的直径钢珠大。

2. 牛顿环

装置简图

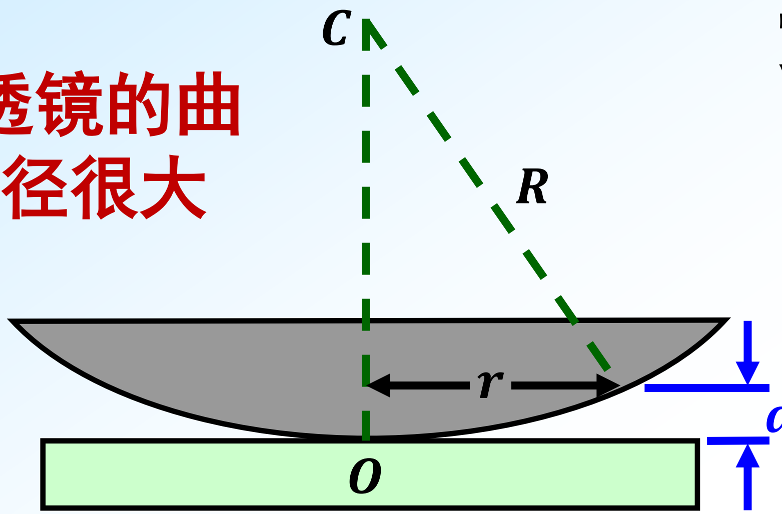


2. 牛顿环

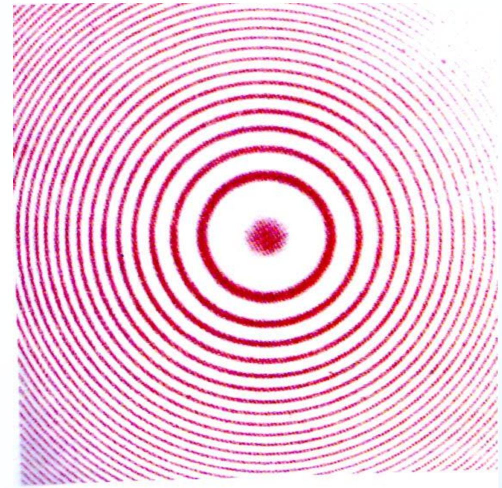
平凸透镜的曲率半径很大

平凸透镜

平面玻璃



宽度不均匀变化的劈尖干涉



光程差 $\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = 2d + \frac{\lambda}{2} (n = 1)$

干涉条件 $2d = \begin{cases} (2k-1)\frac{\lambda}{2} & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ k\lambda & k = 0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$

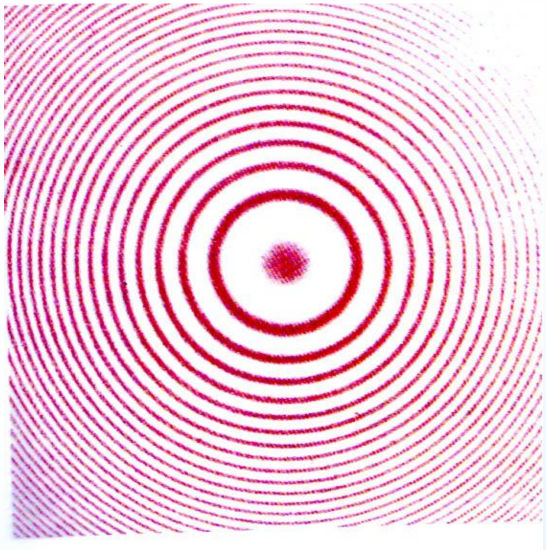
$$d = R - \sqrt{R^2 - r^2} = R - R\sqrt{1 - (r/R)^2}$$

$$= R - R\left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) = \frac{r^2}{2R}$$

$$r = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{(2k-1)R\lambda}}{\sqrt{2}} & \text{明环} \\ \sqrt{kR\lambda} & \text{暗环} \end{cases}$$

干涉环半径

$$r=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{(2k-1)R\lambda}}{\sqrt{2}} & (k=1,2,\cdots) \text{ 明环}\\ \sqrt{kR\lambda} & (k=0,1,2,\cdots) \text{ 暗环}\end{cases}$$



