# Lógica da argumentação

# **Argumentos**

Considere a proposição:

A modelo Gisele Bündchen é uma mulher bonita.

Essa proposição é verdadeira ou falsa?

Para avaliá-la, deveríamos definir o que vem a ser uma mulher bonita. Mas, como avaliar a beleza de alguém?

Poderíamos até tentar por quesitos tais como simetria corporal, simpatia, altura, medidas e apresentação, da mesma forma com que supostamente são qualificadas as que concorrem à Miss. Mesmo assim, pela subjetividade, cada um dos quesitos teria uma importância diferente, de acordo com a preferência do avaliador. O conceito de beleza, portanto, é relativo, mesmo para a Gisele Bündchen.

O exemplo citado é importante para compreendermos que a preocupação no estudo da Lógica não é a de avaliar o conteúdo em si, mas a forma, ou seja, procuramos aqui analisar se um determinado raciocínio (argumento) foi ou não bem construído. Dessa maneira, o papel desempenhado pela Lógica Formal não é o de avaliar se é verdadeiro ou falso que a Gisele Bündchen é bonita. A ideia central é a de estruturar um raciocínio de modo que seja possível apresentar uma proposição como consequência de outras, independentemente do teor da proposição.

Por exemplo, se alguém afirma:

Bruno é eidético.

A proposição "Bruno é eidético" pode até ser classificada em verdadeira ou falsa. Para isso, seria necessário conhecer Bruno e saber o significado da palavra eidético.

Já no caso de alquém afirmar:

Bruno é eidético, pois é paranaense e todos os paranaenses são eidéticos.

Estamos diante de uma conclusão baseada em algumas razões que nos foram apresentadas. Esse último raciocínio está bem estruturado, independente de quem seja Bruno e do que signifique a palavra eidético.

O que se procura verificar é se o argumento é válido, ou seja, se a conclusão é realmente consequência das causas.

Observe a forma desse argumento:

Premissas (o que é enviado antes):

Bruno é paranaense.

Todos os paranaenses são eidéticos.

Conclusão:

Bruno é eidético.

Nesse argumento, as duas premissas podem ser chamadas de antecedentes e têm a função de dar sustentação à conclusão. A conclusão pode ser chamada de consequente.



O diagrama mostra que o argumento é válido.

Apenas para esclarecer, já que se fez referência, segundo o dicionário Aurélio, eidético é uma pessoa que tem boa memória para fatos ou objetos vistos anteriormente.

Fica claro mais uma vez que interessa apenas a forma com que estruturamos um argumento, e não o conteúdo do argumento. Para estruturar adequadamente um argumento e observar a correspondente validade, é importante representá-lo por meio de símbolos. Observe novamente o argumento:

| Bruno é paranaense                 | Premissa 1 |
|------------------------------------|------------|
| Todos os paranaenses são eidéticos | Premissa 2 |
| Bruno é eidético                   | Conclusão  |
| O argumento tem a seguinte forma:  |            |
| B é P                              | Premissa 1 |
| Todo P é E                         | Premissa 2 |
| Logo, B é E                        | Conclusão  |

Um argumento apresentado nessa forma é sempre correto, é legítimo ou, como se costuma classificar, é válido.

Nem sempre um argumento apresenta-se com clareza e permite distinguir as premissas e a conclusão. Existem argumentos da linguagem comum que são apresentados de uma forma um tanto obscura. Por exemplo:

Os cidadãos que frequentam parques ecológicos não são partidários do desmatamento, pois os que não frequentam defendem a construção descontrolada de prédios e os prédios não são construídos em parques ecológicos.

Estruturando o argumento, teríamos a seguinte forma:

#### Premissa 1:

Os cidadãos que não frequentam os parques ecológicos defendem a construção descontrolada de prédios.

#### Premissa 2:

Os prédios não são construídos em parques ecológicos.

#### Conclusão:

Os cidadãos que frequentam parques ecológicos não são partidários do desmatamento.

A conclusão não é consequência das causas. Logo, esse argumento é incorreto, ilegítimo ou inválido.

Em geral, as premissas podem ser identificadas por meio de palavras ou expressões que as caracterizam, tais como: pois, como, porque, tendo em vista que, dado que, sendo que, supondo que, entre outras.

No caso das conclusões, existem também palavras ou expressões que permitem identificá-las, tais como: assim, logo, portanto, então, por conseguinte, resulta que, entre outras.

Lembre-se sempre que não há interesse em avaliar se as premissas e a conclusão são verdadeiras ou falsas. O que se pretende avaliar é se o argumento é válido ou inválido.

Mas, afinal de contas, o que significa argumentar?

Argumentar é apresentar uma proposição como sendo uma consequência de uma ou mais proposições.

De uma forma geral, um argumento é constituído pelas proposições  $p_1$ ,  $p_2$ , ...,  $p_n$ , chamadas premissas, nas quais nos baseamos para garantir a veracidade da proposição c, denominada conclusão.

Existem duas formas principais de se apresentar um argumento: a forma simbólica e a forma padronizada.

Na forma simbólica, um argumento apresenta-se da seguinte maneira:

$$p_{1}, p_{2}, ..., p_{n} \mid -c$$

premissas conclusão

Na forma padronizada, um argumento apresenta-se do seguinte modo:

$$p_1$$
 $p_2$ 
... premissas
 $p_n$ 
 $c$  conclusão

Ambas as formas podem ser utilizadas para representar argumentos.

Um argumento válido é aquele cuja conclusão decorre do que foi afirmado nas premissas. Ou seja, um argumento é válido quando, sendo as premissas simultaneamente verdadeiras, inevitavelmente a conclusão também é verdadeira. Quando as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa, dizemos que o argumento é inválido. Um argumento inválido é chamado de sofisma ou falácia.

Sofismas ou falácias são raciocínios que pretendem demonstrar como corretos os argumentos que logicamente são incorretos. Utilizando a linguagem, os sofismas ou falácias visam, muitas vezes em uma discussão emotiva e acalorada, dar anuência a uma conclusão, mas que não convencem logicamente.

# Validade e verdade

Já dissemos que não há interesse em verificar se as premissas e a conclusão que compõem um argumento são verdadeiras ou falsas. O interesse reside no fato de verificar se a conclusão é consequência das premissas, supondo que essas premissas sejam simultaneamente verdadeiras, independentemente dos respectivos conteúdos. Portanto, um argumento será classificado em válido ou em inválido, e não em verdadeiro ou em falso.

#### Exemplo 1:



Nesse caso, temos um argumento válido com conteúdo verdadeiro.

#### Exemplo 2:

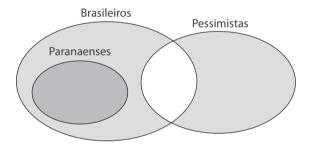
| Todos os paranaenses são pessimistas | Premissa 1 |
|--------------------------------------|------------|
| Anselmo é paranaense                 | Premissa 2 |
| Anselmo é pessimista                 | Conclusão  |



O argumento é válido e o conteúdo é falso.

## Exemplo 3:

| Todos os paranaenses são brasileiros | . Premissa 1 |
|--------------------------------------|--------------|
| Existem brasileiros pessimistas      | . Premissa 2 |
| Existem paranaenses pessimistas      | . Conclusão  |

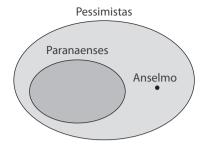


De acordo com as premissas, podem existir paranaenses pessimistas ou não. A conclusão não é necessariamente verdadeira.

