

大学物理

University Physics

华中科技大学物理学院

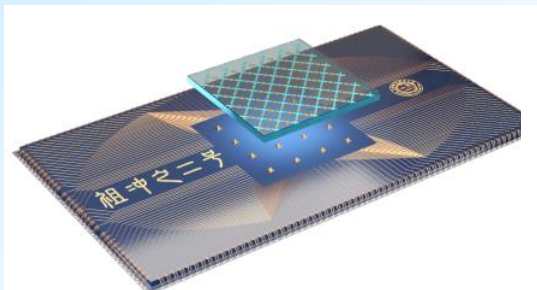
王宁

ningwang@hust.edu.cn

神奇的量子世界



量子传感：利用量子体系、量子特性或量子现象对物理量进行测量

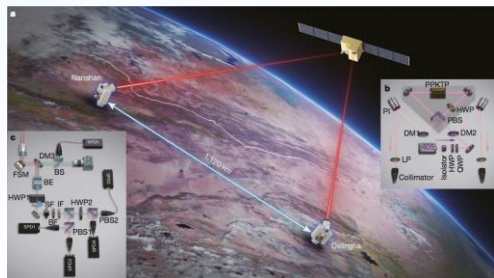


2021，祖冲之二号



量子信息

- 美国国家量子计划
- 欧盟量子技术旗舰计划
- 德国国家量子计划
- 俄罗斯国家量子行动计划



2020，墨子号



五彩金刚石—量子力学？



(含有硼)



(含有氢)



(含有氮)

量子计算，量子传感？



Nitrogen-Vacancy Center in diamond (氮-空位中心)

华中科技大学量子传感与量子信息实验室



金刚石量子传感

Diamond Quantum Sensing

- 超灵敏信号探测（磁场/温度/电磁）
- 凝聚态前沿问题探索
- 交叉学科研究（微纳电子学+生命科学）
- 量子力学基本问题探索
- 机器学习在量子传感中的应用

本学期内容包括：

稳恒磁场，电磁感应，振动与波动，波动光学，早期量子论，量子力学基础，半导体与激光简介，原子核物理简介

期末考试安排：第19周周六上午（2024年1月6日）

成绩评定：考试成绩 65% + 平时成绩 35%（作业20%+网测10%+机动5%）

网测10%：本学期共三次测试

机动5%：随机点名（随堂题目三次全对者加一分）

答疑：线上答疑（在系统提交）+ 线下答疑（提前通知）

无故缺课或缺作业超过三分之一，课程成绩按零分计。

华中科技大学普通本科生学籍管理细则 (校本〔2021〕3号)

第三十四条 无故缺课累计超过课程教学时数的1/3，缺交作业或实验报告累计超过课程教学要求的1/3者，不得参加课程的考核，登记成绩时，注明“缺平时成绩”字样，该课程成绩以零分计。

**每周二上课前交前一周作业，请各班学委收齐后交于助教。
(即第三周收第一周作业，依次类推；迟交作业超过一周者记为缺作业一次；不接受期末集中交作业)**

- 课堂认真听讲
- 作业同步完成
- 知识点定期梳理

奥斯特 (Hans Christan Oersted, 1777-1851)

丹麦物理学家，发现了电流对磁针的作用，从而导致了19世纪中叶电磁理论的统一和发展。

人类首次发现电流的磁效应的实验



奥斯特 (Hans Christan Oersted, 1777-1851)

丹麦物理学家，发现了电流对磁针的作用，从而导致了19世纪中叶电磁理论的统一和发展。

- 揭示了电现象与磁现象的联系
- 宣告电磁学作为一个统一学科诞生
- 历史性的突破
- 此后迎来了电磁学蓬勃发展的高潮

历史命题：科学研究如何实现“从0到1”的突破？



“奥斯特……已经永远把他的名字和一个新纪元联系在一起了”



“它突然打开了科学中一个一直是黑暗的领域的大门，使其充满光明”



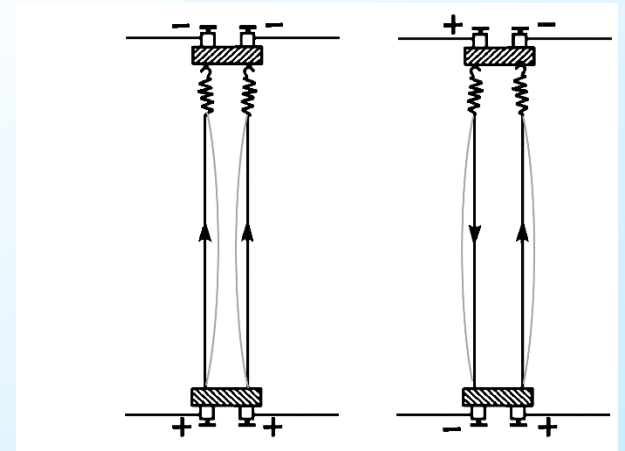
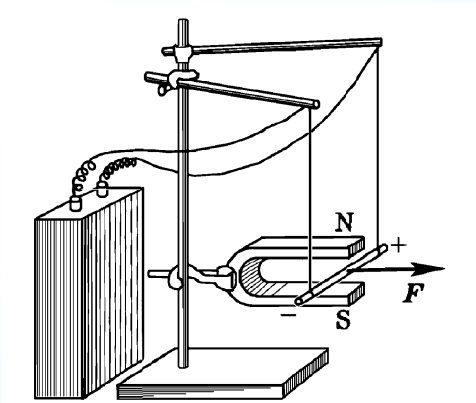
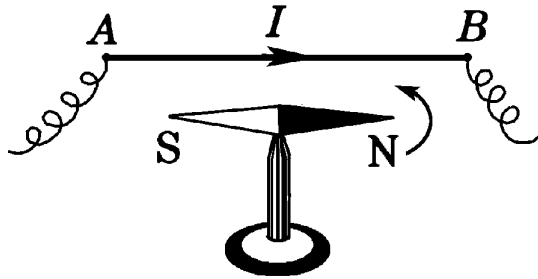
“机遇从来只偏爱那些有准备的头脑”

磁场的基本性质

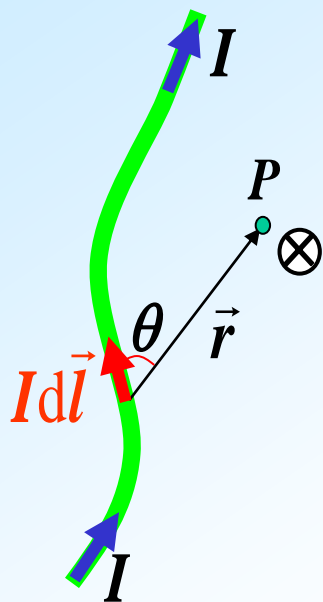


□ 电流或运动电荷周围既有电场又有磁场

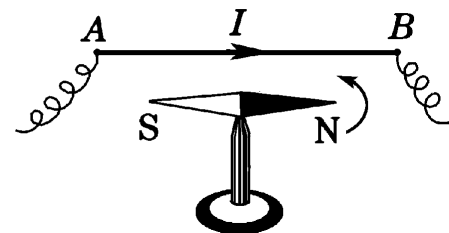
□ 磁场对运动电荷或电流有作用



毕奥 — 萨伐尔定律



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

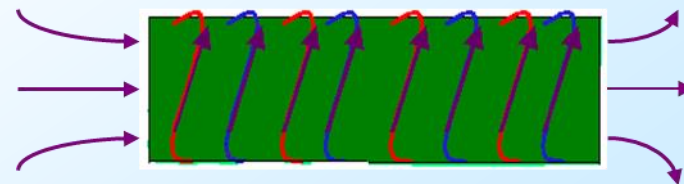


$$d\vec{B} \left\{ \begin{array}{l} \text{大小为: } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \\ \text{方向为: } Id\vec{l} \times \vec{r} \text{ 右手螺旋} \end{array} \right.$$

真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{Tm/A}$

□ 磁场叠加原理

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i, \quad \vec{B} = \int d\vec{B}$$



$$\begin{aligned}\mathrm{d}\mathbf{r}' \times \mathbf{R} &= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ \mathrm{d}x' & \mathrm{d}y' & \mathrm{d}z' \\ x - x' & y - y' & z - z' \end{vmatrix} \\ &= \hat{\mathbf{x}}[(z - z') \mathrm{d}y' - (y - y') \mathrm{d}z'] + \hat{\mathbf{y}}[\dots] + \hat{\mathbf{z}}[\dots]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I \mathrm{d}\mathbf{r}' \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}' \times \mathbf{R}}{R^3} \\ &= \hat{\mathbf{x}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\oint \frac{1}{R^3} (z - z') \mathrm{d}y' - \oint \frac{1}{R^3} (y - y') \mathrm{d}z' \right] + \hat{\mathbf{y}}[\dots] + \hat{\mathbf{z}}[\dots]\end{aligned}$$

回顾

● 磁感应强度 \vec{B} 的定义

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad F = qvB \sin \theta$$

$$B = \frac{F_{\max}}{qv}$$

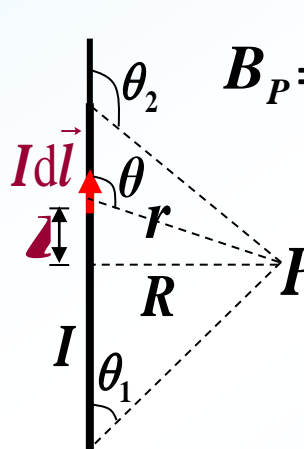
$$\vec{B} \text{ 方向 } \vec{F}_{\max} \times \vec{v}$$

● 毕奥 — 萨伐尔定律

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$d\vec{B} \left\{ \begin{array}{l} \text{大小为: } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \\ \text{方向为: 右手螺旋} \end{array} \right.$$

● 一段载流直导线的磁场



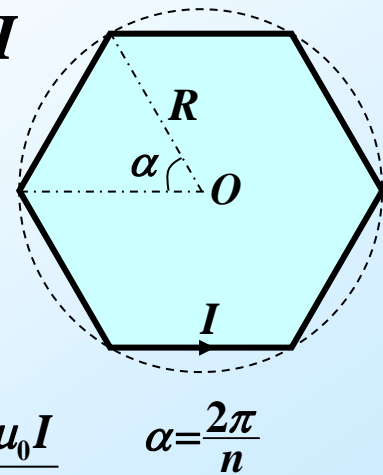
$$B_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

● 正 n 边形线圈, 电流为 I 时, 在其中心产生的磁场为

$$B_0 = n \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \sin \frac{\pi}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} B_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mu_0 I}{2R \cos \frac{\pi}{n}} \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