(1) $r_k=\sqrt{kR\lambda}\quad(k=0,1,2,\cdots)$

牛顿环的中心一定是暗点。

(2) $2d+\lambda/2=k\lambda\quad d\uparrow, k\uparrow$

越往边缘，条纹级次越高。---与等倾干涉的根本差别

(3) **相邻两暗环的间隔：**

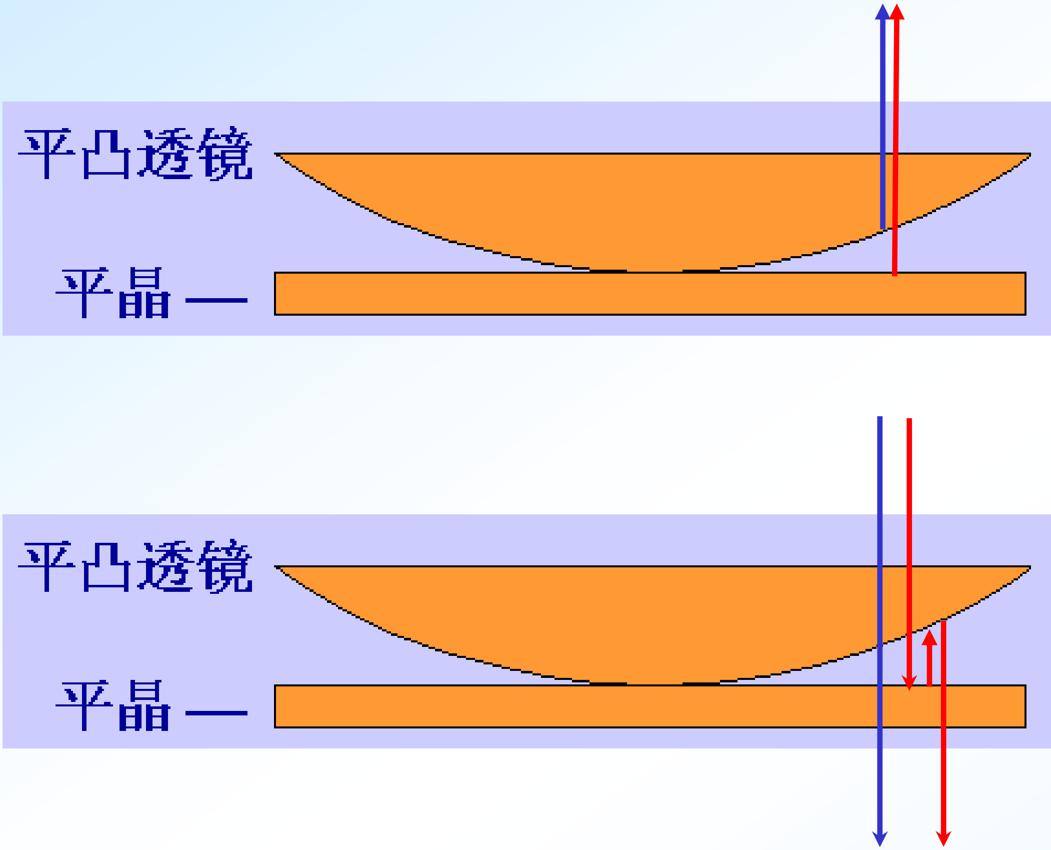
$$\Delta r=r_{k+1}-r_k\approx\frac{\sqrt{R\lambda}}{2\sqrt{k}}\qquad k\gg 1$$

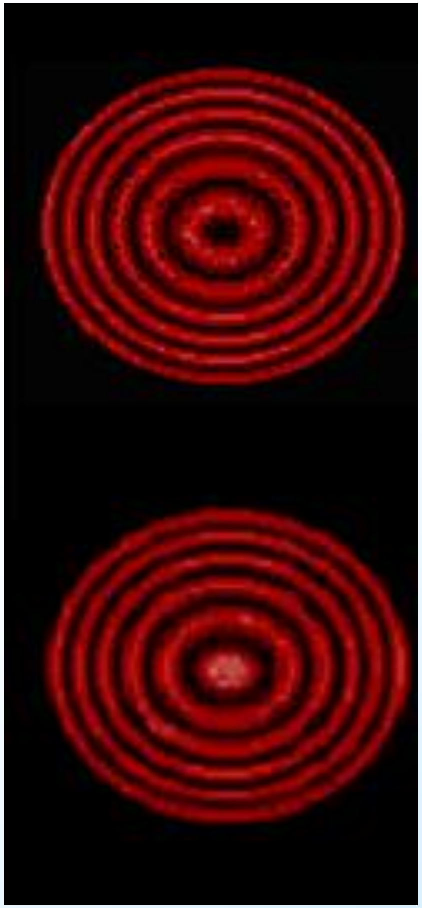
干涉条纹中心疏，两边密

(4) **已知光的波长λ时，可求出R：** $R=\dfrac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m}$

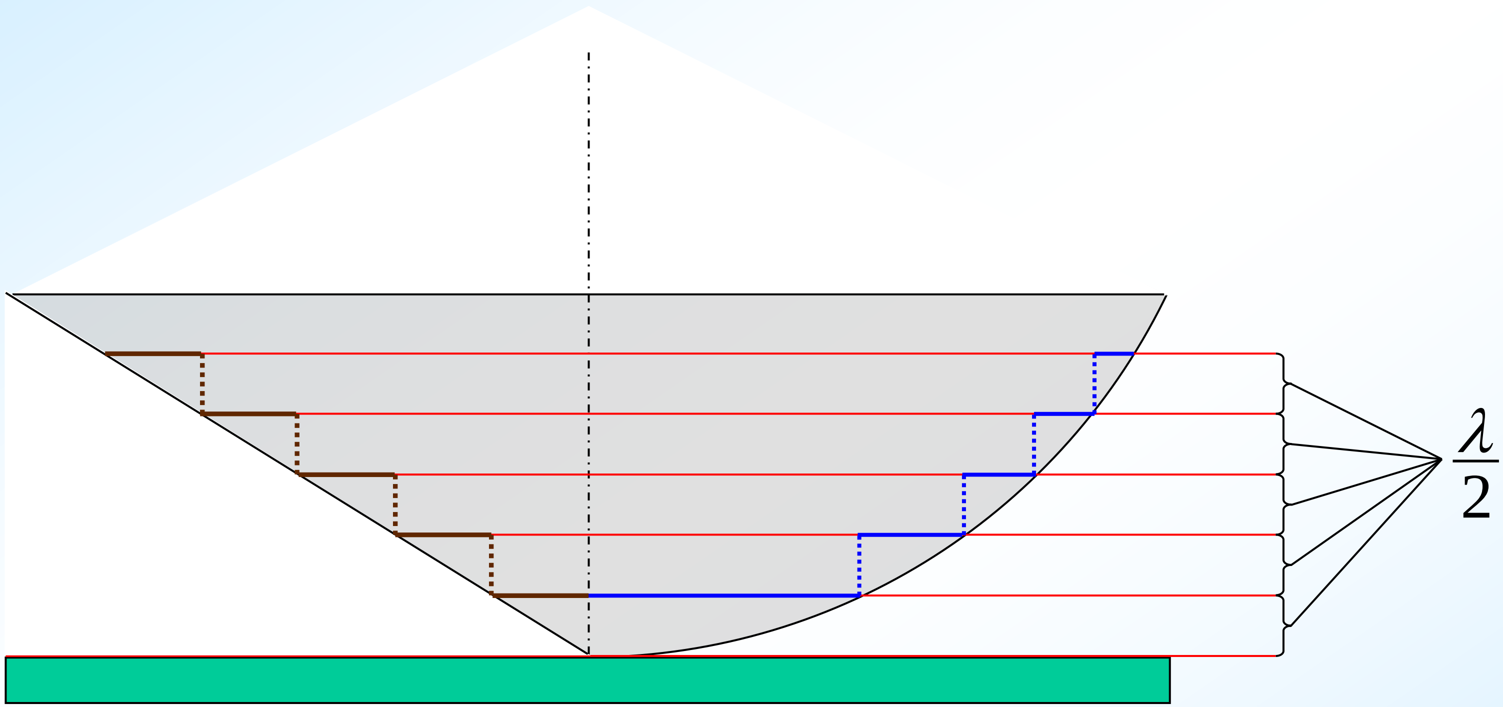
(5) **已知R时，可求出光的波长λ。**

（6）透射光与之互补





用等高度线法判定等厚干涉条纹的疏密分布



牛顿环的应用:

