

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg	Bachelor Elektro- und Informationstechnik	Online-Praktikum Zustandsregelung
---	--	--------------------------------------

Übungstag:		
Prof. Dr.-Ing. Florian Wenck		
ZTP1virtual	<b>Einführung in das Ball-Wippe-System/ Modellbildung</b>	

## Einführung in das Praktikum Zustandsregelung

In diesem Praktikum soll die Ballposition auf einer Wippe geregelt werden, wobei das Ball-Wippe-System in Matlab/Simulink simuliert wird. Das Praktikum ist in vier Versuche aufgeteilt, in denen die Inhalte der Vorlesung durch Anwendung am simulierten Ball-Wippe-System vertieft werden sollen. Ziel ist es, dass am letzten Versuchstermin unterschiedliche Regler (Zustandsregler, LQ-Regler, PIZ-Regler mit und ohne Beobachter) vorliegen, mit dem die Ballposition (bei Sollwertänderungen, bei Parameterschwankungen, bei auftretenden Störgrößen) geregelt werden kann.

Zur Einstimmung in diese Systeme finden Sie auf YouTube diverse Videos von Ball-Wippe-Systemen unterschiedlicher Hersteller und in unterschiedlichen Ausstattungsvarianten (Stichwort: Ball and Beam).

Die Bearbeitung der Laboraufgaben findet in Dreiergruppen statt. Zur Dokumentation dieses Online-Praktikums hat jede Gruppe nach dem letzten Termin ihren im Laufe des Praktikums entwickelten **Matlab/Simulink-Code zu übermitteln**.

## Inhalt der Versuchsbeschreibung

1. Einführung
2. Lernziele
3. Beschreibung des Ball-Wippe-Systems
4. Systemparameter und Zustandsraummodell
5. Vorbereitung

### 1. Einführung

Dieser Versuch behandelt die Modellbildung des Ball-Wippe-Systems, bei dem es sich um ein nichtlineares Eingrößensystem handelt. **Ziel dieses Versuchs ist es, das gegebene nichtlineare Modell des Systems zu linearisieren und in Matlab/Simulink zu implementieren.**

## 2. Lernziele

- Grundverständnis vom Ball-Wippe-System
- Linearisierung eines Zustandsraummodells im Arbeitspunkt (siehe Vorbereitung)
- Simulation eines linearen zeitinvarianten Systems
- Nutzung von Matlab/Simulink-Funktionen für Eingrößensysteme

## 3. Beschreibung des Ball-Wippe-Systems

Abbildung 1 stellt den Aufbau des Ball-Wippe-Systems dar. Die Position des Balls soll auf der Wippe exakt geregelt werden. Für die Positionierung des Balls lässt sich der Wippenwinkel mit einem Motor einstellen. Die Position des Balls wird dabei mit einer Kamera gemessen, welche über der Wippe montiert ist. Der Winkel der Wippe wird mit einem Inkrementaldrehgeber bestimmt, der sich an der Hinterseite des Aufbaus befindet. Zudem sind unter der Wippe zwei Schalter angebracht, welche schließen, wenn die Wippe die jeweilige Endlage erreicht hat. Die Ansteuerung des Motors sowie die Ausgabe der Messwerte erfolgt über eine Rechneinheit.



Abbildung 1: Ball-Wippe-System

### Die Rechneinheit

Die Rechneinheit ist mit dem Aufbau der Wippe über ein 30-poliges Kabel verbunden. Darüber wird die Ansteuerung des Motors vorgenommen und die Daten der Kamera, des Drehgebers sowie der Endlagenschalter übertragen. Um die Regelung des Systems in Matlab/Simulink vornehmen zu können, werden alle notwendigen Signale über zwei 37-polige Kabel von der Rechneinheit an den PC übertragen. Die Auswertung der Kameradaten erfolgt bereits in der Rechneinheit, sodass die Position des Balls als analoges Spannungssignal ausgegeben wird.

Neben der Regelung über den PC kann das System außerdem **von Hand** geregelt werden. Dies erfolgt über das in Abbildung 2 dargestellte Bedienfeld der Rechneinheit. Dieses teilt sich in vier Bereiche auf:

- **SYSTEM STATUS:** Die oberen LEDs zeigen an, ob die Rechneinheit mit dem mechanischen Aufbau verbunden ist und ob das System betriebsbereit ist. Anhand der unteren LEDs lässt sich ablesen, aus welchem Eingang das Stellsignal aufgeschaltet wird.
- **POWER:** Zeigt an, ob alle benötigten Spannungslevel vom Netzteil bereitgestellt werden.
- **MONITOR:** Über vier BNC-Anschlüsse werden die Ballposition, der Wippenwinkel und das Stellsignal des Reglers als analoges Signal zur Verfügung gestellt (für das Praktikum nicht relevant).
- **CONTROLLER:** Mit den Schaltern ist es möglich das Licht ein- und auszuschalten und das Eingangssignal der Motoransteuerung auf „manuell“ oder „extern“ umzuschalten.