(一) 磁场对运动电荷的作用

——洛仑兹力

(二) 载流导体在磁场中所受的力

(三) 载流线圈在磁场中所受的力和力矩

洛伦兹力

带电粒子的受力

磁场对运动电荷的作用力称为洛伦兹力

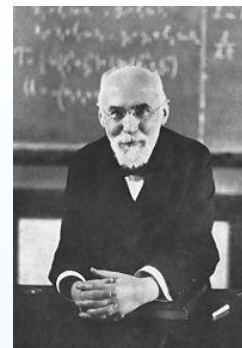
设带电为 q 的粒子处在电场和磁场同时存在的空间

➤ 静止电荷只受电场力作用

$$v=0 \quad \text{则: } \vec{F}_e = q\vec{E}.$$

➤ 运动电荷，既受电场力，又受磁场力作用

——洛伦兹力



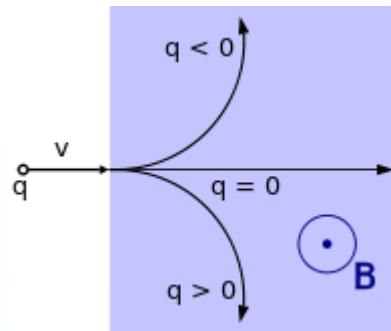
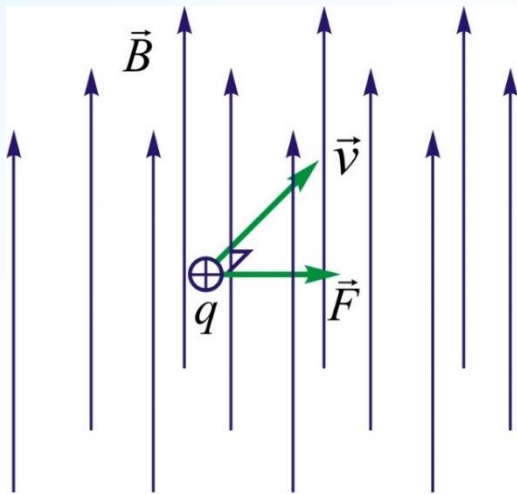
洛伦兹力

带电粒子的受力

磁场对运动电荷的作用力称为洛伦兹力

设带电为 q 的粒子处在电场和磁场同时存在的空间

$v \neq 0$ 则: $\vec{F}_e = q\vec{E}$, $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ —洛伦兹力



$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

洛伦兹力与带电粒子的运动速度、磁场相垂直

带电粒子在磁场中的运动

➤ 运动方程及其解

设带电为 q 的粒子处在电场和磁场同时存在的空间，

\vec{E}, \vec{B} 同时存在

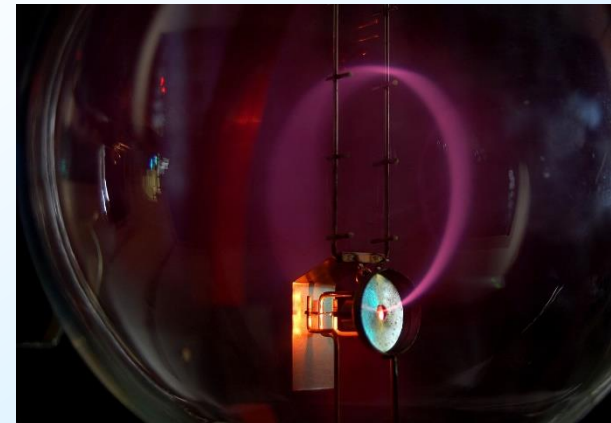
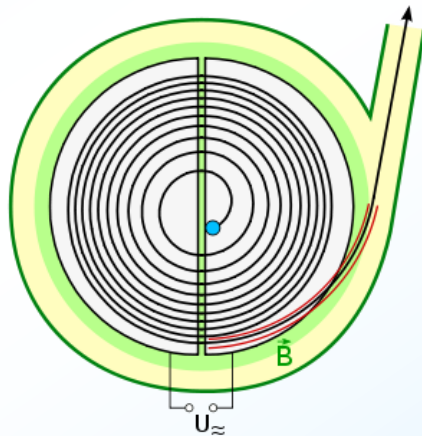
$$\begin{cases} v=0, m=m_o \\ v \neq 0, m=m_o / \sqrt{1-(v/c)^2} \end{cases}$$

根据牛顿定律：

$$\vec{F} = d\vec{P}/dt.$$

$$q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

回旋加速器



带电粒子在磁场中的运动

洛伦兹力与带电粒子的运动速度、磁场相垂直

由于洛伦兹力总与粒子的速度垂直，因此 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{v}$

$$\vec{F}_m \cdot \vec{v} = \vec{F}_m \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = 0 \quad \vec{F}_m \cdot d\vec{r} = dA = 0$$

由洛伦兹力下粒子的动力学方程得

洛伦兹力作用下，粒子的动能和速率不改变，变化的只是粒子速度的方向

$$\vec{v} \cdot m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \vec{v} \cdot (q\vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

洛伦兹力不作功

$$q\vec{v} \times \vec{B} = d\vec{P}/dt \quad \text{故 } v \text{ 的大小不变} \quad v = v_0 \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \text{ 不变。}$$

$$\therefore |\vec{P}| = |\vec{P}_0| = \text{const}$$

$$q\vec{v} \times \vec{B} = d\vec{P}/dt$$

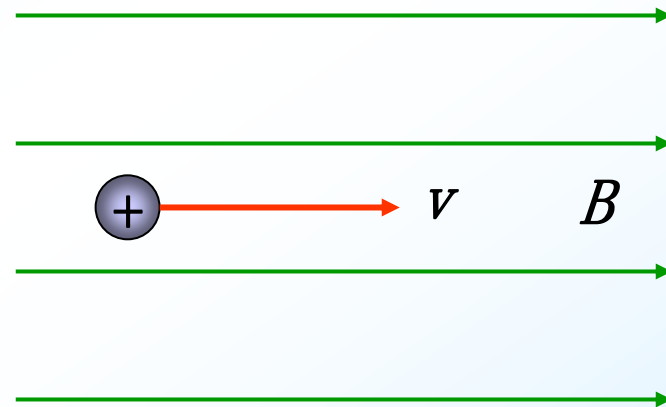
带电粒子在磁场中的运动



(1) 运动方向与磁场方向平行 ($\vec{v} // \vec{B}$)

洛伦兹力 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

$$F = 0$$



➡ 带电粒子做匀速直线运动。

$$q\vec{v} \times \vec{B} = d\vec{P}/dt$$

带电粒子在均匀磁场中的运动



► 匀速圆周运动

(2) q 以 $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ 进入磁场:

设此轨道半径为 R , $F_{\text{向心}} = qvB$,

$$a_{\text{向心}} = v^2/R$$

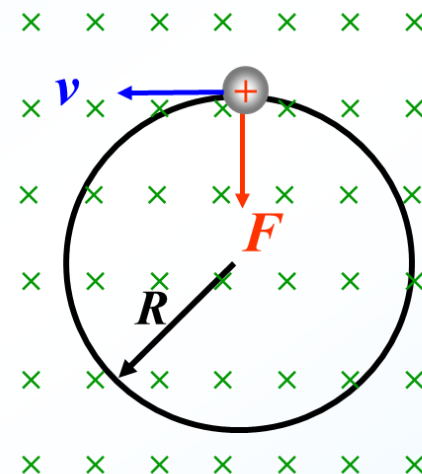
$$F_{\text{向心}} = ma_{\text{向心}}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{\text{向心}} = v^2/R \\ F_{\text{向心}} = ma_{\text{向心}} \end{array} \right\} qvB = m v^2/R$$

得: $R = \frac{mv}{qB}$ 回旋半径

q 转一周的时间: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$ —— 回旋周期

频率: $\gamma = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$ —— 回旋共振频率



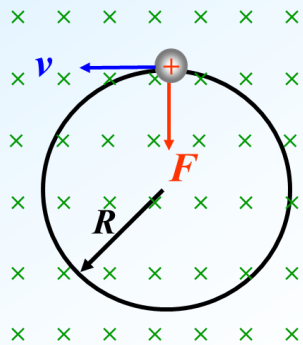
带电粒子在均匀磁场中的运动

(3) 普遍情形下 (\vec{v} 与 \vec{B} 是任意角 θ)

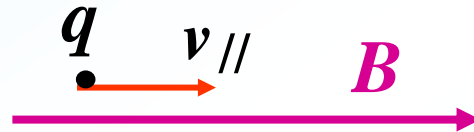
\vec{v} 可分解 $\begin{cases} v_{//} = v \cos \theta \\ v_{\perp} = v \sin \theta \end{cases}$

螺旋线运动

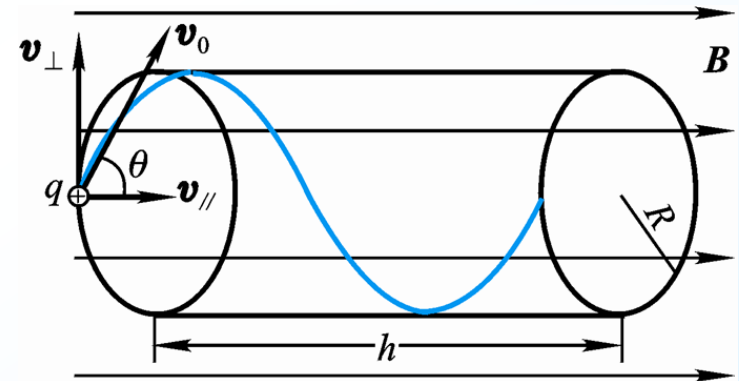
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$



$$v_{//} = 0, v_{\perp} = v$$



$$v_{\perp} = 0, v_{//} = v$$



$$v_{\perp} \neq 0, v_{//} \neq 0$$

螺距: $h = v_{//} T = \frac{2\pi m v_{//}}{qB}$

半径: $R = \frac{m v_{\perp}}{qB}$

带电粒子在磁场中的运动：小结

- 在均匀磁场中，若带电粒子进入与 v 垂直的磁场中，粒子在垂直于磁场的平面内作匀速圆周运动，称为回旋运动。回旋半径、回旋周期（回旋频率）是描述回旋运动的重要参量。

$$\text{频率: } \gamma = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad \text{半径: } R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

