第二篇

电磁学

蔡林
华中科技大学 物理学院
cailin@hust.edu.cn

第六章 静电场

第1节 电荷和库仑定律

一、电荷（Charge）

电荷是物质的基本属性
- 电荷→表征物体感受电相互作用本领的大小
- 引力质量→表征物体感受引力相互作用本领的大小

1.电荷的种类

两种电荷，“正”、“负”的规定纯属偶然

相互作用力：同种电荷相互排斥，异种电荷相互吸引

2.电荷的量子化

量子化：某物理量的值不是连续可取值而只能取一些分立值，则称其为量子化

1906-1917年，密立根用液滴法首先从实验上证明了微小粒子带电量的变化不连续

自然界物体所带电荷：

电荷量子

$$q = \pm ne \begin{cases} e = 1.602\times10^{-19}\mathrm{C} \\ n = 1、2、3\ldots \end{cases}$$

注：在宏观电磁现象中电荷的不连续性表现不出来

3.电量的相对论不变性

电子加速到 $v = 0.9999999997\, c$

$$m = 4.0825 \times 10^4 m_0$$

而电量 $q = e = 1.602 \times 10^{-19}\mathrm{C}$ 保持不变

实验表明，一个电荷的电量与它的运动状态无关。

4.电荷守恒定律

在一个和外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变

$$\sum q_i = C$$

物理学中基本守恒定律之一

本章主要研究静止的带电体之间的电相互作用，

即主要研究静电场。

静电现象及应用的例子：

静电复印机的工作原

静电摆球

静电植绒

静电除尘

…

演示实验

西五楼大学物理演示实验室开放

《奇妙的静电》

堤井信力[日]　著　　王旭

科学出版社 1998年

2022-2023（2）演示实验室开放及值班安排

下午5-6节

时间 地点	第15周				第16周			
	周三 （5月24日）		周五 （5月26日）		周一 （5月29日）		周二 （5月30日）	
西五楼107室(电磁)	王璐	张龙	张卜天	梁文锡	苏晓莉	张宽	祝雪丰	陈乐乐
西五楼115室(力热)	刘力	谈玉杰	喻力华	蔡林	张少良	胡明	熊豪	张涛

二、库仑定律

1. 点电荷———理想模型

问题：带电体之间的静电作用力怎么计算？

设A、B为两个静止的带电体。

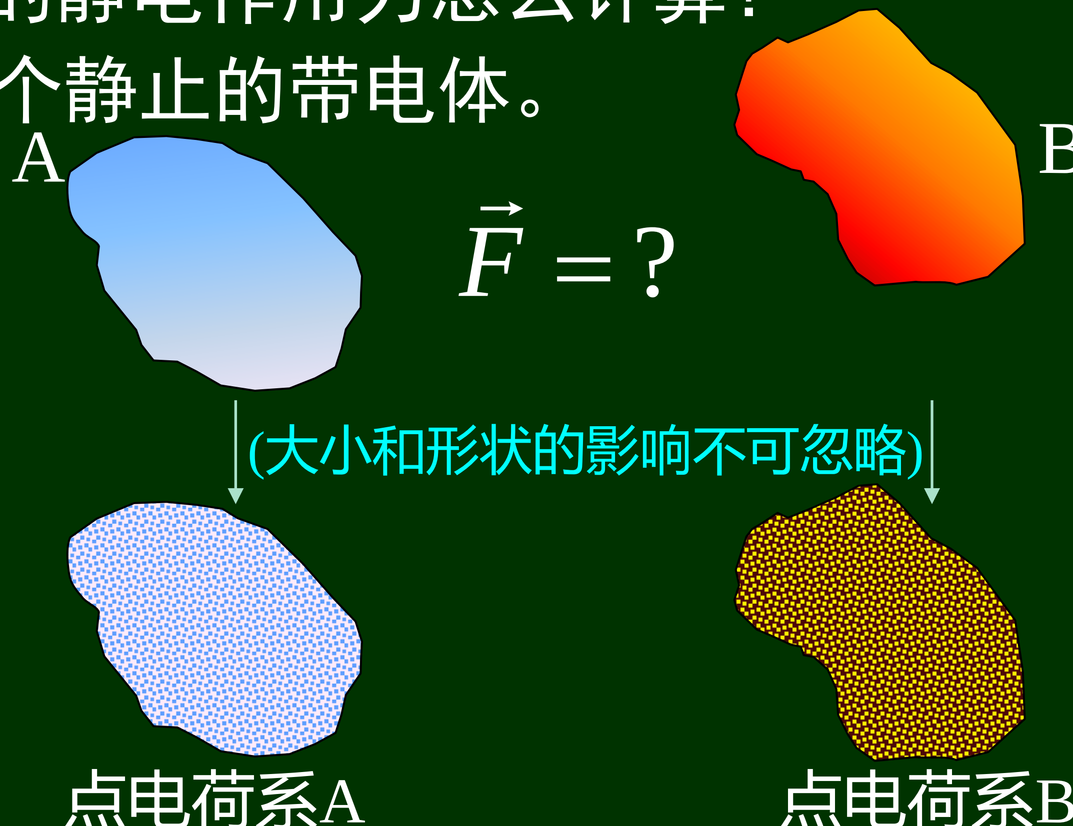
相距足够远

(大小和形状的影响可忽略)

⇩

点电荷

(几何点，有电量)



实际上，点电荷的体积不一定很小。只要带电体的大小和形状的影响可以忽略不计，均可当做点电荷处理。比如，当A和B相距足够远时，其大小和形状的影响可以忽略不计，就都可以视为点电荷。

2. 库仑定律（1785年，扭称实验）

真空中两个静止的点电荷q_1, q_2之间的相互作用力为：

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r \qquad \boxed{\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r}$$

在国际单位制中：

$$\boldsymbol{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.988\times 10^9}\ \mathrm{Nm^2/C^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2}$$

(真空的介电常数)

单位矢量 $\vec{e}_r$ 由施力者指向受力者。

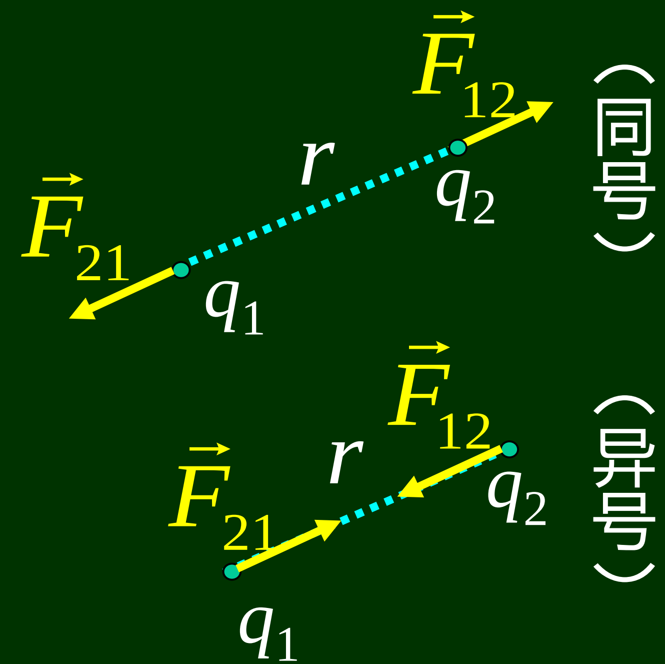
说明：

$$\vec{F}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0r^2}\vec{e}_r$$

（$\vec{e}_r$ 由施力者指向受力者）

1) 库仑定律是基本实验规律，
在宏观、微观领域均适用。

2) 只适用于两个静止的点电荷。
公式反映了q_1、q_2同号相斥，
异号相吸的事实。



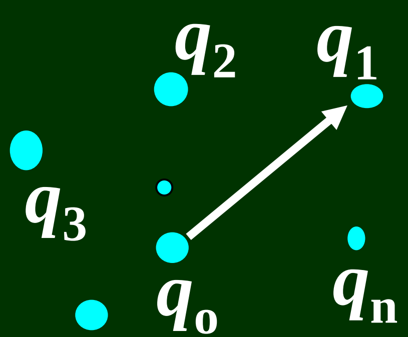
3) 遵从牛顿第三定律 $\vec{\boldsymbol{F}}_{12}=-\vec{\boldsymbol{F}}_{21}$

4) 若q_1、q_2在介质中，介电常数 $\varepsilon=\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0$；

在空气中：$\varepsilon\approx\varepsilon_0$

3. 电力叠加原理

多个点电荷对一个点电荷的作用力，等于各个点电荷单独存在时，对该点电荷的作用力的矢量和



$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots+\vec{F}_n$$

$$\vec{F}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$$

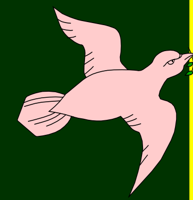
库仑定律

电力叠加原理

静止电荷相互作用的基本定律

第2节 静电场、电场强度

一、电场



$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o r^2}\vec{e}_r$$

库仑力

1.库仑力的传递问题

近代物理学证明：

电荷之间是通过电场来发生相互作用的。

每个电荷都在周围空间激发出电场，所激发的电场对位于其中的其它电荷产生力的作用。

$$\boxed{\text{电荷}q_1} \underset{F_{21}}{\overset{}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{电场}} \underset{}{\overset{F_{12}}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{电荷}q_2}$$

二、 静电场

相对观察者**静止**，且**电量不随时间改变**的电荷所激发的电场

特点：静电场与电荷相伴而生

电荷为静电场的源——场源电荷

静电场的基本性质：

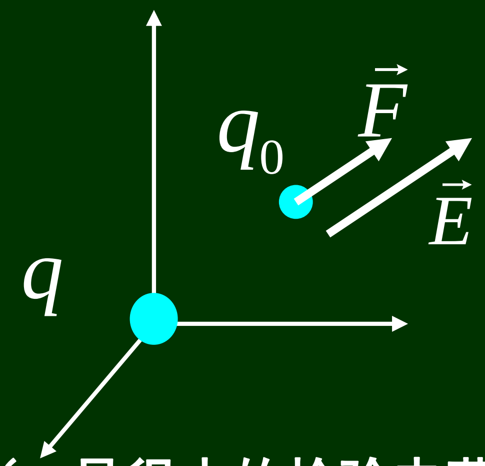
1º 对放在其内的任何电荷都有作用力

2º 电场力对移动电荷做功——静电场具有能量

如何定量地描述电场的物理性质呢?

