

Solution: Competition

Paper ID: T1.0 on April 29, 2025 – 29.04.2025 in Frankfurt Version 1.0 Revision 1

Archive-ID: 198527-932 DOI: 10.5281/zenodo.15305106

Duy Nam Schlitz^{a*}

^a *Deparment and Affiliation, duy.schlitz@ohs.hanau.schule*

^{*} *Corresponding Author*

Abstract

Exercise Collection for a Competition

Exercise: Test.1, Test.2, Test.3, Total time: De: 3 h 0 min, En: 3 h 0 min

Contents

		4.2.1	Solution	13	32
		4.3	EN SH-6 Test.3T1.0V1.0: Geometry –Cir- cle geometry and tangents	14	34
		4.3.1	Solution	14	
			<i>Categories: problem solving</i>		36
2	1 Einführung und Informationen: 3 h 0 min	1			
	1.1 DE SH-5 Test.1T1.0V1.0: Zahlentheorie				
4	–Diophantische Gleichungen	2			
	1.2 DE SH-6 Test.2T1.0V1.0: Kombinatorik				
6	–Anordnungen und Permutationen	3			
	1.3 DE SH-7 Test.3T1.0V1.0: Geometrie –				
8	Kreisgeometrie und Tangenten	4			
	2 Introduction and Information: 3 h 0 min	5			
10	2.1 EN SH-5 Test.1T1.0V1.0: Number theory				
	–Diophantine equations	6			
12	2.2 EN SH-6 Test.2T1.0V1.0: Combinatorics				
	–arrangements and permutations	7			
14	2.3 EN SH-6 Test.3T1.0V1.0: Geometry –Cir- cle geometry and tangents	8			
16	3 Lösung	9			
	3.1 DE SH-5 Test.1T1.0V1.0: Zahlentheorie				
18	–Diophantische Gleichungen	9			
	3.1.1 Solution	9			
20	3.2 DE SH-6 Test.2T1.0V1.0: Kombinatorik				
	–Anordnungen und Permutationen	10			
22	3.2.1 Solution	10			
	3.3 DE SH-7 Test.3T1.0V1.0: Geometrie –				
24	Kreisgeometrie und Tangenten	11			
	3.3.1 Solution	11			
26	4 Solution	12			
	4.1 EN SH-5 Test.1T1.0V1.0: Number theory				
28	–Diophantine equations	12			
	4.1.1 Solution	12			
30	4.2 EN SH-6 Test.2T1.0V1.0: Combinatorics				
	–arrangements and permutations	13			

1 Einführung und Informationen: 3 h 0 min

Die Verwendung von Hilfsmitteln wie Taschenrechnern, Formelsammlungen, Tabellenkalkulationen und digitalen Werkzeugen ist nur unter den ausdrücklich angegebenen Bedingungen gestattet. Zulässige Hilfsmittel müssen im Voraus für Prüfungen deklariert und von der Prüfungsaufsicht genehmigt werden. Jegliche nicht genehmigten Hilfsmittel sind verboten und können zur Disqualifikation führen. Während der Bearbeitung einer Aufgabe oder Prüfung ist es untersagt, zusätzliche Materialien oder externe Hilfe in Anspruch zu nehmen, es sei denn, dies ist ausdrücklich erlaubt. Die Einhaltung dieser Vorschriften stellt sicher, dass alle Teilnehmer unter fairen und gleichen Bedingungen arbeiten.

Ein Verstoß gegen diese Vorschriften kann schwerwiegende Konsequenzen haben. Insbesondere bei offiziellen Prüfungen kann die Verwendung nicht genehmigter Hilfsmittel zum sofortigen Ausschluss von der Prüfung führen. Bei wiederholten oder besonders schwerwiegenden Fällen kann sogar ein dauerhaftes Prüfungsverbot verhängt werden. Die Einhaltung dieser Vorschriften stellt sicher, dass alle Teilnehmer unter fairen und gleichen Bedingungen arbeiten und die Integrität der Prüfungen gewahrt bleibt.

Dieses Blatt dient dem Zweck der Übung und kann unter bestimmten Bedingungen offiziell eingereicht werden. Gleichzeitig sollte es als inoffizielles Dokument betrachtet werden, da es ohne administrative Aufsicht erstellt wurde.

1. **Korrekte Kennzeichnung** - Das Dokument muss eindeutig als Übungsblatt gekennzeichnet sein.

2. **Vollständigkeit und Formatierung** - Es muss in einem anerkannten Format (z. B. PDF oder gedruckte Kopie) vorliegen und alle erforderlichen Inhalte enthalten.