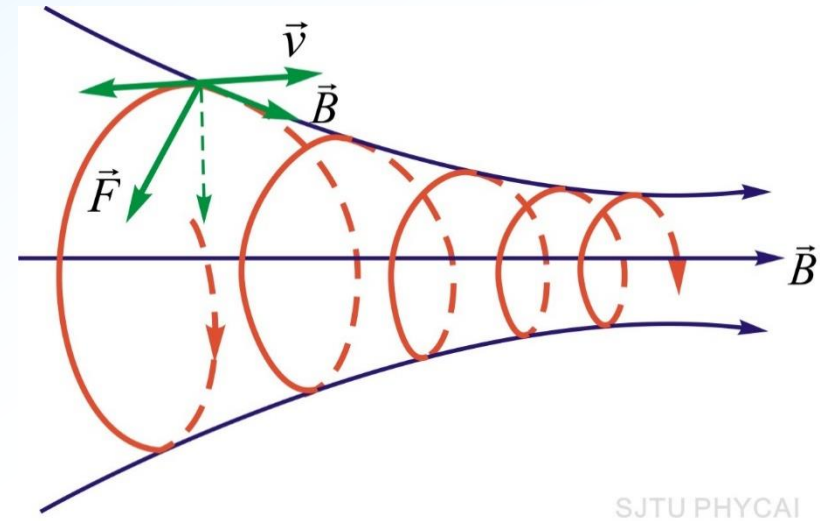
- 在均匀磁场中，若粒子的初速度与 B 不垂直时，此时将作螺旋线运动。回旋半径、回旋周期、螺距。

$$\text{螺距: } h = v_{\parallel} T$$

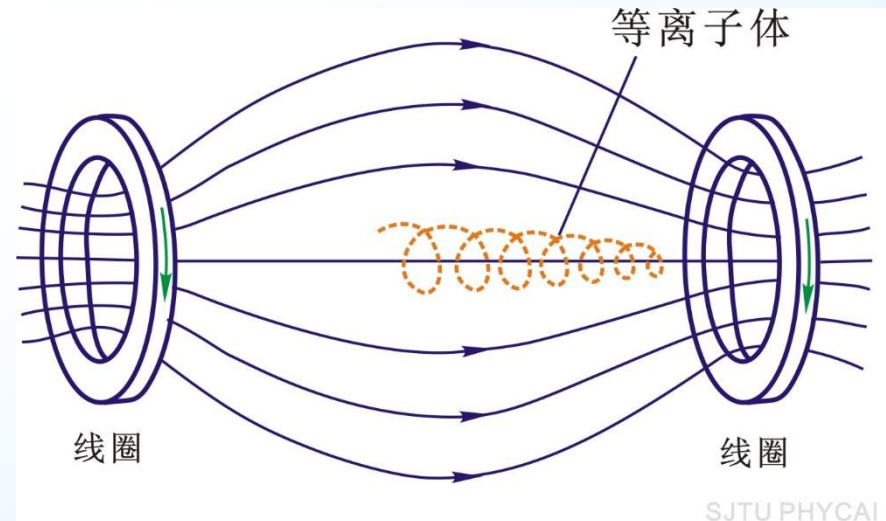
- 若磁场不均匀，此时带电粒子将作回旋半径和螺距都不断变化的螺旋运动

带电粒子在非均匀磁场中的运动

磁镜：会聚磁场中做螺旋运动的带正电的粒子掉向返转

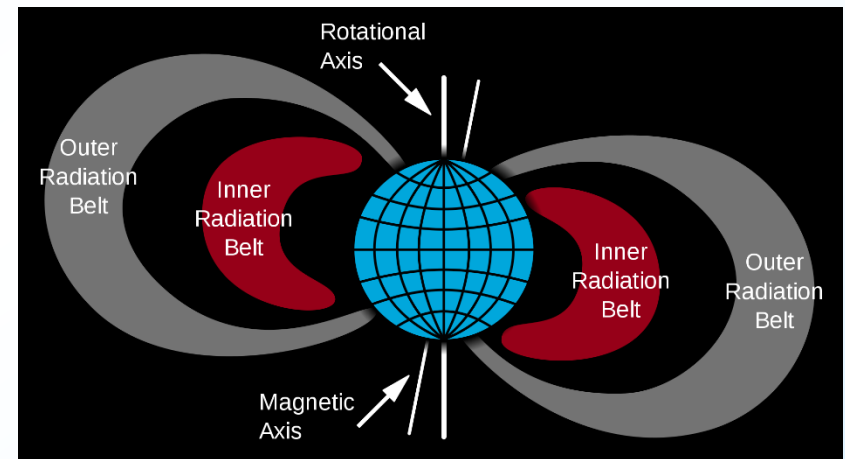
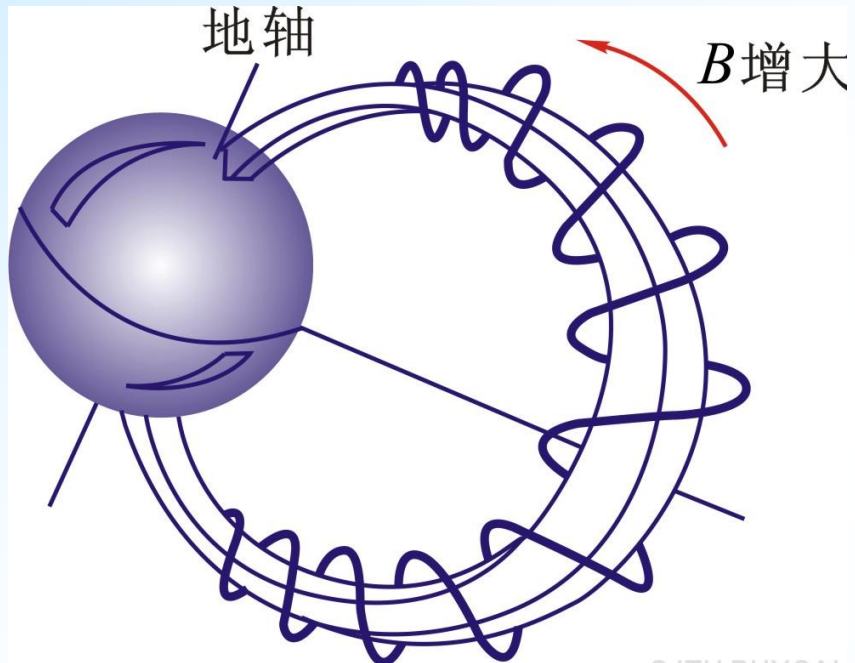


磁约束装置



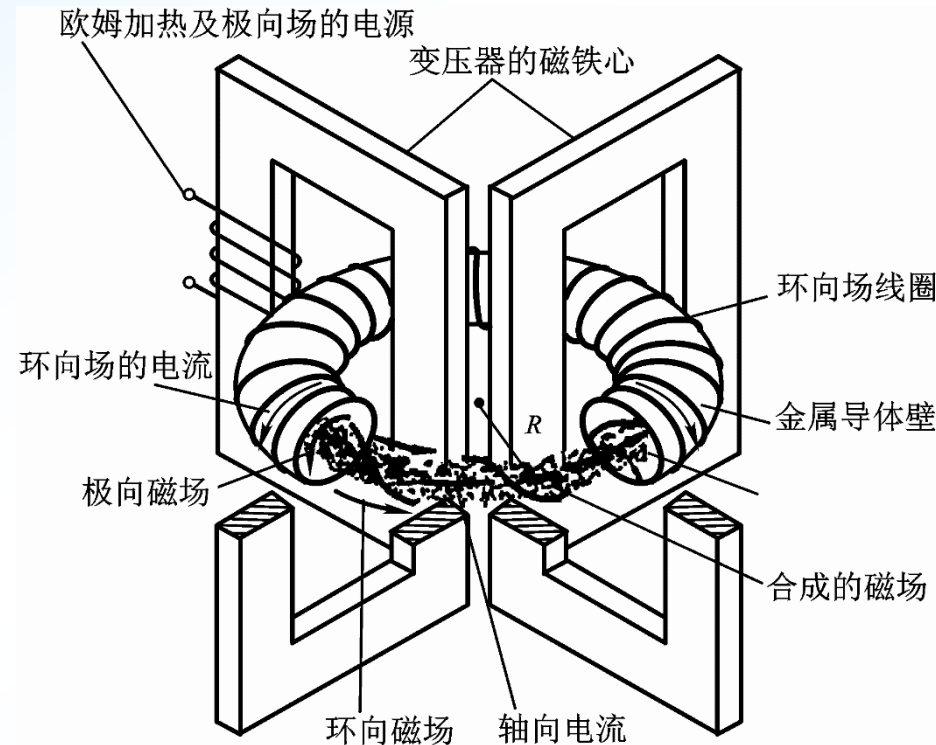
带电粒子在非均匀磁场中的运动 (*)

范•艾仑(Van Allen)辐射带



带电粒子在非均匀磁场中的运动 (*)

利用一组线圈环形排列，通电后就可形成等离子体磁约束装置，是实现高温等离子体磁约束，进而实现可控核聚变的重要设备。



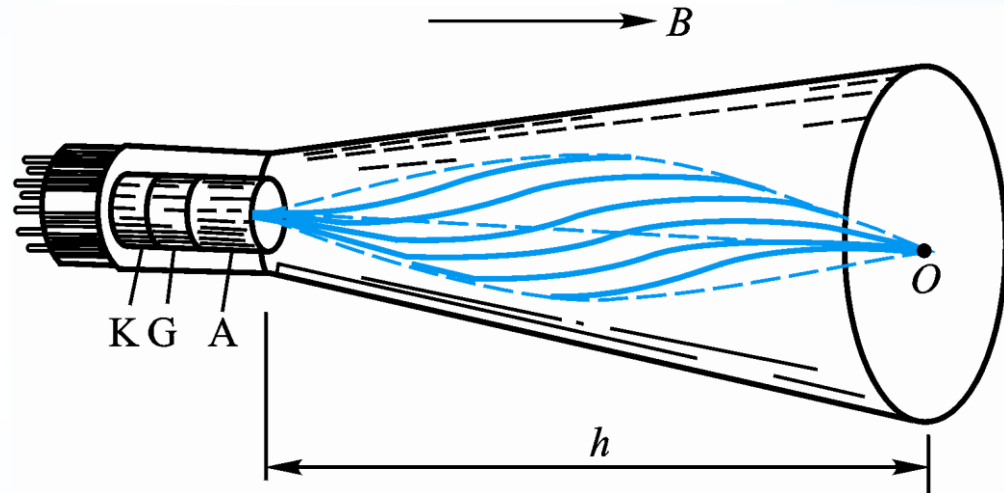
带电粒子在电磁场中的运动和应用

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

➤ 磁聚焦

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$h = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v \cos \theta}{qB}$$