Assim, temos um argumento inválido (sofisma) com conteúdo verdadeiro.

# Exemplo 4:

| Todos os paranaenses são pessimistas | Premissa 1 |
|--------------------------------------|------------|
| Anselmo é pessimista                 | Premissa 2 |
| Anselmo é paranaense                 | Conclusão  |



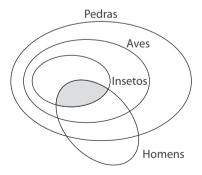
De acordo com as premissas, Anselmo pode ser paranaense ou não. Logo, a conclusão não é necessariamente verdadeira.

O argumento é inválido (sofisma ou falácia) e o conteúdo é falso.

Por meio desses exemplos é possível observar que, quando comparamos a conclusão de um argumento com o correspondente conteúdo, pode ocorrer de o argumento ser válido sem que, necessariamente, o conteúdo seja verdadeiro. Além disso, pode também ocorrer de um argumento ser inválido (sofisma ou falácia) e o conteúdo ser verdadeiro.

#### Exemplo 5:

| Todos os insetos são aves      | Premissa 1 |
|--------------------------------|------------|
| Todos as aves são pedras       | Premissa 2 |
| Existem homens que são insetos | Premissa 3 |
| Existem homens que são pedras  | Conclusão  |



O argumento é válido e o conteúdo é falso (as premissas e a conclusão são falsas).

#### Exemplo 6:

| Todo animal é um ser vivo.  | Premissa 1 |
|-----------------------------|------------|
| Uma pedra não é um animal   | Premissa 2 |
| Uma pedra não é um ser vivo | Conclusão  |



De acordo com as premissas, a pedra pode ser um ser vivo ou não. A conclusão não é necessariamente verdadeira.

Portanto, o argumento é inválido (sofisma ou falácia) e o conteúdo é verdadeiro (as premissas e a conclusão são verdadeiras).

Fica claro que não há correspondência entre a validade e a verdade em argumentos, ou seja, podemos ter formas válidas com conteúdos falsos e vice-versa. O importante na argumentação é a clareza e a coerência.

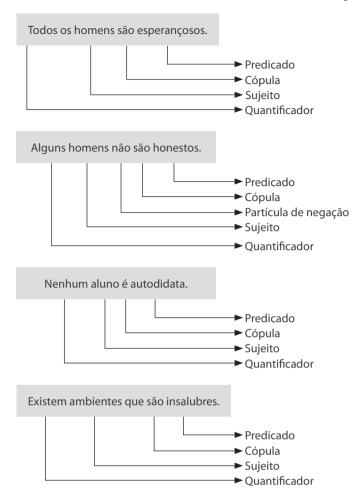
# **Tipos de argumentos**

Considerando-se a Lógica Formal, existem dois tipos principais de argumentos a estudar: os argumentos categóricos e os argumentos hipotéticos.

# **Argumentos categóricos**

Argumentos categóricos são aqueles compostos por premissas representadas por enunciados simples, em que observamos um quantificador, um sujeito, um predicado e um verbo de ligação (cópula).

Exemplos de argumentos categóricos:



# **Argumentos hipotéticos**

Argumentos hipotéticos são aqueles compostos por sentenças conjuntivas, disjuntivas, condicionais ou bicondicionais. Em geral, apresentam conjecturas, possibilidades ou contingências para a realização da conclusão.

# **Argumento conjuntivo**

Um argumento hipotético conjuntivo é formado por premissas nas quais ocorre, ao menos em uma delas, a conjunção "e".

#### Exemplo:

Nenhuma pessoa pode ser ao mesmo tempo pai *e* filho. Carlos, naquele momento, era filho. Logo, Carlos não era pai.

Esse tipo de argumento não ocorre com muita frequência na linguagem comum.

## **Argumento disjuntivo**

Um argumento hipotético disjuntivo é formado por premissas nas quais ocorre, ao menos em uma delas, a disjunção "ou" no sentido de exclusivo.

#### Exemplo:

Qualquer pessoa é honesta ou desonesta. Bruno é honesto. Logo, Bruno não é desonesto.

## **Argumento condicional**

Um argumento condicional ou hipotético propriamente dito é aquele composto por uma condição da forma "se... então...".

#### Exemplo:

Se hoje é domingo, irei à missa. Mas, hoje é domingo. Logo, irei à missa.

# **Argumento bicondicional**

Um argumento bicondicional é aquele composto por uma condição dupla da forma "se, e somente se, ...".

#### Exemplo:

Trabalho se, e somente se, é um dia útil. Ora, é um dia útil. Logo, trabalho.

# Classificação quanto ao método

Pode-se também classificar um argumento em relação ao método. Nesse caso, em geral, um argumento pode ser classificado em dedutivo ou indutivo.

## **Argumento dedutivo**

Num argumento dedutivo, a conclusão está explícita nas premissas e não acrescenta qualquer informação adicional além das que foram expostas nas premissas.

#### Exemplo:

| Todos os homens são mortais | Premissa 1 |
|-----------------------------|------------|
| Anselmo é um homem          | Premissa 2 |
| Logo, Anselmo é mortal      | Conclusão  |

## **Argumento indutivo**

O argumento indutivo é aquele cuja conclusão é geral e decorre de premissas particulares. A característica desse tipo de argumento é a de apresentar uma conclusão provável, mas não certa, já que as premissas são construídas por meio de uma observação empírica.

#### Exemplo:

| Vi um cisne branco no lago                | . Premissa 1 |
|---|--------------|
| Vi dois cisnes brancos no lago            | . Premissa 2 |
| Vi três cisnes brancos no lago            | . Premissa 3 |
|   |              |
| Vi n cisnes brancos no lago               | . Premissa n |
| Logo, todos os cisnes do lago são brancos | . Conclusão  |

Apesar de válido para alguns, para uma boa parte de estudiosos, entretanto, os argumentos baseados no método indutivo não são considerados suficientes como método de argumentação.

# Argumentos válidos e implicação lógica

Considere um argumento representado na forma simbólica por:

$$p_1, p_2, ..., p_n \vdash c$$

Um argumento válido tem obrigatoriamente a conclusão como consequência das premissas. Assim, quando um argumento é válido, a conjunção das premissas verdadeiras implica logicamente a conclusão:

$$p_1 \land p_2 \land ... \land p_n \Rightarrow c$$

Uma implicação é verdadeira quando a correspondente proposição condicional é uma tautologia. Esse fato serve de verificação da validade de argumentos.

Um argumento  $p_{1}$ ,  $p_{2}$ , ...,  $p_{n}$   $\vdash$  c é válido se, e somente se, a proposição condicional correspondente  $(p_{1} \land p_{2} \land ... \land p_{n}) \rightarrow c$  é uma tautologia.

Portanto, para a validade de um argumento, o que se procura verificar é se, supondo as premissas verdadeiras, a conclusão é verdadeira e decorre dessas premissas.

Vamos verificar a validade do argumento:  $p \rightarrow q$ ,  $\sim q \mid -- \sim p$ .