$$\boxed{r=\sqrt{kR\lambda}}$$

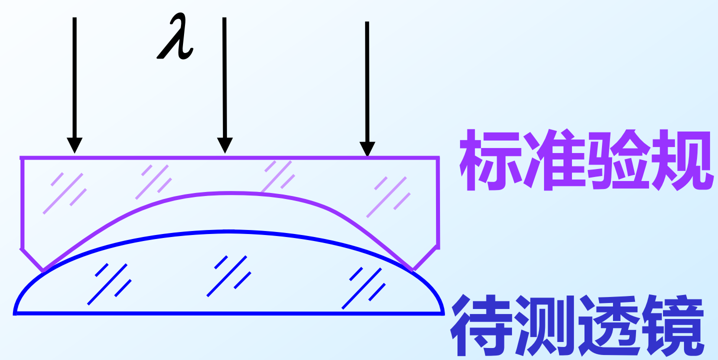
①测透镜球面的半径R:

已知λ，测 m、r_{k+m}、r_k，可得R。 $R=\dfrac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}$

②测波长λ:

已知R，测出m 、r_{k+m}、r_k，可得λ。

③检验透镜球表面质量



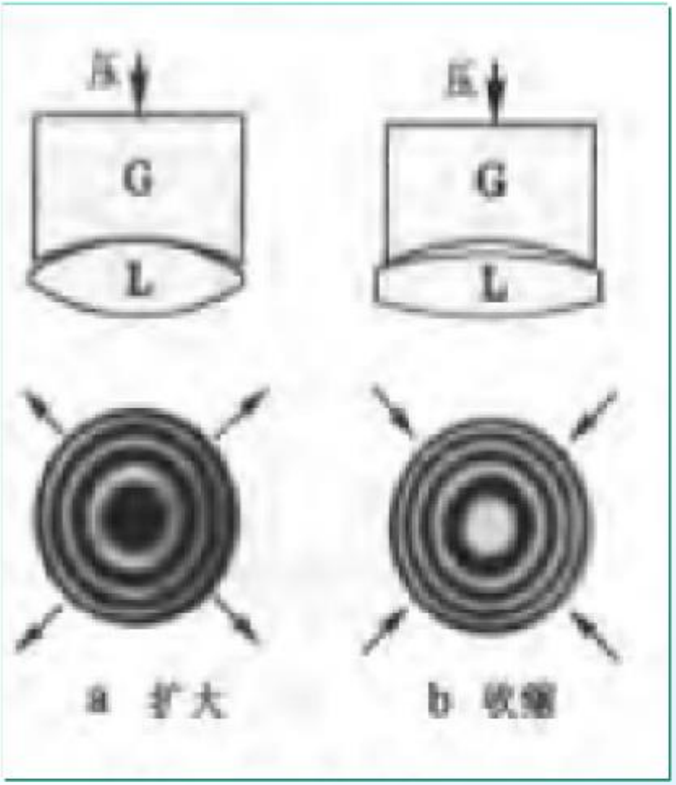
牛顿环的应用：

磨光学镜头

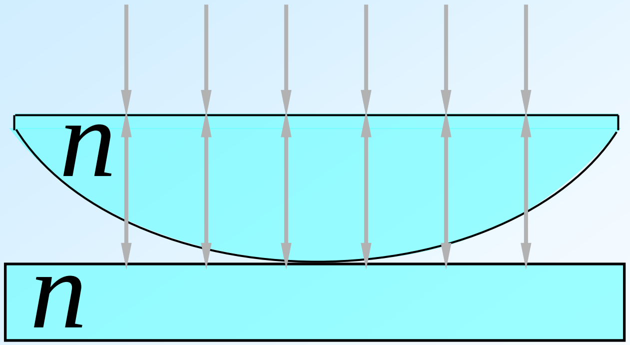
将标准件套到待测工件上，缝隙就形成了牛顿环

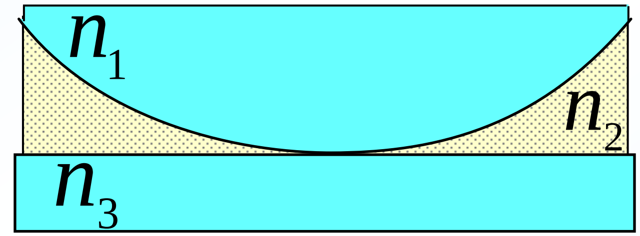
环数越多，说明标准件和待测件之间缝隙越大，每出现一个环就意味着半个波长的不吻合缝隙

