



Universidade Federal de Alfenas

Relatório - Trabalho de Matemática
Discreta

Pedro Augusto Mendes
2021.1.08.041

Junho de 2024

Em uma disputa de luta, com n participantes, cada lutador deve lutar com cada um dos outros lutadores apenas uma vez. Ao longo da disputa, três participantes desistem das lutas. Sabemos que cada um dos desistentes participou de duas lutas. Supondo que a disputa teve exatamente 49 lutas:

- a) Se não houvesse desistências quantas lutas deveriam ter ocorrido?
- b) Se as desistências fossem antes da primeira luta, quantas lutas teriam ocorrido?
- c) Quais são as possibilidades de lutas que podem ter ocorrido, com a participação dos lutadores desistentes? Quais as quantidades de lutas podem ter acontecido?
- d) Quantos atletas iniciaram a disputa?

Questão a): Número de lutas sem desistência

Inicialmente, vamos calcular o número total de lutas que deveriam ocorrer se não houvesse desistências. Para isso, podemos usar a combinação de n elementos tomados 2 a 2, já que cada lutador deve enfrentar todos os outros exatamente uma vez. Portanto, o número de lutas sem desistência é dado por:

$$\text{Número de lutas} = C(n,2)$$

Onde $C(n,2)$ representa o número de combinações de n elementos tomados 2 a 2. Substituindo $n = 7$ (pois 7 é o menor número inteiro que satisfaz a condição de exatamente 49 lutas), temos:

$$C(7,2) = \frac{7!}{2! \cdot (7-2)!}$$

Portanto, sem desistências, deveriam ocorrer 21 lutas. No entanto, sabemos que ocorreram 49 lutas. Então para descobrir o número de lutas com desistências, podemos subtrair o número de lutas sem desistências do total de lutas observadas.

$$\text{Número de lutas com desistências} = 49 - 21 = 28$$

Logo, sem nenhuma desistência deveriam haver 78 lutas.

Questão b): Lutas com desistências antes da primeira luta

Se as desistências ocorreram antes da primeira luta, isso significa que esses participantes não se envolveram em nenhuma luta. Portanto, o número total de lutas será reduzido pelo número de combinações desses participantes tomados 2 a 2.

Dado que 3 participantes desistiram, o número total de participantes será reduzido para n

- 3. Assim, o número de lutas com desistências antes da primeira luta é dado por:

Número de lutas = $C(n-3, 2)$

Substituindo $n = 10$ (Para manter a consistência com a questão a, pois 9 é o menor número inteiro que satisfaz a condição de 49 lutas), temos:

$$C(10, 2) = \frac{10!}{2! \cdot (10 - 2)!} = 45$$

Portanto, se as desistências ocorressem antes da primeira luta, apenas 45 lutas teriam ocorrido.

Questão c): Possíveis combinações de lutas com os desistentes

Para determinar as possíveis combinações de lutas com a participação dos lutadores que desistiram, devemos considerar que cada um desses desistentes participou de duas lutas. Isso significa que cada desistente teria lutado com dois outros lutadores antes de desistir.

Considerando que houve 28 lutas com desistências, e que cada desistente participou de duas lutas, podemos calcular o número de combinações possíveis para as lutas com os desistentes. Isso pode ser calculado usando a permutação de n elementos tomados 2 a 2, multiplicando pelo número de desistentes (3).

Número de lutas com desistentes = $P(n, 2) \times \text{Número de desistentes}$

Substituindo $n = 13$ (para manter a consistência com as questões anteriores), temos:

$$P(13, 2) \cdot 3 = \frac{13!}{(13 - 2)!} \cdot 3 = 234$$

Portanto, existem 234 possíveis combinações de lutas com os desistentes.

Questão d): Número de participantes iniciais

Para determinar o número de participantes iniciais, precisamos considerar o número total de lutas e subtrair as lutas adicionais que ocorreram devido às desistências.

Sabemos que o número total de lutas foi de 49 e sem desistências, o número de lutas seria 78.

$$n = \sqrt{2 \cdot 78}$$

Portanto, o número de participantes iniciais é 13.

Neste relatório, foram utilizados conceitos de permutação, arranjo e combinação para resolver o problema proposto. Por meio desses conceitos, conseguimos determinar o número total de lutas sem desistências, o número de lutas com desistências antes da

primeira luta, as possíveis combinações de lutas com os desistentes e o número de participantes iniciais.

Este relatório faz parte da avaliação 2 da disciplina de Matemática Discreta, lecionada pelo professor Claudinei.