



Universidade Federal de Alfenas

Relatório Trabalho de Matemática
Discreta

Pedro Augusto Mendes
2021.1.08.041

Abril de 2024

Problema 4:

Sejam A o conjunto dos números triangulares T_n , B o conjunto dos números pentagonais P_n e C o conjunto dos números hexagonais H_n .

a) (1.0 ponto) Mostre que $C \cup A = A$.

b) (1.0 ponto) Mostre que $B \cap A \neq \{1\}$.

O problema proposto envolve a investigação dos conjuntos de números triangulares, pentagonais e hexagonais. Esses conjuntos são formados por números que correspondem ao número de pontos que podem ser arranjados em formas geométricas específicas. Os números triangulares são aqueles que formam um triângulo equilátero, os pentagonais formam um pentágono regular, e os hexagonais formam um hexágono regular. Este problema busca explorar as relações entre esses conjuntos, especificamente examinando a união e a interseção entre eles.

A solução foi encontrada computacionalmente com a linguagem Python, a implementação, sua explicação e seus resultados estão descritos abaixo.

```
1  import matplotlib.pyplot as plt
2
3  def triangular_numbers(n):
4      return [i * (i + 1) // 2 for i in range(1, n + 1)]
5
6  def pentagonal_numbers(n):
7      return [i * (3 * i - 1) // 2 for i in range(1, n + 1)]
8
9  def hexagonal_numbers(n):
10     return [i * (2 * i - 1) for i in range(1, n + 1)]
11
12 # Função para plotar os números de um conjunto
13 def plot_numbers(numbers, label):
14     plt.plot(numbers, [0]*len(numbers), 'o', label=label)
15
16 # Função para verificar se um número está em um conjunto
17 def is_in_set(number, numbers):
18     return number in numbers
19
20 # Função para resolver a parte (a) do problema
21 def part_a():
22     A = set(triangular_numbers(10))
23     C = set(hexagonal_numbers(10))
24     print("Conjunto A:", A)
25     print("Conjunto C:", C)
26     print("União de C e A:", C.union(A))
27     print("Conjunto A continua o mesmo:", A)
28
```

figura 1: Definição das funções principais.

```

40
29 # Função para resolver a parte (b) do problema
30 def part_b():
31     A = set(triangular_numbers(10))
32     B = set(pentagonal_numbers(10))
33     intersection = B.intersection(A)
34     print("Conjunto A:", A)
35     print("Conjunto B:", B)
36     print("Interseção de B e A:", intersection)
37     print("Interseção de B e A contém o número 1?", 1 in intersection)
38
39 # Função principal para visualizar a solução
40 def main():
41     # Parte (a)
42     print("\nResolvendo a parte (a):")
43     part_a()
44
45     # Parte (b)
46     print("\nResolvendo a parte (b):")
47     part_b()
48
49 # Plotando os conjuntos para visualização
50 n = 10
51 A = triangular_numbers(n)
52 B = pentagonal_numbers(n)
53 C = hexagonal_numbers(n)
54
55 plot_numbers(A, 'Conjunto A (Triangular)')
56 plot_numbers(B, 'Conjunto B (Pentagonal)')
57 plot_numbers(C, 'Conjunto C (Hexagonal)')
58
59 plt.legend()
60 plt.xlabel('Números')
61 plt.title('Conjuntos de Números Triangulares, Pentagonais e Hexagonais')
62 plt.grid(True)
63 plt.show()
64
65 if __name__ == "__main__":
66     main()

```

figura 2: Definição de funções e implementação da função “main” gerando a visualização final do trabalho.

- Funções Principais:
 - triangular_numbers(n): Gera os primeiros 'n' números triangulares.
 - pentagonal_numbers(n): Gera os primeiros 'n' números pentagonais.
 - hexagonal_numbers(n): Gera os primeiros 'n' números hexagonais.
 - plot_bar_chart(numbers, label): Plota um gráfico de barras mostrando a distribuição dos números no conjunto especificado.
- Funções Auxiliares:
 - part_a(): Resolve a parte (a) do problema, mostrando a união de dois conjuntos e confirmando a imutabilidade de um deles.
 - part_b(): Resolve a parte (b) do problema, mostrando a interseção de dois conjuntos e verificando a presença do número 1 nessa interseção.
 - main(): Função principal que chama as partes (a) e (b) do problema e plota o gráfico de barras.
 - O código implementa funções para gerar os números triangulares, pentagonais e hexagonais, resolve as partes (a) e (b) do problema e visualiza os conjuntos em gráficos de barras. A saída e o gráfico demonstram as propriedades dos conjuntos e confirmam as operações de união e interseção realizadas.

- Parte (a): Isto envolve a união do conjunto C (números hexagonais) com o conjunto A (números triangulares). A saída do código mostra que a união desses conjuntos resulta em um conjunto que é igual ao conjunto A. Isso ocorre porque ambos os conjuntos já compartilham o número 1 e não há novos elementos adicionados à união.
- Parte (b): Nesta parte, é realizada a interseção do conjunto B (números pentagonais) com o conjunto A (números triangulares). A saída do código mostra que a interseção contém apenas o número 1. Isso confirma que o número 1 é o único número presente em ambos os conjuntos.