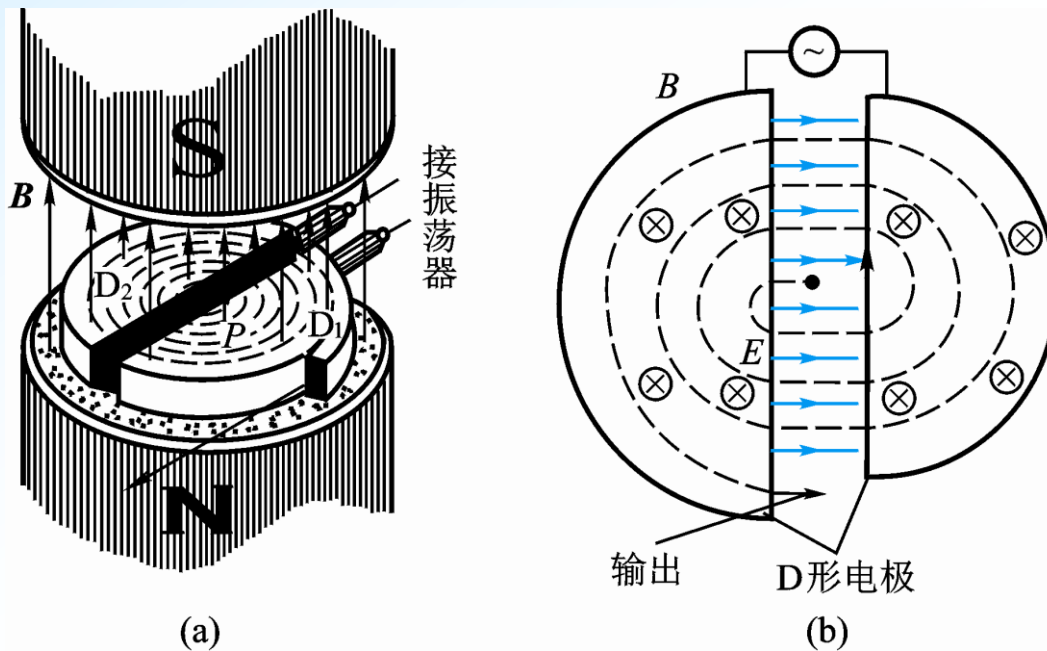


在显像管、电子显微镜和真空器件中，常用磁聚焦来聚焦电子束。

带电粒子在电磁场中的运动和应用

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

➤ 回旋加速器 (cyclotron)



$$v = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$R = \frac{v}{(q/m)B}$$

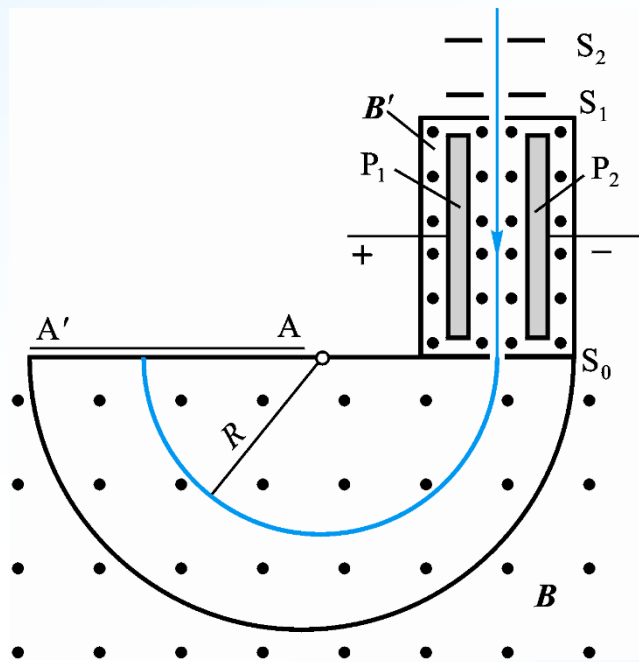
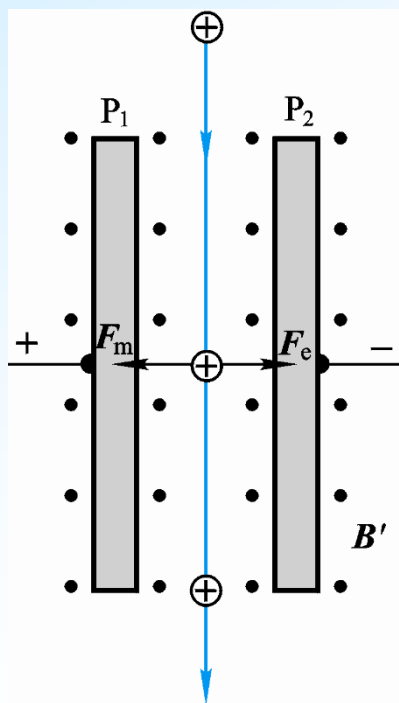
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

- 使带电粒子在磁场的作用下做回旋运动。
- 使带电粒子在电场的作用下得到加速。

带电粒子在电磁场中的运动和应用

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

➤ **质谱仪** 分析同位素和测量离子荷质比的重要仪器



离子源

加速电场

速度选择器 ($v = E / B'$)

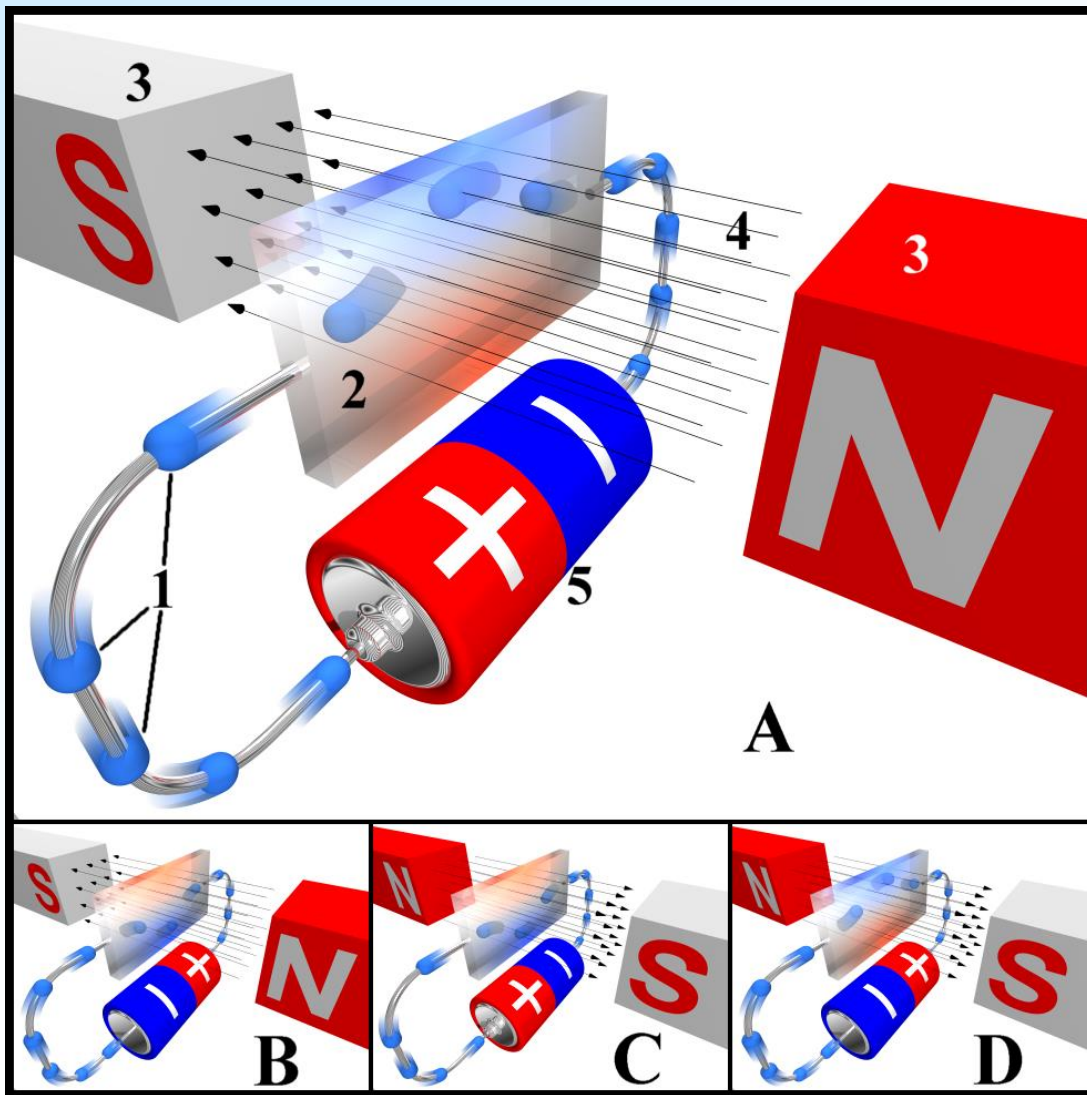
与速度垂直的均匀磁场

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{RB} = \frac{E}{RB'B}$$

不同质量的离子打在底片上不同位置处

霍尔效应：磁场中的电传导



- 当固体导体放置在一个磁场内，且有电流通过时，导体内的电荷载子受到洛伦兹力而偏向一边，继而产生电压（霍尔电压）的现象。
- 电压所引致的电场力会平衡洛伦兹力。
- 通过霍尔电压的极性，可证实导体内部产生电流的载流子的正负。

霍尔效应：磁场中的电传导

当导体处在磁场中，导体中的运动电荷将受到磁场力（**洛伦兹力**）作用，从而建立横向电场

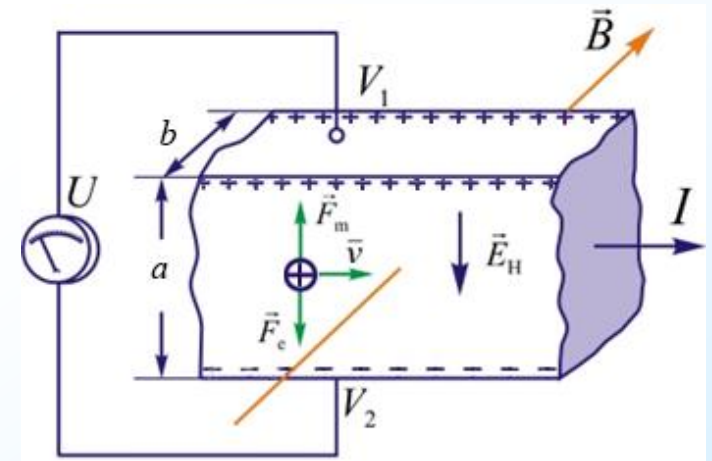
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

载流子以平均速度 v 漂移：在无外场时： $\mathbf{I} = \mathbf{v}q\mathbf{nab}$

加上磁场 $\vec{B} \perp \vec{i}$

载流子在 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 作用下

形成一个横向电场 E_H — 称为**霍尔电场**



载流子同时受到两个力

\angle	向上	$q\vec{v} \times \vec{B}$
	向下	$q\vec{E}_H$

$$E_H = vB$$

电压所引致的电场力 = 洛伦兹力

霍尔效应：磁场中的电传导

电压所引致的电场力 = 洛伦兹力

$$\vec{E}_H = v\vec{B}$$

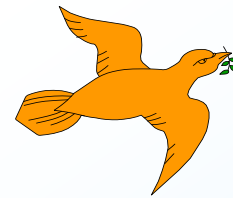
$$I = vqnab$$

霍尔电压：

$$V_H = \int_A^{A'} \vec{E}_H \cdot d\vec{l} = \int_0^a vBdl = vBa$$

$$V_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{b} = \underline{R_H} \frac{IB}{b}$$

