大学物理

University Physics

华中科技大学物理学院

王宁

ningwang@hust.edu.cn

思考有得一

我们平时测量的磁场参数是磁感应强度B还是磁场强度H?为什么?

测量的是磁感应强度B

磁场强度矢量H是为了磁场的安培环路定理得到形式上简化而引入的辅助物理量.它的物理意义类似于电位移矢量D.从定义的操作方面来看,磁感应强度是完全只是考虑磁场对于电流元的作用,而不考虑这种作用是否受到磁场空间所在的介质的影响,这样磁感应强度就是同时由磁场的产生源与磁场空间所充满的介质来决定的.

测量磁感应强度B可以通过类似霍尔原件的检测器直接进行测量，磁场强度H我个人觉得它更像是一个人们为了简化计算，便于使用环路定理而人造的一个量，所以人们通常测的都是磁感应强度

思考有得一

在通常情况下，我们测量的是磁感应强度（B），而不是磁场强度（H）

磁感应强度（B）更直接地与物体在磁场中受到的力相关。它可以用来测量磁场对物体的影响，例如在磁体附近的磁性物体受到的吸引或排斥力。这对于应用领域中的磁场力学非常重要。

其次，磁感应强度（B）是一种科学中常用的标准度量方式，它可以用于物理学、工程学和其他领域中的研究和实际应用。它具有更广泛的应用和测量传感器的可用性。

总结而言，我们通常测量磁感应强度（B），因为它直接关联到物体受到的磁力以及在科学和工程应用中更为常见。

思考有得一

“我们平时测量的磁场参数是磁感应强度B，而不是磁场强度H。

磁感应强度B是描述磁场中的物理量，它指示了单位面积内通过垂直于磁场的平面的磁通量。B可以用来描述磁场的强度和方向。

磁场强度H是通过比例系数连接磁场和产生磁场的磁场源的物理量。它的值与应用的磁介质有关，并且可以用来计算在各种介质中的磁感应强度B。

我们通常测量磁感应强度B，是因为它是直接与磁场中的力和效应相关联的参数。例如，我们可以通过测量磁感应强度B来获得磁场中的磁力和磁场对移动电荷的影响。而磁场强度H更多用于研究磁性材料中的磁化行为和磁化强度等特性。

因此，我们在平时测量磁场参数时，更关注磁感应强度B，因为它直接与磁场中的物理现象和效应相关.”

思考有得二

静磁场与电磁感应"方向"总结

带电粒子在磁场中受力：$\vec{F}=q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$.　右手定则（注意电荷正负）.（高中用左手定则）

毕奥-萨伐尔定律　$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\cdot d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$.　$I\cdot d\vec{l}$ 为沿着电流方向的微小电流元.

$\vec{e}_r$ 为电流元指向P点的单位矢量.

仍用右手定则判定

磁偶极矩：　$\vec{m}=I\cdot\vec{S}=IS\vec{e}_n$　$\vec{e}_n$ 为圆环面的法向单位矢量. 方向与电流方向成右手螺旋关系.

一个磁偶极子激发的磁感应强度.　$\vec{B}=\frac{\mu_0\vec{m}}{2\pi r^3}$.　$\vec{B}$ 与 $\vec{m}$ 方向一致.

磁通量　$\Phi=\int_S\vec{B}\cdot d\vec{s}$.　Φ 为标量, 无方向. 磁感线从闭合曲面穿出时, 该点磁通量为正, 反之为负.

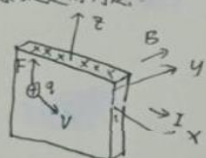
↓

高斯定理：$\oint_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$.

安培环路定理.　$\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I$.　注意电流穿过闭合面的方向. $\vec{B}$ 的方向可通过右手螺旋定则判定

螺线管与螺线环中磁场方向：右手螺旋定则判定.

霍尔效应示意图（各物理量方向）



导线在磁场中受力：$\vec{F}=I\vec{l}\times\vec{B}$.　右手定则判定. $\vec{l}$ 与电流方向一致.（高中用左手定则）

载流线圈在磁场中力矩.　$\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}$. 用右手定则判定. $\vec{m}$ 为磁偶极矩.

磁化强度矢量. $\vec{M}=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_i}{\Delta V}$.　$\vec{M}=(\mu_r-1)\cdot H$

磁场强度.　$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_r\mu_0}$　$\vec{M}$, $\vec{H}$, $\vec{B}$ 为同向. 可根据电流方向与右手螺旋定则判定.

磁化电流面密度.　$\vec{i}_m=\vec{M}\times\vec{e}_n$.　$\vec{i}_m$ 方向与传导电流方向一致.

电动势：　$\varepsilon_i=\oint_L\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=-\frac{d\Phi}{dt}$.

↓

在导体回路上假定一方向为回路绕行方向. 当回路中的磁感线与所规定的回路绕行方向成右手螺旋关系时. Φ 为正值. 若 Φ 增大则 $\frac{d\Phi}{dt}>0$.　$\varepsilon_i<0$.　ε_i 方向与规定方向相反.

感应电场：方向与感应电流方向基本一致. 利用楞次定律判定.

感生电动势：导体棒上的感生电动势相当于电流, 感应电流流向的一端为正极.

互感：　$\psi_{12}=M_{12}i_1$　$\psi_{21}=M_{21}i_2$　$M_{12}=M_{21}$　无方向.

自感.　$\psi=Li$.　无方向.

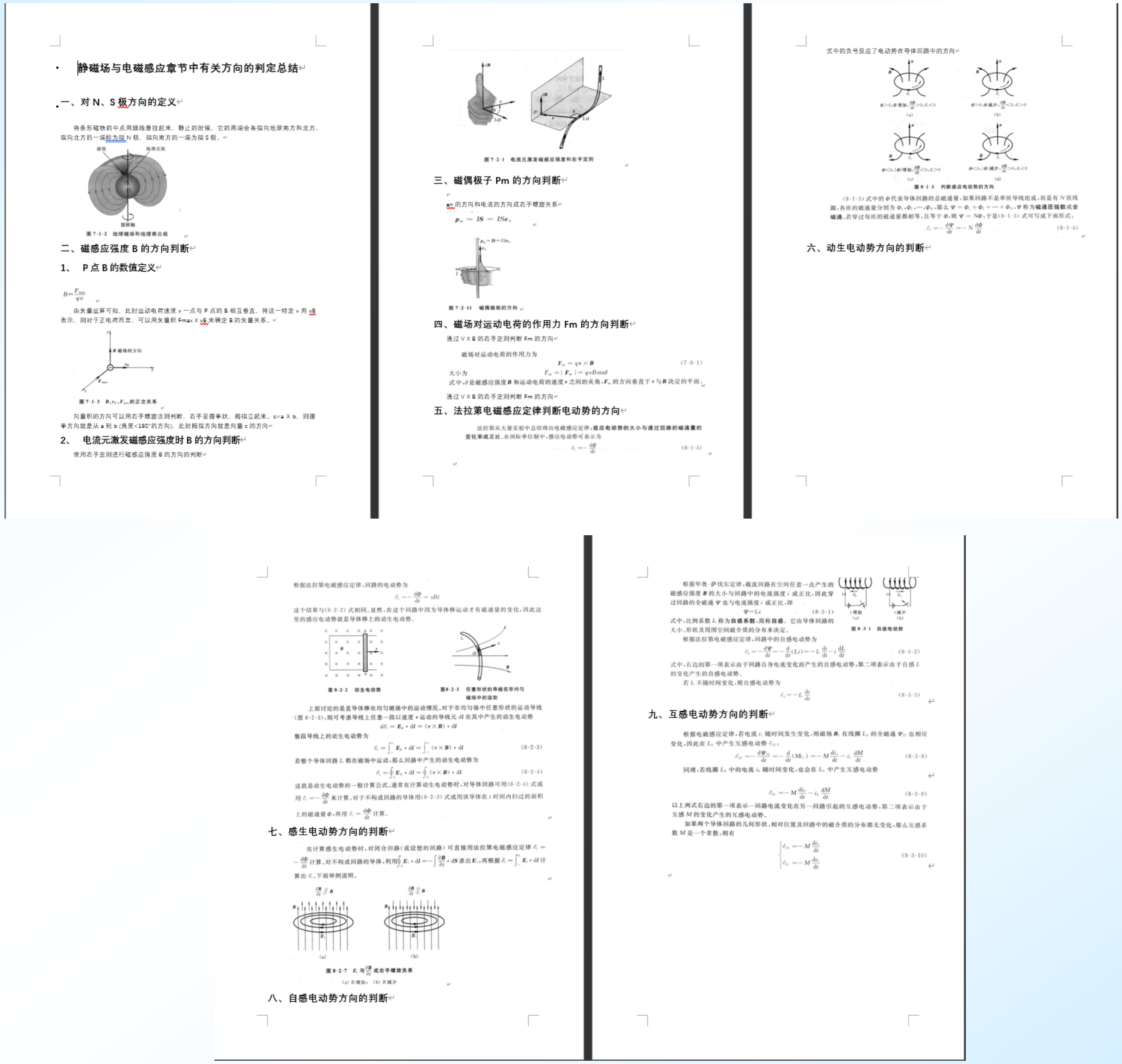
互感电动势：　$\varepsilon_i=-M\frac{di_2}{dt}-i_2\frac{dM}{dt}$　可利用楞次定律定正负.

自感电动势：　$\varepsilon_i=-L\frac{di}{dt}-i\frac{dL}{dt}=-L\frac{di}{dt}$.　与电流方向有关, $\frac{di}{dt}>0$, 与电流方向相反.

