Definições e busca binária

Prof. Marcelo de Souza

45RPE – Resolução de Problemas com Estruturas de Dados Universidade do Estado de Santa Catarina



# Material de apoio



### Leitura principal:

► Capítulo 5 de Goodrich et al. (2014)¹ – Recursão.

#### Leitura complementar:

- ► Capítulo 5 de Ziviani (2010)² Pesquisa em memória binária.
- ► Capítulo 13 de Pereira (2008)³ Ordenação e busca.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Michael T Goodrich et al. (2014). Data structures and algorithms in Java. 6<sup>a</sup> ed. John Wiley & Sons.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Nivio Ziviani (2010). Projeto de Algoritmos com Implementa'ções em Java e C++. Cengage Learning.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Silvio do Lago Pereira (2008). Estruturas de Dados Fundamentais: Conceitos e Aplicações.



Conceitos básicos

Buscar um elemento consiste em verificar se ele está armazenado em uma estrutura de dados.



#### Conceitos básicos

Buscar um elemento consiste em verificar se ele está armazenado em uma estrutura de dados.

#### O retorno pode ser:

- 1. o próprio elemento;
- 2. a posição onde ele se encontra (-1, caso não seja encontrado); ou
- 3. um valor lógico indicando o sucesso ou a falha da busca.



#### Conceitos básicos

Buscar um elemento consiste em verificar se ele está armazenado em uma estrutura de dados.

#### O retorno pode ser:

- 1. o próprio elemento;
- 2. a posição onde ele se encontra (-1, caso não seja encontrado); ou
- 3. um valor lógico indicando o sucesso ou a falha da busca.

### Estratégias:

- ▶ Busca sequencial (ou linear)  $\mathcal{O}(\mathfrak{n})$ .
- ▶ Busca binária O(log n).





É a forma mais simples de busca: percorre a estrutura até encontrar o elemento.

ightharpoonup Logo, sua complexidade assintótica é  $\mathcal{O}(\mathfrak{n})$  no pior caso.



É a forma mais simples de busca: percorre a estrutura até encontrar o elemento.

▶ Logo, sua complexidade assintótica é  $\mathcal{O}(n)$  no pior caso.

### Uma busca sequencial **simples** em um *array* de inteiros:

```
public int indexOf(int[] array, int value) {
  for(int i = 0; i < array.length; i++)
    if(array[i] == value)
    return i;
  return -1;
  }
}</pre>
```



#### Uma busca sequencial **genérica** em um array:

```
public <E> int indexOf(E[] array, E value) {
   for(int i = 0; i < array.length; i++)
   if(array[i].equals(value))
     return i;
   return -1;
}</pre>
```



### Uma busca sequencial **genérica** em um array:

```
public <E> int indexOf(E[] array, E value) {
  for(int i = 0; i < array.length; i++)
   if(array[i].equals(value))
    return i;
  return -1;
}</pre>
```

- O *array* armazena elementos do tipo genérico E.
- ▶ A assinatura do método define o uso desse tipo genérico: public <E> int (linha 1).



#### Uma busca sequencial **genérica** em um array:

```
public <E> int indexOf(E[] array, E value) {
   for(int i = 0; i < array.length; i++)
   if(array[i].equals(value))
     return i;
   return -1;
   }</pre>
```

- O array armazena elementos do tipo genérico E.
- A assinatura do método define o uso desse tipo genérico: public <E> int (linha 1).
- ▶ O método equals é usado para comparação (linha 3). Por padrão, ele verifica se os elementos são o mesmo objeto, i.e. se apontam para o mesmo endereço de memória.
- Mas, e se quisermos comparar objetos de outra maneira?
  - e.g., checar a igualdade dos valores dos seus atributos.

# Comparação de igualdade de objetos



Para definir outra estratégia de comparação, a classe deve sobrescrever o método equals:

```
public class Point {
     private double x;
     private double y;
     //...
      @Override
      public boolean equals(Object obj) {
       if (this == obj) return true;
        if (obj == null) return false:
        if (getClass() != obj.getClass()) return false;
10
        Point o = (Point) obj;
11
        return this.x == o.getX() && this.v == o.getY();
12
13
14
```



Uma busca sequencial **genérica** em uma lista encadeada, implementada na DoublyLinkedList:

```
public int indexOf(E e) {
     if(isEmpty()) return -1;
     int count = -1;
     Node<E> walk = header.getNext();
     while(walk != trailer) {
       count++;
       if(walk.getElement().equals(e))
         return count:
        walk = walk.getNext();
10
     return -1;
11
12
```



Uma busca sequencial **genérica** em uma lista encadeada, implementada na DoublyLinkedList:

```
public int indexOf(E e) {
      if(isEmpty()) return -1;
     int count = -1;
     Node<E> walk = header.getNext();
      while(walk != trailer) {
        count++:
        if(walk.getElement().equals(e))
         return count:
        walk = walk.getNext();
10
     return -1;
11
12
```

- A lista encadeada precisa ser percorrida (linhas 4 a 10), verificando se o elemento do nodo atual é igual ao buscado (linha 7).
- ▶ A variável count computa a posição do nodo atual; seu valor é retornado quando o elemento é encontrado (linha 8).



A busca binária é uma técnica mais eficiente de busca em um array ordenado.

ightharpoonup Sua complexidade assintótica é  $\mathcal{O}(\log n)$  no pior caso.



A busca binária é uma técnica mais eficiente de busca em um array ordenado.

▶ Sua complexidade assintótica é  $\mathcal{O}(\log n)$  no pior caso.

#### Pré-condições:

- Os elementos devem estar ordenados para o algoritmo funcionar.
- A estrutura deve permitir acesso aleatório (arranjos) para garantir a eficiência.