思考题：压迫一下牛顿环，能否决定该磨镜头的边上还是中心？

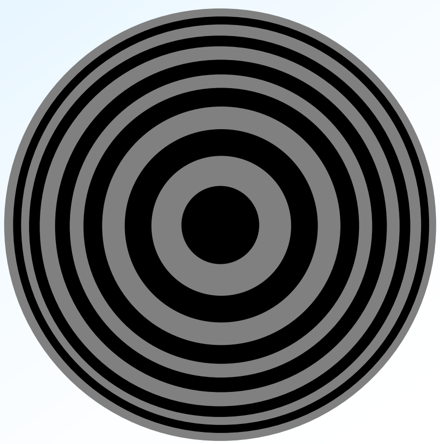


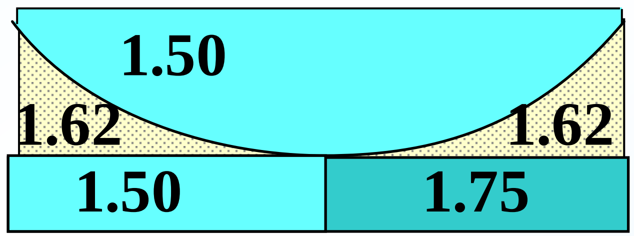
例1. 半波损失需具体问题具体分析。

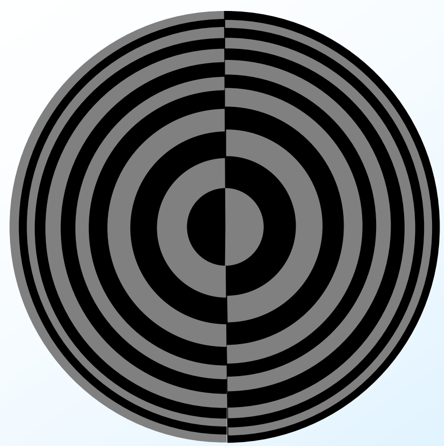




$$n_1 < n_2 < n_3$$



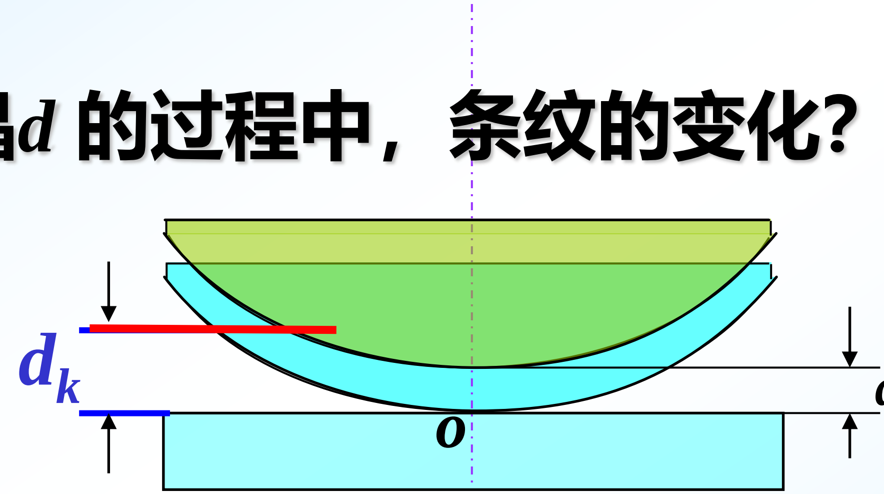




例2. 关于牛顿环：

平凸透镜缓慢向上平移到距平晶d 的过程中，条纹的变化?

解： 考虑第 k 级明环：



$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$$

平凸透镜向上平移时，空气膜的厚度增大，

与 d_k 对应的厚度向中心移进。

干涉牛顿环向中心逐渐缩进。 与等倾干涉不同！

平凸透镜向上平移 $\lambda/2$，就有一条明纹移过某观察点。

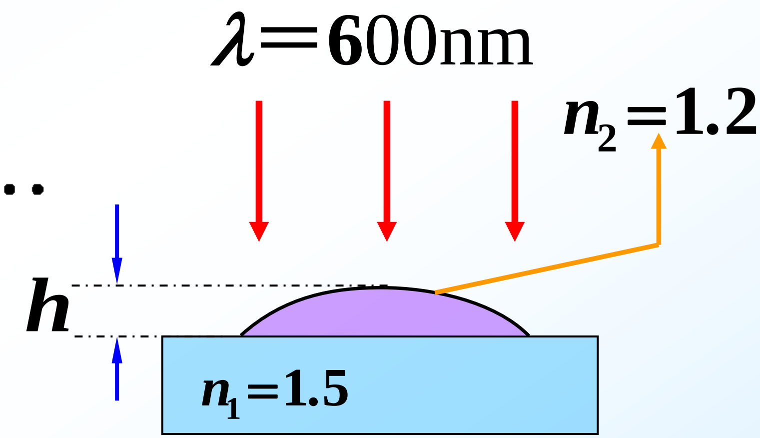
移动d 的过程中，有 $2d/\lambda$条明纹移过任一观察点。

对暗纹也成立。

例3. 油膜问题。如图所示，h=800nm，问：

1、干涉条纹的分布？　　2、可看到几条明纹？

3、明纹处油膜的厚度？



解：明纹处油膜的厚度满足：

$$\delta = 2n_2 d = k\lambda, \quad k = 0,1,2,\cdots$$

$$k = 0,\ d_0 = 0$$

$$k = 1,\ d_1 = 250\text{nm}$$

$$k = 2,\ d_2 = 500\text{nm}$$

$$k = 3,\ d_3 = 750\text{nm}$$

$$k = 4,\ d_4 = 1000\text{nm} \quad > h$$

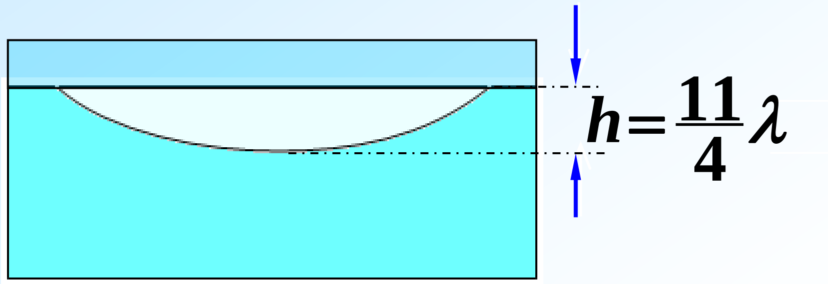
明暗相间的同心圆环

可观察到4条明纹

若油滴继续展开，条纹如何？

例4. 大致画出各装置反射光的干涉条纹。

画暗纹，并标出级次。



$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d = k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0,1,2,3,\cdots$$