3. **Fristgerechte Einreichung** - Die Einreichung muss innerhalb der festgelegten Fristen erfolgen.

4. **Genehmigung durch die zuständige Behörde** - Eine offizielle Anerkennung erfordert die Genehmigung der zuständigen Prüfungs- oder Verwaltungsstelle.

5. **Keine externe Hilfe** - Das Dokument muss ausschließlich von der betreffenden Person ohne externe Hilfe erstellt worden sein.

6. **Keine Garantie auf Bewertung** - Da das Blatt ohne administrative Aufsicht erstellt wurde, besteht keine Verpflichtung, es für eine offizielle Bewertung zu berücksichtigen.

7. **Keine Haftung** - Der Autor übernimmt keine Haftung für die Richtigkeit oder Vollständigkeit des Inhalts.

8. **Kein offizieller Status** - Das Dokument ist kein offizielles Dokument und hat nicht denselben rechtlichen Status wie ein offiziell ausgestelltes Dokument.

9. **Keine Garantie auf Anerkennung** - Die Einreichung dieses Dokuments garantiert keine Anerkennung oder offizielle Berücksichtigung durch eine Behörde oder Institution.

10. **Keine Garantie auf Vertraulichkeit** - Der Schutz persönlicher Daten und die Vertraulichkeit können nicht gewährleistet werden.

11. **Keine Garantie auf Sicherheit** - Die Sicherheit des Inhalts und der darin enthaltenen Daten ist nicht gewährleistet.

12. **Keine Garantie auf Authentizität** - Die Authentizität der Informationen oder Daten innerhalb des Dokuments kann nicht bestätigt werden.

13. **Keine Garantie auf Integrität** - Die Authentizität oder Integrität des enthaltenen Inhalts kann nicht sichergestellt werden.

14. **Keine Garantie auf Gültigkeit** - Das Dokument kann Inhalte enthalten, deren rechtliche oder technische Gültigkeit nicht bestätigt werden kann.

15. **Keine Garantie auf Zuverlässigkeit** - Die Genauigkeit, Vollständigkeit oder Zuverlässigkeit der Informationen kann nicht garantiert werden.

Alles beruht auf Vertrauen und daher viel Spaß.

1.1 DE SH-5 Test.1T1.0V1.0: Zahlentheorie –Diophantische Gleichungen

78

Zeit zur Bearbeitung: 1 h 0 min *Nam-Score: 4.3 Ein Original*

Finde alle ganzzahligen Lösungen der folgenden Diophantischen Gleichung:

80

$$x^2 + y^2 = 2025$$

Erkläre deinen Lösungsweg und bestimme alle möglichen Werte für x und y , die diese Gleichung erfüllen. Diskutiere, wie man diese Art von Gleichung im Allgemeinen angehen kann.

82

Kategorie: Shoemei **Schwierigkeitsgrad:** Höheres Einfach **Stichwörter:** Zahlentheorie

UUID: 02853973-ca61-44eb-a6f0-109298209174 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-209385763736 am 29.04.2025

84

86 1.2 DE SH-6 Test.2T1.0V1.0: Kombinatorik –Anordnungen und Permutationen

Zeit zur Bearbeitung: 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 Ein Original*

88 Wie viele verschiedene Wege gibt es, 5 verschiedene Bücher auf 3 Regalen anzuordnen, wenn auf jedem Regal
mindestens ein Buch platziert werden muss und die Regale keine unendliche Kapazität haben? Erkläre den Lösungsweg
90 unter Verwendung der Prinzipien der Inklusion und Exklusion.

Kategorie: Shoemei **Schwierigkeitsgrad:** Mittel **Stichwörter:** Kombinatorik

92 **UUID:** 02853973-ca61-44eb-a6f0-102987519864 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-120987561273 am
29.04.2025

1.3 DE SH-7 Test.3T1.0V1.0: Geometrie – Kreisgeometrie und Tangenten

94

Zeit zur Bearbeitung: 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 Ein Original*

Gegeben sei ein Kreis mit Mittelpunkt O und Radius $r = 10$. Ein Punkt P liegt außerhalb des Kreises und hat einen Abstand von $OP = 17$. Bestimmen Sie die Länge der Tangente von P an den Kreis und erläutern Sie die Berechnung mithilfe des Satzes des Pythagoras.

96

98

Erklären Sie, warum die Länge der Tangente nur von der Differenz zwischen den Abständen zwischen Punkt und Mittelpunkt und dem Radius des Kreises abhängt.