位移电流：　$I_d=\int_S\vec{j}_d\cdot d\vec{S}$

$\vec{j}_d=\frac{\partial D}{\partial t}$.　$\vec{j}_d$ 方向与 D 随时间变化率 $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ 的方向一致.

思考有得二



静磁场与电磁感应章节中有关方向的判定总结

一、对 N、S 极方向的定义

二、磁感应强度 B 的方向判断

1、 P 点 B 的数值定义

2、 电流元激发磁感应强度时 B 的方向判断

三、磁偶极子 Pm 的方向判断

四、磁场对运动电荷的作用力 Fm 的方向判断

五、法拉第电磁感应定律判断电动势的方向

六、动生电动势方向的判断

七、感生电动势方向的判断

八、自感电动势方向的判断

九、互感电动势方向的判断

第11章 振动和波动

内容	学时
第11章 振动与波动	16学时
机械振动： 谐振动、位相、旋转矢量图、谐振动的能量、谐振动的合成、振动的相空间描述、阻尼振动、受迫振动、 共振	6学时
机械波： 波的概念、平面简谐波、波的能量、惠更斯原理、折射和反射、波的叠加原理、声波、地震波、干涉与衍射、驻波、多普勒效应	8学时
电磁波：电磁振荡、电磁波的发射和传播	2学时

说明：以上蓝色的部分不考。

振动和波动的重要性

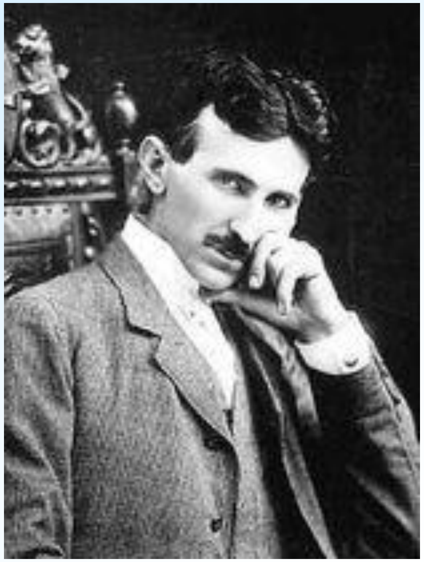
经典物理学
- 力学（包括声学）
- 热学
- 电学
- 光学

振动和波动学

力学中——机械振动和机械波

电学中——电磁振荡和电磁波

近代物理中——量子力学 ⇒ 波动力学



“If you want to find the secrets of the universe, think in terms of energy, frequency and vibration.”

— Nikola Tesla

振动和波动

什么是振动?

任何物理量随时间的周期性变化都可以被称为**振动**。

振动的大致分类

- 机械振动：物体的空间位置随时间周期性变化
- 电磁振动：电场与磁场随时间周期性变化

什么是波动?

振动状态在空间中的传播被称为**波动**。

- 机械波：机械振动的传播
- 电磁波：电磁振动的传播

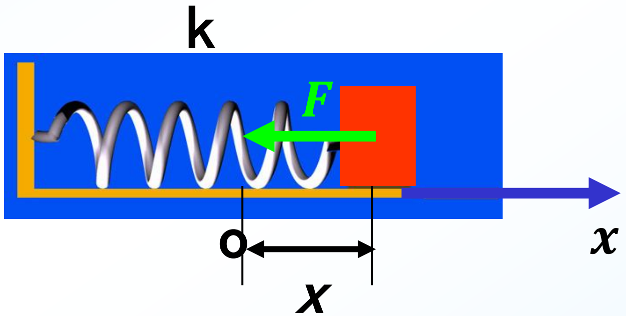
振动和**波动**是自然界中非常普遍且重要的运动形式。

——横跨物理学各个领域

第一节 简谐振动

一 谐（简谐）振动的特征

1）弹簧振子的谐振动



忽略摩擦，质点m在弹力作用下的**直线运动**就是一种**谐振动**。

弹性力：$F = -kx$ x：离开平衡位置的位移

而根据牛顿第二定律：$F = ma = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$

$$\therefore \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega_0^2 x$$

其中：$\omega_0 = \sqrt{k/m}$

谐振动的运动方程：

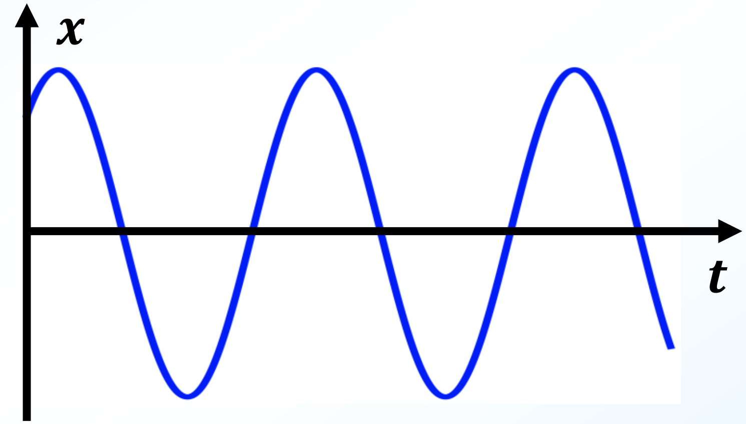
$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0}$$

简谐振动的特征

2）微分方程的解

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2 x=0}$$

$x=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$ **A，φ为待定常数**



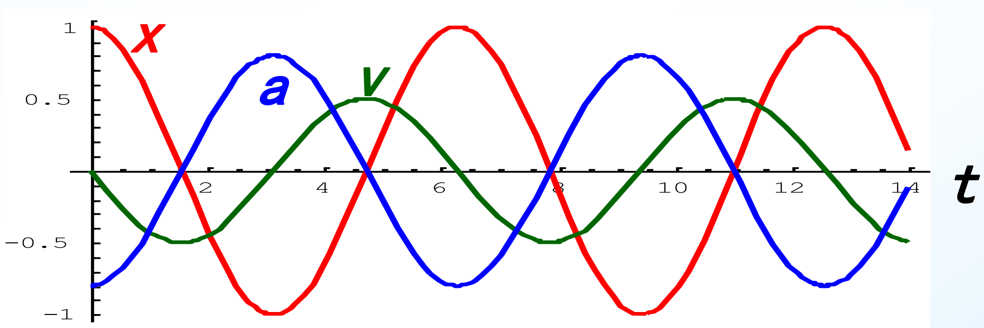
振动曲线

周期性函数

位移：又被称为**运动方程**。

速度： $v=\dfrac{dx}{dt}=-\omega_0 A\sin(\omega_0 t+\varphi)$

加速度： $a=\dfrac{dv}{dt}=-\omega_0^2 A\cos(\omega_0 t+\varphi)$



位移，**速度**和**加速度**都是同周期的周期性变化！

简谐振动的特征

3）描述谐振动的基本参数

$$\boxed{x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

a）振动的周期：一次完整的振动所需的时间

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi) = A\cos(\omega_0 (t+T) + \varphi)$$

$$\therefore\ \omega_0 T = 2\pi \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

振动频率： $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$

$\omega_0 = 2\pi\nu$　　**角频率（圆频率）：单位时间内转过的角度**

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{k/m}}$$

周期，频率和角频率都由系统性质决定！

b）振动的振幅：离开平衡位置的最大位移 A

振幅仅由振动的初始条件决定，且振动过程中振幅不变！

简谐振动的特征

3）描述谐振动的基本参数

$$\boxed{x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

c）振动的相位：决定振动的状态 $\omega_0 t + \varphi$

振动的初始相位：$t = 0$时刻振动的相位 φ

初始相位也由振动的初始条件决定！

若$t = 0$时， $x = x_0$ $v = v_0$ 给定初始位移和速度

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi \\ v_0 = -\omega_0 A\sin\varphi \end{cases}$$

$$\therefore \quad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}} \qquad \tan\varphi = -\frac{v_0}{x_0\omega_0}$$

简谐振动的特征

d）相位差，同相和反相

两个相同频率的谐振动：

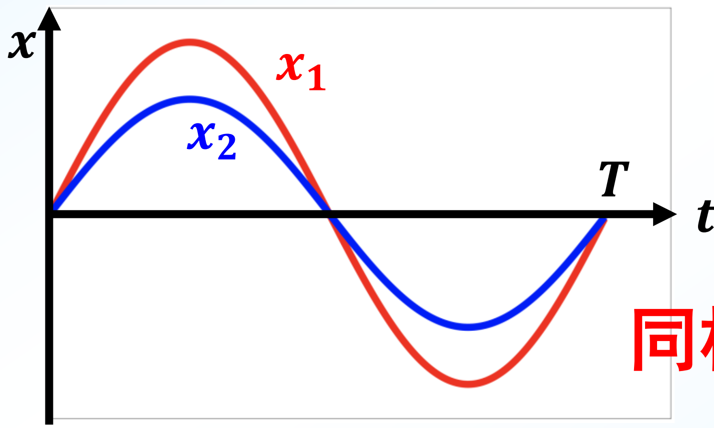
$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \qquad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