三、静电场的电场强度

电场强度的定义 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$



（q_0是很小的检验电荷）

$\vec{E}$ 大小等于单位正电荷所受到的电场力

$\vec{E}$ 方向沿单位正电荷在该处的受力方向

单位：N/C (牛顿 / 库仑)或 V/m

一般地:

电场空间不同点的场强大小方向都不同。

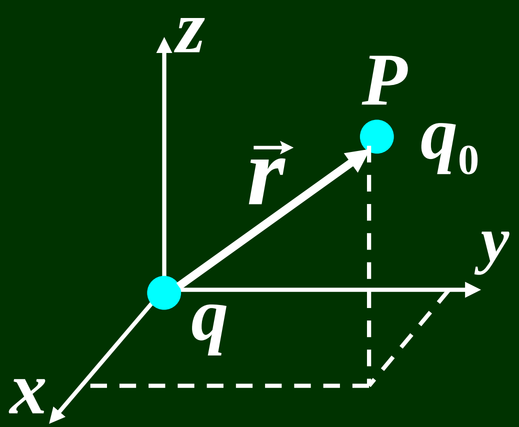
若场中各点的场强大小方向都相同 → 均匀电场

四、电场强度的计算

$\vec{E}$ 的定义：$\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_o}$

1. 点电荷的场强

求位于原点处的电荷q 的电场$\vec{E}$



在任意点P放入一点电荷q_0

根据库仑定律q_0 受力：

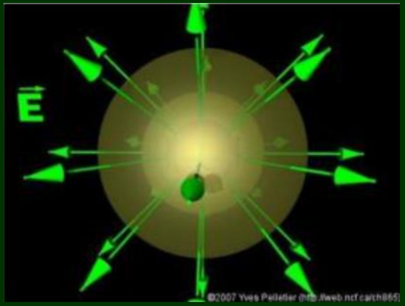
$$\vec{F}=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

P点处的场强：$\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

点电荷电场分布的特点：

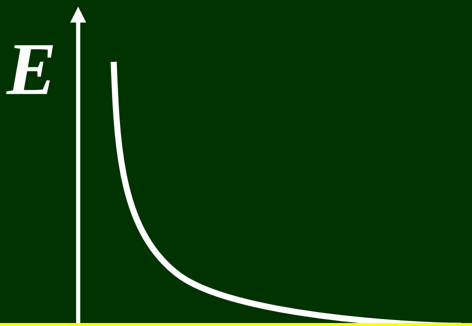
$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

1° $\vec{E}$ 的方向，处处是以 q 为中心的矢径方向（或反方向）



2° q 一定时，$\vec{E}$ 的大小只与 r 有关。在相同 r 的球面上 $\vec{E}$ 大小相等

3° $E\propto\dfrac{1}{r^2}\begin{cases} r\to\infty & E\to 0 \\ r\to 0 & E\to\infty \end{cases}$?



因此,在研究电场时，通常不是只着眼于个别地方的场强，而是求它关于空间坐标的矢量函数。

4° 电场中每一点都对应有一个矢量 $\vec{E}$，这些矢量的总体构成一个矢量场。

例： 求点电荷系q_1、 q_2 、 …q_n 在空间任一点P处产生的电场强度。

解：在P点放一检验电荷q_0，由电场力叠加原理：

q_0受合力：$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots+\vec{F}_n$

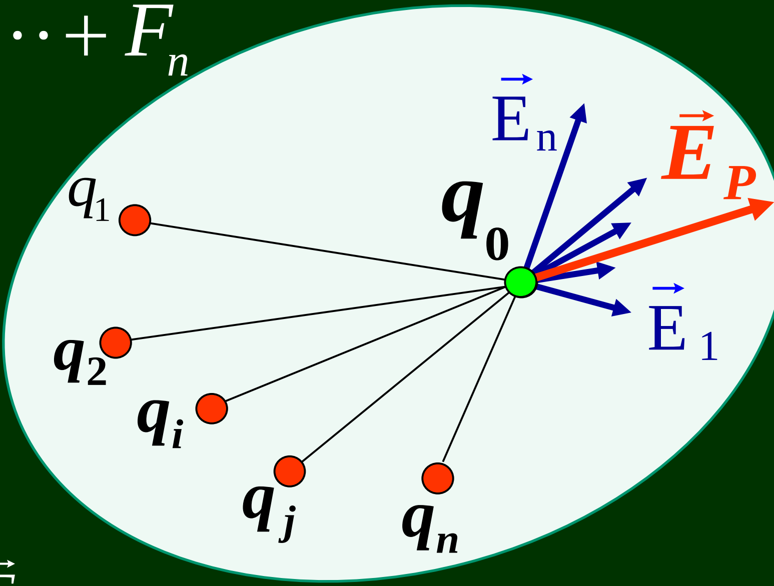
P点的电场：

$$\vec{E}_P=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2\cdots+\vec{F}_n}{q_0}$$

$$=\frac{\vec{F}_1}{q_0}+\frac{\vec{F}_2}{q_0}+\cdots\frac{\vec{F}_n}{q_0}$$

$$=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n=\sum_{i=1}^{k}\vec{E}_i$$

$$=\sum_{i=1}^{k}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\vec{e}_{r_i}$$



场强叠加原理

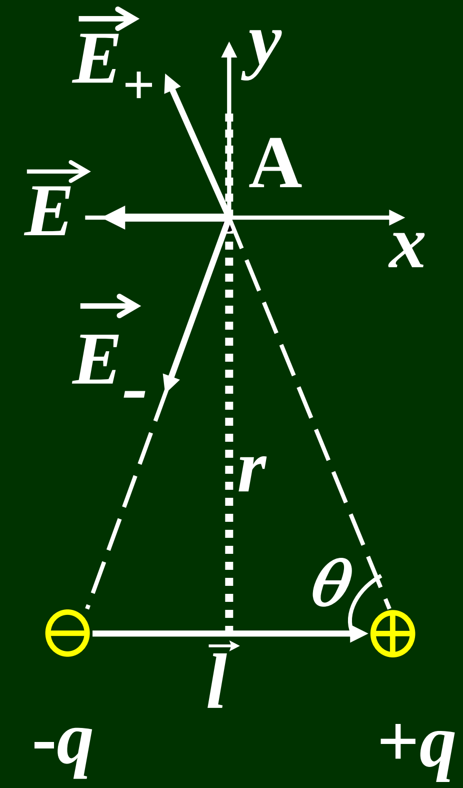
即：电场中一点的场强 = 各点电荷在该点各自产生的场强的矢量和

例2. 求电偶极子的中垂面上任一点的电场强度。

电偶极子：相隔一定距离的一对等量异号点电荷

$\vec{l}$: 表示负电荷到正电荷的矢量线段

$\vec{p} = q\vec{l}$ ——电偶极矩（电矩）



解：如图建立坐标系

$\pm q$ 在A点产生的场强：$E_+ = E_- = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o(r^2 + \dfrac{l^2}{4})}$

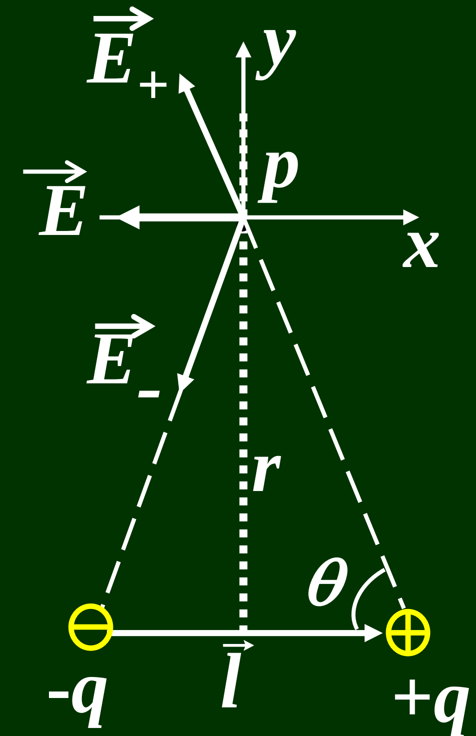
$E_y=0$

$E = E_x = -2E_+\cos\theta$

$$= -\frac{ql}{4\pi\varepsilon_o(r^2 + \dfrac{l^2}{4})^{\frac{3}{2}}}$$

方向沿 - x !

$$E=-\frac{ql}{4\pi\varepsilon_o(r^2+\frac{l^2}{4})^{\frac{3}{2}}}$$



当 $r>>l$ $\quad E=-\frac{p}{4\pi\varepsilon_o r^3}$

1° E 与 r^3 成反比，比点电荷电场衰减得快

2° $E\propto p$ 若 $p=q\cdot l$ 保持不变，$q\uparrow l\downarrow$ 或 $q\downarrow l\uparrow$