等厚线轨迹为圆

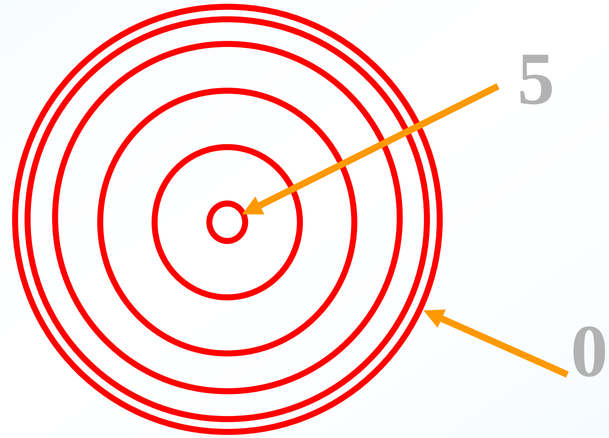
$k = 0,\ d_0 = 0$ 边缘处

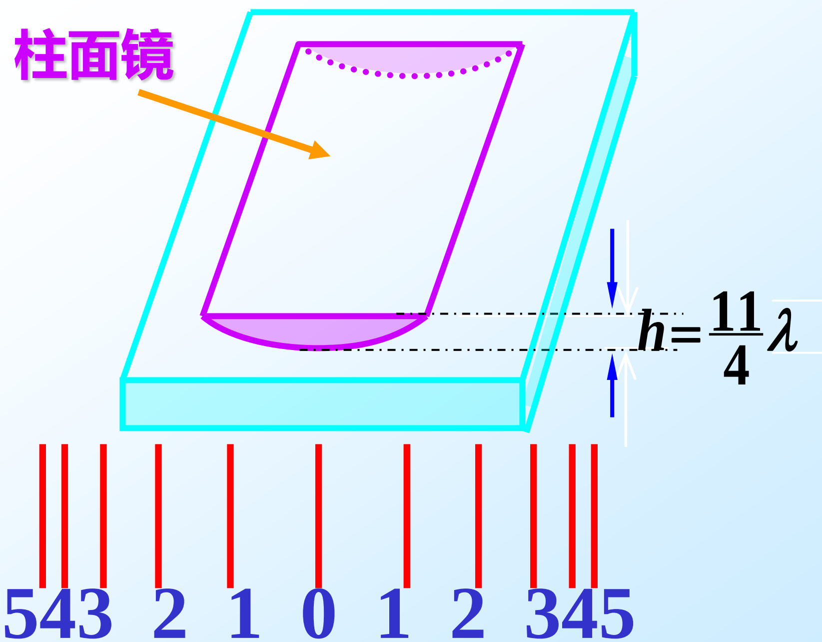
$k = 1,\ d_1 = \dfrac{\lambda}{2}$

$\vdots$

$k = 5,\ d_5 = \dfrac{5\lambda}{2}$

$k = 6,\ d_6 = 3\lambda > h$ 不出现





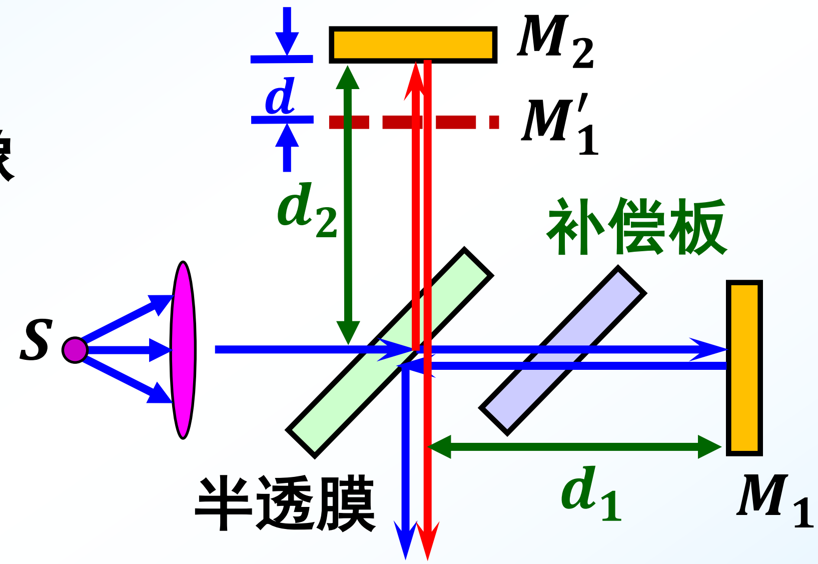
三 迈克尔逊干涉仪

M_1固定而M_2可动

M_1'是反射镜M_1对半透膜所成的像

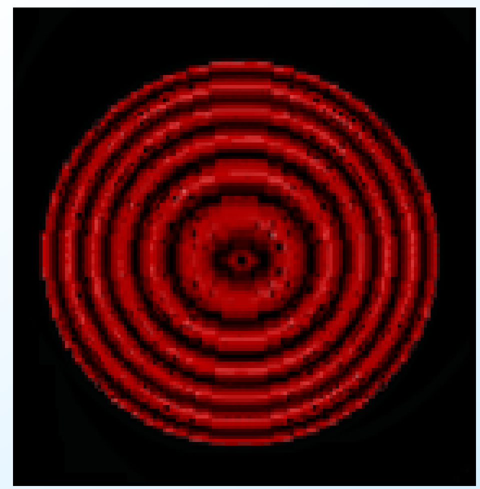
$M_2 \perp M_1 \quad M_2 \parallel M_1'$