它们的相位差为：

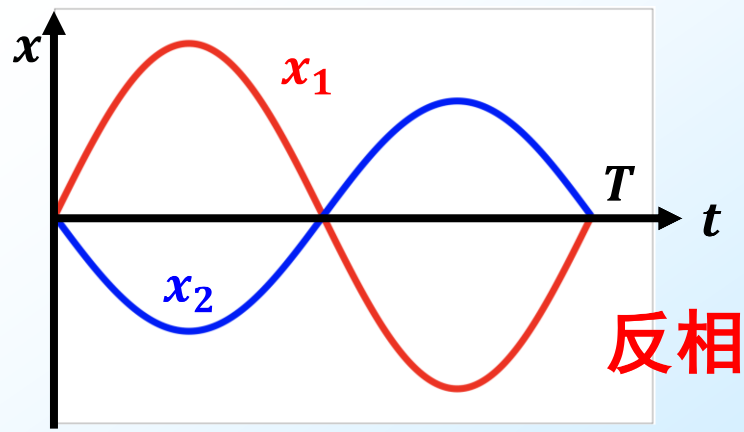
$$\Delta\varphi = (\omega_0 t + \varphi_2) - (\omega_0 t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$$

任意时刻的相位差都等于初始相位差。

$$\Delta\varphi = 2k\pi\ (k = 0,1,2,\cdots) \qquad \Delta\varphi = (2k+1)\pi\ (k = 0,1,2,\cdots)$$



同相



反相

简谐振动的特征

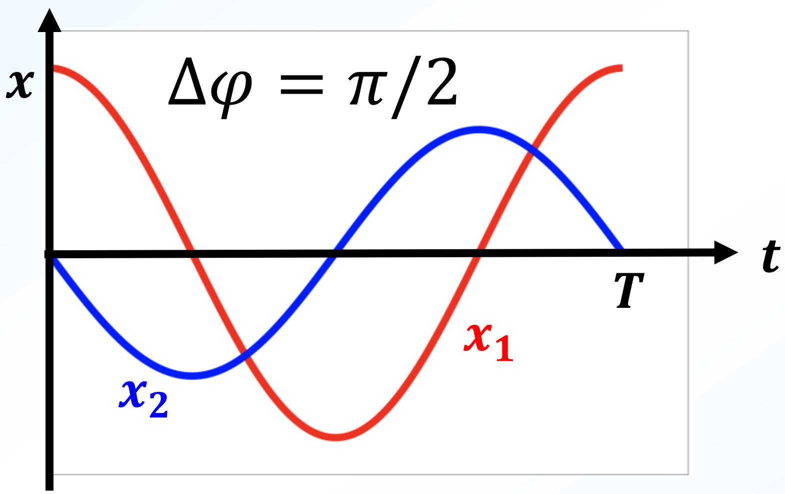
第二个振动的相位比第一个振动的相位超前：

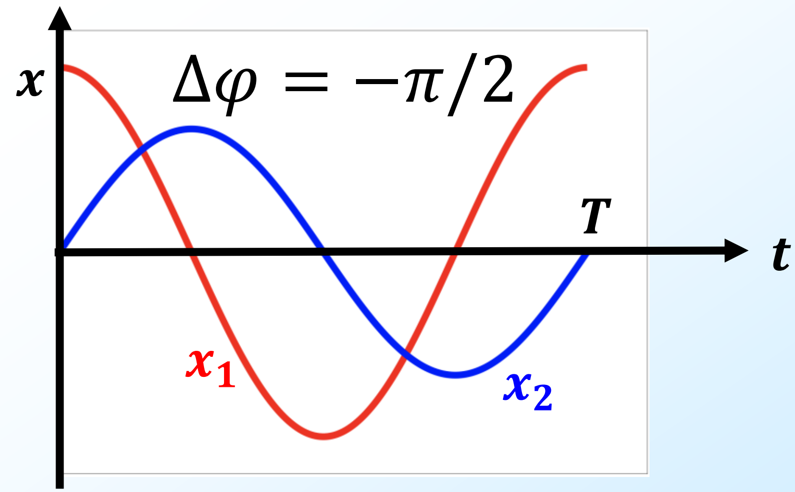
$$\pi > \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$$

第二个振动的相位比第一个振动的相位落后：

$$-\pi < \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$$

相位差2π表示相同的运动状态，
相位的超前和落后具有相对性。





例题

例1：证明单摆在以小角度摆动时，其运动是谐振动。

解： 小球受重力mg和拉力T的作用。

重力的切向分量提供切向加速度：

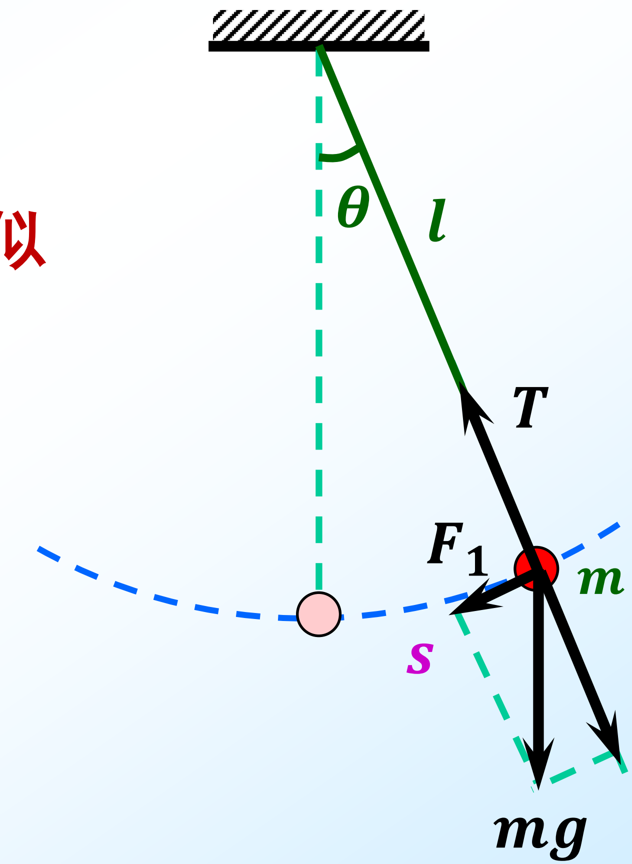
$$F_1 = mg\sin\theta \approx mg\theta$$ 小角度近似

考虑方向问题：

$$F_1 = -mg\theta$$

小球切向运动的加速度：

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

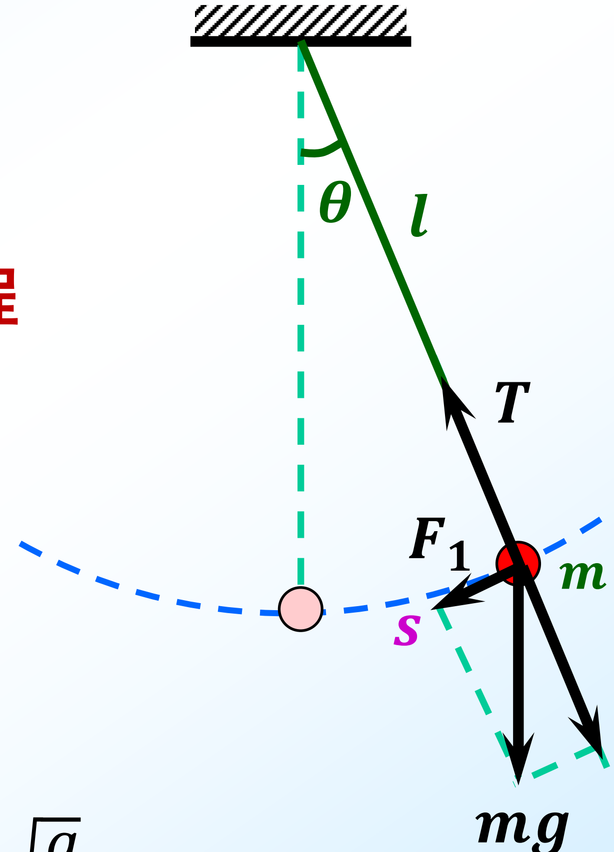


例题

根据牛顿第二定律：

$$F_1 = -mg\theta = ma_\tau = ml\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\therefore \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$ **振动形式的运动方程**



因此单摆的小角度摆动是谐振动。

振动方程： $\theta = \Theta\cos(\omega t + \varphi) \quad \omega = \sqrt{g/l}$

振动周期： $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{l/g}$

$\boldsymbol{t = 0}$**时：** $\boldsymbol{\theta = \theta_0}$**，初始角速度为0。**

$$\begin{cases} \theta_0 = \Theta\cos\varphi \\ \omega_0 = -\omega\Theta\sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \theta = \theta_0\cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t\right)$$

思考：如果不满足小角度的条件呢？

例题

例2：已知平板质量为M，重物质量为m，重物高度为h，弹性系数为k，(1)证明重物从静止落下与平板粘在一起作谐振动，并计算振动周期；(2)以重物和平板接触时为起点，写出振动方程。