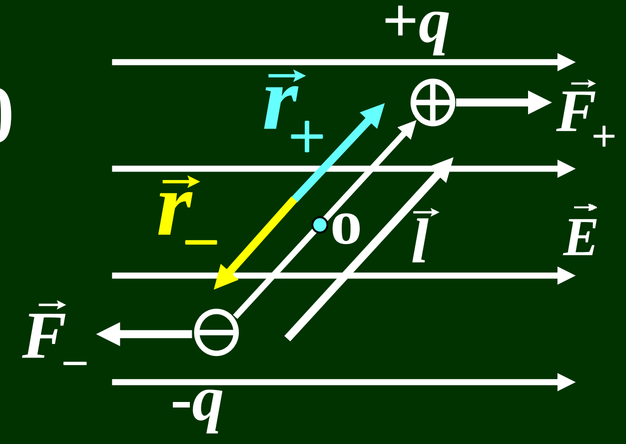
E 在远处不变

$\vec{p}=q\vec{l}$ 是描述电偶极子属性的物理量

例 求一均匀电场中电偶极子的受力情况。

已知：电场为E，电偶极子的电荷为q。

解：受力 $\left.\begin{array}{l}\vec{F}_+ = q\vec{E} \\ \vec{F}_- = -\ q\vec{E}\end{array}\right\} \vec{F}_{合} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = 0$



相对o点的力矩：

$$\vec{M} = \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ + \vec{r}_- \times \vec{F}_-$$

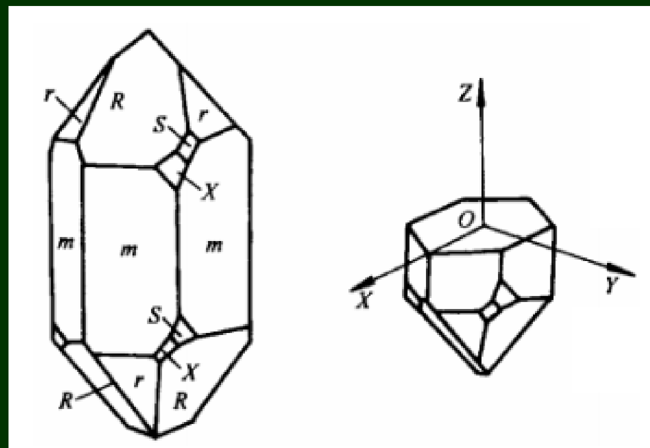
$$= \vec{r}_+ \times (q\vec{E}) + \vec{r}_- \times (-q\vec{E})$$

$$= q\left(\vec{r}_+ - \vec{r}_-\right) \times \vec{E}$$

$$= q\vec{l} \times \vec{E}$$

$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ 使电偶极子转向电场方向

电偶极子例：压电式传感器



石英晶体

石英晶体的晶轴：

Z轴为光轴(中性轴)：晶体的对称轴，光线沿z轴通过晶体不产生双折射现象。

X轴为电轴(垂直于光轴)：沿该轴压电效应最显著，它通过正六棱柱相对的两条棱线且垂直于光轴， x轴有三个。

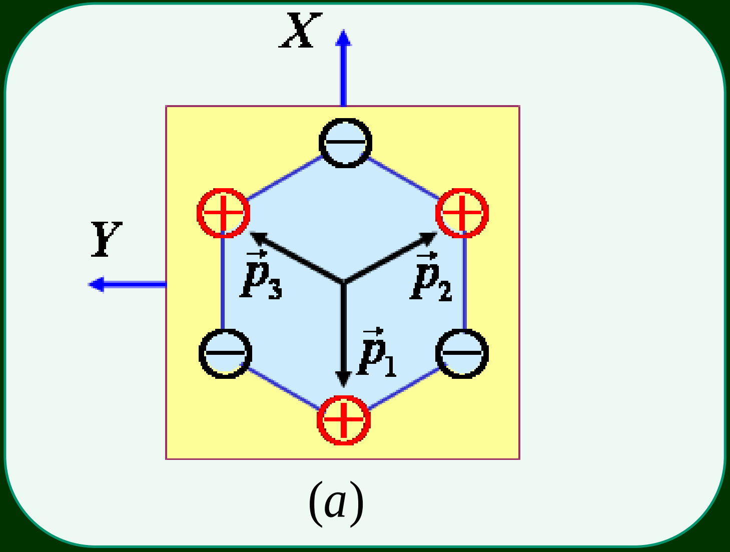
Y轴为机械轴(力轴)：也有三个，垂直于相对的两个表面，在该轴上加力产生的形变最大。

石英晶体化学式为SiO_2，是单晶体结构。天然结构的石英晶体外形是一个正六面体。石英晶体各个方向的特性不同。其中纵向轴Z称为光轴，经过六面体棱线并垂直于光轴的X轴称为电轴，与X和Z轴同时垂直的轴Y称为机械轴。

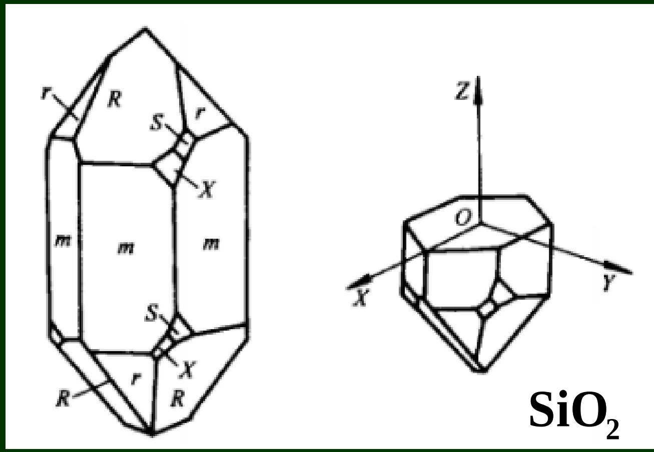
电偶极子例：压电式传感器

现将组成石英晶体(SiO_2)的硅离子和氧离子的排列在垂直于Z轴的XY平面上进行投影，等效为正六边形排列。⊕ :Si^{4+} ⊖ :$2O^{2-}$

(a)当石英晶体未受力时，硅离子和氧离子正好分布在正六边形的顶角上，形成三个大小相等且互成120°夹角的电偶极子，这三个电偶极子的电偶极矩的矢量和为零。此时，石英晶体整体上呈电中性。$\vec{p}=\vec{p}_1+\vec{p}_2+\vec{p}_3=0$



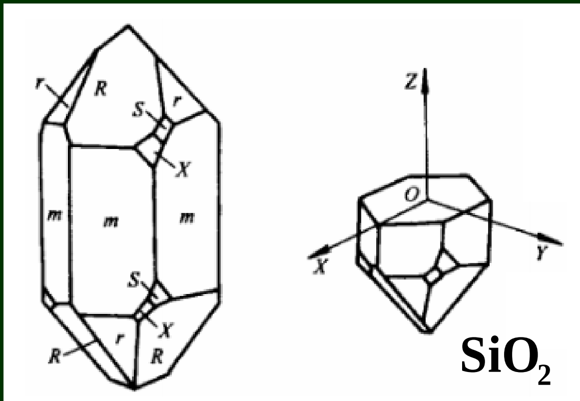
(a)



石英晶体

电偶极子例：压电式传感器

现将组成石英晶体(SiO_2)的硅离子和氧离子的排列在垂直于Z轴的XY平面上进行投影，等效为正六边形排列。 ⊕ : Si^{4+} ⊖ : $2O^{2-}$



石英晶体

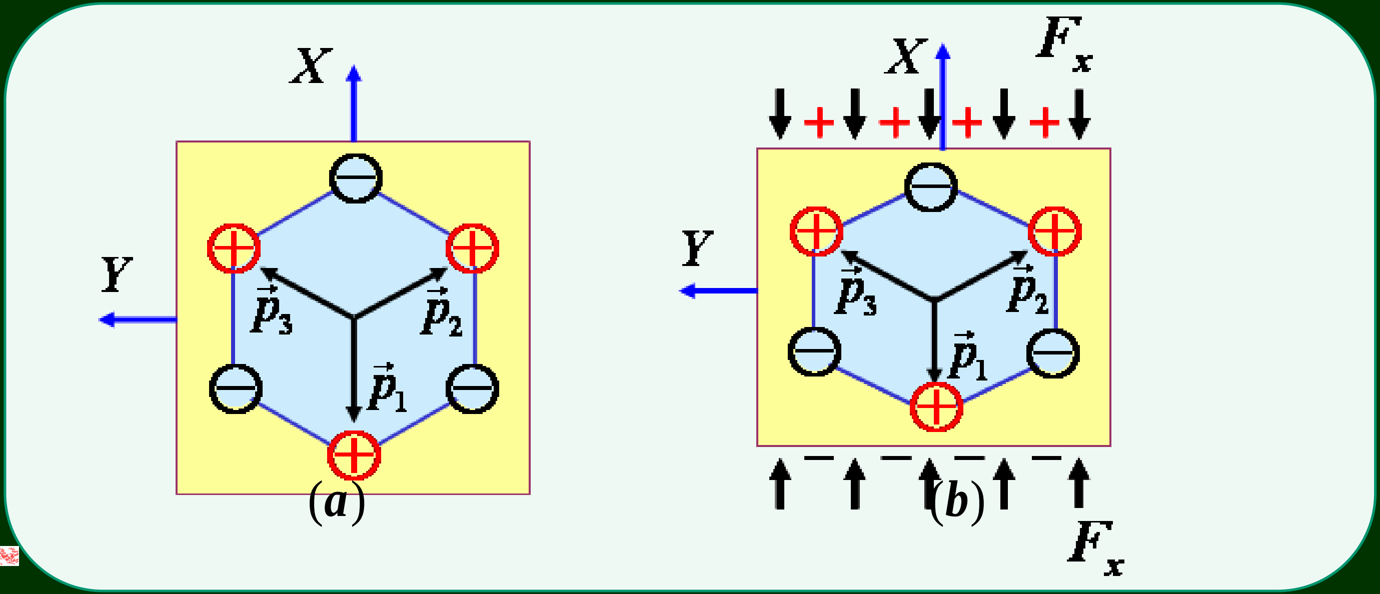
(b)当晶体沿X轴方向受压时，晶体沿此方向变形，三个电偶极子的电偶极矩的矢量在不为零，