Para a verificação da validade do argumento, podemos construir uma tabela-verdade da proposição condicional correspondente e comprovar se é ou não uma tautologia.

| р | q | ~p | ~q | p→q | (p → q) ∧ ~q | [(p → q) ∧ ~q] → ~p |
|---|---|----|----|-----|--------------|---------------------|
| V | V | F  | F  | V   | F            | V                   |
| V | F | F  | V  | F   | F            | V                   |
| F | V | V  | F  | V   | F            | V                   |
| F | F | V  | V  | V   | V            | V                   |

Tautologia

Logo, como a proposição condicional correspondente  $[(p \rightarrow q) \land \sim q] \rightarrow \sim p$  é uma tautologia, o argumento  $p \rightarrow q$ ,  $\sim q \models \sim p$  é válido. Apenas para citar, tal argumento é um tipo de argumento fundamental denominado *Modus Tollens*.

#### Observação:

O símbolo "├—", utilizado em argumentos para separar as premissas da conclusão, pode ser substituído pelo símbolo "⇒". Esse fato é bastante evi-

dente, pois um argumento pode ser interpretado como sendo uma implicação lógica.

# Validade de um argumento por meio de tabelas-verdade

Conforme estudamos, uma forma de se verificar a validade de um argumento é por meio de tabelas-verdade. Como um argumento é, em essência, um tipo de implicação lógica, é preciso relembrar os valores lógicos de uma proposição condicional da forma  $p \rightarrow q$ .

| р | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| V | V | V                 |
| V | F | F                 |
| F | V | V                 |
| F | F | V                 |

A condicional  $p \rightarrow q$  é falsa apenas quando p tem valor V e q tem valor F.

Da mesma maneira, independentemente do número de premissas, um argumento da forma  $p_1, p_2, ..., p_n \vdash c$  será válido se a conclusão c tiver valor V em todos os casos em que todas as premissas  $p_1, p_2, ..., p_n$  tiverem valor V. Ou seja, para que o argumento seja válido, não pode ocorrer de todas as premissas apresentarem valor V e a conclusão apresentar valor F.

Vamos formalizar essa ideia por meio do seguinte procedimento:

- 1.º) Construa a tabela-verdade das proposições componentes do argumento, destacando uma coluna para cada premissa e uma para a conclusão.
- 2.º) Após a construção da tabela-verdade, observe nas colunas das premissas as linhas em que todas essas premissas tem valor V. Se a conclusão tiver valor V em todas as linhas em que as premissas tiverem valor V, então o argumento é válido. Se a conclusão tiver valor F em pelo menos uma das linhas em que todas as premissas tenham valor V, o argumento será inválido.

Observe exemplos de argumentos em que é testada a validade de cada um deles.

#### Exemplo 1:

Verificar se é válido o argumento:  $p \rightarrow q$ ,  $q \vdash p$ .

Vamos construir a tabela-verdade correspondente:

| р | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| V | V | V                 |
| V | F | F                 |
| F | V | V                 |
| F | F | V                 |
| С | Р | Р                 |

As proposições p  $\rightarrow$  q e q, correspondendo às premissas do argumento, têm simultaneamente o valor V nas linhas 1 e 3. Na linha 1, a conclusão p tem valor V, mas na linha 3 a conclusão p tem valor F. Pelo fato de a conclusão apresentar valor lógico F em pelo menos uma linha (linha 3) em que as premissas são simultaneamente V, concluímos que o argumento é inválido. Trata-se, portanto, de um sofisma ou de uma falácia.

#### Exemplo 2:

Verificar se é válido o argumento:  $p \rightarrow q$ ,  $r \rightarrow s$ ,  $p \lor r \models q \lor s$ .

Vamos construir uma tabela-verdade:

| р | q | r | S | $p \rightarrow q$ | $r \rightarrow s$ | p∨r | q∨s |
|---|---|---|---|-------------------|-------------------|-----|-----|
| V | V | V | V | V                 | V                 | V   | V   |
| V | V | V | F | V                 | F                 | V   | V   |
| V | V | F | V | V                 | V                 | V   | V   |
| V | V | F | F | V                 | V                 | V   | V   |
| V | F | V | V | F                 | V                 | V   | V   |
| V | F | V | F | F                 | F                 | V   | F   |
| V | F | F | V | F                 | V                 | V   | V   |
| V | F | F | F | F                 | V                 | V   | F   |
| F | V | V | V | V                 | V                 | V   | V   |
| F | V | V | F | V                 | F                 | V   | V   |
| F | V | F | V | V                 | V                 | F   | V   |
| F | V | F | F | V                 | V                 | F   | V   |
| F | F | V | V | V                 | V                 | V   | V   |
| F | F | V | F | V                 | F                 | V   | F   |
| F | F | F | V | V                 | V                 | F   | V   |
| F | F | F | F | V                 | V                 | F   | F   |
|   |   |   |   | Р                 | Р                 | Р   | С   |

As premissas (p  $\rightarrow$  q), (r  $\rightarrow$  s) e (p  $\vee$  r) têm, simultaneamente, valor V nas linhas 1, 3, 4, 9 e 13. A conclusão (q  $\vee$  s) tem valor V em todas essas linhas em que as premissas têm valor V. Como em todas as linhas em que as premissas são verdadeiras a conclusão também é verdadeira, concluímos que o argumento é válido. Adiante, veremos que tal argumento trata-se de um caso fundamental de argumento do tipo dilema construtivo.

#### Exemplo 3:

Verificar se é válido o argumento:  $p \rightarrow q$ ,  $\sim q \mid - \sim p$ .

Vamos verificar a validade do argumento por meio da seguinte tabela--verdade:

| р | q | ~p | ~q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|----|----|-------------------|
| V | V | F  | F  | V                 |
| V | F | F  | V  | F                 |
| F | V | V  | F  | V                 |
| F | F | V  | V  | V                 |
|   |   | C  | Р  | Р                 |

As premissas (p  $\rightarrow$  q) e  $\sim$ q têm ambas valor V na linha 4. A conclusão  $\sim$ p tem também valor V nessa linha 4. Como na única linha em que as premissas são verdadeiras a conclusão também é verdadeira, concluímos que o argumento é válido. Tal argumento, como veremos, é um argumento fundamental do tipo *Modus Tollens*.

#### Exemplo 4:

Se Bruno briga com Regina, então Regina vai à praia. Se Regina vai à praia, então Ana vai ao teatro. Se Ana vai ao teatro, então Samuel briga com Ana. Ora, Samuel não briga com Ana. Logo, Ana não vai ao teatro e Bruno não briga com Regina.

## Sejam as proposições:

- p: Bruno briga com Regina
- q: Regina vai à praia
- r: Ana vai ao teatro
- s: Samuel briga com Ana

Premissa 1:

Se Bruno briga com Regina, então Regina vai à praia.

Representação simbólica:  $p \rightarrow q$ 

Premissa 2:

Se Regina vai à praia, então Ana vai ao teatro.

Representação simbólica:  $q \rightarrow r$ 

Premissa 3:

Se Ana vai ao teatro, então Samuel briga com Ana.

Representação simbólica:  $r \rightarrow s$ 

Premissa 4:

Samuel não briga com Ana.