解：(1)取方向向下为正，重物m未下落时，平板M受力平衡位置有

$$Mg = kL_0$$

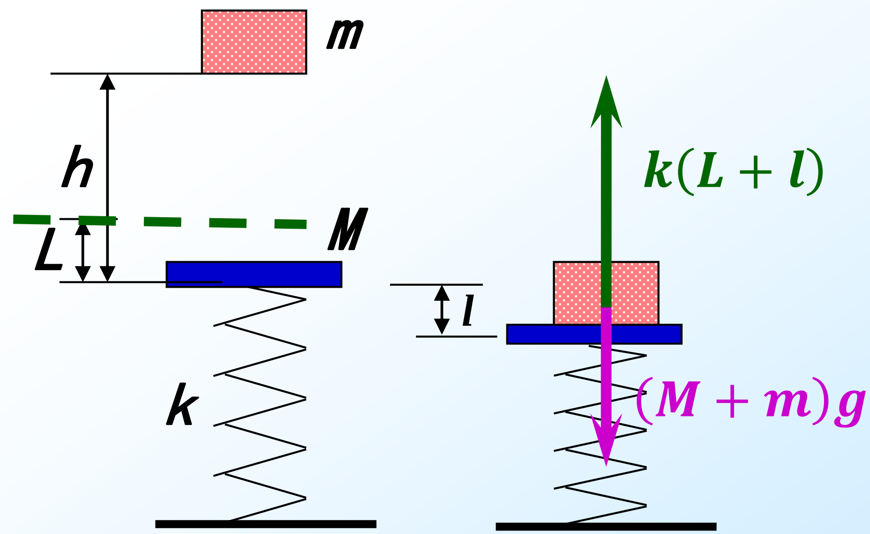
粘在一起后的受力分析

$$F = (M + m)g - k(L_0 + l)$$

则在新的平衡位置时：

$$F = 0 \Rightarrow l_0 = mg/k$$

∴ 任意时刻：$F = -k(l - l_0)$



例题

$$F = -k(l - l_0)$$

根据牛顿第二定律：

$$F = (M+m)a = (M+m)\frac{d^2 l}{dt^2}$$

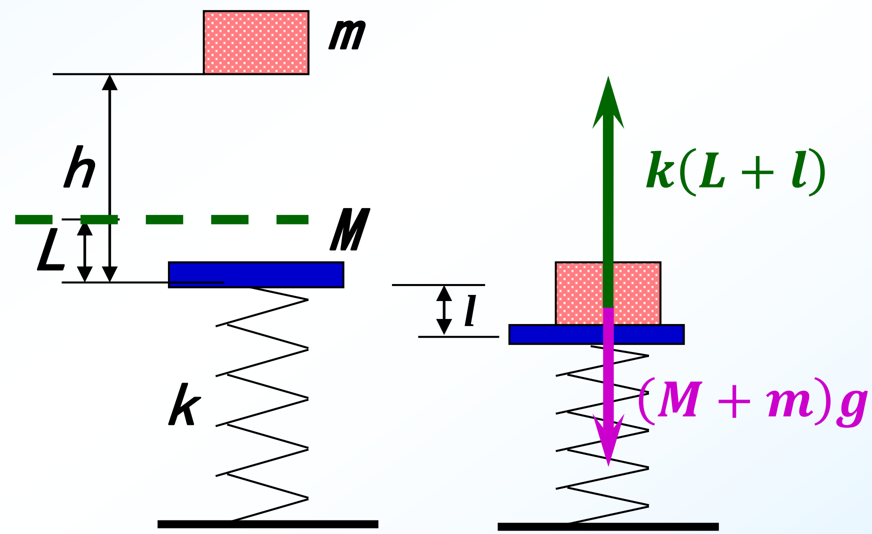
$$= (M+m)\frac{d^2}{dt^2}(l - l_0)$$

令： $x = l - l_0$

则： $(M+m)\frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{M+m}x = 0$

重物和平台的一起运动是谐振动

角频率： $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$ **振动周期：** $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$



例题

(2) 写出谐振动的振动方程：

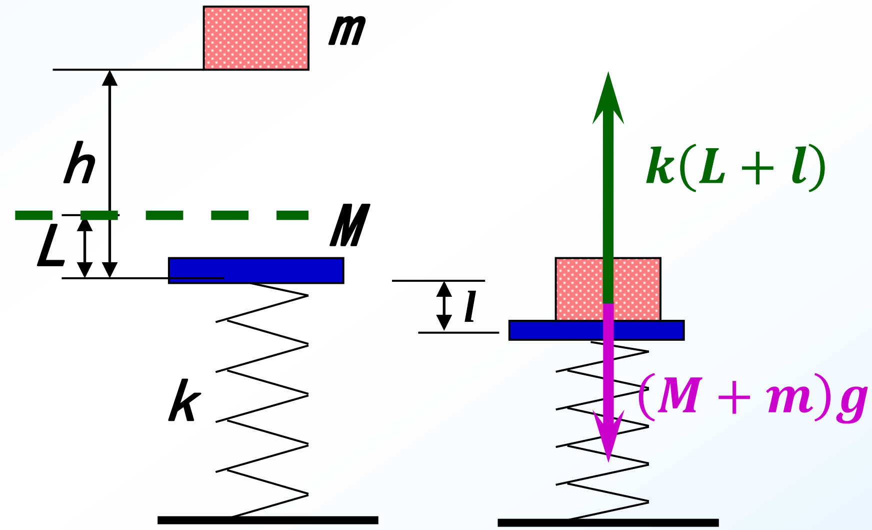
$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$t = 0$时，初始位置：

$$x_0 = -l_0 = -mg/k$$

初始速度：

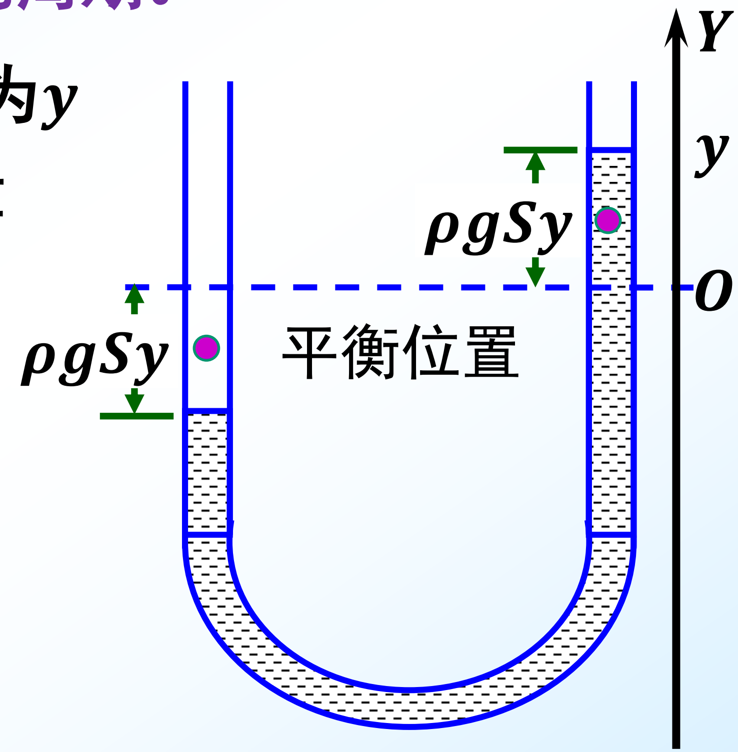
$$\left.\begin{aligned} mgh &= \frac{1}{2}mv^2 \\ mv &= (M+m)v_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_0 = m\sqrt{2gh}/(M+m)$$



$$\therefore \left.\begin{aligned} x_0 &= -\frac{mg}{k} = A\cos\varphi \\ v_0 &= \frac{m\sqrt{2gh}}{M+m} = -\omega A\sin\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} A &= m\sqrt{\frac{g^2}{k^2} + \frac{2gh}{k(M+m)}} \\ \tan\varphi &= \sqrt{\frac{2kh}{(M+m)g}} \end{aligned}\right.$$

例题

例3：光滑U型管的截面积为S，管中流体的质量为m，密度为ρ，试证明液体的运动是谐振动，并计算振动周期。



解： 设t时刻液面偏离平衡位置的高度为y

并设平衡位置为势能零点，根据能量守恒定律

$$\frac{1}{2}mv^2 + \rho gSy \cdot y = C$$

对上式求导，可得：

$$mv\frac{dv}{dt} + 2\rho gSy\frac{dy}{dt} = 0$$

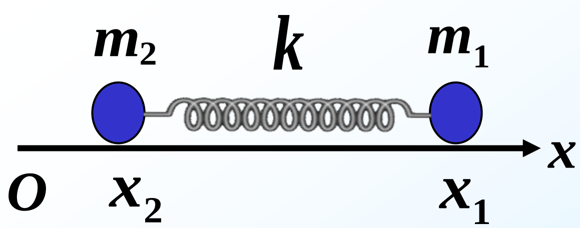
$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2\rho gS}{m}y = 0$$

液体的运动是谐振动

$$\omega = \sqrt{\frac{2\rho gS}{m}} \qquad \therefore \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho gS}}$$

例题

例4：如图所示，有两个质量各为m_1，m_2并有轻弹簧连接着的小球放在光滑水平桌面上，已知当m_1固定时m_2能够每秒振动n次，试求(1)当m_2固定时m_1能够每秒振动次数；(2)当m_1，m_2均自由时，它们每秒振动的次数。(设每次振动方向均沿弹簧所在直线方向)



解： (1)

$$\omega_2 = 2\pi n = \sqrt{\frac{k}{m_2}}$$

$$k = 4m_2\pi^2 n^2$$

$$\omega_1 = 2\pi n_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 2\pi n\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

$$\therefore \quad n_1 = n\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

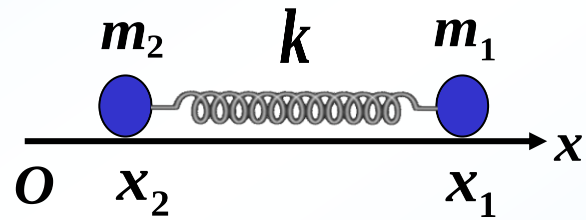
$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

角频率只与系统自身性质有关

例题

(2) 设弹簧的原长为l

弹簧总的伸缩量为：$x=(x_1-x_2)-l$



$$\begin{cases} m_1\dfrac{d^2x_1}{dt^2}=-k[(x_1-x_2)-l] \\ m_2\dfrac{d^2x_2}{dt^2}=k[(x_1-x_2)-l] \end{cases}$$

$$\therefore \quad \frac{d^2(x_1-x_2)}{dt^2}=-\left(\frac{k}{m_1}+\frac{k}{m_2}\right)[(x_1-x_2)-l]$$