----等倾干涉



空气薄膜厚度：$d = d_2 - d_1$

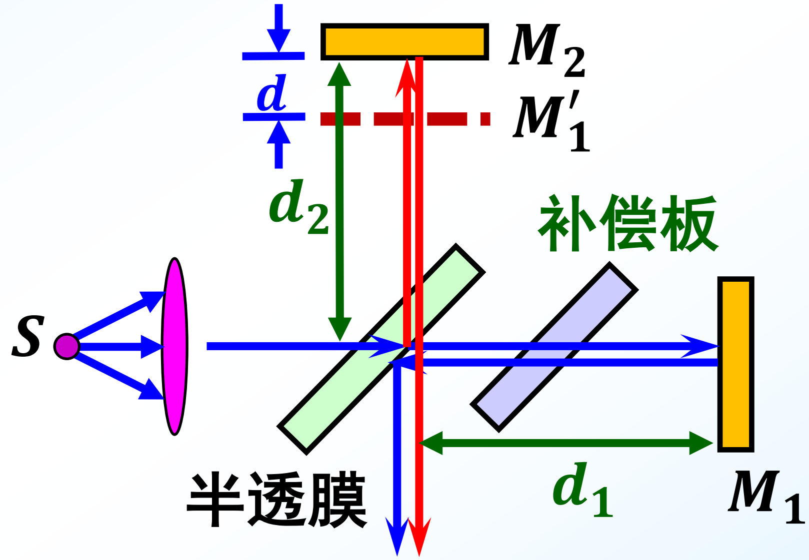
S点光源形成圆环形等倾条纹。



$$\begin{cases} d\uparrow & \text{条纹外冒} \\ d\downarrow & \text{条纹内缩} \end{cases}$$

问题：条纹移动一条，光程差改变多少？ M_2移动多少？

条纹移动一条，光程差改变λ，M_2移动$\lambda/2$。



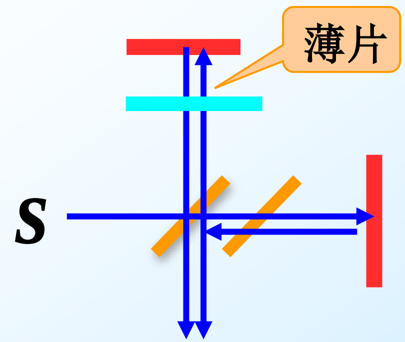
条纹移动N条，光程差改变$N\lambda$，
M_2移动$\Delta d = N\lambda/2$。