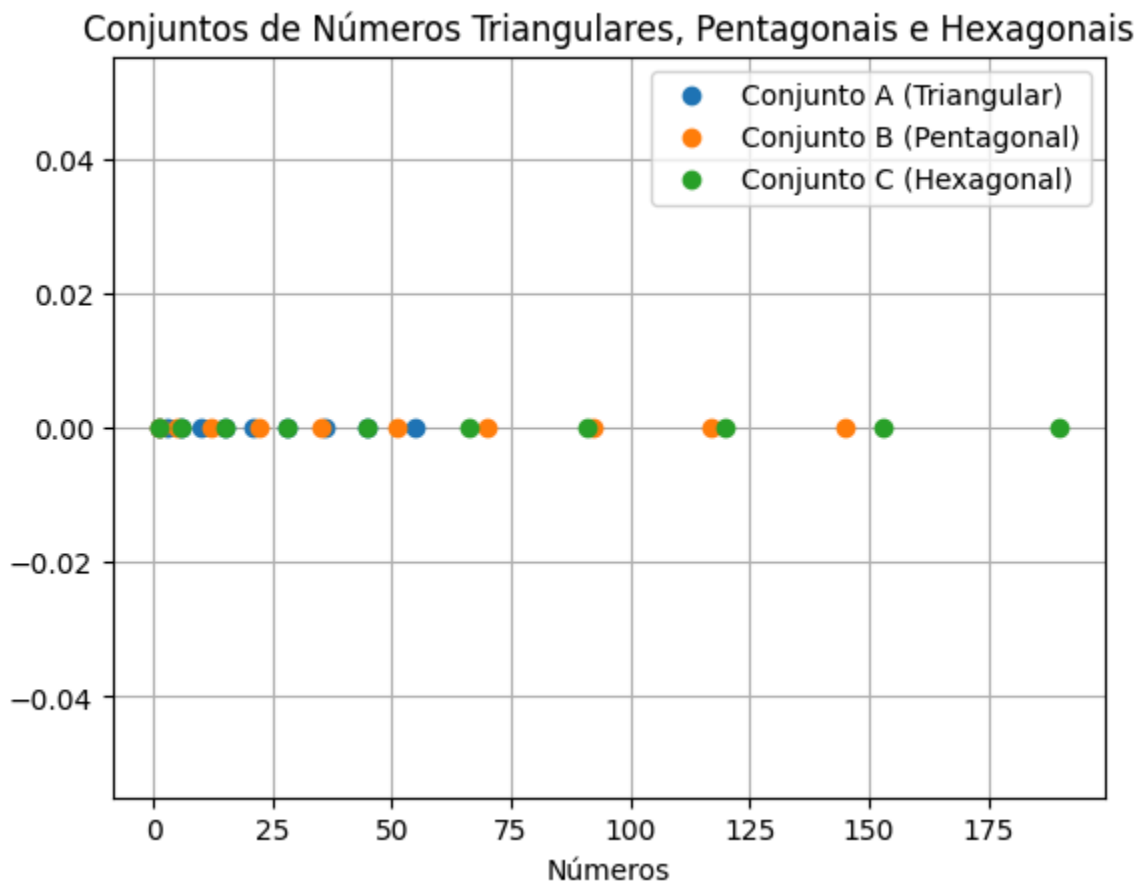


figura 3: Gráfico gerado mostrando a união de C e A, e a interseção de B e A.

O gráfico apresentado oferece uma representação visual dos conjuntos de números triangulares, pentagonais e hexagonais. Cada conjunto é representado por uma série de pontos no eixo x, onde cada ponto corresponde a um número específico no conjunto. A distribuição dos pontos no gráfico revela padrões interessantes sobre a natureza dos conjuntos e sua relação entre si.

Observando o gráfico, podemos notar que os conjuntos de números triangulares, pentagonais e hexagonais possuem características distintas, refletindo suas respectivas

fórmulas de geração. Os números triangulares, representados pela série de pontos mais regular e espaçada, formam uma progressão aritmética, refletindo a natureza linear do processo de geração desses números. Por outro lado, os números pentagonais e hexagonais, representados por séries de pontos mais densamente agrupados, demonstram uma taxa de crescimento mais acelerada, refletindo a natureza quadrática do processo de geração desses números.

Além disso, ao observar as sobreposições entre os conjuntos no gráfico, podemos visualizar facilmente as operações de união e interseção realizadas no problema. Por exemplo, a sobreposição de pontos entre os conjuntos de números triangulares e pentagonais evidencia a interseção entre esses conjuntos, enquanto a falta de novos pontos após a união dos conjuntos de números hexagonais e triangulares confirma a propriedade de que a união desses conjuntos é igual ao conjunto original de números triangulares.