定义：$\dfrac{1}{m}=\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}$ 上式可化简为：$\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{k}{m}x=0$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{k}{m_1}+\frac{k}{m_2}} \qquad \therefore \quad N=\frac{\omega}{2\pi}=n\sqrt{1+\frac{m_2}{m_1}}$$

简谐振动的旋转矢量表示法

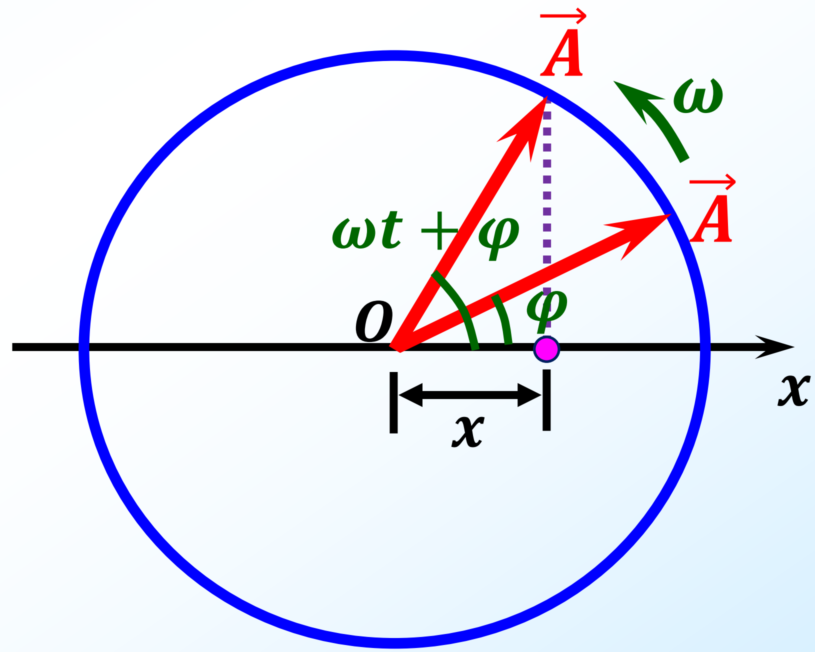
二 谐振动的旋转矢量表示法

1 旋转矢量与位移

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

以O为原点，定义长度为A的矢量$\vec{A}$，让其以角速度ω绕O点逆时针旋转。

$t = 0$时刻，矢量$\vec{A}$与x轴的夹角为φ，



任意t时刻，矢量$\vec{A}$与x轴的夹角：

$$\omega t + \varphi$$

任意t时刻，矢量$\vec{A}$的端点在x轴上的投影：

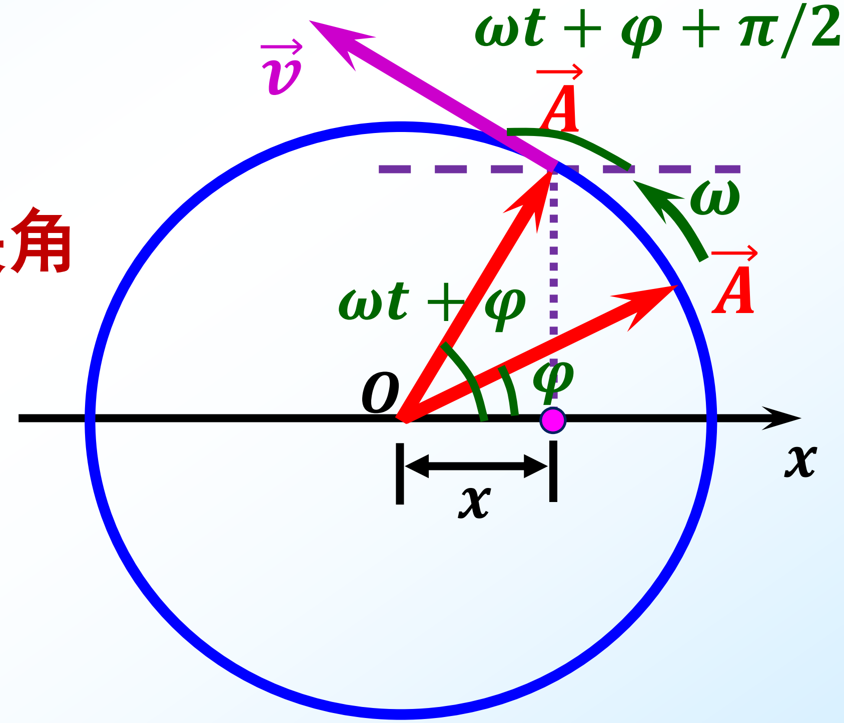
$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

旋转矢量的位置在x轴的投影就是谐振动的位移！

简谐振动的旋转矢量表示法

投影点的运动就是一种谐振动 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

- **振幅A** ——圆周半径
- **固有频率ω** ——转动角速度
- **相位$\omega t + \varphi$** ——矢量与x轴的夹角



2 旋转矢量与速度

投影点的速度大小 $v = \omega A$

与x轴的夹角 $\omega t + \varphi + \pi/2$

速度在x轴上的投影：

$$v_x = \omega A\cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$
$$= -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

旋转矢量速度在x轴的投影就是谐振动的速度

简谐振动的旋转矢量表示法

3 旋转矢量与加速度

投影点的加速度只有法向加速度

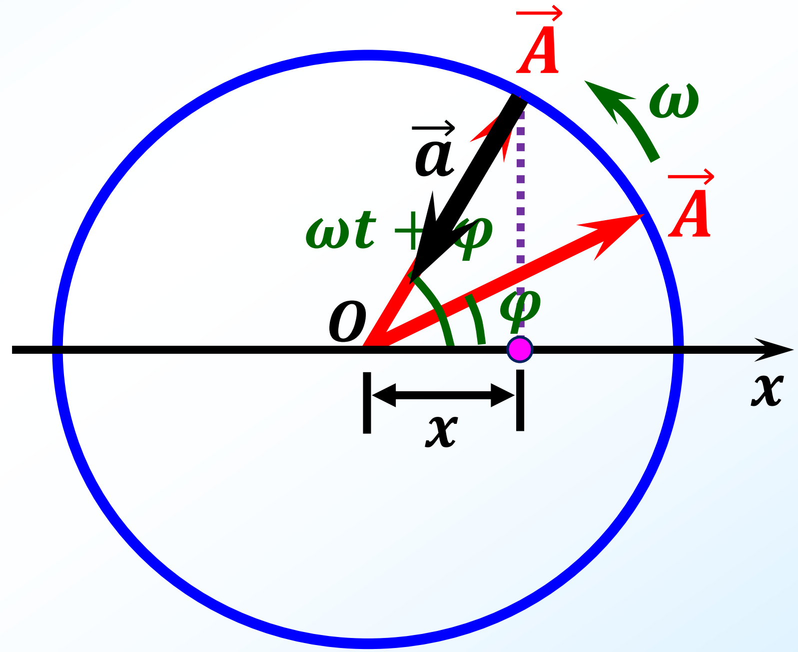
$$a = \omega^2 A$$

与x轴的夹角 $\omega t + \varphi + \pi$

加速度在x轴上的投影：

$$a_x = \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$
$$= -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$$