(1) R_H ：霍耳系数，与导体材料有关。

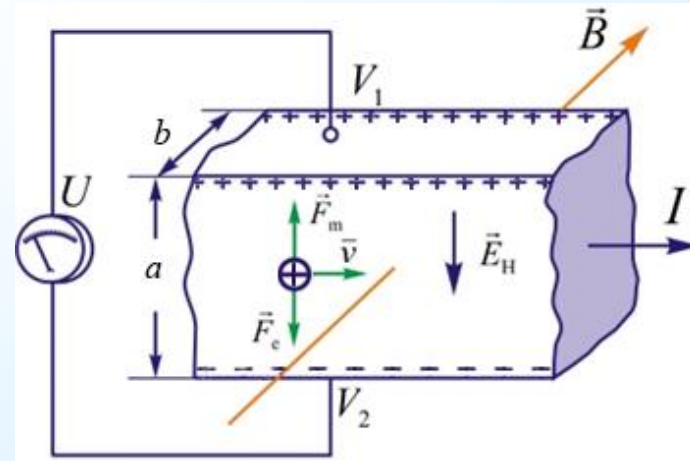


$$R_H = \frac{1}{nq}$$

(2) 接通AA'则有电流

$$q > 0, \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \text{ 向上} \quad \vec{E}_H \text{ 向下}, V_H > 0$$

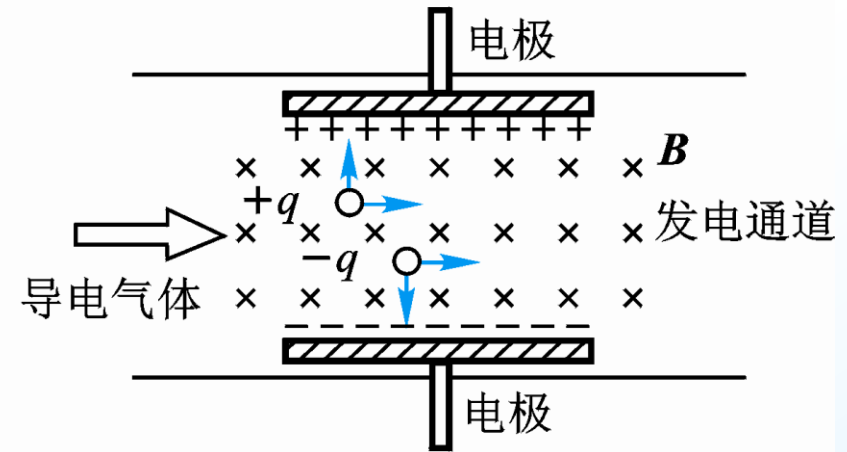
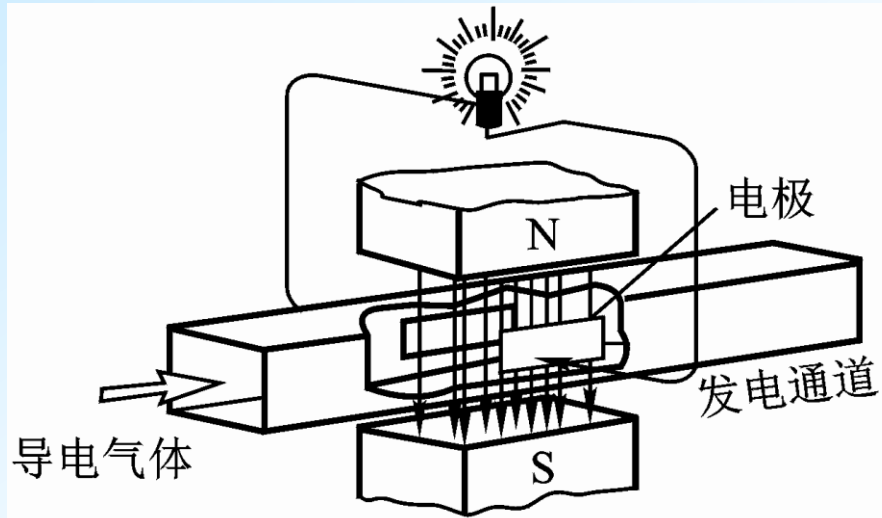
$$q < 0, \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \text{ 向上} \quad \vec{E}_H \text{ 向上}, V_H < 0$$



通过霍尔电压的极性，证实导体内部产生电流的载流子的正负。

特斯拉计（磁强计）

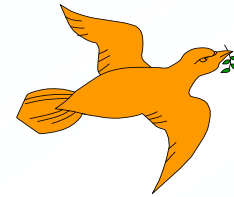
磁流体发电 (*)



等离子体发电

整数量子霍尔效应 (*)

1980年德国物理学家冯·克利青（1985年诺贝尔奖）发现，在极低温、强磁场下



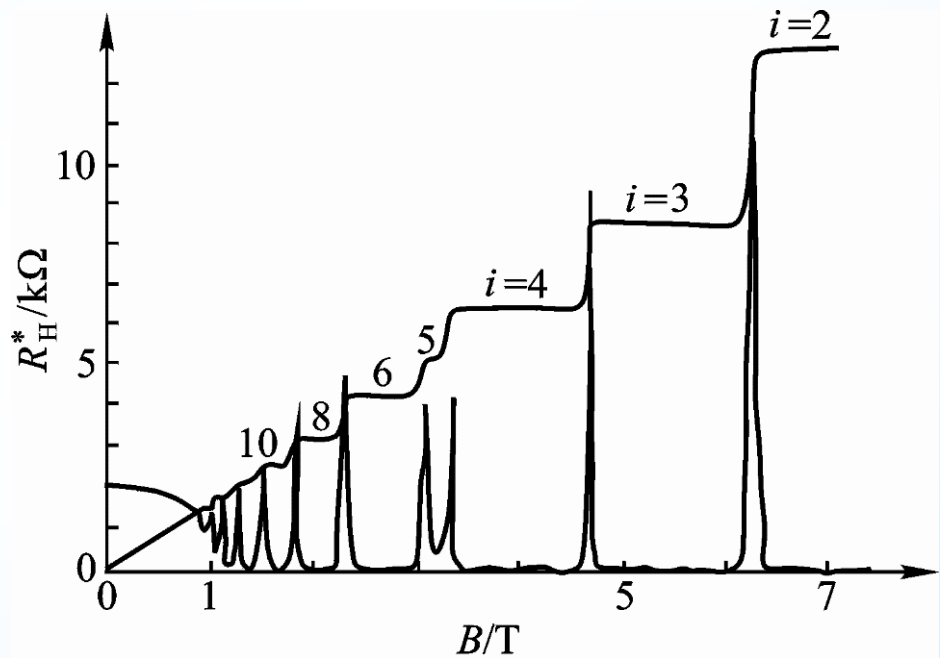
$$R_H = \frac{1}{nq}$$

$$R_H^* \not\propto B$$

$$R_H = \frac{R_K}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

克里青 (Klitzing) 常量

$$R_K = \frac{h}{e^2} = 25812.80\Omega$$



R_K 的测量准确到 10^{-10}

1990年定义 $1\Omega = \frac{R_K}{25812.80}$

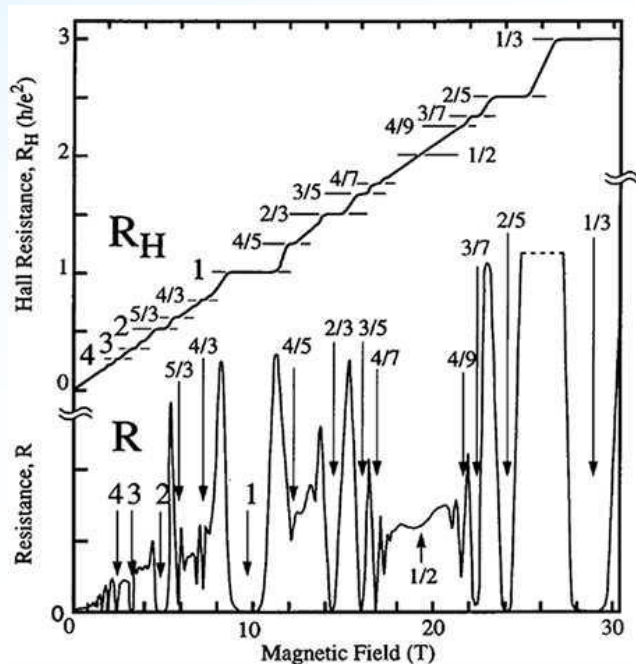
分数量子霍尔效应 (*)

崔琦和施特默 (Störmer) 发现在更强的磁场下, n 可以是分数, 如: $1/3$ 、 $1/5$ 、 $1/2$ 、 $1/4$ 等, 这称为分数量子霍尔效应。

