$[0\ 0\ 1 \vdots \tfrac{3}{2}\ -1\ 1]$ $[0\ 0\ 1 \vdots -2\ 3\ -3]$

3. 设 A 为 n 阶方阵，且每一行元素之和都等于常数 a，证明 A^m（m 为正整数）的每一行元素之和为 a^m。

$$A\cdot\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\\a\\\vdots\\a\end{bmatrix}=a\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}\qquad A^2\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}=A\cdot a\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}=a^2\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}$$

进而 $A^m\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}=a^m\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a^m\\a^m\\\vdots\\a^m\end{bmatrix}$

即 A^m 的每行元素之和为 a^m

4. 设 A 是三阶可逆矩阵，将 A 的第一行与第三行互换后所得到的矩阵记为 B，证明 B 可逆，并求 AB^{-1}。

$B=R_{13}A$ $\qquad R_{13}=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$

由于 $|R_{13}|\neq0$ $|A|\neq0$ 故 $|B|\neq0$ B 为可逆矩阵.

$B=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}\cdot A$ $\qquad \begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}\cdot A\cdot B^{-1}=B\cdot B^{-1}=I$

则 $A\cdot B^{-1}=I\cdot\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$

A+