A busca binária é uma técnica mais eficiente de busca em um array ordenado.

▶ Sua complexidade assintótica é  $\mathcal{O}(\log n)$  no pior caso.

### Pré-condições:

- Os elementos devem estar ordenados para o algoritmo funcionar.
- A estrutura deve permitir acesso aleatório (arranjos) para garantir a eficiência.

#### **Funcionamento:**

- 1. Avalia o elemento central da lista.
- 2. Caso seja o elemento buscado, sucesso.
- 3. Caso contrário, avalia em qual sub-lista o elemento pode estar.
- 4. Repete a busca com a sub-lista correspondente.

Exemplo de funcionamento

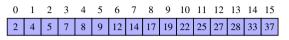
Busca binária do elemento 22 no array:

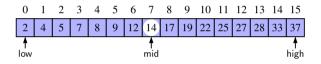
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 2 4 5 7 8 9 12 14 17 19 22 25 27 28 33 37



Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

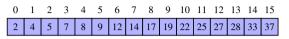


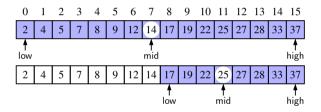




Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

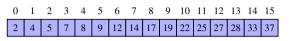


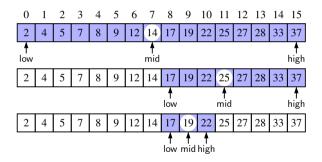




Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

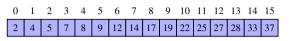


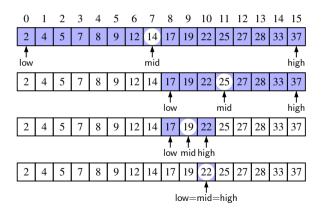




Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:



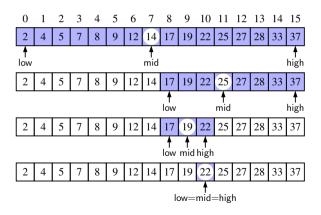




#### Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:





#### Conclusões:

- ► Encontra o elemento em 4 avaliações: (14, 25, 19, 22).
- Note que  $4 = \log_2 16$  (pior caso).
- ▶ Ao buscar o elemento 23, o algoritmo identifica sua inexistência quando high < low.



#### Uma busca binária simples em um array de inteiros:

```
public static int indexOf(int[] array, int value) {
      int low = 0;
      int high = array.length - 1;
      int mid;
      do {
        mid = (low + high) / 2;
        if(array[mid] < value)</pre>
         low = mid + 1:
        else
10
          high = mid - 1;
11
      } while(array[mid] != value && low <= high);</pre>
12
13
      if(array[mid] == value)
14
        return mid;
15
      else
16
17
        return -1;
18 }
```



Comparação (detalhada) de objetos

Que tal uma busca binária genérica? Neste caso:

- ▶ Não basta verificar se dois objetos são iguais;
- Precisamos saber qual deles é menor/maior.



#### Comparação (detalhada) de objetos

Que tal uma busca binária genérica? Neste caso:

- Não basta verificar se dois objetos são iguais;
- Precisamos saber qual deles é menor/maior.

#### Para isso, devemos:

- 1. Implementar a interface Comparable;
- 2. Implementar o método compareTo.

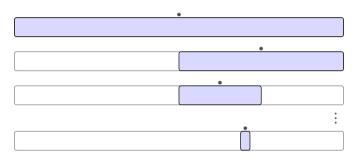
```
public class Point implements Comparable<Point> {
    //...
    @Override
    public int compareTo(Point o) {
        if(this.x == o.getX()) return ((int) this.y - (int) o.getY());
        return ((int) this.x - (int) o.getX());
    }
}
```



#### Uma busca binária **genérica** em um *array*:

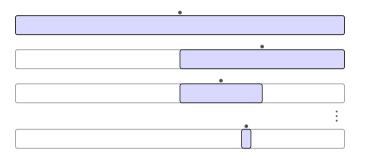
```
public static <E extends Comparable<? super E>> int indexOf(E[] array, E value) {
      int low = 0;
      int high = array.length - 1;
      int mid;
      do {
        mid = (low + high) / 2;
        if(array[mid].compareTo(value) < 0)</pre>
          low = mid + 1;
        else
10
          high = mid - 1;
11
      } while(array[mid].compareTo(value) != 0 && low <= high);
12
13
      if(array[mid].compareTo(value) == 0)
14
        return mid;
15
      else
16
17
        return -1;
18 }
```

Análise de complexidade





#### Análise de complexidade



#### Tamanho da entrada

$$\begin{array}{cccc}
n & \therefore & n/2^{0} \\
n/2 & \therefore & n/2^{1} \\
n/4 & \therefore & n/2^{2} \\
\vdots & & \vdots \\
n/n & \therefore & n/2^{i}
\end{array}$$

#### Análise de complexidade



#### Tamanho da entrada

- $n/2 : n/2^1$
- $n/4 : n/2^2$

- O algoritmo executa i + 1 iterações no pior caso.
- $\triangleright$  O valor de i é tal que  $2^{i} = n$ .
- Logo, temos  $i = (\log_2 n) + 1$  iterações no pior caso.
- A complexidade da busca binária no pior caso é logarítmica, i.e.  $\mathcal{O}(\log n)$ .

### Recursos adicionais



Veja o funcionamento das buscas sequencial e binária usando recursos de visualização:

https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Search.html.

Veja a documentação do Java sobre os métodos binarySearch da classe Arrays:

https://docs.oracle.com/en/java/javase/24/docs/api/java.base/java/util/Arrays.html.

Veja a documentação do Java sobre os métodos indexOf da classe LinkedList:

https://docs.oracle.com/en/java/javase/24/docs/api/java.base/java/util/LinkedList.html.