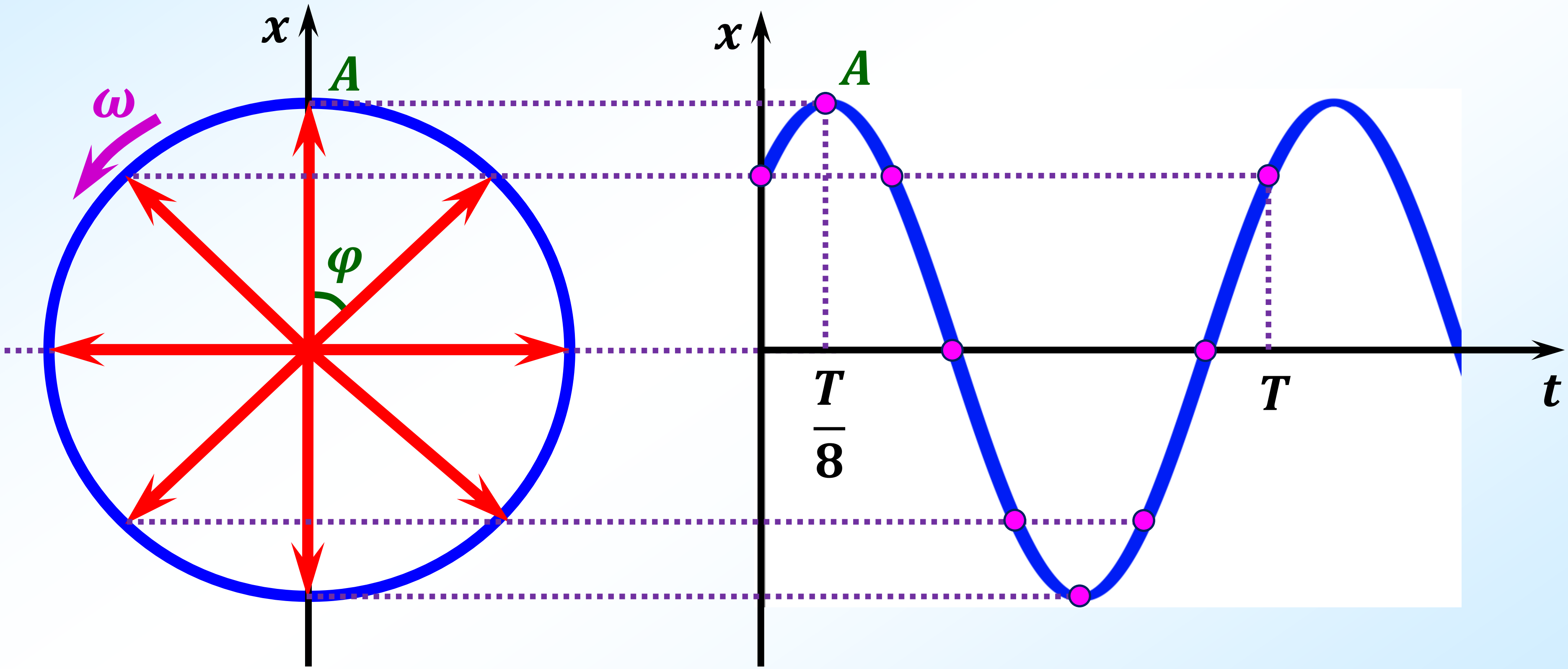
旋转矢量加速度在x轴的投影
就是谐振动的加速度



简谐振动的旋转矢量表示法

4 利用旋转矢量法画出振动曲线

例：谐振动方程为： $x = A\cos(\omega t - \pi/4)$

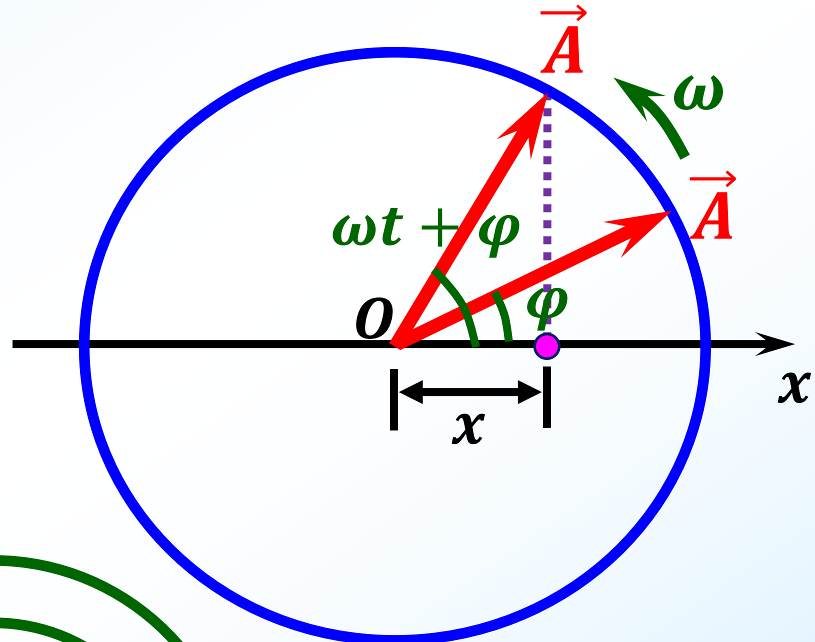


简谐振动的旋转矢量表示法

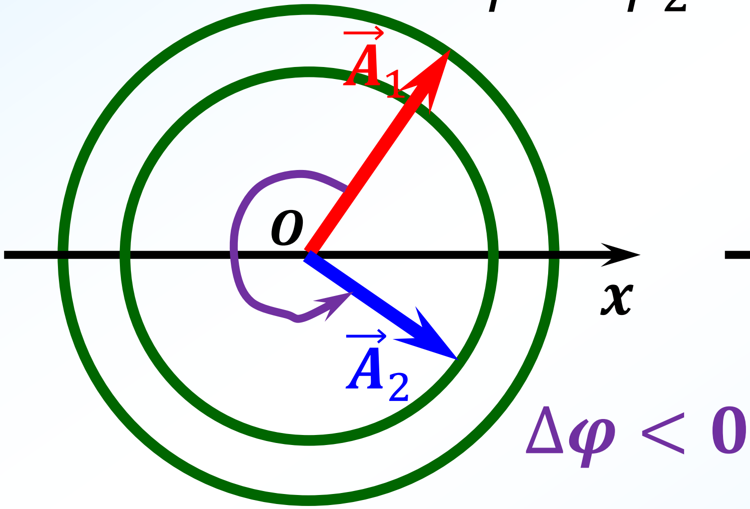
5 旋转矢量与相位

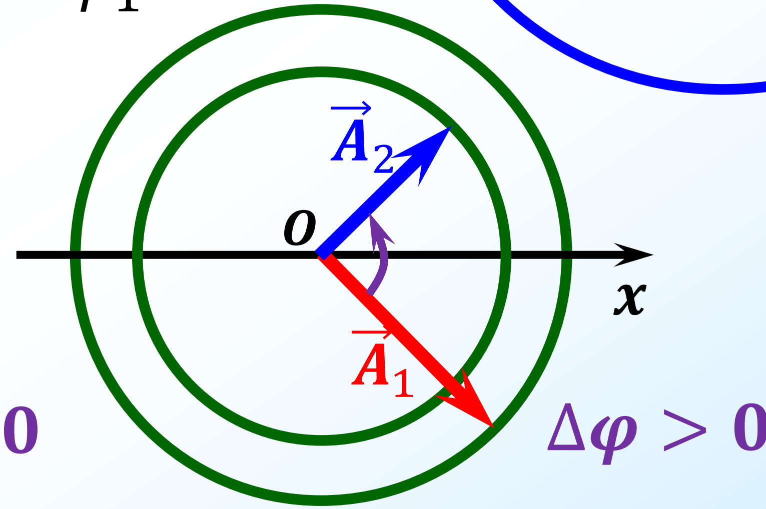
旋转矢量与x轴的夹角就是谐振动的相位。

利用旋转矢量法可以很容易判断两个谐振动的位相差。



$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$$

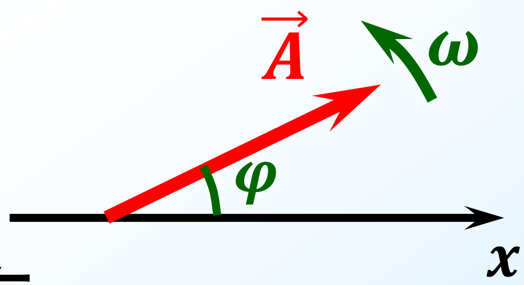




简谐振动的旋转矢量表示法

结论：

旋转矢量作匀速转动时，其端点的位置，速度和加速度在x轴上的投影，等于一特定谐振动的位移，速度和加速度。矢量与x轴的夹角就等于该谐振动的相位。



注意：

1). 仅在旋转矢量法中，A，ω，φ才有几何意义；

2). 此方法只是直观描述谐振动的工具。

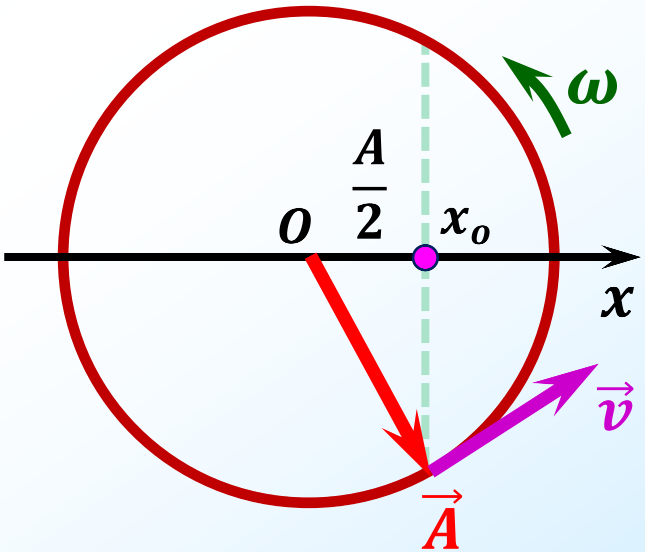
例题

例1：一物体沿x轴做谐振动，振幅$A=0.06m$，周期$T=2s$，当$t=0$时，物体的位移$x_0=0.03m$，且向x轴正向运动。求(1)谐振动的表达式；(2) $t=0.5s$时物体的位移，速度和加速度；(3)物体从$x=-0.03m$处向x轴负方向运动，到第一次回到平衡位置所需的时间。

解： (1)谐振动的表达式：

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi(\mathrm{rad}/s)$$



利用旋转矢量法，可以得到谐振动的初始相位：

$$\varphi=-\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore\quad x=0.06\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)\ (m)$$

例题

(2) $\because \quad x = 0.06\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (m)$

$$v = \frac{dx}{dt} = -0.06\pi\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (m/s)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -0.06\pi^2\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (m/s^2)$$

$\boldsymbol{t = 0.5s}$**时：** $x = 0.06\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.052m$

$$v = -0.06\pi\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -0.094m/s$$

$$a = -0.06\pi^2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -0.523m/s^2$$