Abbildung 2: Bedienfeld der Rechneinheit

#### 4. Systemparameter und Zustandsraummodell

Der schematische Aufbau des Ball-Wippe-Systems ist in Abbildung 3 dargestellt. Für das System gilt die Annahme, dass sich der **Ball** mit der **Masse  $m$** , dem **Rollradius  $r$**  und dem **Trägheitsmoment  $I_b$**  ohne Reibung und ohne Rutschen auf der Wippe bewegt. Das **Trägheitsmoment der Wippe** wird durch  **$I_w$**  beschrieben. Die Wippe kann bewegt werden, indem eine Kraft  **$u(t)$**  mit dem **Kraftarm  $l$**  auf die Wippe wirkt. Während die Wippe rotiert, tritt eine Gleitreibung in der Antriebsmechanik auf, die mit dem **Reibungskoeffizienten  $b$**  beschrieben wird. Mit  **$K$**  wird die **Steifheit des Antriebsriemens** modelliert. Den Systemeingang stellt die **Antriebskraft  $u(t)$**  dar. Die **Ballposition  $x'(t)$**  und der **Wippenwinkel  $\alpha(t)$**  sind die **messbaren Ausgangsgrößen** des Systems.

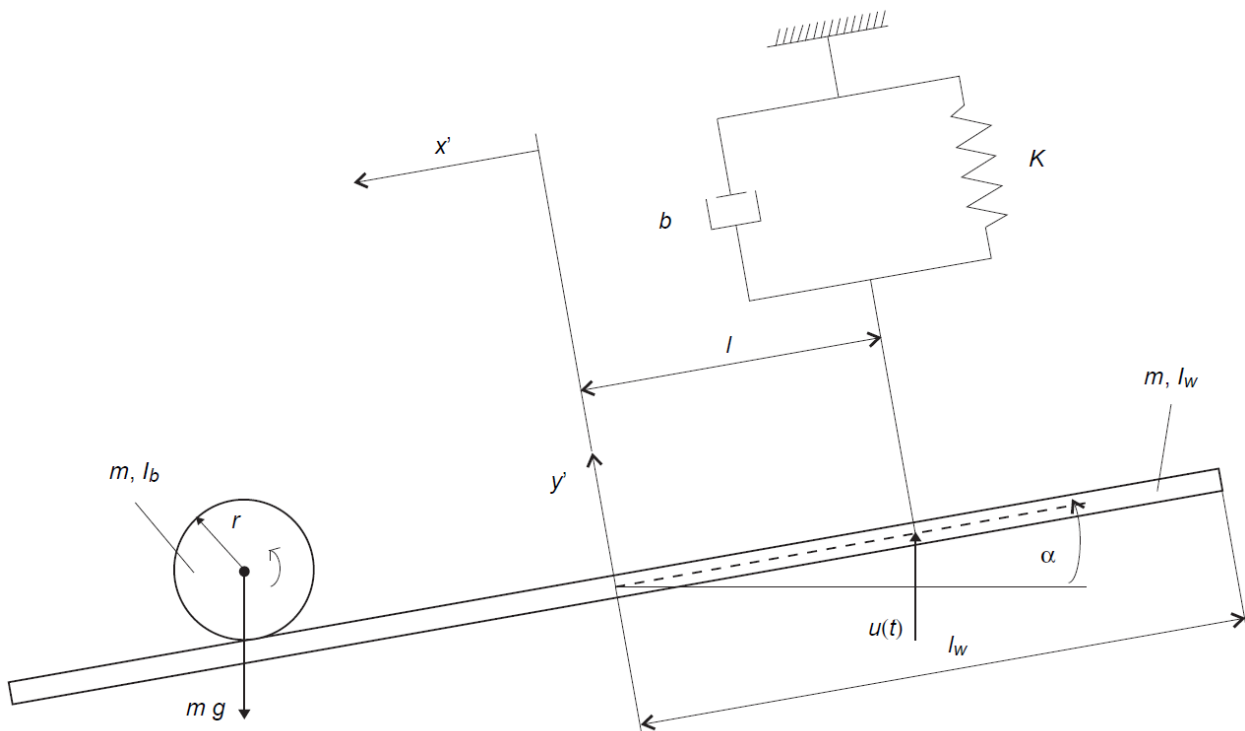


Abbildung 3: Schemata des Ball-Wippe-Systems

Bei der Aufstellung des Zustandsraummodells werden die Ballposition  $x'(t)$ , die Ballgeschwindigkeit  $\dot{x}'(t)$ , der Wippenwinkel  $\alpha(t)$  und die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\alpha}(t)$  als Zustandsvariablen gewählt. Die Regelgröße des Systems stellt die Ballposition  $x'(t)$  dar. Unter Anwendung des Lagrange-Formalismus (hier nicht weiter relevant) erhält man die folgenden nichtlinearen Bewegungsgleichungen für das System:

$$\left( m + \frac{I_b}{r^2} \right) \ddot{x}'(t) + \left( mr^2 + I_b \right) \frac{1}{r} \ddot{\alpha}(t) - mx'(t) (\dot{\alpha}(t))^2 = mg \sin(\alpha(t))$$

$$\left( m(x'(t))^2 + I_b + I_w \right) \ddot{\alpha}(t) + \left( 2m\dot{x}'(t)x'(t) + bl^2 \right) \dot{\alpha}(t) + Kl^2\alpha(t) + \left( mr^2 + I_b \right) \frac{1}{r} \ddot{x}'(t) - mgx'(t) \cos(\alpha(t)) = u(t)l \cos(\alpha(t))$$