Representação simbólica: ~s

Conclusão:

Ana não vai ao teatro e Bruno não briga com Regina

Representação simbólica: ~r ∧ ~p

O argumento pode ser escrito na forma simbólica da seguinte maneira:

$$p \mathop{\rightarrow} q, q \mathop{\rightarrow} r, r \mathop{\rightarrow} s, \mathop{\sim} s \mathrel{\models} \mathop{\sim} r \land \mathop{\sim} p$$

Vamos construir uma tabela-verdade com  $2^4 = 16$  linhas, uma vez que existem 4 proposições simples (p, q, r, s):

| р | q | r | S | ~p | ~r | $p \rightarrow q$ | q → r | r→s | ~\$ | ~r∧~p |
|---|---|---|---|----|----|-------------------|-------|-----|-----|-------|
| V | V | V | V | F  | F  | V                 | V     | V   | F   | F     |
| V | V | V | F | F  | F  | V                 | V     | F   | V   | F     |
| V | V | F | V | F  | V  | V                 | F     | V   | F   | F     |
| V | V | F | F | F  | V  | V                 | F     | V   | V   | F     |
| V | F | V | V | F  | F  | F                 | V     | V   | F   | F     |
| V | F | V | F | F  | F  | F                 | V     | F   | V   | F     |
| V | F | F | V | F  | V  | F                 | V     | V   | F   | F     |

| р | q | r | S | ~p | ~r | $p \rightarrow q$ | q → r | r→s | ~s | ~r∧~p |
|---|---|---|---|----|----|-------------------|-------|-----|----|-------|
| V | F | F | F | F  | V  | F                 | V     | V   | V  | F     |
| F | V | V | V | V  | F  | V                 | V     | V   | F  | F     |
| F | V | V | F | V  | F  | V                 | V     | F   | V  | F     |
| F | V | F | V | V  | V  | V                 | F     | V   | F  | V     |
| F | V | F | F | V  | V  | V                 | F     | V   | V  | V     |
| F | F | V | V | V  | F  | V                 | V     | V   | F  | F     |
| F | F | V | F | V  | F  | V                 | V     | F   | V  | F     |
| F | F | F | V | V  | V  | V                 | V     | V   | F  | V     |
| F | F | F | F | V  | V  | V                 | V     | V   | V  | V     |
|   |   |   |   |    |    | Р                 | Р     | Р   | Р  | C     |

As quatro primeiras colunas serviram de base para a construção dos valores lógicos das demais colunas da tabela-verdade. Basta utilizar as regras lógicas já estudadas para completar a tabela a partir das quatro primeiras colunas. Observe que as quatro premissas ( $p \rightarrow q$ ,  $q \rightarrow r$ ,  $r \rightarrow s$  e  $\sim$ s) são simultaneamente verdadeiras somente na última linha (16.ª linha). Como na única linha em que as premissas são simultaneamente verdadeiras a conclusão também é verdadeira, conclui-se que o argumento é válido.

#### Exemplo 5:

Sabe-se que Antônio jogar futebol é condição necessária para Carla ir às compras e condição suficiente para Bruna ficar feliz. Sabe-se, também, que Bruna ficar feliz é condição necessária e suficiente para a Diana tomar banho. Assim, quando Diana não toma banho, conclui-se que Antônio não joga futebol, Carla não vai às compras e Diana não toma banho.

Para montar os argumentos, é importante lembrar os conceitos de condição necessária e suficiente. Por exemplo, quando se diz:

Se hoje é domingo, então vou à missa.

Podemos representar a proposição citada na forma  $p \rightarrow q$ , em que p: hoje é domingo e q: vou à missa. A proposição p (causa) é condição suficiente para a ocorrência de q. A proposição q (consequência) é condição necessária para a ocorrência de p. Dessa forma, retornando à frase "Se hoje é domingo, então vou à missa", temos:

p: Hoje é domingo (condição suficiente)

q: Vou à missa (condição necessária)

É importante lembrar que uma condição é necessária e suficiente quando a relação entre as proposições é bicondicional, ou seja, da forma  $p \leftrightarrow q$ .

Agora vamos representar adequadamente as proposições do argumento e definir as premissas.

Sejam as proposições:

- A: Antônio joga futebol
- C: Carla vai às compras
- B: Bruna fica feliz
- D: Diana toma banho

Premissa 1:

Antônio jogar futebol é condição necessária para Carla ir às compras.

Representação simbólica:  $C \rightarrow A$ 

Premissa 2:

Antônio jogar futebol é condição suficiente para Bruna ficar feliz.

Representação simbólica:  $A \rightarrow B$ 

Premissa 3:

Bruna ficar feliz é condição necessária e suficiente para a Diana tomar banho.

Representação simbólica: B ↔ D

Premissa 4:

Diana não toma banho.

Representação simbólica: ~D

Conclusão:

Antônio não joga futebol, Carla não vai às compras e Diana não toma banho.

Representação simbólica: ~A ∧ ~C ∧ ~D

Assim, o argumento pode ser escrito na forma simbólica da seguinte maneira:

$$C \rightarrow A$$
,  $A \rightarrow B$ ,  $B \leftrightarrow D$ ,  $\sim D \mid -- \sim A \land \sim C \land \sim D$ 

A tabela-verdade associada ao argumento possui  $2^4 = 16$  linhas, pois existem 4 proposições simples (A, B, C, D):

| Α | В | C | D | ~A | ~C | ~D | $C \rightarrow A$ | $A \rightarrow B$ | $B \leftrightarrow D$ | ~A ∧ ~C ∧ ~D |
|---|---|---|---|----|----|----|-------------------|-------------------|-----------------------|--------------|
| V | V | V | V | F  | F  | F  | V                 | V                 | V                     | F            |
| V | V | V | F | F  | F  | V  | V                 | V                 | F                     | F            |
| V | V | F | V | F  | V  | F  | V                 | V                 | V                     | F            |
| V | V | F | F | F  | V  | V  | V                 | V                 | F                     | F            |
| V | F | V | V | F  | F  | F  | V                 | F                 | F                     | F            |
| V | F | V | F | F  | F  | V  | V                 | F                 | V                     | F            |
| V | F | F | V | F  | V  | F  | V                 | F                 | F                     | F            |
| V | F | F | F | F  | V  | V  | V                 | F                 | V                     | F            |
| F | V | V | V | V  | F  | F  | F                 | V                 | V                     | F            |
| F | V | V | F | V  | F  | V  | F                 | V                 | F                     | F            |
| F | V | F | V | V  | V  | F  | V                 | V                 | V                     | F            |
| F | V | F | F | V  | V  | V  | V                 | V                 | F                     | V            |
| F | F | V | V | V  | F  | F  | F                 | V                 | F                     | F            |
| F | F | V | F | V  | F  | V  | F                 | V                 | V                     | F            |
| F | F | F | V | V  | V  | F  | V                 | V                 | F                     | F            |
| F | F | F | F | V  | V  | V  | V                 | V                 | V                     | V            |
|   |   |   |   |    |    | Ρ  | Р                 | Р                 | Р                     | С            |

Como no exemplo anterior, as quatro primeiras colunas serviram de base para a construção dos valores lógicos das demais colunas da tabela-verdade. Observe que as quatro premissas ( $C \rightarrow A$ ,  $A \rightarrow B$ ,  $B \leftrightarrow D$  e  $\sim D$ ) são simultaneamente verdadeiras somente na última linha (16.ª linha). Como na única linha em que as premissas são simultaneamente verdadeiras a conclusão também é verdadeira, conclui-se que o argumento é válido.

#### Exemplo 6:

Ou Antropologia é fácil ou Beto não gosta de Antropologia. Se Citologia é fácil, então Antropologia é difícil. Beto gosta de Antropologia. Logo, se Antropologia é fácil, então Citologia é fácil.

Sejam as proposições:

■ A: Antropologia é fácil

- B: Beto gosta de Antropologia
- C: Citologia é fácil

Premissa 1:

Ou Antropologia é fácil ou Beto não gosta de Antropologia.

Representação simbólica: A ∨ ~B

Premissa 2:

Se Citologia é fácil, então Antropologia é difícil.