100

Kategorie: Shoemei **Schwierigkeitsgrad:** Mittel **Stichwörter:** Geometrie

UUID: 02853973-ca61-44eb-a6f0-129857262711 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-198257198275 am 29.04.2025

102

2 Introduction and Information: 3 h 0 min

The use of aids such as calculators, formula collections, spreadsheets, and digital tools is permitted only under the expressly stated conditions. Permitted aids must be declared in advance for exams and approved by the exam administrator. Any unauthorized aids are prohibited and may result in disqualification. While working on an assignment or exam, it is prohibited to obtain additional materials or external assistance unless expressly permitted. Compliance with these regulations ensures that all participants work under fair and equal conditions.

Violation of these regulations can result in serious consequences. Especially in official assessments, the use of unauthorized aids can lead to immediate exclusion from the exam. In repeated or particularly serious cases, a permanent ban from the exam may even be imposed. Compliance with these regulations ensures that all participants work under fair and equal conditions and that the integrity of the assessments is maintained.

This sheet serves the purpose of the exercise and can be submitted officially but under certain conditions. At the same time, it should be considered an unofficial document, as it was processed without administrative supervision.

1. **Correct labeling** - The document must be clearly marked as an exercise sheet.
2. **Completeness and formatting** - It must be in a recognized format (e.g., PDF or printed copy) and contain all required content.
3. **Timely submission** - Submission must be made within the specified deadlines.
4. **Approval by the responsible authority** - Official recognition requires the approval of the relevant examining or administrative unit.
5. **No outside assistance** - The document must have been completed exclusively by the relevant individual without outside assistance.
6. **No guarantee of grade** - Since the sheet was created without administrative oversight, there is no obligation to consider it for official grading.
7. **No liability** - The author assumes no liability for the correctness or completeness of the content.
8. **No official status** - The document is not an official document and does not have the same legal status as an officially issued document.
9. **No guarantee of recognition** - Submission of this document does not guarantee recognition or official consideration by any authority or institution.
10. **No guarantee of confidentiality** - Protection of personal data and confidentiality cannot be guaranteed.
11. **No guarantee of security** - The security of the content and the data contained therein is not guaranteed.
12. **No guarantee of authenticity** - The authenticity of the information or data within the document cannot be confirmed.
13. **No guarantee of integrity** - The authenticity or integrity of the content contained therein cannot be assured.
14. **No guarantee of validity** - The document may contain content whose legal or technical validity cannot be confirmed.
15. **No guarantee of reliability** - The accuracy, completeness, or reliability of the information cannot be guaranteed.

Everything is based on trust and so, have fun.

2.1 EN SH-5 Test.1T1.0V1.0: Number theory –Diophantine equations

140

Estimated time for solving: 1 h 0 min *Nam-Score: 4.3 An Original*

Find all integer solutions to the following Diophantine equation:

142

$$x^2 + y^2 = 2025$$

Explain your solution and determine all possible values for x and y that satisfy this equation. Discuss how to approach this type of equation in general.

144

Category: Shoemei **Difficulty:** Higher Easy **Tags:** Number theory

UUID: 02853973-ca61-44eb-a6f0-109298209174 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-209385763737 on 29.04.2025

146

148 2.2 *EN SH-6 Test.2T1.0V1.0: Combinatorics –arrangements and permutations*

Estimated time for solving: 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 An Original*

150 How many different ways are there to arrange 5 different books on 3 shelves if each shelf must hold at least one book and the shelves do not have infinite capacity? Explain the solution using the principles of inclusion and exclusion.

152 **Category:** Shoemei **Difficulty:** Medium **Tags:** Combinatorics

154 **UUID:** 02853973-ca61-44eb-a6f0-102987519864 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-120987561223 on
29.04.2025

*2.3 EN SH-6 Test.3T1.0V1.0: Geometry –Circle geometry and tangents***Estimated time for solving:** 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 An Original*

Given is a circle with center O and radius $r = 10$. A point P lies outside the circle and is at a distance of $OP = 17$. Determine the length of the tangent from P to the circle and explain the calculation using the Pythagorean theorem. Discuss why the length of the tangent depends only on the difference between the distances between the point and the center and the radius of the circle.