Um diese Gleichungen zu vereinfachen sollten folgende Abkürzungen verwendet werden:

$$a_1 = m + \frac{I_b}{r^2}$$

$$a_2 = \left( mr^2 + I_b \right) \frac{1}{r}$$

$$a_3 = mg$$

$$b_1 = I_b + I_w$$

$$b_2 = 2 m$$

$$b_3 = b l^2$$

$$b_4 = K l^2$$

$$b_5 = (m r^2 + I_b) \frac{1}{r}$$

$$b_6 = m g$$

In folgender Tabelle sind die Systemparameter mit ihrer Bedeutung aufgeführt. Für die Berechnung eines konkreten Arbeitspunktes müssen diese Parameter zahlenmäßig bekannt sein.

Beschreibung	Abkürzung	Wert		Einheit
Ballmaterial		Stahl	Gummi	
Ballradius	$R$	0,02	0,01875	m
Masse des Balls	$m$	0,27	0,025	kg
Länge des Kraftarms	$l$	0,49		m
Breite der Profilschiene	$D$	0,017		m
Trägheitsmoment des Balls	$I_b$	$4,32 \cdot 10^{-5}$		kg m <sup>2</sup>
Trägheitsmoment der Wippe	$I_w$	0,14025		kg m <sup>2</sup>
Reibkoeffizient	$b$	1,0		Ns/m
Steifheit des Antriebsriemens	$K$	0,001		N/m

Da der Ball nicht mit vollem Umfang auf der Wippe rollt (siehe Abbildung 4), muss der Rollradius  $r$  des Balls berechnet werden. Dieser berechnet sich aus:

$$r = \sqrt{R^2 - (D/2)^2}.$$

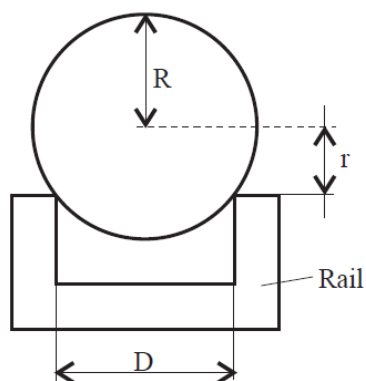


Abbildung 4: Zur Berechnung des Rollradius

Aufgaben:

- 1) Erstellen Sie ein Matlab-Skript und übertragen Sie die Systemparameter.
- 2) Übernehmen Sie die Elemente  $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^T, d)$  ihres vorbereiteten linearisierten Zustandsraummodells in ihr Matlab-Skript, und berechnen Sie die Zahlenwerte der Elemente für die konkrete Ruhelage

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u_0 = 0$$

und den Systemparametern bei Verwendung eines Balles aus Stahl. Weisen Sie schlussendlich diesen Elementen eine Zustandsraummodell-Variable in Matlab zu.

- 3) Erstellen Sie ein neues Simulink-Modell und implementieren Sie darin das linearisierte Zustandsraummodell, indem Sie die vektorielle Zustandsgleichung und die Ausgangsgleichung mit Simulink-Blöcken nachbauen. Die Werte von  $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^T$  und  $d$  kommen dabei aus dem Workspace von Matlab.

## 5. Vorbereitung

- 1) **Nichtlineares ZRM:** Setzen Sie die oben genannten Abkürzungen in die beiden Bewegungsgleichungen ein. Stellen Sie anschließend die nichtlinearen Zustandsgleichungen sowie die Ausgangsgleichung für das System auf.

Nutzen Sie dafür die folgende Zuweisung der Zustandsvariablen:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ \dot{x}'(t) \\ \alpha(t) \\ \dot{\alpha}(t) \end{pmatrix}$$

**Hinweis:** Beim Aufstellen der einzelnen nichtlinearen Zustandsgleichungen aus den oben gegebenen Bewegungsgleichungen stellen Sie recht schnell fest, dass die Gleichung für  $d/dt x_2(t)$  von  $d/dt x_4(t)$  abhängt und umgekehrt. Dies müssen Sie dann, ein wenig mühsam, durch gegenseitiges ineinander Einsetzen und Auflösen entwirren.

- 2) **Lineares ZRM:** Berechnen Sie das linearisierte Zustandsraummodell des Ball-Wippe-Systems für die allgemeine Ruhelage

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} x_{10} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u_0.$$

**Hinweis:** Machen Sie bei der Linearisierung von folgender Vereinfachung Gebrauch, die für kleine Winkel gültig ist:  $\sin(x_3(t)) \approx x_3(t)$ ,  $\cos(x_3(t)) \approx 1$