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \neq 0$$

且在X轴方向的分量大于零，在Y、Z轴方向的分量均为零。 $p_x > 0,\ p_y = p_z = 0$

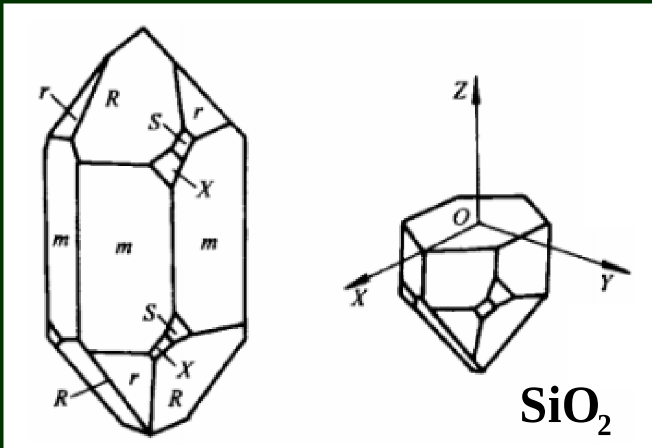
在垂直于Y轴、Z轴的晶体表面上不出现电荷。

在X轴的正(负)方向的晶体表面出现正(负)电荷，称为纵向压电效应。



电偶极子例：压电式传感器

现将组成石英晶体(SiO_2)的硅离子和氧离子的排列在垂直于Z轴的XY平面上进行投影，等效为正六边形排列。⊕ : Si^{4+} ⊖ : $2O^{2-}$



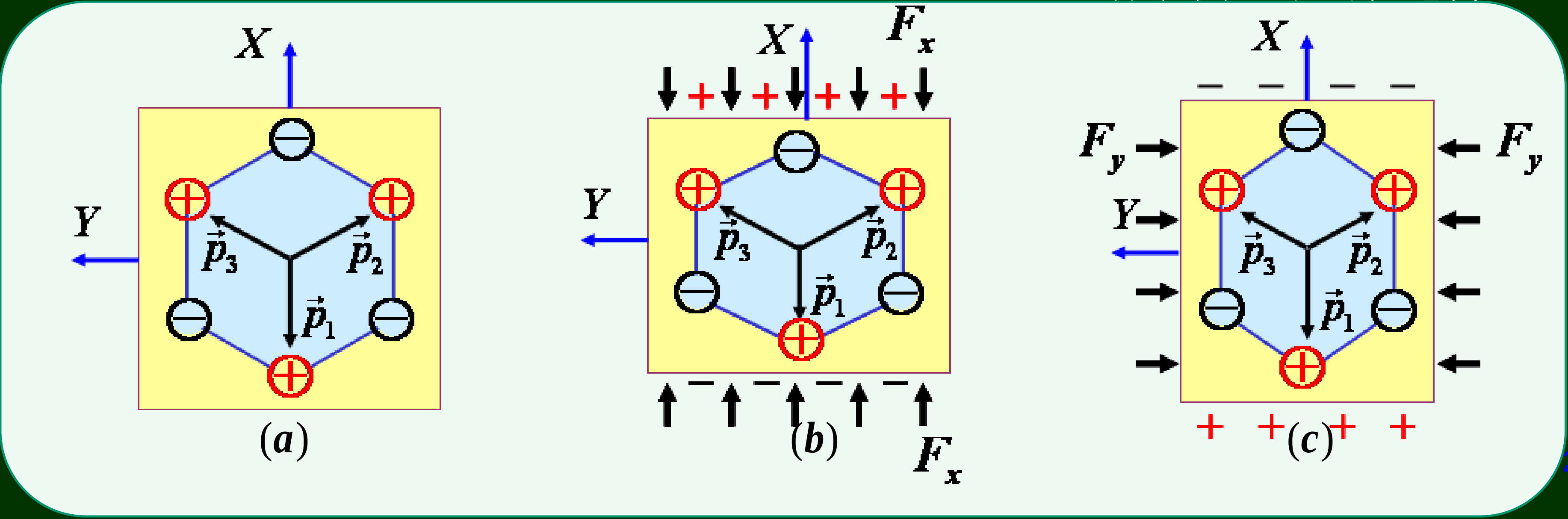
(c)当晶体受到Y轴方向的压缩力时，电偶极矩的X轴方向的分量小于零，$p_x<0,\ p_y=p_z=0,$

$$\vec{p}=\vec{p}_1+\vec{p}_2+\vec{p}_3\neq 0$$

在X轴的正(负)方向的晶体表面出现负(正)电荷，称为横向压电效应。

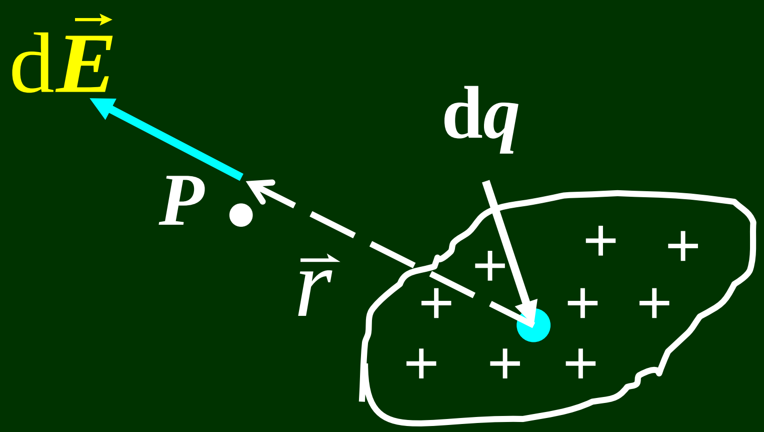
若晶体沿Z轴方向受力，不产生压电效应。

在垂直于Y轴、Z轴的晶体表面上不出现电荷。



2.电荷系的场强：

对连续分布的带电体，可将分成无数个电荷元dq，每个电荷元可看成点电荷



dq在任意点P处产生的电场为：

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

叠加原理：$\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

$$\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} E_x=\int \mathrm{d}E_x \\ E_y=\int \mathrm{d}E_y \\ E_z=\int \mathrm{d}E_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k} \\ |\vec{E}|=\sqrt{E_x^2+E_y^2+E_z^2} \\ \tan\alpha=\dfrac{E_y}{E_x}\quad \cdots,\ \cdots \end{cases}$$

例题

正电荷与负电荷

用丝绸摩擦过的玻璃棒所带的电荷叫做正电荷 。质子带正电荷，电子带负电荷。世间万物大多为电中性物体由原子而来，原子又由电子和原子核（中子和质子组成）而来。

反之，把毛皮摩擦过的橡胶棒带的电荷叫做负电荷。

在十八世纪，走在电学研究最前沿的非本杰明·富兰克林莫属。他认为电的单流体理论比较正确。他想像电储存于所有物质里，并且通常处于平衡状态，而摩擦动作会使得电从一个物体流动至另一个物体。例如，他认为累积的电是储存于莱顿瓶的玻璃，用丝巾摩擦玻璃使得电从丝巾流动至玻璃。这流动形成了电流。他建议电量低于平衡的物体载有负的电量，电量高于平衡的物体载有正的电量。他任意地设定玻璃电为正电，具有多余的电；而琥珀电为负电，缺乏足够的电。同时期，威廉·沃森也达到同样的结论。 1747年，富兰克林假设在一个孤立系统内，总电荷量恒定，这称为电荷守恒定律。