劳克林 (Laughlin) 成功地给出了理论解释。

该效应表明, 有携带分数电荷的准粒子存在。

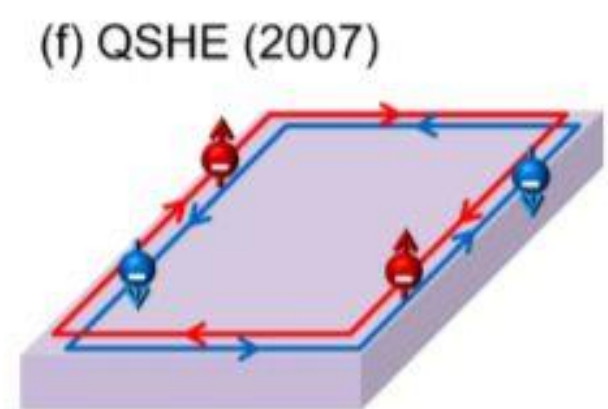
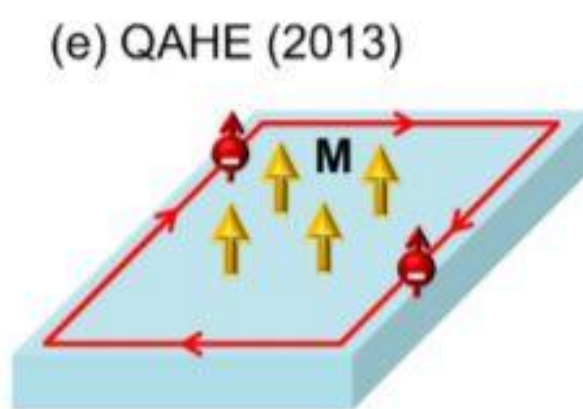
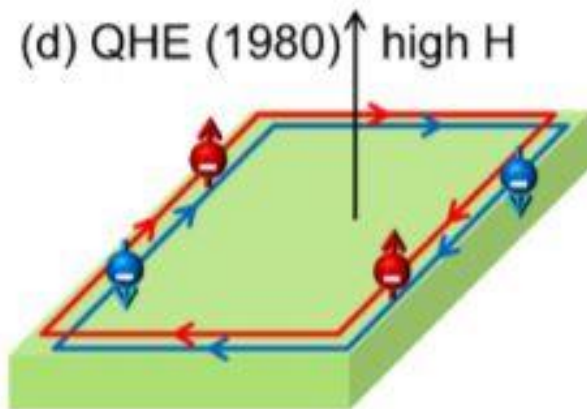
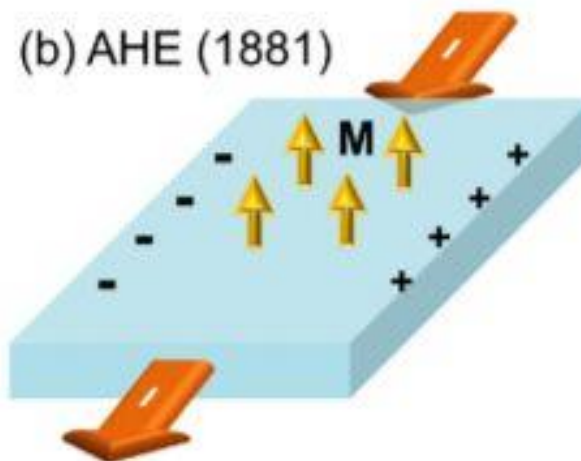
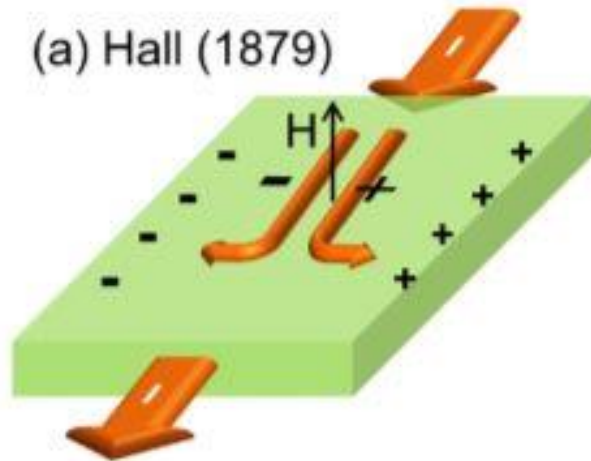
FQHE的微观起源仍然是一个谜, 是现时凝聚态物理学的主要研究课题



整数和分数量子霍尔效应及其理论解释是认识宏观量子现象的一次重要突破。

1998年诺贝尔物理学奖

霍尔效应家族 (*)



(一) 磁场对运动电荷的作用

——洛仑兹力

(二) 载流导体在磁场中所受的力

(三) 载流线圈在磁场中所受的力和力矩

载流导体在磁场中所受的力：安培力



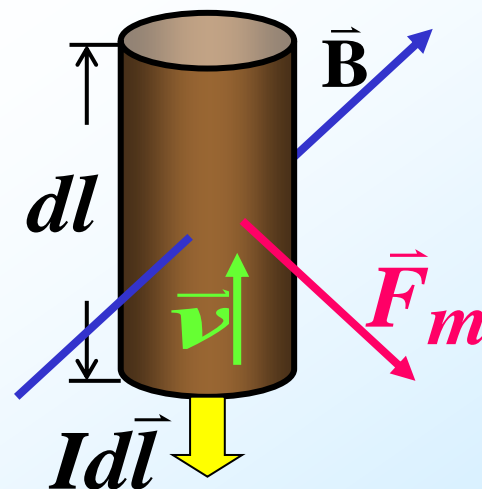
设电流元 $I d\vec{l}$ 横截面 S ，在 \vec{B} 相同的范围内 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

载流子的数密度为 n ，则在 dl 中的载流子所受洛伦兹力为：

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= dN \cdot \vec{F} = (nSdl) q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= (nqvS) d\vec{l} \times \vec{B} \\ &= I d\vec{l} \times \vec{B} \end{aligned}$$

即： $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

dl 受到的合力



载流导体在磁场中所受的力：安培力



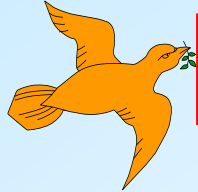
安培定律：电流元 $I d\vec{l}$ 在磁场中所受的作用力为

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

磁场对载流导线的作用力：

$$\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_x = \int dF_x \\ F_y = \int dF_y \\ F_z = \int dF_z \end{array} \right.$$

载流弯曲导线在磁场中所受的力

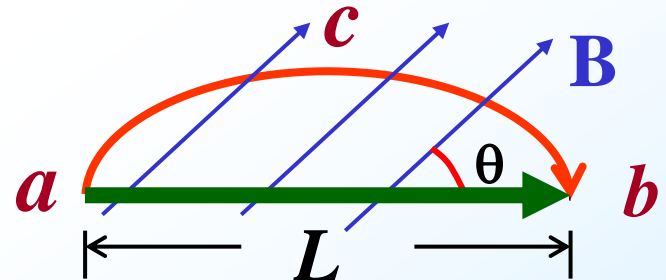


$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

在均匀磁场 \vec{B} 中有一弯曲导线 ab ，通有 I 电流

由安培定律

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B} = I \left(\int_a^b d\vec{l} \right) \times \vec{B} \\ &= I \vec{L}_{ab} \times \vec{B}\end{aligned}$$

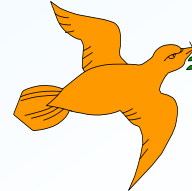


acb段受力与ab直线段相同

若 l 与 B 均在板面内

$\left\{ \begin{array}{l} \text{则 } F = I L_{ab} B \sin\theta \\ \text{方向垂直板面向外} \end{array} \right.$

在均匀磁场中有一弯曲导线 ab ，通有电流 I ，磁场垂直向里，其所受磁场力与通有相同大小电流的直导线 ab 相同



$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

任取一电流元 $I d\vec{l}_1$

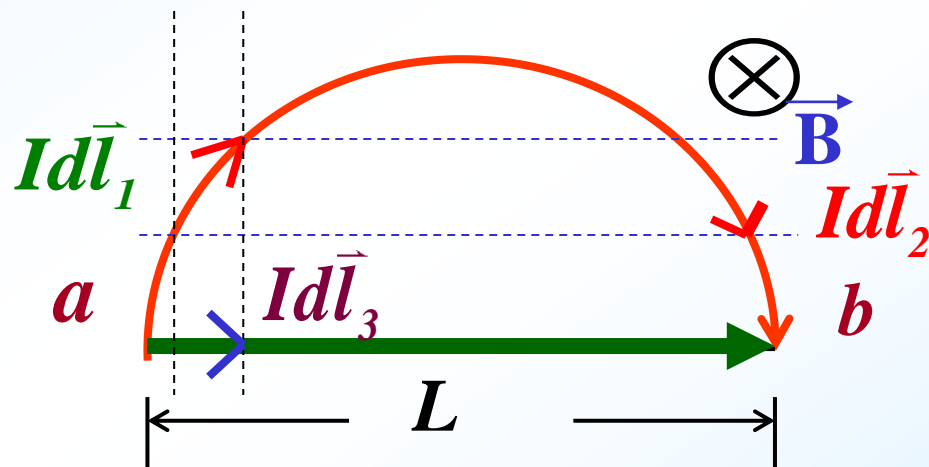
过此电流元的始端和末端作两条平行线平行于 ab 连线。

这两条平行线所夹的另一电流元为 $I d\vec{l}_2$ 。

第一步，证明这两个电流元在平行 ab 的方向上所受的力相互抵消，都只有垂直 ab 的向上的力。这样对任意电流元，只需计算其垂直 ab 的分力；

第二步，过电流元 $I d\vec{l}_1$ 的始端和末端作两条平行线垂直于 ab 连线，得到电流元 $I d\vec{l}_3$ 。

第三步，证明 $I d\vec{l}_1$ 垂直 ab 的向上的力等于 $I d\vec{l}_3$ 所受的力。



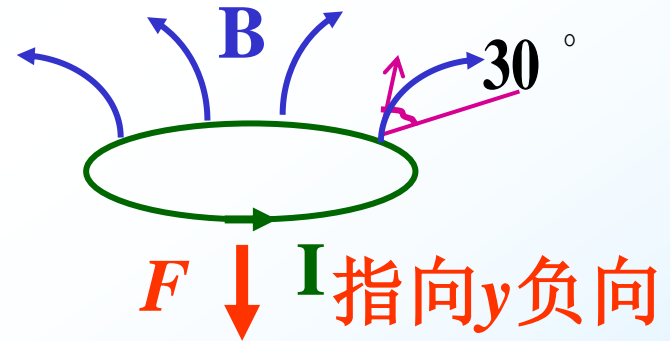
例：在对称发散的磁场中，放有一个 $R=4\text{cm}$ 的电流环，
其所在处 $B=0.1\text{T}$ ， $I=15.8\text{A}$ ，求受合力。

解：由对称可知： $\sum F_x = 0$

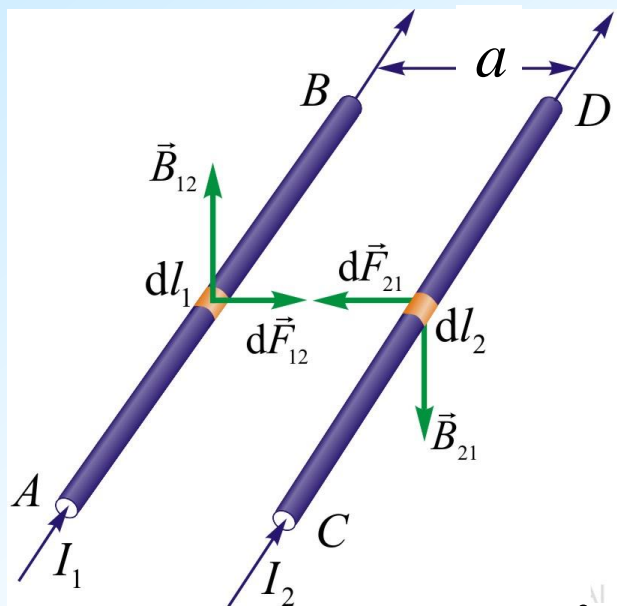
$$F = \int dF_y = \left| \int I d\vec{l} \times \vec{B}_x \right| = I 2\pi R B \cos 30^\circ$$

$$= 15.8 \times 0.1 \times 2\pi \times 0.04 \times \sqrt{3} / 2$$

$$= 0.34\text{N}$$



两平行无限长直导线通有相同电流时的相互作用力



在 I_2 上取电流元 $I_2 d\vec{l}_2$

$$\vec{F}_{12} = \int I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{12}$$

$I_2 d\vec{l}_2$ 处的磁场为:

$$B_{12} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \quad \text{方向垂直} \quad I_2 d\vec{l}_2.$$

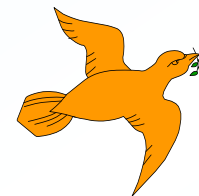
$$\therefore F_{12} = \int I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} dl_2 = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \int dl_2 \quad \text{指向} I_1$$