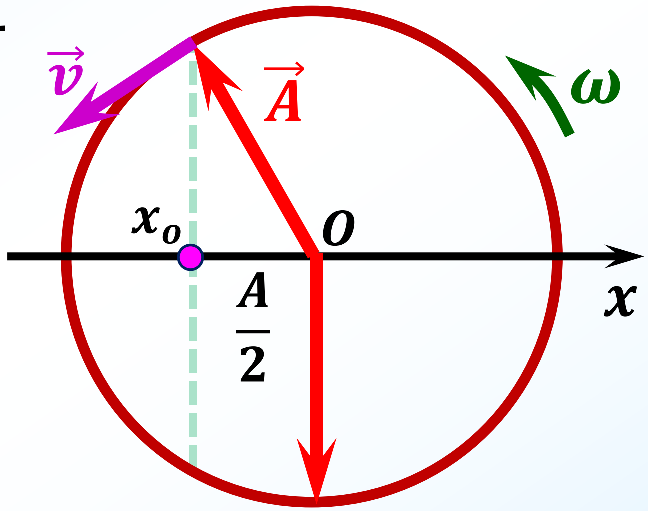
例题

(3) 根据题意，初始时刻旋转矢量的位置如图所示：

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{3}$$

第一次回到平衡位置时：

$$\varphi = \frac{3\pi}{2}$$



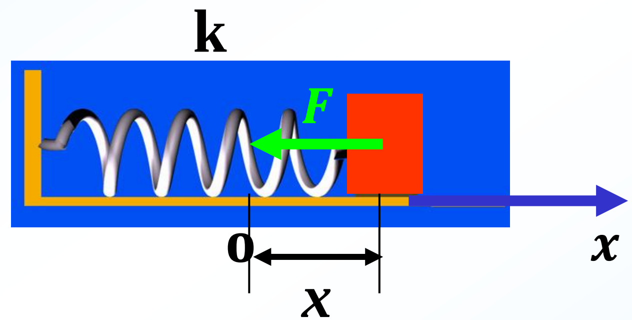
所需时间：

$$t = \frac{\varphi - \varphi_0}{\omega} = \frac{3\pi/2 - 2\pi/3}{\pi} = 0.83s$$

简谐振动的能量

三 谐振动的能量

1. 水平弹簧振子的能量



利用谐振子的振动方程：

动能： $$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

$$\boxed{\frac{k}{m} = \omega^2}$$

势能： $$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

总能量： $$E = E_k + E_k = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

总能量是常量，大小正比于振幅的平方！

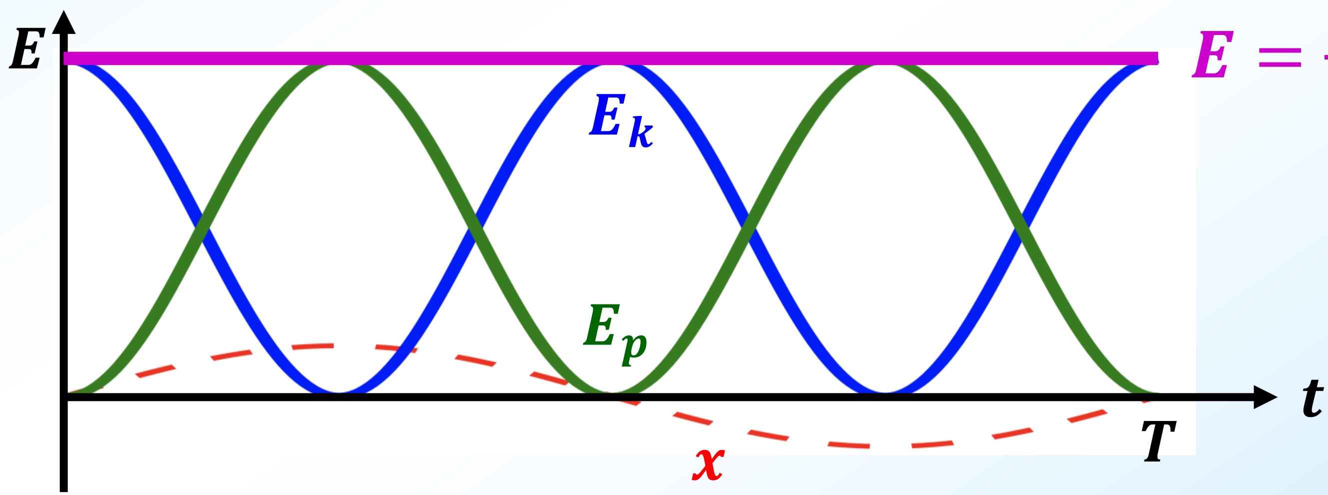
简谐振动的能量

2. 谐振子系统能量的特点

a） 动能和势能各自随时间作周期性变化；

动能和势能随时间互相转化，能量转换的周期是振动周期的一半。

b） 系统的总能量不随时间发生变化。



$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

简谐振动的能量

3. 动能与势能的时间平均值

$$\overline{E_k} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)\,dt = \frac{kA^2}{2\omega T}\int_0^{\omega T} \sin^2(t+\frac{\varphi}{\omega})\,dt = \frac{1}{4}kA^2$$

$$\overline{E_p} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)\,dt = \frac{kA^2}{2\omega T}\int_0^{\omega T} \cos^2(t+\frac{\varphi}{\omega})\,dt = \frac{1}{4}kA^2$$

$$\therefore \quad \overline{E_k} = \overline{E_p} = \frac{1}{2}E$$

弹簧振子动能与势能的平均值相等，
且等于机械能的一半。

简谐振动的能量

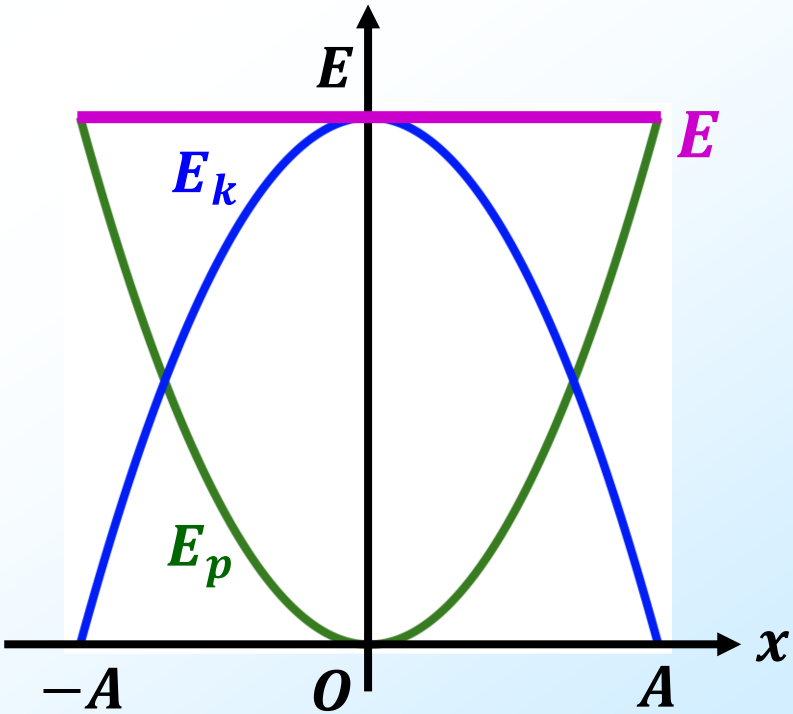
4. 能量与位移的关系

$$E_k = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \qquad E_p = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$\because \quad x = A\cos(\omega t + \varphi)$

$\therefore \quad E_k = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) \qquad E_p = \frac{1}{2} k x^2$

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} k A^2$$



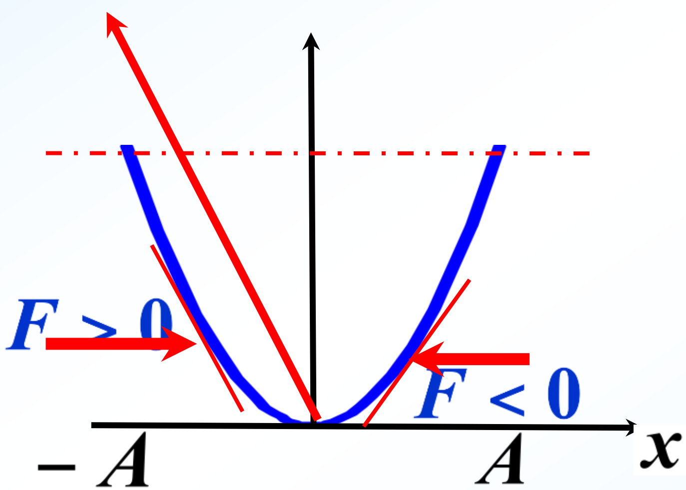
总能量与振幅的平方成正比，振幅不仅给出谐振动的范围，而且反映了振动系统的总能量。