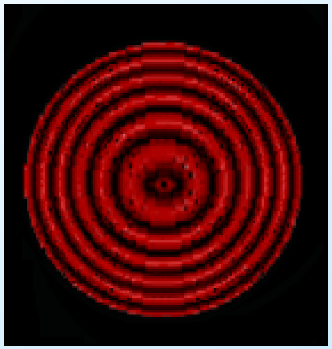
应用：

(1) 可测Δd或微小长度变化；

(2) 可测透明膜厚度或折射率。

例：透明薄片厚$l = 5.2\mu m$，$\lambda = 589nm$，插入薄片后条纹移动了$N = 5$条，求薄片的折射率。



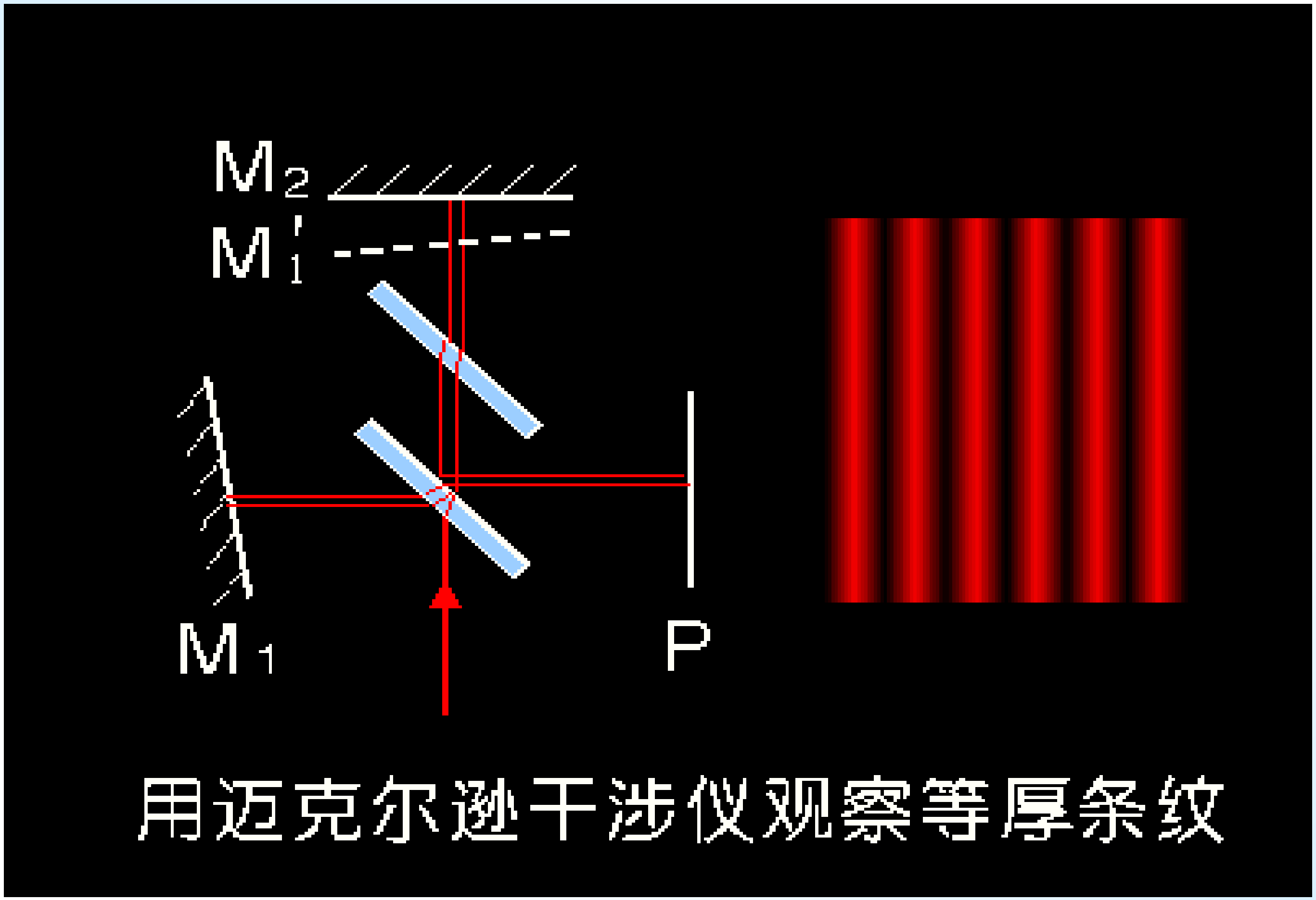


光程差改变： $2nl - 2l = N\lambda$

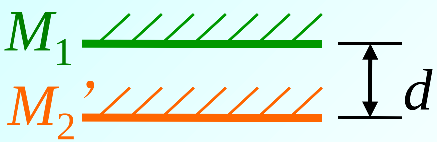
$$n = \frac{N\lambda}{2l} + 1 = 1.28$$

M_1与M_2不垂直，则M_1'与M_2不平行，形成一空气隙劈尖

——等厚干涉

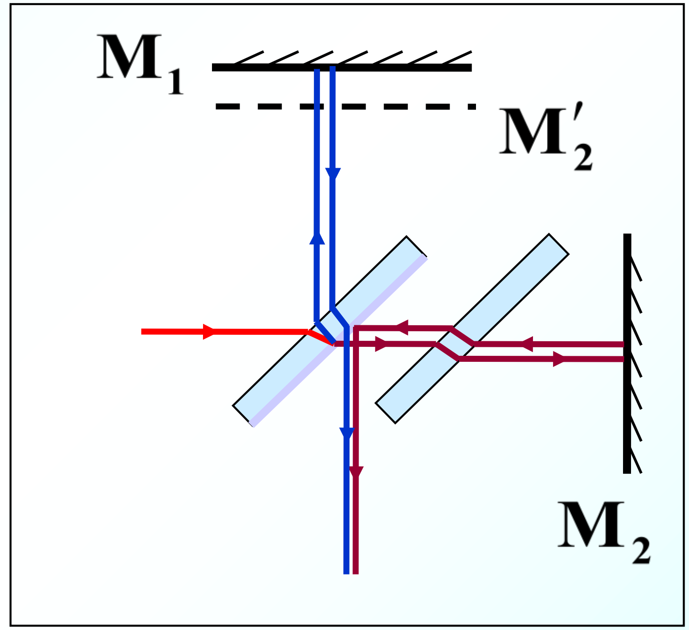


当 $M_1 \perp M_2 \Longrightarrow M_1 \parallel M_2'$



M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜

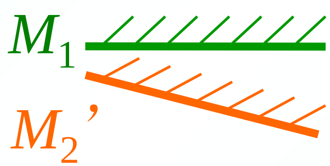
——等倾条纹



当 $M_1 \cancel{\perp} M_2$

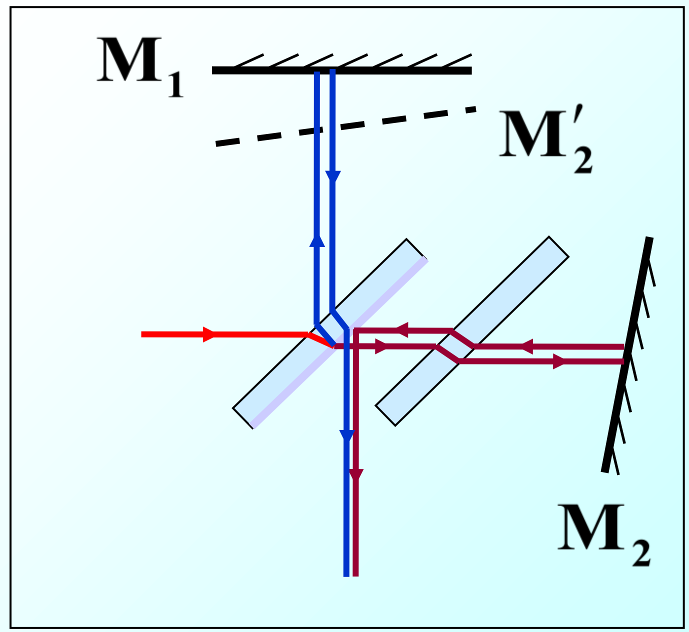
$\Downarrow$

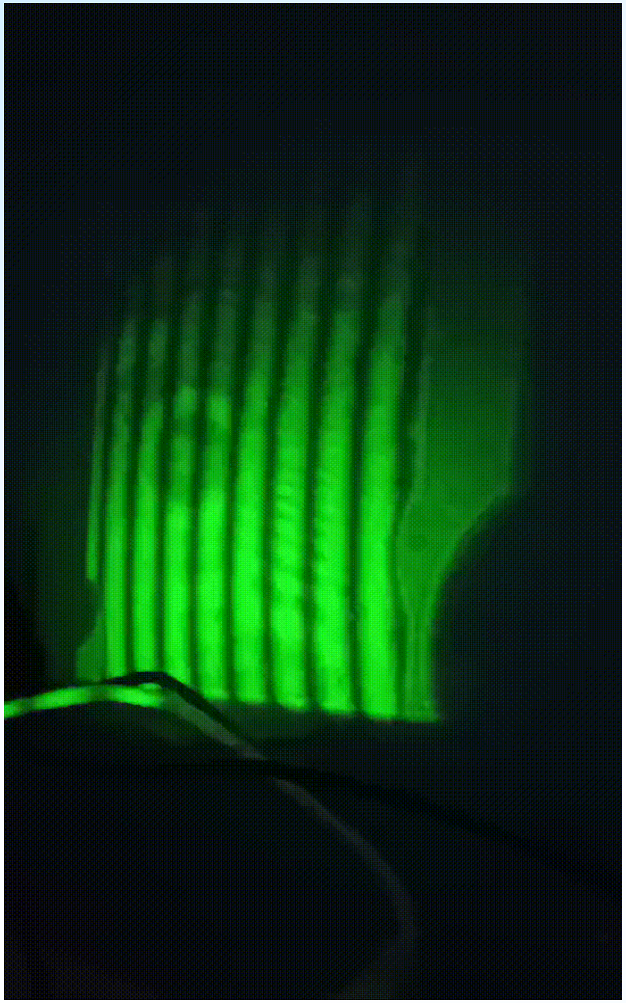
$M_1 \cancel{\parallel} M_2'$

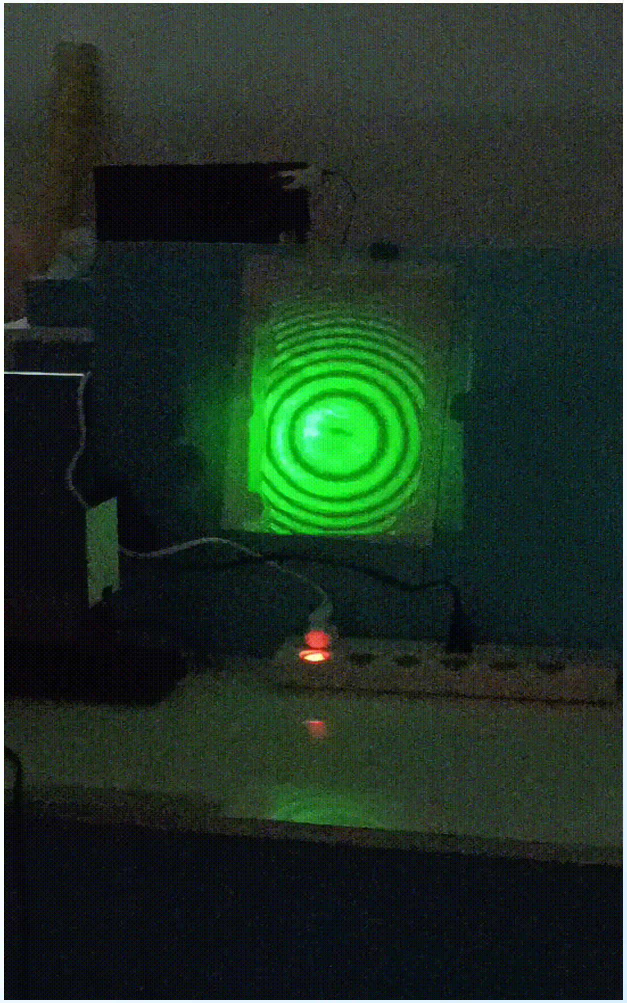


M_1与 M_2'形成一空气隙劈尖

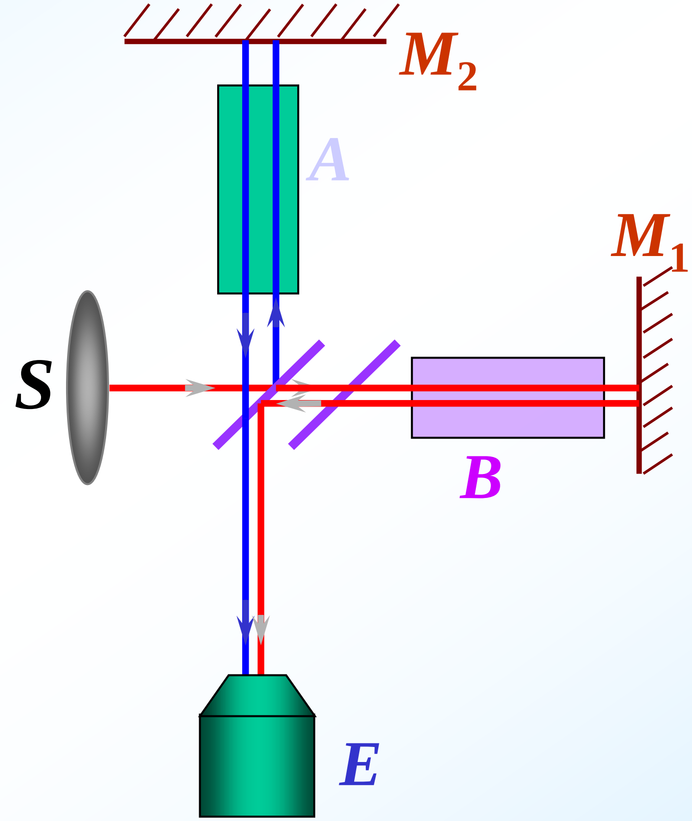
——等厚条纹







例1. 在迈克耳孙干涉仪的两臂中分别引入 10 厘米长的玻璃管 A、B，均为真空状态，在其中一个玻璃管中充以一个大气压的空气，过程中观察到107.2 条条纹移动，所用波长为546nm。**求空气的折射率?**