在宏观电磁现象中电荷的不连续性体现不出来。

在通常220V、100W的灯泡中，每秒通过钨丝的电子数多达3×10^{18}个，致使电荷的量子性在研究宏观现象的实验中表现不出来。

正如呼吸、喝水时并不感觉到空气和水是由分子等微观粒子组成的一样。

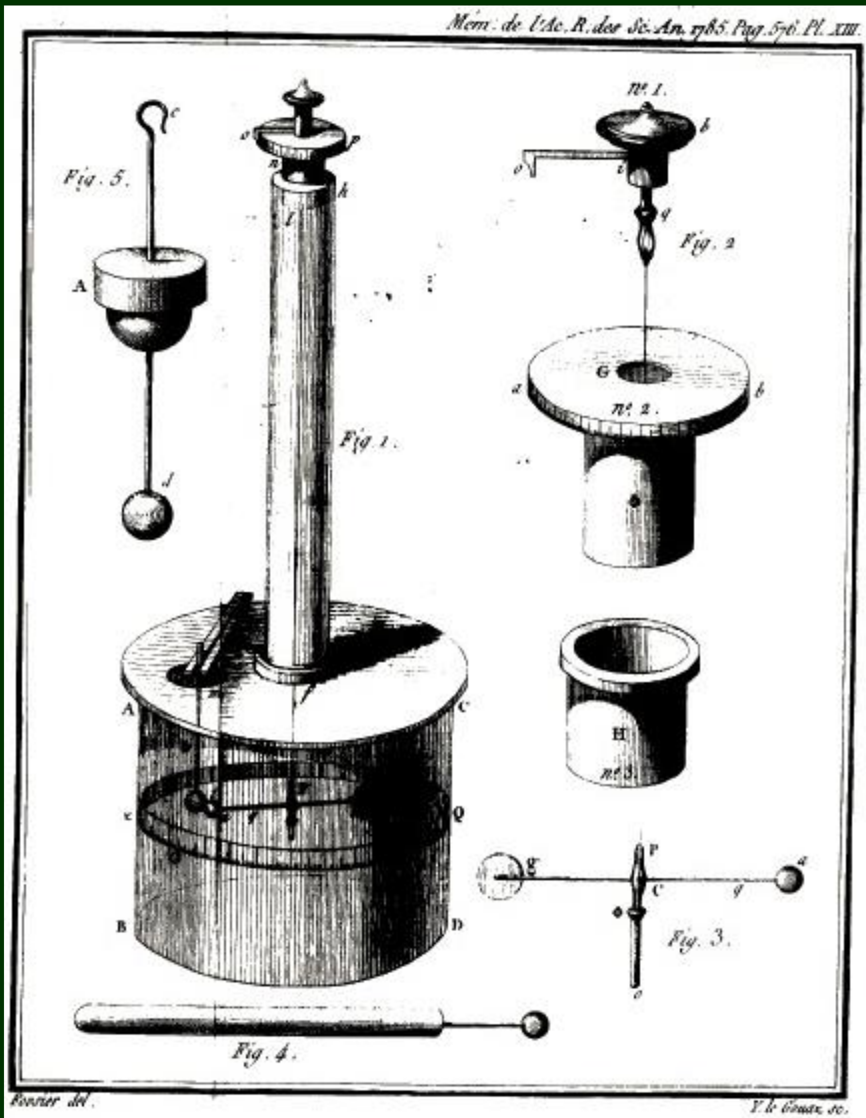
静电复印机的基本原理：利用感光体的光电导特性，完成静电照相的电摄影方法。

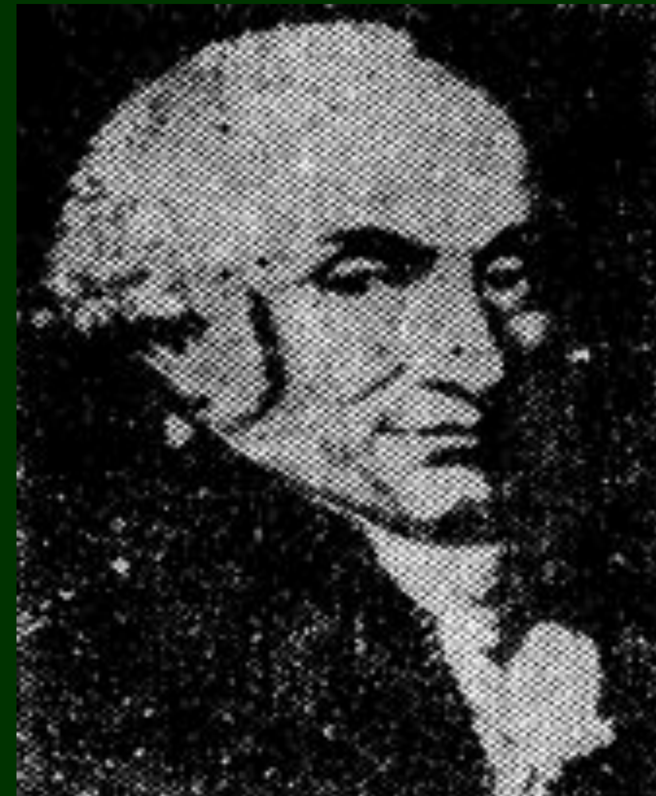
感光体的光电导层在暗处具有很高的电阻，而在光照下，电阻迅速降低。利用这种特性，在暗室里对感光体（硒鼓）进行电晕充电，使其表面带上均匀的静电荷。当接受到原稿反射下来的光照后，受到强光照射部分(原稿上的空白区)电阻迅速下降，静电荷消失，而受到弱光照射部分(原稿中的图象区)则全部或部分保留电荷。这样在感光体上形成与原稿相对应的静电潜像(由表面静电荷组成的图象)。用带电的墨粉将潜像显影后再转印到复印纸上，再经定影(如: 加热)形成与原稿一致的复印品，如下图所示。

充电　曝光　显影　转印　定影

电晕充电是目前敏化感光鼓最为有效和方便的一种方法，在具体应用时，利用感光鼓的导电基体作为一个电极，另一个电极是距感光鼓表面有一定距离的电极丝，当在暗态中对两极间施加数千伏的高压电源时(约5000伏以上)，在电极丝和感光鼓表面之间的局部空间，强电场使空气电离，产生与电极极性相同的离子，并在电场作用下作离开电极丝的运动，流向感光鼓表面，受到光导层(暗处几乎为绝缘体)或绝缘层的阻挡，沉积在感光鼓表面而形成静电荷，同时在光导层的下表面相对位置感应出等量的相反极性的电荷，两者互相吸引，形成稳定状态。对其继续进行充电，感光鼓表面的电荷密度随之增加，表面电位也不断升高，这样感光鼓表面和电极丝之间的电位差也相应地不断减小，当电压差小到电极丝对电离子的作用已不足以克服感光鼓表面电荷对其同极性电荷的排斥力时，即达到饱和，充电过程达到平衡，也就是说，此时流向感光鼓表面的离子流与光导层的暗电流相等。伴随充电过程，在电极丝周围的电离区产生可见光辐射，这种物理现象，我们称之为电晕。爵电复印机中用于产生电晕的部件，叫做电晕装置.

扭秤实验装置

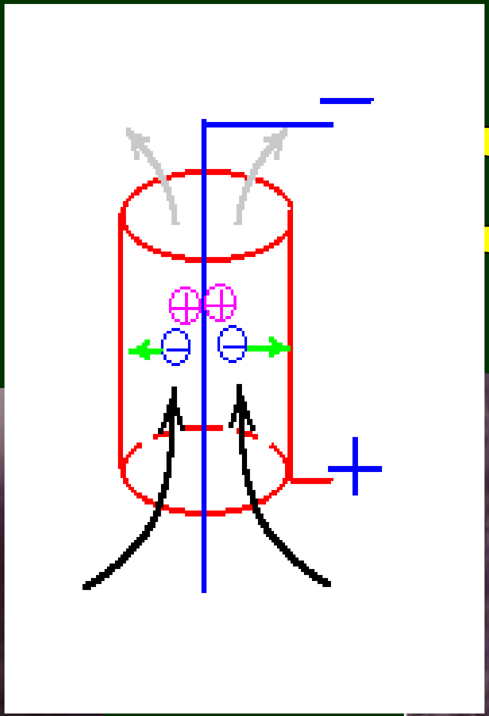




库仑(C.A.Coulomb)
1736-1806

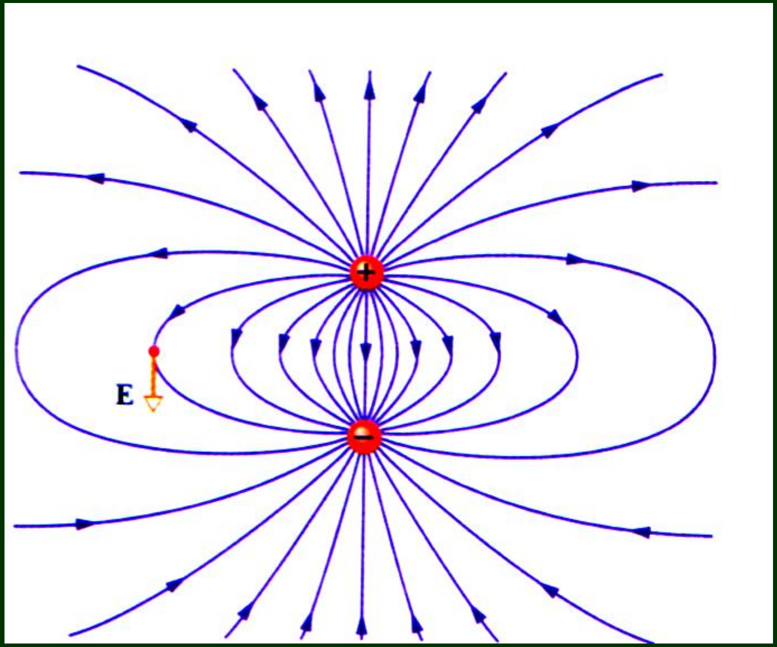
十八世纪法国最伟大的物理学家，杰出的工程师，在电学、磁学、摩擦和工程上都有重大贡献。1785年他发现的“库仑定律”是使电磁学研究从定性进入定量阶段的重要里程碑。

