Buscas em estruturas lineares

Definições e busca binária

Prof. Marcelo de Souza

45RPE – Resolução de Problemas com Estruturas de Dados
Universidade do Estado de Santa Catarina

UDESC

Material de apoio

Leitura principal:

- Capítulo 5 de Goodrich et al. (2014)[1] – Recursão.

Leitura complementar:

- Capítulo 5 de Ziviani (2010)[2] – Pesquisa em memória binária.
- Capítulo 13 de Pereira (2008)[3] – Ordenação e busca.

[1] Michael T Goodrich et al. (2014). *Data structures and algorithms in Java*. 6ª ed. John Wiley & Sons.
[2] Nivio Ziviani (2010). *Projeto de Algoritmos com Implementa'ções em Java e C++*. Cengage Learning.
[3] Silvio do Lago Pereira (2008). *Estruturas de Dados Fundamentais: Conceitos e Aplicações*.

Buscas em estruturas lineares

Conceitos básicos

Buscar um elemento consiste em verificar se ele está armazenado em uma estrutura de dados.

Buscas em estruturas lineares

Conceitos básicos

Buscar um elemento consiste em verificar se ele está armazenado em uma estrutura de dados.

O retorno pode ser:

1. o próprio elemento;
2. a posição onde ele se encontra (-1, caso não seja encontrado); ou
3. um valor lógico indicando o sucesso ou a falha da busca.

Buscas em estruturas lineares

Conceitos básicos

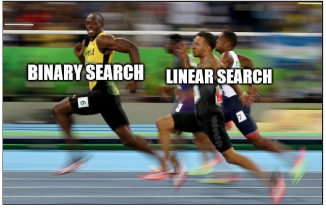
Buscar um elemento consiste em verificar se ele está armazenado em uma estrutura de dados.

O retorno pode ser:

1. o próprio elemento;
2. a posição onde ele se encontra (-1, caso não seja encontrado); ou
3. um valor lógico indicando o sucesso ou a falha da busca.

Estratégias:

- Busca sequencial (ou linear) – $\mathcal{O}(n)$.
- Busca binária – $\mathcal{O}(\log n)$.



Busca sequencial

É a forma mais simples de busca: percorre a estrutura até encontrar o elemento.

- Logo, sua complexidade assintótica é $\mathcal{O}(n)$ no pior caso.

Busca sequencial

É a forma mais simples de busca: percorre a estrutura até encontrar o elemento.

- Logo, sua complexidade assintótica é $\mathcal{O}(n)$ no pior caso.

Uma busca sequencial **simples** em um *array* de inteiros:

```
1 public int indexOf(int[] array, int value) {
2   for(int i = 0; i < array.length; i++)
3     if(array[i] == value)
4       return i;
5   return -1;
6 }
```

Busca sequencial

Uma busca sequencial **genérica** em um *array*:

```
1 public <E> int indexOf(E[] array, E value) {
2   for(int i = 0; i < array.length; i++)
3     if(array[i].equals(value))
4       return i;
5   return -1;
6 }
```

Busca sequencial

Uma busca sequencial **genérica** em um *array*:

```
1 public <E> int indexOf(E[] array, E value) {
2   for(int i = 0; i < array.length; i++)
3     if(array[i].equals(value))
4       return i;
5   return -1;
6 }
```

- O *array* armazena elementos do tipo genérico `E`.
- A assinatura do método define o uso desse tipo genérico: `public <E> int` (linha 1).

Busca sequencial

Uma busca sequencial **genérica** em um *array*:

```
1 public <E> int indexOf(E[] array, E value) {
2   for(int i = 0; i < array.length; i++)
3     if(array[i].equals(value))
4       return i;
5   return -1;
6 }
```

- O *array* armazena elementos do tipo genérico `E`.
- A assinatura do método define o uso desse tipo genérico: `public <E> int` (linha 1).
- O método `equals` é usado para comparação (linha 3). Por padrão, ele verifica se os elementos são o mesmo objeto, i.e. se apontam para o mesmo endereço de memória.
- Mas, e **se quisermos comparar objetos de outra maneira**?
  - e.g., checar a igualdade dos valores dos seus atributos.

