Exercícios Propostos[1]

⚠ *Soma de Riemann*

1. Calcule a soma de Riemann para $f(x) = 3 - x/2$ no intervalo $2 \leq x \leq 14$, com seis subintervalos, tomando os pontos amostrais como as *extremidades esquerdas*. Represente o resultado graficamente.

2. Se $f(x) = x^2 - 2x$, $0 \leq x \leq 3$, calcule a soma de Riemann com $n = 6$ tomando como pontos amostrais as *extremidades direitas*. Represente o resultado graficamente.

3. A velocidade de uma corredora aumenta regularmente durante os três primeiros segundos de uma corrida. Sua velocidade em intervalos de meio segundo é dada em uma tabela. Encontre as estimativas *superior* e *inferior* para a distância que ela percorreu durante esses três segundos.

t (s)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
v (m/s)	0	1,9	3,3	4,5	5,5	5,9	6,2

4. Expresse o limite como uma integral definida (não resolva a integral).

(a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} c_i \ln(1 + c_i^2)\Delta x$, onde $\Delta x = \dfrac{4}{n}$ e $c_i = 2 + i\Delta x$

(b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{\cos x_i}{x_i}\Delta x$, no intervalo $[\pi, 2\pi]$, onde x_i são pontos amostrais.

(c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^*}{(x_i^*)^2 + 4}\Delta x$, no intervalo $[1, 3]$, onde x_i^* são pontos amostrais.

5. Use a definição de integral baseada no limite da soma de Riemann, tomando os pontos amostrais como as *extremidades direitas*, para calcular as integrais definidas a seguir.

(a) $\displaystyle\int_0^2 (2x + 1)dx$ (b) $\displaystyle\int_{-1}^2 (3x^2 - 2x + 1)dx$ (c) $\displaystyle\int_0^1 (3x - x^3)dx$

6. Use o limite da soma de Riemann para obter fórmulas para as integrais definidas abaixo, onde $a < b$.

(a) $\displaystyle\int_a^b c\, dx$ (b) $\displaystyle\int_a^b x\, dx$ (c) $\displaystyle\int_a^b x^2 dx$ (d) $\displaystyle\int_a^b x^3 dx$

⚠ *Propriedades das integrais*

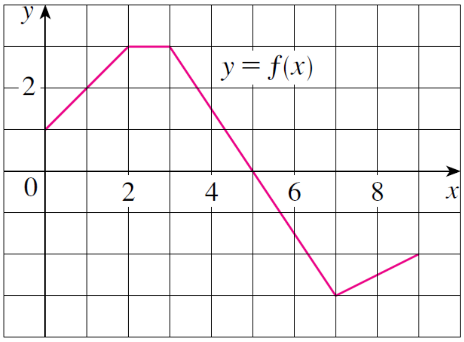
7. Suponha f e g funções integráveis e $\displaystyle\int_1^2 f(x)dx = -3$, $\displaystyle\int_1^5 f(x)dx = 7$ e $\displaystyle\int_1^5 g(x)dx = 6$. Calcule o valor numérico das integrais abaixo.

[1] Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 21/03/2024 até 14:00 horas**

(a) $\displaystyle\int_2^2 g(x)dx$ (c) $\displaystyle\int_1^2 3f(x)dx$ (e) $\displaystyle\int_1^5 [f(x) - g(x)]\, dx$

(b) $\displaystyle\int_5^1 g(x)dx$ (d) $\displaystyle\int_2^5 f(x)dx$ (f) $\displaystyle\int_1^5 [4f(x) - g(x)]\, dx$

8. É dado o gráfico de f. Calcule cada integral interpretando-a em termos das áreas.



(a) $\displaystyle\int_0^2 f(x)dx$ (c) $\displaystyle\int_0^5 f(x)dx$ (e) $\displaystyle\int_2^7 f(x)dx$

(b) $\displaystyle\int_5^7 f(x)dx$ (d) $\displaystyle\int_0^9 f(x)dx$ (f) $\displaystyle\int_3^7 f(x)dx$

⚠ *Primitivação*

9. Encontre a função primitiva $F(x)$ mais geral da função $f(x)$. Verifique sua resposta diferenciando o resultado, isto é, $F'(x) = f(x)$.

(a) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

(b) $f(x) = x^{-3} + x^{11} + 13$

(c) $f(x) = 5x^{-1/4} - 7x^{3/4}$

(d) $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 2x$

(e) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{2} + \dfrac{5}{\sqrt[5]{x}}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{7} - \dfrac{1}{x^{5/4}}$

(g) $f(x) = \operatorname{sen} 2x - 2\cos x$

(h) $f(x) = x^{-3}(x+1)$

(i) $f(x) = 3e^{3x} + 7\sec^2 x$

(j) $f(x) = \dfrac{2}{5}\sec x \tan x$

10. Encontre uma função primitiva $F(x)$ da função $f(x)$ dada que satisfaça a condição inicial.

(a) $f(x) = 2\operatorname{sen} x + \cos x - \dfrac{1}{2}x^2$, onde $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(b) $f(x) = x^{2/3} + x$, onde $F(1) = \dfrac{1}{2}$

(c) $f(x) = \sec x \tan x + \cos x$, onde $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 2$

(d) $f(x) = x\sqrt[3]{x} + e^x$, onde $F(0) = 2$

(e) $f(x) = 2\operatorname{cossec}^2 x - \sec^2 x + \cos x$, onde $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 2$