以上讨论适用于任何谐振动！

产生稳定简谐振动的一般物理机制

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$$ 稳定解的条件：$$\frac{k}{m}>0$$

$$\boxed{E_p=\frac{1}{2}kx^2} \longrightarrow F=-\frac{dE_p}{dx}=-kx$$



稳定平衡点

$$F_{平衡点}=0$$

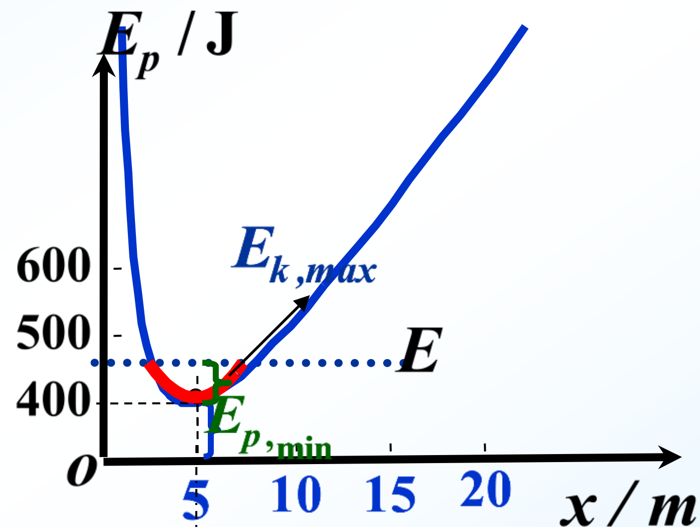
$$\left.\frac{dE_p}{dx}\right|_{平衡点}=0$$

$$\left.\frac{d^2E_p}{dx^2}\right|_{\substack{稳定\\平衡点}}>0$$

谐振动系统的意义

$$E_p(x)=\frac{A}{x}+Bx$$

$$F=-\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}=\frac{A}{x^2}-B$$



$$E_p(x_0)=400\mathrm{J}$$

$$F(x_0)=-\left.\frac{dE_p}{dx}\right|_{x_0}=0$$

将E_p在x_0点附近做泰勒展开

$$E_p(x)=400+\cancel{\frac{E_p'(x_0)}{1!}}^{\,0}(x-x_0)+\frac{E_p''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\frac{E_p'''}{3!}(x-x_0)^3+\cdots$$

$$E_p(x)=400+\frac{E_p''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2$$

k

$$=400+\frac{1}{2}k(x-x_0)^2$$

$$F_{x附近}=-\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}=-k(x-x_0)$$

$$=-kX$$

简谐振动的物理意义

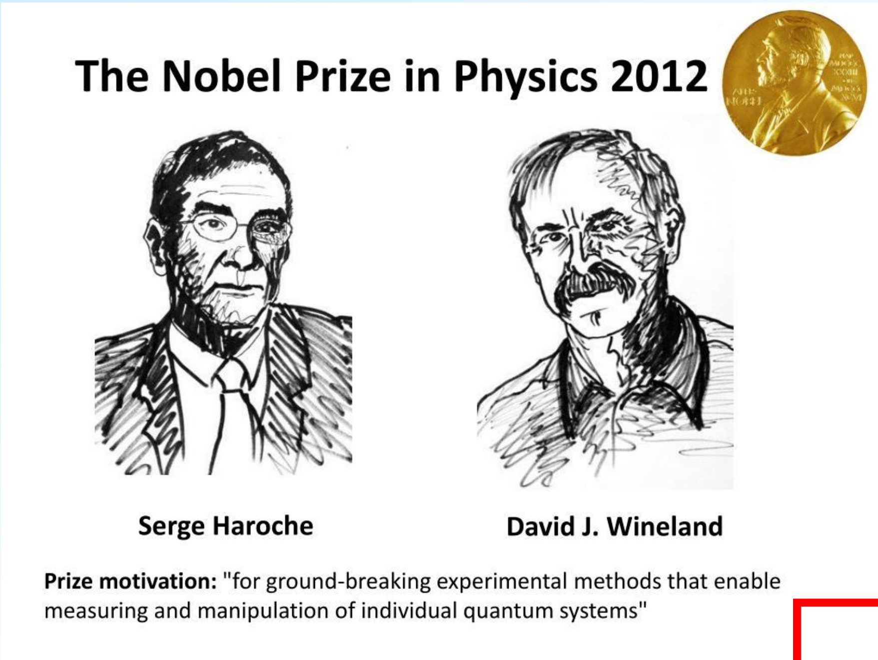
谐运动重要性：

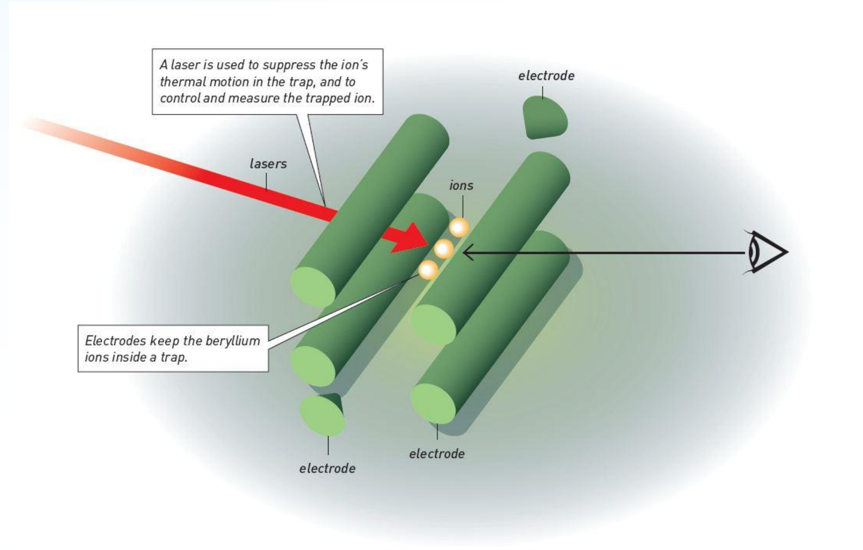
[1]任意周期振动都可用若干不同频率的简谐振动叠加

[2]处于稳定平衡的任何系统发生的微小位移，如果没有摩擦力，它的运动就是简谐运动

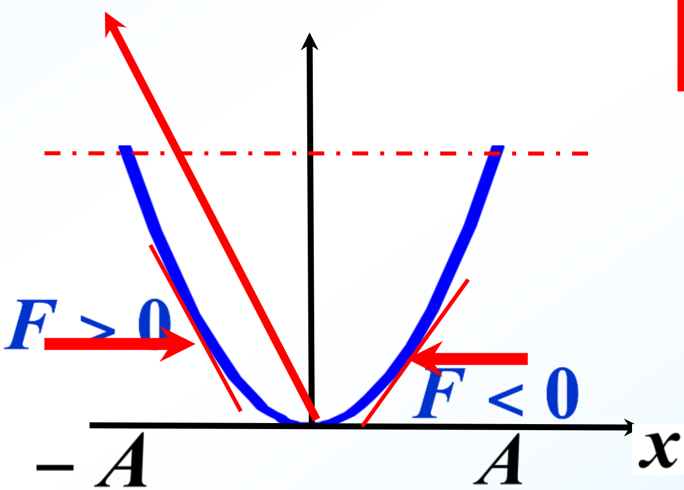
例如在空气阻力、摩擦力、散热等可忽略时，这种分析法对于桥梁、建筑物、化学反应等许多情况都是适用的

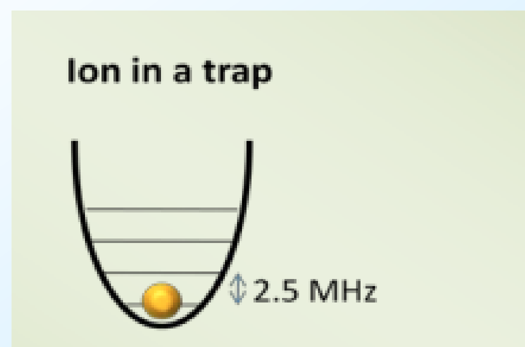
谐振动的例子：束缚离子





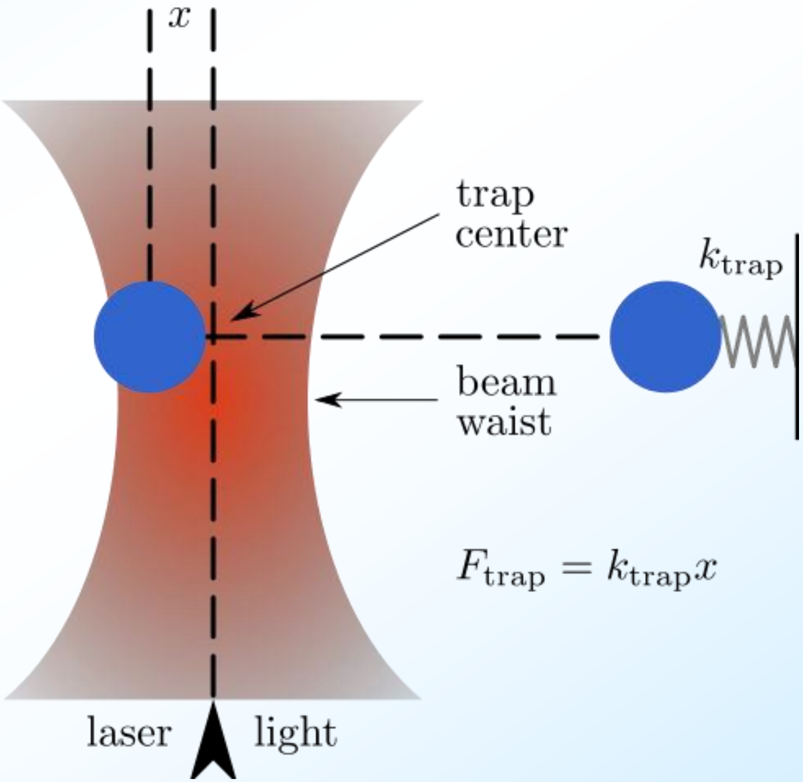
$$\boxed{E_p = \frac{1}{2}kx^2}$$





谐振动的例子：光镊

Illustrations: Niklas Elmehed
THE NOBEL PRIZE
IN PHYSICS 2018
Arthur
Ashkin
Gérard
Mourou
Donna
Strickland
“for groundbreaking inventions
in the field of laser physics”



x
trap
center
k_{trap}
beam
waist
$F_{\text{trap}} = k_{\text{trap}} x$
laser
light

作业： Chap.8 —T21、T22、T23、T24

Chap.11 —T1、T2

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 通过学习通提交作业。
4. 作业缺交三分之一及以上者按规定不能参加考试。