Category: Shoemei **Difficulty:** Medium **Tags:** Geometry

UUID: 02853973-ca61-44eb-a6f0-129857262711 – **GUID:** 12987462-1073-4d3b-9f5c-120987561273 on 29.04.2025

164 3 Lösung

3.1 DE SH-5 Test.1T1.0V1.0: Zahlentheorie –Diophantische Gleichungen

166 **Zeit zur Bearbeitung:** 1 h 0 min *Nam-Score: 4.3 Ein Original*

Finde alle ganzzahligen Lösungen der folgenden Diophantischen Gleichung:

$$x^2 + y^2 = 2025$$

168 Erkläre deinen Lösungsweg und bestimme alle möglichen Werte für x und y , die diese Gleichung erfüllen. Diskutiere, wie man diese Art von Gleichung im Allgemeinen angehen kann.

170 3.1.1 Solution

Kategorie: Shoemei **Schwierigkeitsgrad:** Höheres Einfach **Stichwörter:** Zahlentheorie172 **UUID:** 02853973-ca61-44eb-a6f0-109298209174 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-209385763736 am 29.04.2025

3.2 DE SH-6 Test.2T1.0V1.0: Kombinatorik –Anordnungen und Permutationen

174

Zeit zur Bearbeitung: 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 Ein Original*

Wie viele verschiedene Wege gibt es, 5 verschiedene Bücher auf 3 Regalen anzuordnen, wenn auf jedem Regal mindestens ein Buch platziert werden muss und die Regale keine unendliche Kapazität haben? Erkläre den Lösungsweg unter Verwendung der Prinzipien der Inklusion und Exklusion.

176

178

3.2.1 Solution

Kategorie: Shoemei **Schwierigkeitsgrad:** Mittel **Stichwörter:** Kombinatorik

180

UUID: 02853973-ca61-44eb-a6f0-102987519864 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-120987561273 am 29.04.2025

182

3.3 DE SH-7 Test.3T1.0V1.0: Geometrie – Kreisgeometrie und Tangenten

184 **Zeit zur Bearbeitung:** 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 Ein Original*

186 Gegeben sei ein Kreis mit Mittelpunkt O und Radius $r = 10$. Ein Punkt P liegt außerhalb des Kreises und hat einen Abstand von $OP = 17$. Bestimmen Sie die Länge der Tangente von P an den Kreis und erläutern Sie die Berechnung mithilfe des Satzes des Pythagoras.

188 Erklären Sie, warum die Länge der Tangente nur von der Differenz zwischen den Abständen zwischen Punkt und Mittelpunkt und dem Radius des Kreises abhängt.

190 3.3.1 Solution

Kategorie: Shoemei **Schwierigkeitsgrad:** Mittel **Stichwörter:** Geometrie

192 **UUID:** 02853973-ca61-44eb-a6f0-129857262711 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-198257198275 am 29.04.2025

4 Solution

194

4.1 EN SH-5 Test.1T1.0V1.0: Number theory –Diophantine equations

Estimated time for solving: 1 h 0 min *Nam-Score: 4.3 An Original*

196

Find all integer solutions to the following Diophantine equation:

$$x^2 + y^2 = 2025$$

Explain your solution and determine all possible values for x and y that satisfy this equation. Discuss how to approach this type of equation in general.

198

4.1.1 Solution

200

Category: Shoemei **Difficulty:** Higher Easy **Tags:** Number theory**UUID:** 02853973-ca61-44eb-a6f0-109298209174 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-209385763737 on 29.04.2025 202

204 4.2 EN SH-6 Test.2T1.0V1.0: Combinatorics –arrangements and permutations

Estimated time for solving: 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 An Original*

206 How many different ways are there to arrange 5 different books on 3 shelves if each shelf must hold at least one book and the shelves do not have infinite capacity? Explain the solution using the principles of inclusion and exclusion.

208 4.2.1 Solution

Category: Shoemei **Difficulty:** Medium **Tags:** Combinatorics

210 **UUID:** 02853973-ca61-44eb-a6f0-102987519864 – **GUID:** 2c0a8372-1073-4d3b-9f5c-120987561223 on
29.04.2025

4.3 EN SH-6 Test.3T1.0V1.0: Geometry –Circle geometry and tangents

212

Estimated time for solving: 1 h 0 min *Nam-Score: 3.1 An Original*

Given is a circle with center O and radius $r = 10$. A point P lies outside the circle and is at a distance of $OP = 17$. Determine the length of the tangent from P to the circle and explain the calculation using the Pythagorean theorem. Discuss why the length of the tangent depends only on the difference between the distances between the point and the center and the radius of the circle.

214

216

4.3.1 Solution

218

Category: Shoemei **Difficulty:** Medium **Tags:** Geometry

UUID: 02853973-ca61-44eb-a6f0-129857262711 – **GUID:** 12987462-1073-4d3b-9f5c-120987561273 on 29.04.2025

220