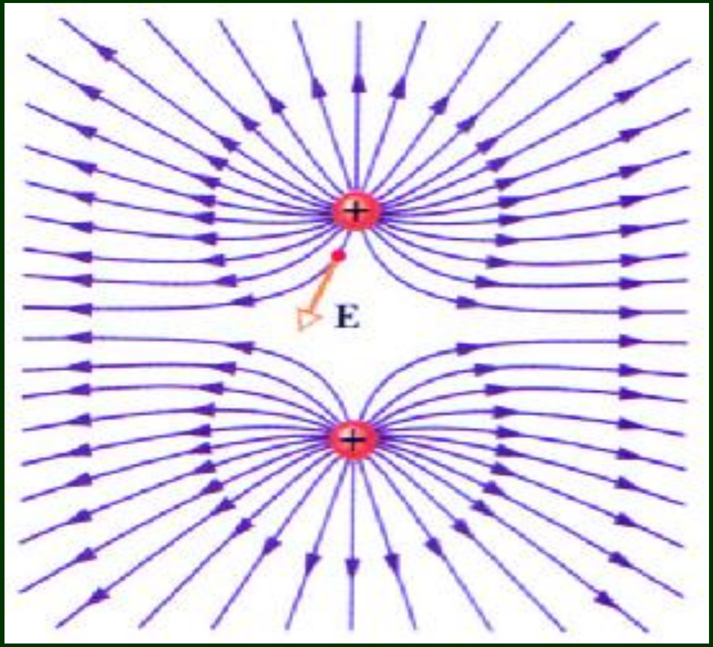
静电除尘



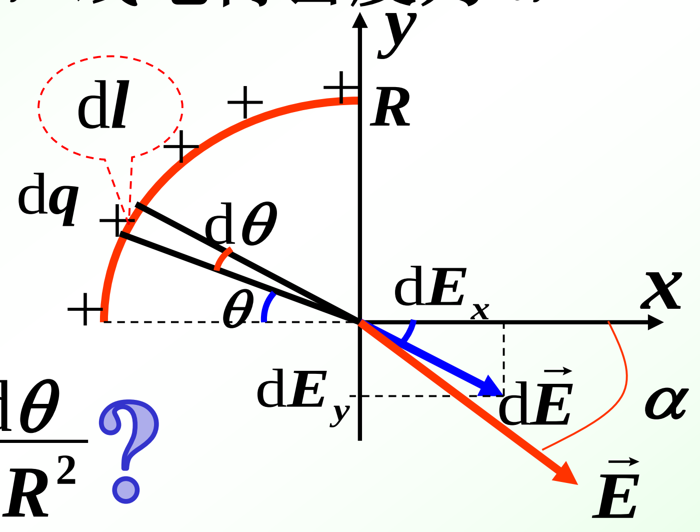
细丝
电极

电场线---- 静电场的形象描述





例： 半径为 R 的 1/4 圆弧上均匀带电，线电荷密度为 λ，求圆心处的场强。



解： 取 $\mathrm{d}q$。 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l=\lambda R\mathrm{d}\theta$

$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}$$

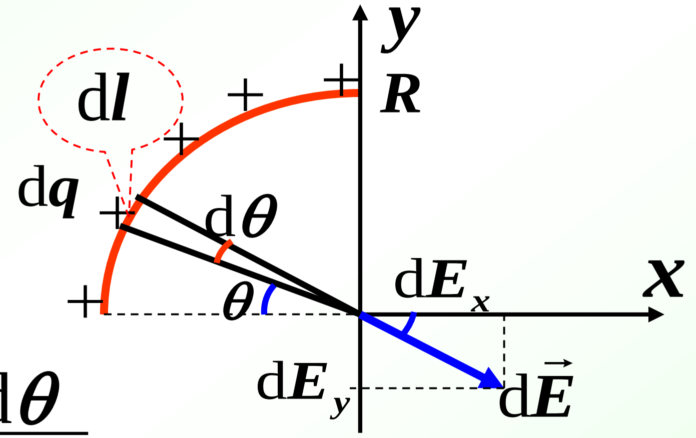
$$E \cancel{=} \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \ ?$$

$$E_x=\int\mathrm{d}E_x=\int\mathrm{d}E\cos\theta=\int_0^{\pi/2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$E_y=\int\mathrm{d}E_y=\int-\mathrm{d}E\sin\theta=\int_0^{\pi/2}-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta\mathrm{d}\theta=-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\therefore\vec{E}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\vec{j}\quad\text{或}\quad\begin{cases}E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}=\dfrac{\sqrt{2}\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\\ \tan\alpha=\dfrac{E_y}{E_x}=1\quad\alpha=-45^\circ\end{cases}$$

例： 半径为 R 的 1/4 圆弧上均匀带电，线电荷密度为λ，求圆心处的场强 。



解： 取dq 。 $\mathrm{d}q=\lambda \mathrm{d}l=\lambda R\mathrm{d}\theta$

$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}$$

$$\cancel{E=}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\lambda\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\vec{i}\cos\theta-\vec{j}\sin\theta\right)$$

$$\vec{E}=\vec{i}\int_0^{\pi/2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta\mathrm{d}\theta-\vec{j}\int_0^{\pi/2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\vec{j}$$

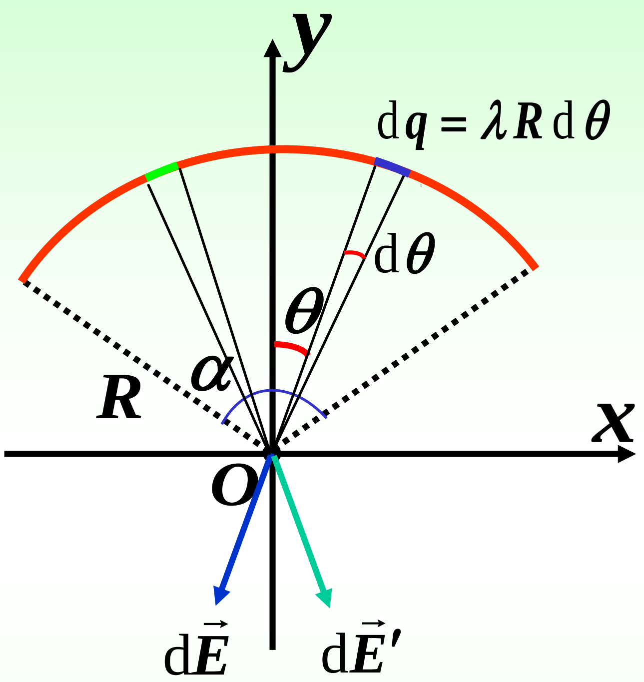
例： 求均匀带电圆弧圆心处的场强，已知α、 R、λ。

解： 电荷元在圆心dq 产生的场强：

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

由对称性:

$$\int \mathrm{d}E_x=0$$



$$E=\int \mathrm{d}E_y=-\int\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

$$=-2\int_0^{\frac{\alpha}{2}}\frac{\lambda R\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{-\sqrt{2}\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$ 场强沿y 轴负方向。

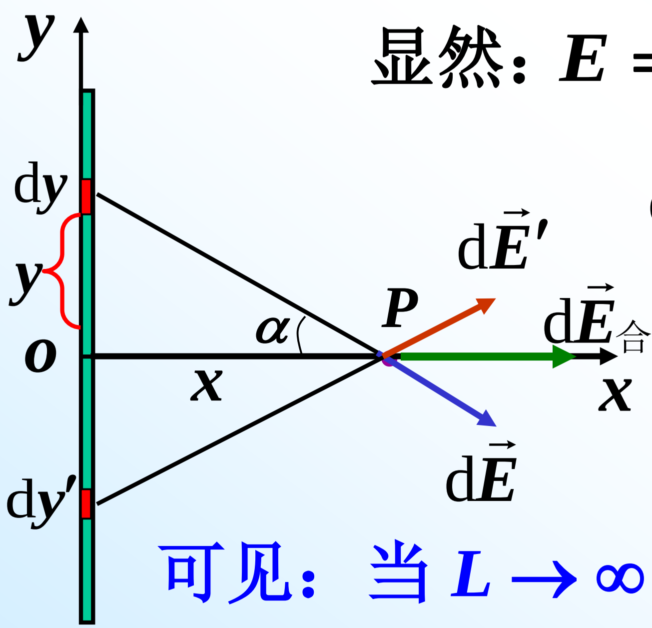
$\boxed{\alpha=90^\circ}$

例： 求均匀带电细棒的中垂面上的电场分布。

已知：棒长L，线电荷密度λ。

$$\boxed{\vec{E}=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r}$$

解： 建坐标系，考虑对称性将细棒分成一对对称线元 $\begin{cases}\mathrm{d}y\\ \mathrm{d}y'\end{cases}$



显然：$E=\int \mathrm{d}E_x=2\int\cos\alpha\,\mathrm{d}E$

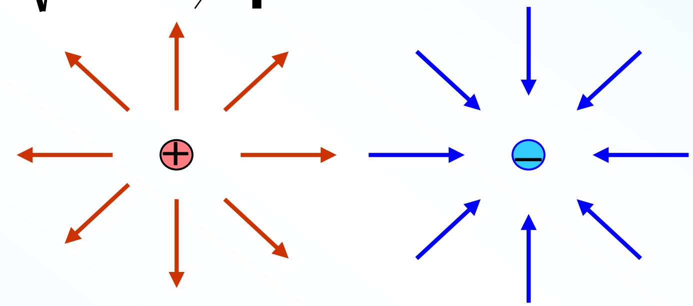
$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda\mathrm{d}y}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)}$$

$$\boxed{\cos\alpha=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}$$

积分得 $E=\dfrac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x\sqrt{x^2+L^2/4}}$ 方向沿x轴

可见：当 $L\to\infty$ (或$L>>x$)时，

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\xrightarrow{x=r}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