Representação simbólica: C → ~A

Premissa 3:

Beto gosta de Antropologia.

Representação simbólica: B

Conclusão:

Se Antropologia é fácil, então Citologia é fácil.

Representação simbólica: A  $\rightarrow$  C

Na forma simbólica, o argumento pode ser escrito da seguinte maneira:

Nesse caso, a tabela verdade terá  $2^3 = 8$  linhas, pois existem apenas 3 proposições simples (A, B, C):

| Α | В | С | ~B | A ⊻ ~B | ~A | C → ~A | $A \rightarrow C$ |
|---|---|---|----|--------|----|--------|-------------------|
| V | V | V | F  | V      | F  | F      | V                 |
| V | V | F | F  | V      | F  | V      | F                 |
| V | F | V | V  | F      | F  | F      | V                 |
| V | F | F | V  | F      | F  | V      | F                 |
| F | V | V | F  | F      | V  | V      | V                 |
| F | V | F | F  | F      | V  | V      | V                 |
| F | F | V | V  | V      | V  | V      | V                 |
| F | F | F | V  | V      | V  | V      | V                 |
|   | Р |   |    | Р      |    | Р      | С                 |

A tabela-verdade construída possui três premissas (B, A  $\vee$  ~B e C  $\rightarrow$  ~A).

Essas premissas são simultaneamente verdadeiras somente na 2.ª linha. Nessa 2.ª linha a conclusão (A  $\rightarrow$  C) é falsa. Como na única linha em que as premissas são simultaneamente verdadeiras a conclusão é falsa, concluise que o argumento é inválido. Trata-se, portanto, de um sofisma ou uma falácia.

#### Observação:

A verificação da validade de argumentos hipotéticos por meio da tabela-verdade é um procedimento infalível. Entretanto, o tempo necessário para tal verificação pode não ser pequeno. Em geral, para se verificar a validade de um argumento, pode-se supor que as premissas sejam verdadeiras, e utilizando propriedades e regras lógicas, deduzir pela veracidade ou não da conclusão e, consequentemente, pela validade ou não do argumento. Adiante poderemos desenvolver ideias que permitam verificar a validade de um argumento hipotético com eficiência.

# Validade de um argumento sem o uso de tabelas-verdade

Uma das maneiras de verificar a validade de um argumento sem a utilização de tabelas-verdade é impor que as premissas sejam verdadeiras e, por meio de regras e artifícios lógicos, constatar o valor lógico da conclusão. Para tanto, é imprescindível o domínio das regras lógicas anteriormente estudadas.

Nos próximos exemplos verificaremos a validade de alguns argumentos, sem o uso de tabelas-verdade.

#### Exemplo 1:

Verificar, sem o uso da tabela-verdade, a validade do seguinte argumento:

Pulo ou corro. Levito ou não pulo. Nado ou não corro. Não nado. Logo, pulo e levito.

#### Sejam as proposições:

- P: pulo
- C: corro

- L: levito
- N: Nado

Premissa 1:

Pulo ou corro.

Representação simbólica: P v C

Premissa 2:

Levito ou não pulo.

Representação simbólica: L v ~P

Premissa 3:

Nado ou não corro.

Representação simbólica: N v ~C

Premissa 4:

Não nado.

Representação simbólica: ~N

Conclusão:

Pulo e levito.

Representação simbólica: P \( \L \)

Representação simbólica do argumento:

$$P \lor C, L \lor \sim P, N \lor \sim C, \sim N \vdash P \land L$$

Inicia-se supondo que as quatro premissas são verdadeiras. Logo, as premissas  $P \lor C$ ,  $L \lor \sim P$ ,  $N \lor \sim C$  e  $\sim N$  devem ser consideradas simultaneamente verdadeiras.

A análise segue observando a premissa representada por uma proposição simples, quando existe essa proposição simples. Nesse caso, a última proposição, ~N, é uma proposição simples. Se ~N é verdadeira, conclui-se que N é falsa.

Observe que a proposição simples N compõe a terceira premissa, N v ~C.

Assim, se N é falsa e N  $\vee$  ~C deve ser verdadeira, conclui–se que ~C deve ser verdadeira, pois, do contrário, a premissa seria falsa. Logo, se ~C é verdadeira, então C é falsa.

Continuando, observe que a proposição C compõe a primeira premissa,  $P \lor C$ . Ora, se C é falsa e a premissa  $P \lor C$  é verdadeira, conclui-se que a proposição P deve ser verdadeira, pois, de outro modo, a premissa seria falsa. Em seguida, observe que a segunda premissa contém a proposição  $\sim P$ .

Já se sabe que P é verdadeira. Logo,  $\sim$ P é falsa. Se a premissa L  $\vee$   $\sim$ P é verdadeira e  $\sim$ P é falsa, conclui-se que L deve ser, necessariamente, verdadeira.

Até agora, a análise dos valores lógicos das proposições, supondo que todas as premissas sejam verdadeiras, é a seguinte:

- P: pulo (verdadeira)
- C: corro (falsa)
- L: levito (verdadeira)
- N: Nado (falsa)

Agora podemos verificar o valor lógico da conclusão, P A L.

Observe que P é verdadeira e L também é verdadeira. Portanto, a conclusão é necessariamente verdadeira e, consequentemente, o argumento é válido.

Vejamos agora um exemplo de argumento que não possui qualquer proposição simples.

#### Exemplo 2:

Verificar, sem o uso da tabela-verdade, a validade do seguinte argumento:

Se não esqueço, não acelero. Se contemplo, não esqueço. Se não pratico, acelero. Se mexo, não pratico. Logo, se contemplo, não mexo.

Sejam as proposições:

- E: esquecer
- A: acelerar

- C: contemplar
- P: praticar
- M: mexer

Premissa 1:

Se não esqueço, não acelero.

Representação simbólica: ~E → ~A

Premissa 2:

Se contemplo, não esqueço.

Representação simbólica: C → ~E

Premissa 3:

Se não pratico, acelero.

Representação simbólica: ~P → A

Premissa 4:

Se mexo, não pratico.

Representação simbólica: M → ~P

Conclusão:

Se contemplo, não mexo.

Representação simbólica:  $C \rightarrow \sim M$ 

Representação simbólica do argumento:

O argumento não apresenta uma proposição simples de modo que possamos iniciar a análise. Nesse argumento vamos utilizar dois fatos importantes:

## 1.º fato importante:

Uma proposição condicional e sua correspondente proposição contrapositiva são logicamente equivalentes, ou seja:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

2.º fato importante:

É valida a propriedade transitiva em implicações lógicas, ou seja:

Se p 
$$\rightarrow$$
 q e q  $\rightarrow$  r, então p  $\rightarrow$  r

Essa propriedade é válida para qualquer número de transições:

Se 
$$(a \rightarrow b)$$
 e  $(b \rightarrow c)$  e  $(c \rightarrow d)$  e  $(d \rightarrow e)$  e ... e  $(y \rightarrow z)$ , então  $(a \rightarrow z)$ 

Voltando ao argumento, vamos realizar algumas modificações, sem alterar o valor lógico das premissas:

$$(\sim E \rightarrow \sim A)$$
,  $(C \rightarrow \sim E)$ ,  $(\sim P \rightarrow A)$ ,  $(M \rightarrow \sim P) \models (C \rightarrow \sim M)$ 

Primeiro, vamos trocar a posição das duas primeiras premissas:

$$(C \rightarrow \sim E)$$
,  $(\sim E \rightarrow \sim A)$ ,  $(\sim P \rightarrow A)$ ,  $(M \rightarrow \sim P) \vdash (C \rightarrow \sim M)$ 

Depois, vamos substituir a 3.ª e 4.ª premissas pelas contrapositivas correspondentes:

$$(C \rightarrow \sim E)$$
,  $(\sim E \rightarrow \sim A)$ ,  $(\sim A \rightarrow P)$ ,  $(P \rightarrow \sim M)$   $[-(C \rightarrow \sim M)$ 

Observe atentamente o argumento e certifique-se de que as quatro primeiras premissas formam uma sequência transitiva:

$$(\mathsf{C} \to \mathord{\sim} \mathsf{E}),\, (\mathord{\sim} \mathsf{E} \to \mathord{\sim} \mathsf{A}),\, (\mathord{\sim} \mathsf{A} \to \mathsf{P}),\, (\mathsf{P} \to \mathord{\sim} \mathsf{M})$$

O que podemos concluir dessas quatro premissas?