同理: $F_{21} = \int I_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} dl_1 = I_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \int dl_1 \quad \text{指向} I_2$

结论: 两力大小相等, 方向相反

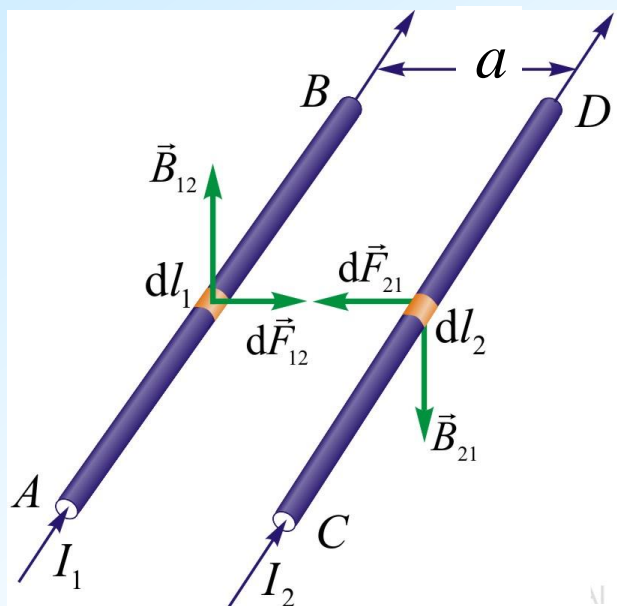


$I_1 // I_2$ 为吸引力
 $I_1 \uparrow \downarrow I_2$ 为排斥力



$$\vec{F} = \int_0^L I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

两平行无限长直导线通有相同电流时的相互作用力



在 I_2 上取电流元 $I_2 d\vec{l}_2$

$$\vec{F}_{12} = \int I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{12}$$

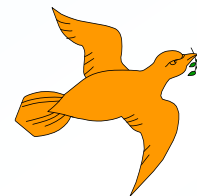
$I_2 d\vec{l}_2$ 处的磁场为:

$$B_{12} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \quad \text{方向垂直} \quad I_2 d\vec{l}_2.$$

$$\therefore F_{12} = \int I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} dl_2 = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \int dl_2 \quad \text{指向} I_1$$

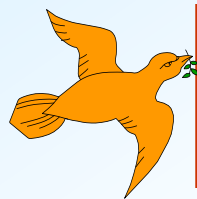
同理: $F_{21} = \int I_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} dl_1 = I_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \int dl_1 \quad \text{指向} I_2$

单位长度的受力: $f_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}; \quad f_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}.$



$$\vec{F} = \int_0^L I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

■ 若令 $a=1\text{m}$, $I_1=I_2=I$



$$f_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a};$$

$$f_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}.$$

则有: $F = \frac{\mu_0}{2\pi} I^2$ ——单位长度上的受力。

$$I = \sqrt{\frac{2\pi F}{\mu_0}} \quad \text{当 } F = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7} \text{N时, } I=1 \text{安培。}$$

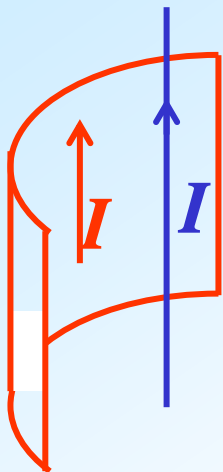
电流强度单位的定义:

在真空中, 两条无限长平行导线, 各通有相等的稳恒电流, 当导线相距一米, 每米长度上受力为 $2 \times 10^{-7} \text{N}$ 时, 各导线上的电流强度为1安培。

箍缩效应:

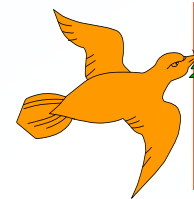
两导线间存在有吸引力, 一载流导线可看成由许多纵向细丝组成, 细丝间也同样存在相互吸引力, 导体可以是液体、电离气体, 这些力使导体收缩。

半圆柱面电流对其轴线上长直载流导线的作用力



根据平行电流相互作用力

$$dF = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R} I dl = \frac{\mu_0 I^2 dl}{2(\pi R)^2}$$

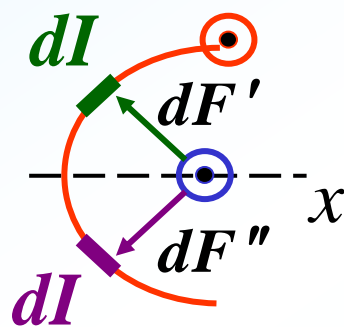


$$f_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

由对称性: $\sum F_y = 0$

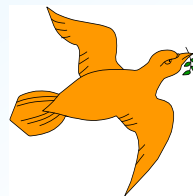
$$dF_x = dF \cos\theta = \frac{\mu_0 I^2}{2(\pi R)^2} \cos\theta R d\theta$$

沿-x方向

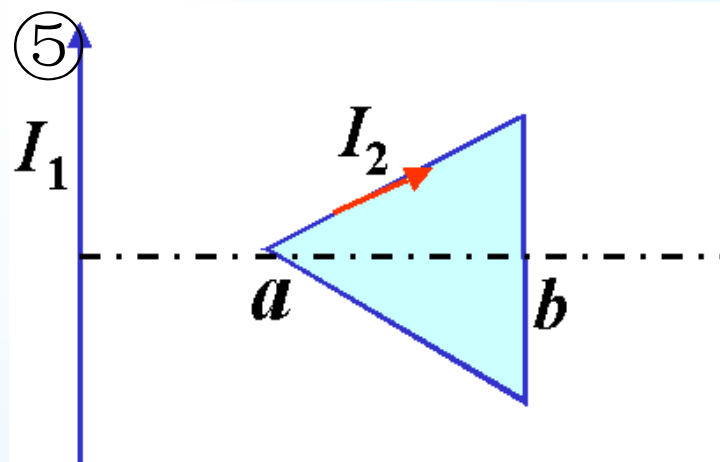
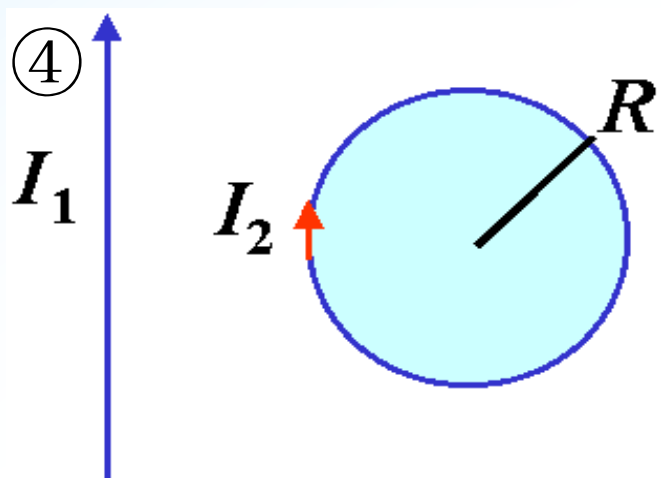
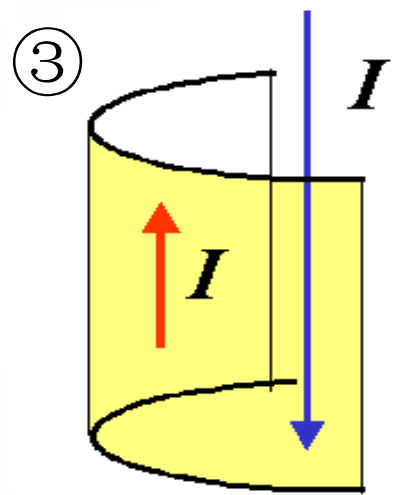
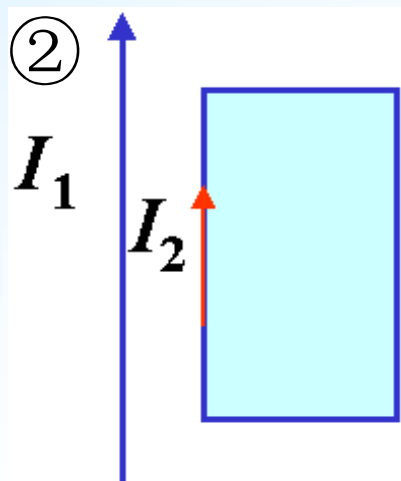
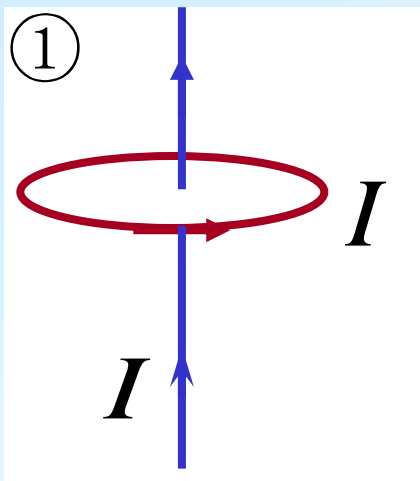


$$F = \int dF_x = \frac{\mu_0 I^2 R}{(\pi R)^2} \int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta = \frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}$$

求下列电流之间的相互作用：



$$\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$



(一) 磁场对运动电荷的作用

——洛伦兹力

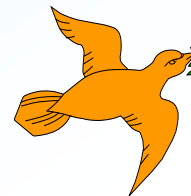
(二) 载流导体在磁场中所受的力

(三) 载流线圈在磁场中所受的力和力矩

载流线圈在磁场中所受的力和力矩



1. 在均匀磁场中的矩形线圈



$$\vec{F} = \int_0^L I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

$$F_{da} = \int_d^a I dl \cdot B = IB l_2 \quad \text{向外}$$

$$F_{bc} = \int_b^c IB dl = IB l_2 \quad \text{向里}$$

$$F_{ab} = \int_a^b IB \sin(\pi/2 - \theta) dl = IB \cos \theta l_1 \quad \text{向下}$$

$$F_{cd} = \int_c^d IB \sin(\pi/2 + \theta) dl = IB \cos \theta l_1 \quad \text{向上}$$

$$\therefore F_{\text{合}} = 0.$$

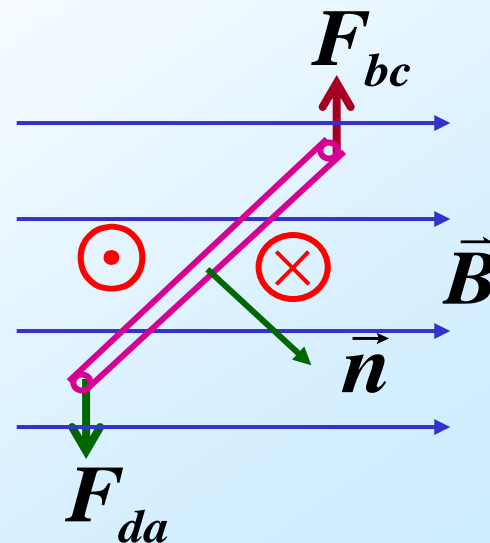
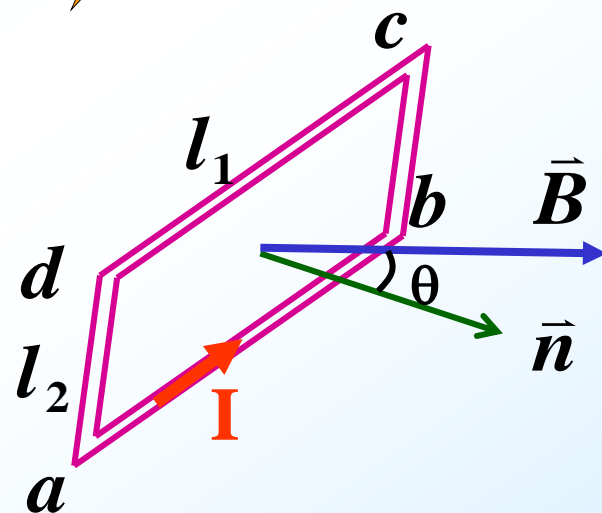
但 F_{da} 、 F_{bc} 不在一直线上