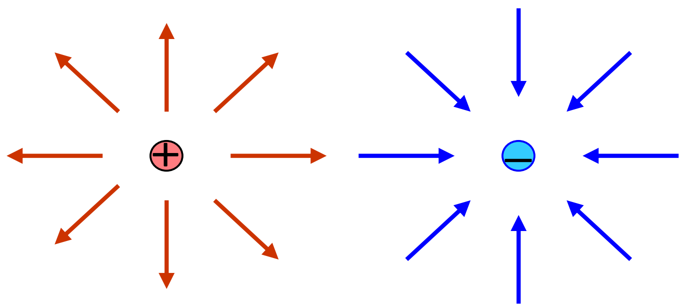
方向沿径向向外（或向内）

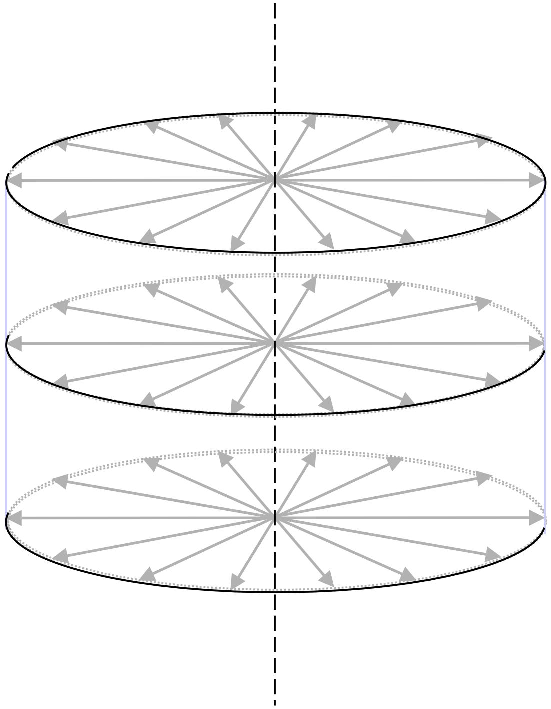
$\vec{E}=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$ **柱对称电场**

无限长均匀带电细直线的电场分布：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

方向沿径向向外（或向内），

即为柱对称电场。





可写为：

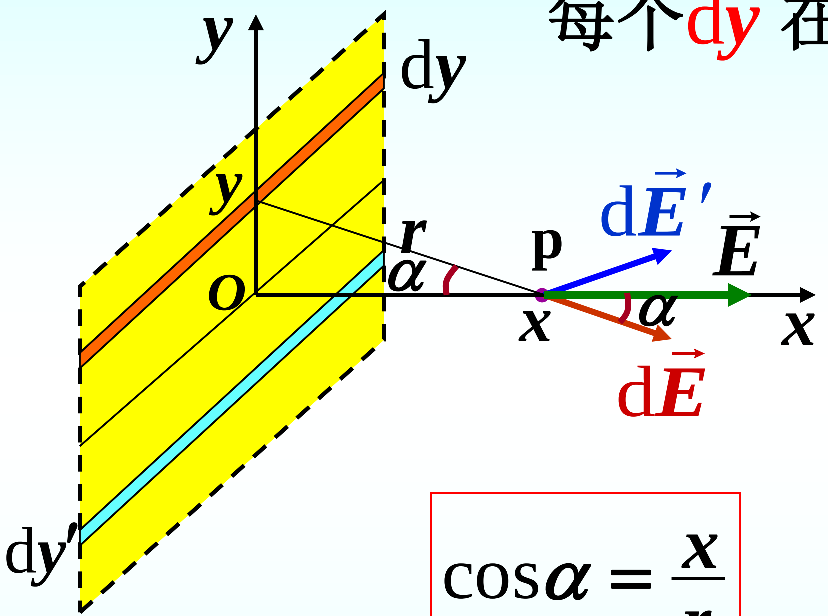
$$\vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

例：一无限大均匀带电平面的面电荷密度为σ，求其电场分布

解：平面可看成无数条宽为dy 的细线组成

$$\vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

每个dy 在P点产生的场为：



$$\mathrm{d}E=\frac{\sigma\,\mathrm{d}y}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\lambda=\sigma\,\mathrm{d}y$$

由对称性：

$$E_y=\int \mathrm{d}E_y=0$$

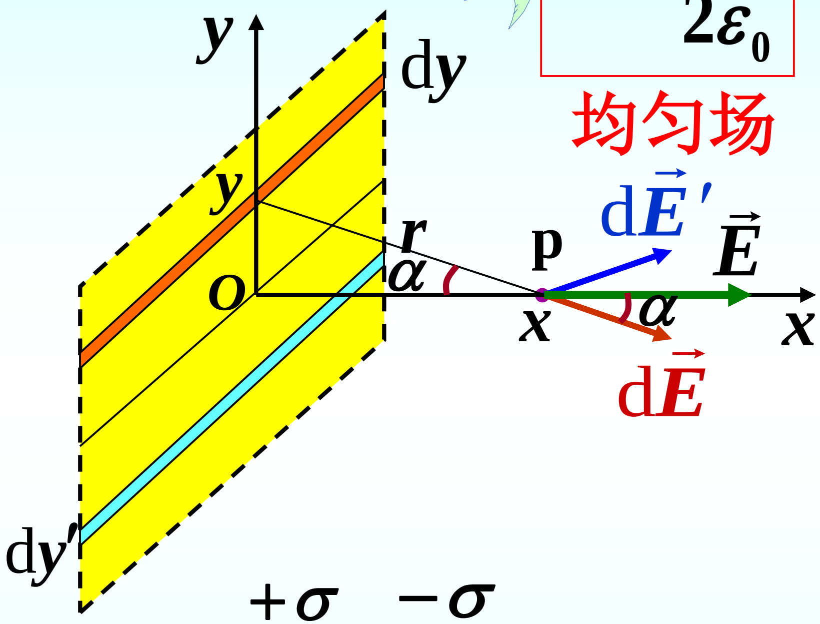
$$\therefore\ E=\int \mathrm{d}E_x=\int \mathrm{d}E\cos\alpha$$

$$\boxed{\cos\alpha=\frac{x}{r}}$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

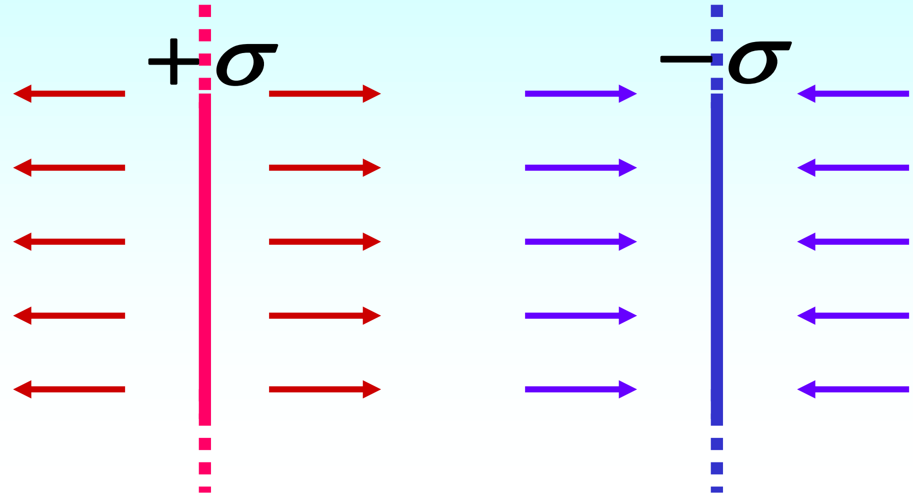
$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\sigma\,\mathrm{d}y}{2\pi\varepsilon_0\left(x^2+y^2\right)}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ 方向与平面垂直