Pela propriedade transitiva, podemos concluir que a primeira proposição implica a última, ou seja:

$$(C \rightarrow \sim M)$$

Como essa proposição é a conclusão do argumento, certamente o argumento é válido.

# **Silogismos**

Silogismo é uma palavra cujo significado é o de cálculo. Etimologicamente, silogismo significa "reunir com o pensamento" e foi empregado pela primeira vez por Platão (429-348 a.C.). Aqui o sentido adotado é o de um raciocí-

nio no qual, a partir de proposições iniciais, conclui-se uma proposição final. Aristóteles (384-346 a.C.) utilizou tal palavra para designar um argumento composto por duas premissas e uma conclusão.

Observe um exemplo de silogismo:

Jogamos futebol no sábado ou no domingo.

Não jogamos futebol no sábado.

Logo, jogamos futebol no domingo.

Nesse silogismo, podemos identificar as premissas "jogamos futebol no sábado ou no domingo" e "não jogamos futebol no sábado" e a conclusão "jogamos futebol no domingo".

Considere as proposições:

- p: "jogamos futebol no sábado"
- ~p: "não jogamos futebol no sábado"
- q: "jogamos futebol no domingo"

Assim, em símbolos, o argumento poderia ser representado na forma padronizada da seguinte maneira:

$$\frac{p \vee q}{\sim p}$$

ou, na forma simbólica por:

$$p \lor q$$
,  $\sim p \vdash q$ 

Esse argumento, contendo a proposição disjuntiva p $\vee$ q, é válido e recebe o nome de silogismo disjuntivo.

As letras p, q, r e outras similares, utilizadas para representar silogismos, são denominadas letras sentenciais.

# Silogismo hipotético

O silogismo hipotético é aquele que se apresenta na forma de uma propriedade transitiva: Se A  $\rightarrow$  B e B  $\rightarrow$  C, então A  $\rightarrow$  C.

Exemplo:

Se tens amor, então por ele vale a pena viver e morrer.

Se pelo amor vale a pena viver e morrer, então tudo o que vive é teu próximo.

Ora, tu tens amor.

Logo, tudo o que vive é teu próximo.

Forma simbólica de um silogismo hipotético:

$$p \rightarrow q, q \rightarrow r \mid p \rightarrow r$$

Comentário:

Para que a primeira premissa  $p \rightarrow q$  seja verdadeira, não pode ocorrer de p ser verdadeira e q ser falsa. Da mesma forma, para que a segunda premissa  $q \rightarrow r$  seja verdadeira, não pode ocorrer de q ser verdadeira e r ser falsa. Então, a conclusão  $p \rightarrow r$  é certamente verdadeira, já que não pode ocorrer de p ser verdadeira e r ser falsa.

# Silogismo disjuntivo

O silogismo disjuntivo é aquele em que vários termos ou enunciados estão unidos pela partícula disjuntiva "ou".

Exemplo:

O que somos é consequência do que pensamos ou nosso espírito nasce com nenhuma ideia.

Ora, nosso espírito não nasce com nenhuma ideia.

Logo, o que somos é consequência do que pensamos.

Forma simbólica de um silogismo disjuntivo:

$$p \lor q, \sim q \vdash p$$

Comentário:

Para que p $\lor$ q seja verdadeira, pelo menos uma delas deve ser verdadeira. Se na segunda premissa afirma-se  $\sim$ q, conclui-se que p deve ser verdadeira.

# Silogismo conjuntivo

O silogismo conjuntivo é aquele em que vários termos ou enunciados estão unidos pela partícula conjuntiva "e".

Exemplo:

A verdadeira beleza está em fazer o bem e uma pessoa equilibrada é aquela que tem o domínio completo do espírito sobre a matéria.

Ora, a verdadeira beleza está em fazer o bem.

Logo, uma pessoa equilibrada é aquela que tem o domínio completo do espírito sobre a matéria.

Forma simbólica de um silogismo conjuntivo:

$$p \land q, p \vdash q$$

Comentário:

A premissa  $p \land q$  é verdadeira se, e somente se, p e q forem ambas verdadeiras. A segunda premissa é p e deve ser verdadeira, conforme a primeira premissa. Assim, a conclusão q decorre diretamente da primeira premissa.

#### **Modus Ponens**

O argumento do tipo *Modus Ponens* é aquele que se baseia em uma proposição condicional da forma  $p \rightarrow q$ .

Exemplo:

Se você alcançou a felicidade, então não há mais limites para a sua consciência.

Ora, você alcançou a felicidade.

Logo, não há mais limites para a sua consciência.

Forma simbólica de um Modus Ponens:

$$p \rightarrow q, p \vdash q$$

Comentário:

Para que a premissa  $p \rightarrow q$  seja verdadeira, não pode ocorrer de p ser

ser verdadeira, conclui-se que q não pode ser falsa, ou seja, q é certamente verdadeira.

#### **Modus Tollens**

O argumento do tipo *Modus Tollens* é baseado na equivalência de uma propriedade condicional e a respectiva contrapositiva.

Condicional:  $p \rightarrow q$ 

Contrapositiva:  $\sim q \rightarrow \sim p$ 

Exemplo:

Se você não dissipou as dúvidas do caminho que traçou para si mesmo, então você não é um sábio.

Ora, você é um sábio.

Logo, você dissipou as dúvidas do caminho que traçou para si mesmo.

Forma simbólica de um *Modus Tollens*:

$$p \rightarrow q$$
,  $\sim q \mid - \sim p$ 

Comentário:

Para que a premissa  $p \to q$  seja verdadeira, não pode ocorrer de p ser verdadeira e q ser falsa. Como, de acordo com a premissa 2, ~q deve ser verdadeira, então q deve ser falsa. Assim, da primeira premissa, p não pode ser verdadeira e, portanto, ~p é certamente verdadeira. Logo, a conclusão é verdadeira se as premissas forem verdadeiras.

# **Dilema construtivo**

O argumento do tipo dilema construtivo baseia-se na utilização da veracidade de uma proposição disjuntiva e de uma proposição condicional.

Exemplo:

Se disseres o que é justo, então os homens te odiarão.

Se disseres o que é injusto, os deuses te odiarão.

Mas, terás que dizer uma coisa ou outra.

Logo, de qualquer modo, serás odiado.