解： 设空气的折射率为 n，空气冲入前后光程差的改变：

$$\Delta\delta = 2nl - 2l = 2l(n-1)$$

条纹移动一条时，对应光程差的变化为一个波长，当观察到 107.2 条移过时，光程差的改变量满足：

$$2l(n-1) = 107.2\times\lambda \qquad n = \frac{107.2\times\lambda}{2l} + 1 = 1.0002927$$

例2. 在迈克耳孙干涉仪的一条光路中，放入一折射率为n厚度为d的透明薄片，放入后这条光路的光程改变了

A、$2(n-1)d$ √

B、$2nd$

C、$2(n-1)d+\lambda/2$

D、nd

例3. 在迈克耳孙干涉仪的可动反射镜移动d 的过程中，若观察到干涉条纹移动了N条，则所用光波的波长

$=$ ____________。 $\dfrac{2d}{N}$

例4. 波长为 λ_1 的单色光照射劈尖，在反射光干涉条纹中A点为暗纹，若连续改变入射光波长到 $\lambda_2(>\lambda_1)$ 时，A点再次变为暗纹，求A点的空气薄膜厚度。

解： 设A点处空气薄膜的厚度为d

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda_1}{2} \qquad 2d = k\lambda_1$$

改变波长后有： $2d = (k-1)\lambda_2$

$$k\lambda_1 = (k-1)\lambda_2 \qquad k = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$d = \frac{1}{2}k\lambda_1 = \frac{1}{2}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

作业： **Chap.13 —T11、T12、T13、T14**

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 通过学习通提交作业。
4. 作业缺交三分之一及以上者按规定不能参加考试。