例：一无限大带电平面的面电荷密度为σ，求其电场分布。

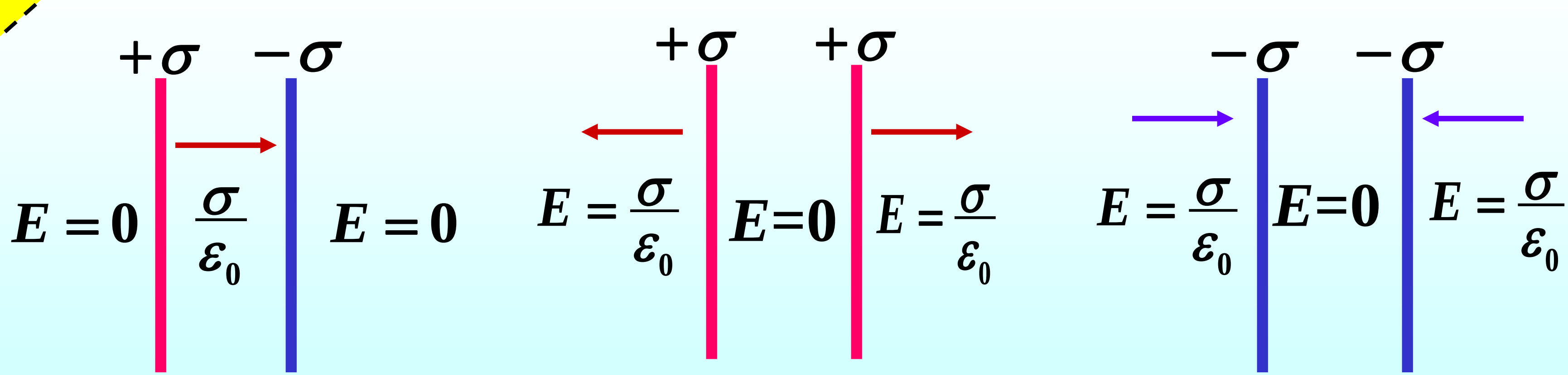


$$\boxed{E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

均匀场



讨论：

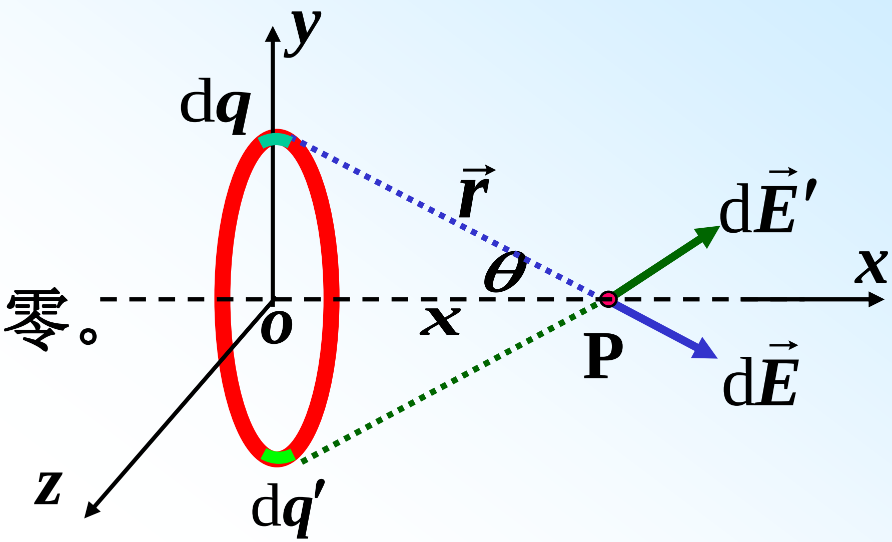


23:07:36

例： 求一均匀带电圆环轴线上的电场强度。

设圆环半径为R，带电量为Q。

解： 在圆环上任取电荷元dq 。



$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

由对称性知，垂直x 轴的场强为零。

$$\therefore E = E_x$$

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta$$

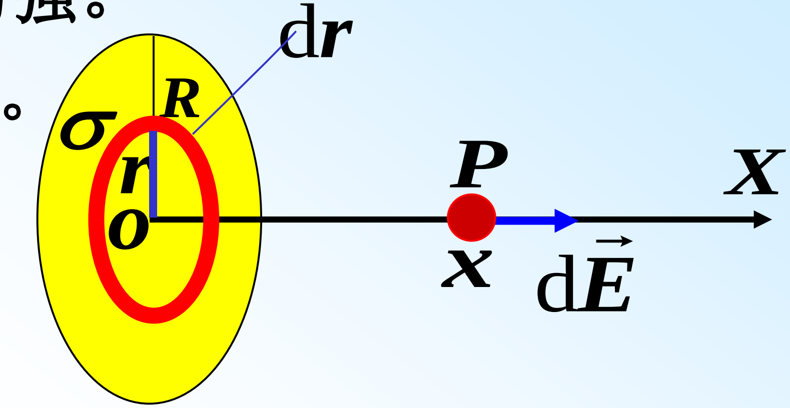
$$E = E_x = \int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int\mathrm{d}q = \frac{Q\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \longrightarrow E = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{3/2}} \xrightarrow{x>>R} E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

→点电荷

例: 半径为 R 的均匀带电圆盘的面电荷密度为$\sigma\,(>0)$。求此圆盘轴线上任一点 p 的场强。

解: 圆盘可视为由许多小圆环组成。



取半径为r宽为dr的圆环,

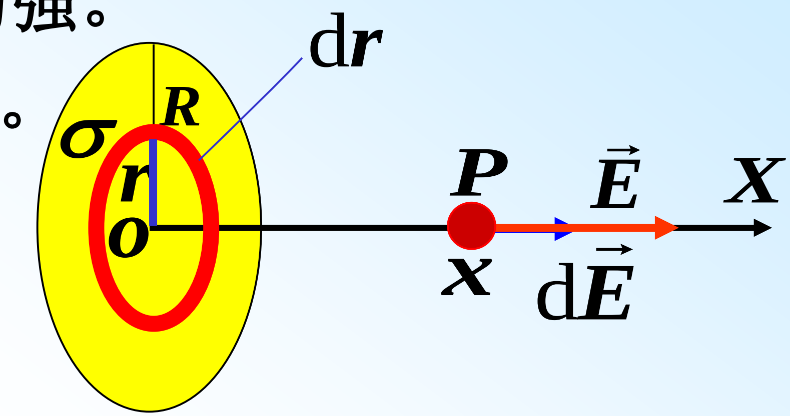
$$dq=\sigma 2\pi r dr$$

$$\boxed{E=\frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}}$$

（半径为R的圆环轴线上）

$$E=\frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

例: 半径为 R 的均匀带电圆盘的面电荷密度为 $\sigma\,(>0)$。求此圆盘轴线上任一点 p 的场强。



解: 圆盘可视为由许多小圆环组成。

取半径为r宽为dr的圆环,

$$\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\,\mathrm{d}r$$

代替右式中的Q 得:

$$E=\frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}$$

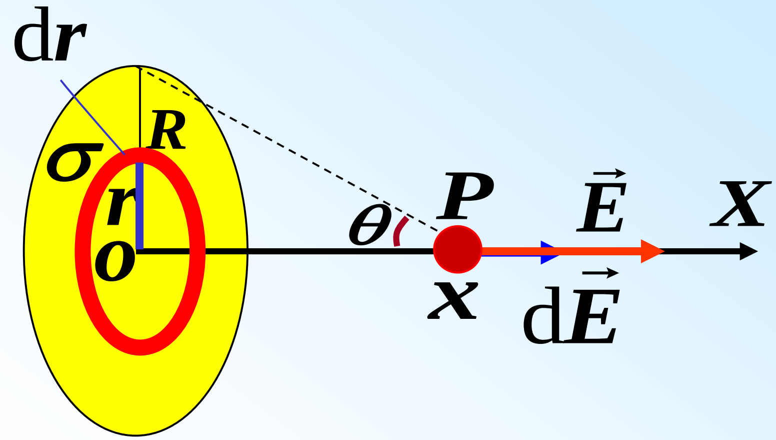
$$\mathrm{d}E=\frac{x\cdot\sigma 2\pi r\,\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}$$

$$E=\int \mathrm{d}E=\int_0^R\frac{\sigma x r\,\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

场强方向：沿 x 轴正方向。

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)}$$



讨论:

(1) $R\to\infty$ 无限大带电平面

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

(2) $x\to 0,\ E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

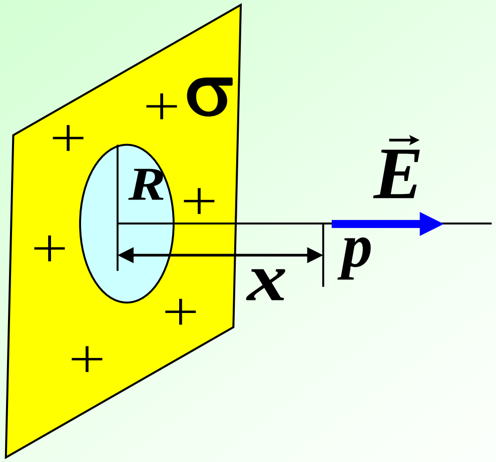
(3) $x>>R$时，$E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ （依**二项式定理**）

(相当于点电荷的场强)

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\left(1+\frac{R^2}{x^2}\right)^{-1/2}\right]$$

$$\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\left(1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{x^2}\right)\right]=\frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 x^2}=\frac{R^2}{4\varepsilon_0 x^2}\cdot\frac{q}{\pi R^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

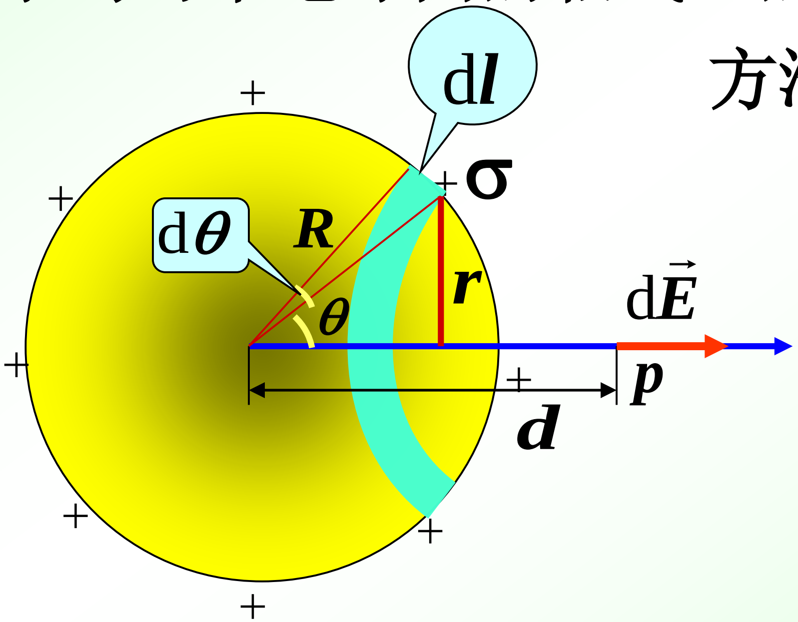
例: 无限大均匀带电平面中间有一圆孔，求轴上 $\vec{E}$ 。



三种方法
- 视为一系列圆环 $\int_R^{\infty}$
- 相减法
- 叠加法

$$\boxed{E = \frac{xq}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + x^2)^{3/2}}}$$

例: 求均匀带电球面的轴线上的 $\vec{E}$ 。



方法: 将球面视为一系列圆环

圆环宽度 $dl = R d\theta$

圆环电量为

$$dq = \sigma 2\pi r dl$$

$$= \sigma 2\pi R \sin\theta R d\theta$$


电磁学第1、2节
第1节 电荷和库仑定律
一、电荷
1.电荷的种类
2.电荷的量子化
3.电量的相对论不变性
4.电荷守恒定律
二、库仑定律
1.点电荷
2.库仑定律
3.电力叠加原理
第2节 静电场、电场强度
一、场
1.库仑力的传递问题
2.场(数学与物理上的概念)
二、静电场
特点
性质
三、静电场的电场强度
电场强度的定义
四、电场强度的计算
1. 点电荷的场强
2. 电荷系的场强