Forma simbólica de um dilema construtivo:

$$p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \vdash q \vee s$$

Comentário:

Para que a premissa  $p \to q$  seja verdadeira, não pode ocorrer de p ser verdadeira e q ser falsa. Da mesma forma, para que a premissa  $r \to s$  seja verdadeira, não pode ocorrer de r ser verdadeira e s ser falsa. Para que a terceira premissa  $p \lor r$  seja verdadeira, ao menos uma das proposições entre p ou r deve ser verdadeira. Isso garante que ao menos uma das proposições da conclusão  $q \lor s$  seja verdadeira. Portanto, a conclusão certamente será verdadeira.

#### Dilema destrutivo

O argumento do tipo dilema destrutivo baseia-se na utilização da veracidade de uma proposição disjuntiva, de uma proposição condicional e da correspondente proposição contrapositiva.

Exemplo:

Se eu for à Bahia, então irei ao Pelourinho.

Se eu for à São Paulo, então correrei a São Silvestre.

Mas, não irei ao Pelourinho ou não correrei a São Silvestre.

Logo, não irei à Bahia ou não irei a São Paulo.

Forma simbólica de um dilema destrutivo:

$$p \rightarrow q, r \rightarrow s, \sim q \lor \sim s \models \sim p \lor \sim r$$

Comentário:

Para que a premissa p  $\rightarrow$  q seja verdadeira, não pode ocorrer de p ser verdadeira e q ser falsa. Da mesma forma, para que a premissa r  $\rightarrow$  s seja verdadeira, não pode ocorrer de r ser verdadeira e s ser falsa. Para que a terceira premissa  $\sim$ q  $\vee$   $\sim$ s seja verdadeira, ao menos uma das proposições entre q ou s deve ser falsa. Isso garante que ao menos uma das proposições p ou r deve ser falsa. Assim, certamente a proposição conclusiva  $\sim$ p  $\vee$   $\sim$ r será verdadeira.

# **Ampliando seus conhecimentos**

Texto extraído do livro Lógica? É lógico!

(MACHADO, 2000, p. 13)

O trecho seguinte foi extraído do livro *As Aventuras de Huckleberry Finn*. Nele, o personagem Huck Finn afirma:

"Jim disse que as abelhas não picariam idiotas; mas eu não acreditei nisso, porque eu mesmo já tentei muitas vezes e elas não me picaram."

Trata-se de um argumento. Qual é a conclusão dele? Quais são as premissas?

Note que o texto representa uma brincadeira do autor. Há uma premissa sobre Huck Finn que é mantida implícita, ou seja, que é admitida mas não está escrita. Qual é?

#### Comentários sobre o texto:

O argumento pode ser organizado da maneira a seguir:

#### Premissas:

- As abelhas não picam idiotas.
- Huck Finn tentou muitas vezes ser picado pelas abelhas e não conseguiu.

#### Conclusão:

■ Huck Finn é idiota.

A brincadeira do autor refere-se ao fato de que, independentemente da atitude das abelhas, Huck Finn deve ser um idiota. De acordo com o que disse Jim, uma pessoa não é picada pelas abelhas se, e somente se, é idiota. Huck Finn tenta ser picado pelas abelhas e não consegue. A conclusão é a de que ele é idiota, por isso elas não o picaram. Por outro lado, caso Huck Finn fosse picado pelas abelhas, ele não seria um idiota. Entretanto, paradoxalmente, alguém que tenta ser picado pelas abelhas apenas para verificar se as abelhas não picam idiotas, deve ser um idiota.

# Atividades de aplicação

- 1. Verifique a validade dos seguintes argumentos:
  - Se Ana for bonita ou Bruno for magro, então Carlos será recompensado.

Bruno é magro.

Portanto, Carlos será recompensado.

**b)** Se Diego tiver um bom currículo, então ele conseguirá um emprego.

Ele conseguiu um emprego.

Portanto, Diego tem um bom currículo.

c) Se o jardim não é florido, então o gato mia. Se o jardim é florido, então o passarinho não canta.

Ora, o passarinho canta.

Logo, se o passarinho canta, então o gato mia.

2. Verifique a validade do seguinte argumento:

Saulo quer ir à festa. Se Maria estiver certa, então Jair está enganado. Se Jair estiver enganado, então Léo está enganado. Se Léo estiver enganado, então a festa não ocorrerá. Ora, a festa ocorrerá ou Saulo não irá à festa. Sabe-se que Maria tem razão. Logo, Saulo não irá à festa.

- **3.** (ANPAD adap.) Qual é a conclusão do argumento expresso pela sentença: "Ana será queimada, pois é uma bruxa muito feia, e as bruxas muito feias são queimadas"?
- **4.** Verifique a validade do seguinte argumento:

Se o regime é de parlamentarismo, então há chefe de governo e de Estado. Se o regime é de presidencialismo, então há chefe de governo. Ora, não há chefe de governo ou não há chefe de governo e de Estado. Isso implica que não é parlamentarismo ou não é presidencialismo.

Por meio da tabela-verdade, verifique a validade do seguinte argumento:
 Se tenho dinheiro, então viajo. Não tive dinheiro. Logo, não viajei.

## Referências

ABELARDO, Pedro. Lógica para Principiantes. Petrópolis: Vozes, 1994.

ALENCAR FILHO, Edgard de. **Iniciação à Lógica Matemática**. São Paulo: Nobel, 2003. 203 p.

ARISTÓTELES. **Tópicos**. São Paulo: Abril Cultural, 1973. (Coleção Os Pensadores).

\_\_\_\_\_. **Organon**. São Paulo: Nova Cultural, 1999. (Coleção Os Pensadores).

BOLL, Marcel; REINHART, Jacques. **A História da Lógica**. Lisboa: Edições 70, 1982. 127 p.

CASTRUCCI, Benedito. **Introdução à Lógica Matemática**. 6. ed. São Paulo: Nobel, 1986. 158 p.

DESCARTES, René. **Discurso do Método**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003. 102 p.

KELLER, Vicente; BASTOS, Cleverson L. **Aprendendo Lógica**. 12. ed. Petrópolis: Vozes, 2000. 179 p.

KOPNIN, P. V. **A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento**. Rio de Janeiro, 1978. 353 p.

LAUSCHNER, Roque. **Lógica Formal**. 4. ed. rev. Porto Alegre: Sulina/ Unisinos, 1984. 207 p.

LIARD, L. **Lógica**. 6. ed. São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1965. 211 p.

LIPSCHULTZ, Seymour. **Teoria dos Conjuntos**. São Paulo: McGraw-Hill, 1972. 337 p.

MACHADO, Nilson José. **Matemática 1 por Assunto** – lógica, conjuntos e funções. São Paulo: Scipione, 1988. 240 p.

\_\_\_\_\_. **Lógica? É Lógico!** São Paulo: Scipione, 2000. 49 p. (Coleção Vivendo a Matemática).

MARITAIN, Jacques. **Elementos de Filosofia II**: a ordem dos conceitos, lógica menor. Rio de Janeiro: Agir, 1980. 318 p.

MATES, Benson. **Lógica Elementar**. Tradução de: HEGENBERG, Leônidas H. B.; MOTA, Octanny Silveira da. São Paulo: Nacional/ USP, 1967. 298 p.

NAHRA, Cínara; WEBER, Ivan Hingo. **Através da Lógica**. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 1997. 174 p.

OLIVEIRA, Augusto J. Franco de. Lógica Aritmética. Brasília: UnB, 2004. 241 p.

SALMON, Wesley C. Lógica. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1978. 142 p.