线圈受力矩

$$\begin{aligned} \tau &= F_{da} \frac{l_1}{2} \sin \theta + F_{bc} \frac{l_1}{2} \sin \theta \\ &= IB l_1 l_2 \sin \theta = \boxed{IS} B \sin \theta \end{aligned}$$

$$\therefore \vec{\tau} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

磁偶极矩 $= P_m B \sin \theta$



载流线圈在磁场中所受的力和力矩



2. 在均匀磁场中的任意线圈

设任意形状的闭合平面线圈，电流为 I ，面积为 S

设想把线圈分割成许多无限小窄条组成，

每一小窄条受力矩为：

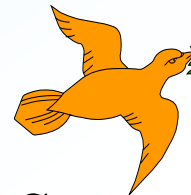
$$d\vec{\tau} = d\vec{P}_m \times \vec{B} = IdS\vec{n} \times \vec{B}$$

线圈受的总力矩为：

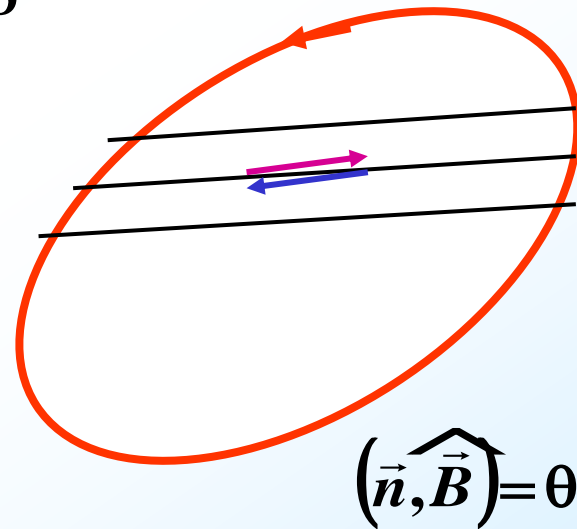
$$\vec{\tau} = \int d\vec{\tau} = \int IdS \vec{n} \times \vec{B} = I(\int dS) \vec{n} \times \vec{B} = IS\vec{n} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

一般线圈 $\sum \vec{F} = 0$; $\sum \vec{\tau} \neq 0$.



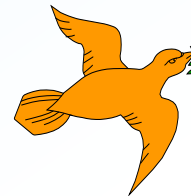
$$\vec{F} = \int_0^L Id\vec{l} \times \vec{B}.$$



载流线圈在磁场中所受的力和力矩



2. 在均匀磁场中的任意线圈



$$\vec{F} = \int_0^L I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

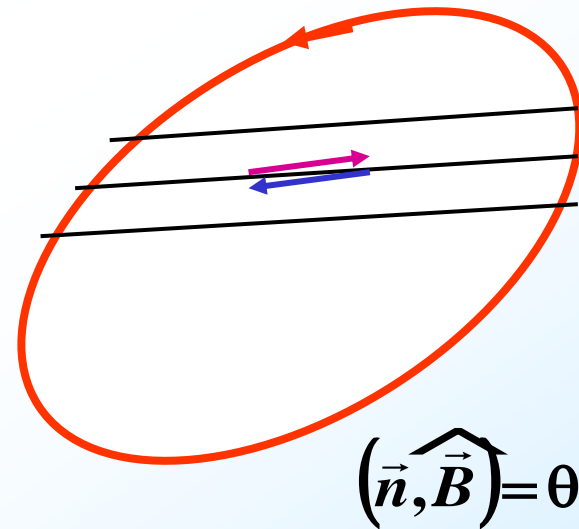
一般线圈 $\sum \vec{F} = 0$; $\sum \vec{\tau} \neq 0$. $\vec{\tau} = \vec{P}_m \times \vec{B}$

讨论: (1) 当 $\vec{n} // \vec{B}$

$$F_{\text{合}} = 0, \quad \tau_{\text{合}} = 0.$$

当 $\vec{n} \perp \vec{B}$ $\tau_{\text{合}} = \tau_{\text{max}}$

当 $(\vec{n}, \vec{B}) = \theta$ $\tau_{\text{合}} < \tau_{\text{max}}$

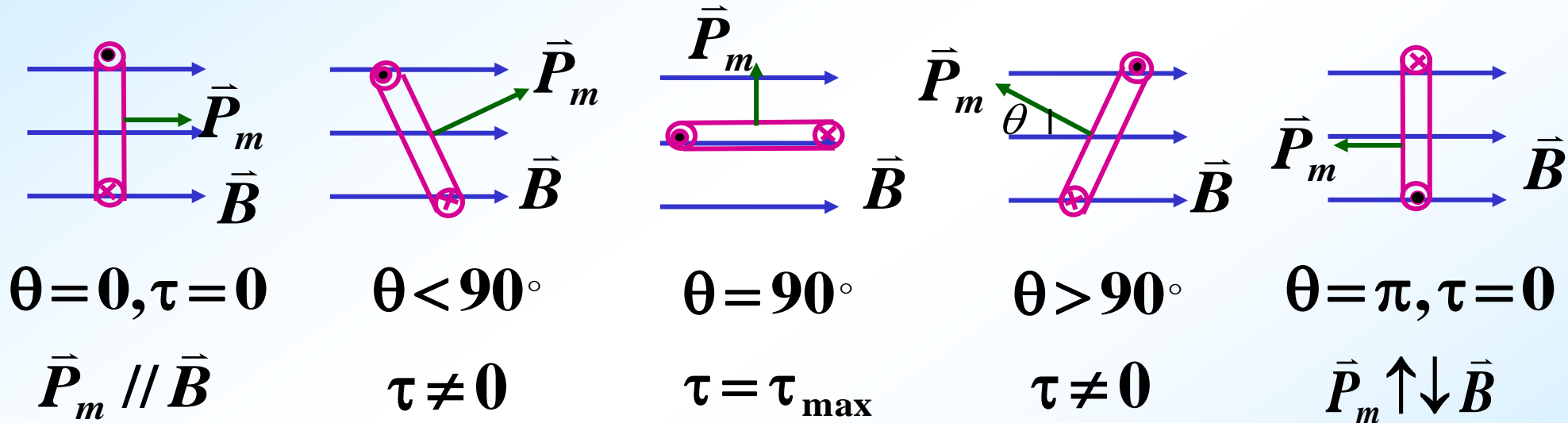


(2) 无论线圈什么形状, 均匀磁场对它的作用只取决于 P_m , P_m 相同的线圈受 B 的作用完全相同。

载流线圈在磁场中所受的力和力矩

2. 在均匀磁场中的任意线圈

(3) 平面线圈在磁场中的几种情况



稳定平衡

$$\vec{\tau} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

非稳定平衡

磁力矩总是使线圈或偶极子转向磁场方向

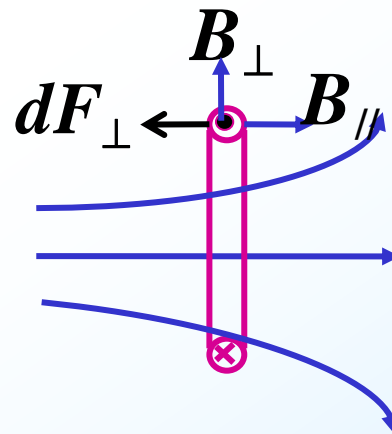
3. 在非均匀磁场中的任意线圈

一般地： $F_{\text{合}} \neq 0$ ， $\tau \neq 0$ 。

线圈除了转动，还会平动，

对非刚性线圈可能还有形变。

一般平动向磁场较强的方向平动



载流线圈在磁场中所受的力和力矩

3. 在非均匀磁场中的任意线圈

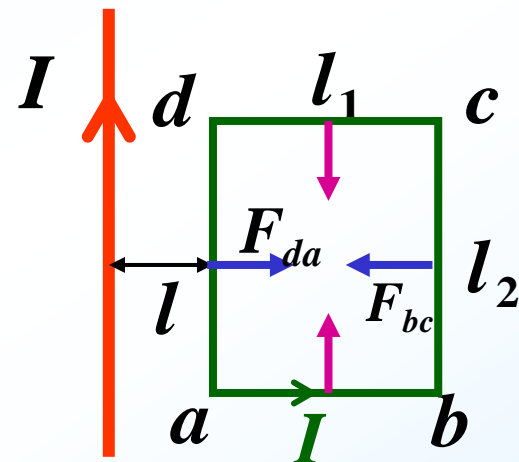
例：长直导线旁的线圈受力

$$F_{da} = \left| \int I d\vec{l} \times \vec{B} \right| = \int_d^a I \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi l} l_2 \quad \text{向右}$$

$$F_{bc} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(l+l_1)} l_2 \quad \text{向左}$$

$$F_{ab} = \int_a^b I \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{l+l_1}{l} \quad \text{向上}$$

$$F_{cd} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{l+l_1}{l} \quad \text{向下}$$



$$F_{\text{合}} = F_{da} - F_{bc}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l_2 l_1}{2\pi(l+l_1)} \neq 0$$

合力方向向右

课后思考题



类比磁偶极矩与电偶极矩，看看有什么相似和不同？

本节知识点小结



- 磁场对运动电荷的作用
- 霍尔效应
- 磁致聚焦
- 磁约束
- 磁场对载流导线的作用
- 均匀磁场对平面闭合载流线圈的作用

Tips:

以上均属于考试内容，请及时按照知识点梳理相关内容

规定作业： Chap.7(page 41-42) —T11、 T12、 T13、 T14

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写学号。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周周二交作业。
6. 作业缺交三分之一及以上者按规定不能参加考试。