SÉRATES, Jonofon. Raciocínio Lógico. 8. ed. Brasília: Jonofon, 1998. 432 p. v. 1.

. Raciocínio Lógico. 8. ed. Brasília: Jonofon, 1998. 467 p. v. 2.

SOARES, Edvaldo. **Fundamentos da Lógica** – elementos da Lógica Formal e Teoria da Argumentação. São Paulo: Atlas, 2003. 187 p.

TELLES JR., Goffredo. Curso de Lógica Formal. 3. ed. São Paulo: Edusp, 1973. 367 p

# **Gabarito**

1.

a) Sejam as proposições:

p: Ana for bonita

q: Bruno for magro

r: Carlos será recompensado

Forma do argumento:

$$(p \lor q) \rightarrow r, q \not\models r$$

Se, por hipótese, as premissas são verdadeiras, então  $(p \lor q) \to r \notin V$  e q é V. Mas, se q é V, então independentemente do valor de p, necessariamente  $(p \lor q)$  tem valor lógico V. Consequentemente, r tem valor lógico V, para que a premissa condicional  $(p \lor q) \to r$  seja realmente V. Dessa forma, conclui-se que a conclusão r é verdadeira.

Portanto, o argumento é válido.

b) Sejam as proposições:

p: Diego tem um bom currículo

q: Diego consegue um emprego

Forma do argumento:

$$p \rightarrow q, q \vdash p$$

Se, por hipótese, as premissas são verdadeiras, então  $(p \rightarrow q)$  é V e q é V. Mas, se q é V, então a proposição p pode ser verdadeira ou falsa que, em ambos os casos, o valor de  $(p \rightarrow q)$  é necessariamente V. Consequentemente, a conclusão p não é necessariamente verdadeira. Assim, conclui-se que o argumento é inválido.

c) Sejam as proposições:

p: o jardim é florido

q: o gato mia

r: o passarinho canta

Forma do argumento:

$$\sim$$
p $\rightarrow$ q, p $\rightarrow$  $\sim$ r, r, r $\rightarrow$ q

Pode-se começar analisando a terceira premissa, já que é a única que contém uma proposição simples. Para que a premissa r seja verdadeira, é necessário que ~r seja falsa. Mas, se ~r deve ser falsa e a segunda premissa p  $\rightarrow$  ~r deve ser verdadeira, a proposição p deve ser falsa, pois se p for verdadeira e ~r falsa, a premissa p  $\rightarrow$  ~r seria falsa, o que não pode ocorrer. Então, p deve ser falsa. Para que a primeira premissa seja também verdadeira, a proposição q deve ser verdadeira, pois se q fosse falsa, a premissa ~p  $\rightarrow$  q seria falsa, pelo mesmo motivo da segunda premissa. Dessa forma, obrigatoriamente, p é falsa, q é verdadeira e r é verdadeira.

A conclusão,  $r \rightarrow q$ , é verdadeira, pois r e q são ambas verdadeiras.

Portanto, o argumento é válido e tem a forma:

$$\sim p \rightarrow q$$
,  $p \rightarrow \sim r$ ,  $r \mid -r \rightarrow q$ 

A resolução poderia também ser efetuada por meio da tabela-verdade. Nesse caso, seria mais trabalhosa. Para encontrar a alternativa correta por meio da tabela-verdade, é necessário observar nas linhas em que as premissas são simultaneamente verdadeiras se a conclusão é sempre verdadeira para essas linhas.

## 2. Consideremos as proposições:

p: Maria está certa

q: Jair está enganado

r: Léo está enganado

s: a festa ocorrerá

t: Saulo irá à festa

Forma do argumento:

$$p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow \sim s, s \lor \sim t, p \longmapsto \sim t$$

Começando a análise pela última premissa, pois é a única que é uma proposição simples, temos que p deve ser verdadeira. Observando a primeira premissa da forma p  $\rightarrow$  q, e sabendo que p é verdadeira, concluímos que a proposição q deve ser também verdadeira, pois se q for falsa, a premissa p  $\rightarrow$  q seria falsa, o que não pode ocorrer. Da mesma forma, para a segunda premissa, q  $\rightarrow$  r, se q é verdadeira, r também deve ser verdadeira. Na terceira premissa, r  $\rightarrow$  ~s, se r é verdadeira, ~s deve também ser verdadeira. Na quarta premissa, se ~s é verdadeira, s é falsa e, para que s  $\lor$  ~t seja verdadeira, ~t deve ser verdadeira, pois se ~t for falsa, a proposição s  $\lor$  ~t será falsa, o que não pode ocorrer. Dessa forma, p é verdadeira, q é verdadeira, r é verdadeira, s é falsa e t é falsa. A conclusão do argumento "Saulo não irá à festa" (~t) é necessariamente verdadeira.

Portanto, o argumento é válido e tem a seguinte forma simbólica:

$$p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow \sim s, s \lor \sim t, p \longmapsto \sim t$$

3. Embora esteja corretamente escrito e seja muito utilizado na linguagem comum, o argumento "Ana será queimada, pois é uma bruxa muito feia, e as bruxas muito feias são queimadas" não está apresentado de uma forma muito clara. A palavra "pois", presente na sentença, destaca que o que vem depois dela justifica o que vem antes, ou seja, depois estão as premissas e antes está a conclusão. O argumento mais bem organizado pode ser escrito da seguinte maneira:

Premissa 1: Ana é uma bruxa feia.

Premissa 2: Bruxas muito feias são queimadas.

Conclusão: Ana será queimada.

Assim, a conclusão é a de que Ana será queimada.

**4.** Organizando as proposições, observa-se um argumento fundamental do tipo dilema destrutivo:

$$p \rightarrow q$$
,  $r \rightarrow s$ ,  $\sim q \lor \sim s \models \sim p \lor \sim r$ 

Considerando as proposições p: o regime é de parlamentarismo, q: há chefe de governo e de Estado, r: o regime é de presidencialismo, s: há chefe de governo, as premissas podem ser representadas por:  $p \rightarrow q$ ,  $r \rightarrow s$ ,  $\sim q \vee \sim s$ 

Se a premissa  $p \rightarrow q$  é verdadeira, então não pode ocorrer de p ser verdadeira e q ser falsa. Se a premissa  $r \rightarrow s$  é verdadeira, então não pode ocorrer de r ser verdadeira e s ser falsa. Se a terceira premissa  $\sim q \vee \sim s$  deve ser verdadeira, ao menos uma das proposições entre q ou s deve ser falsa. Logo, ao menos uma das proposições p ou r deve ser falsa e, assim, a proposição conclusiva  $\sim p \vee \sim r$ : "não é parlamentarismo ou não é presidencialismo" será verdadeira.

Portanto, o argumento é válido.

#### **5.** Sejam as proposições:

p: Tenho dinheiro

q: Viajo

O argumento tem a forma simbólica:

$$p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$$

Tabela-verdade:

| р | q | ~p | ~q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|----|----|-------------------|
| V | V | F  | F  | V                 |
| V | F | F  | V  | F                 |
| F | V | V  | F  | V                 |
| F | F | V  | V  | V                 |
|   |   | Р  | С  | Р                 |

Observe que as premissas  $p \rightarrow q$  e  $\sim p$  são simultaneamente verdadeiras na 3.ª e na 4.ª linhas. Entretanto, a conclusão  $\sim q$  é falsa na 3.ª linha. Como a conclusão é falsa em pelo menos uma linha em que as premissas são simultaneamente verdadeiras, conclui-se que o argumento é inválido.