Comparação de igualdade de objetos

Para definir outra estratégia de comparação, a classe deve sobrescrever o método `equals`:

```java
public class Point {
  private double x;
  private double y;
  //...

  @Override
  public boolean equals(Object obj) {
    if (this == obj) return true;
    if (obj == null) return false;
    if (getClass() != obj.getClass()) return false;
    Point o = (Point) obj;
    return this.x == o.getX() && this.y == o.getY();
  }
}
```

Busca sequencial

Uma busca sequencial **genérica** em uma lista encadeada, implementada na `DoublyLinkedList`:

```
1  public int indexOf(E e) {
2    if(isEmpty()) return -1;
3    int count = -1;
4    Node<E> walk = header.getNext();
5    while(walk != trailer) {
6      count++;
7      if(walk.getElement().equals(e))
8        return count;
9      walk = walk.getNext();
10   }
11   return -1;
12 }
```

Busca sequencial

Uma busca sequencial **genérica** em uma lista encadeada, implementada na `DoublyLinkedList`:

```
1  public int indexOf(E e) {
2    if(isEmpty()) return -1;
3    int count = -1;
4    Node<E> walk = header.getNext();
5    while(walk != trailer) {
6      count++;
7      if(walk.getElement().equals(e))
8        return count;
9      walk = walk.getNext();
10   }
11   return -1;
12 }
```

- A lista encadeada precisa ser percorrida (linhas 4 a 10), verificando se o elemento do nodo atual é igual ao buscado (linha 7).
- A variável `count` computa a posição do nodo atual; seu valor é retornado quando o elemento é encontrado (linha 8).

Busca binária

A **busca binária** é uma técnica mais eficiente de busca em um **array ordenado**.

- Sua complexidade assintótica é $\mathcal{O}(\log n)$ no pior caso.

Busca binária

A **busca binária** é uma técnica mais eficiente de busca em um **array ordenado**.

- Sua complexidade assintótica é $\mathcal{O}(\log n)$ no pior caso.

Pré-condições:

- Os elementos devem estar **ordenados para o algoritmo funcionar**.
- A estrutura deve permitir **acesso aleatório** (arranjos) **para garantir a eficiência**.

Busca binária

A **busca binária** é uma técnica mais eficiente de busca em um **array ordenado**.

- Sua complexidade assintótica é $\mathcal{O}(\log n)$ no pior caso.

Pré-condições:

- Os elementos devem estar **ordenados para o algoritmo funcionar**.
- A estrutura deve permitir **acesso aleatório** (arranjos) **para garantir a eficiência**.

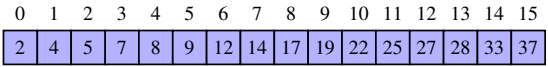
Funcionamento:

1. Avalia o elemento central da lista.
2. Caso seja o elemento buscado, sucesso.
3. Caso contrário, avalia em qual sub-lista o elemento pode estar.
4. Repete a busca com a sub-lista correspondente.

Busca binária

Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

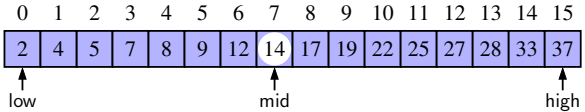


Busca binária

Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	5	7	8	9	12	14	17	19	22	25	27	28	33	37

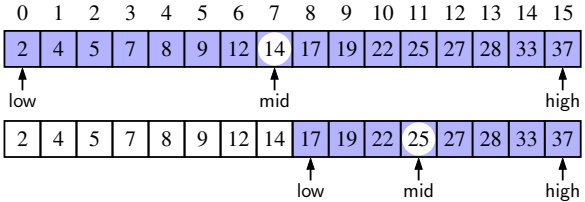


Busca binária

Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	5	7	8	9	12	14	17	19	22	25	27	28	33	37

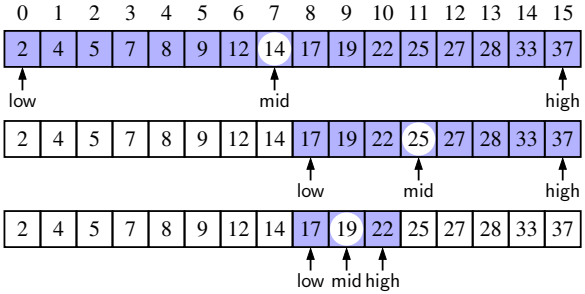


Busca binária

Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	5	7	8	9	12	14	17	19	22	25	27	28	33	37

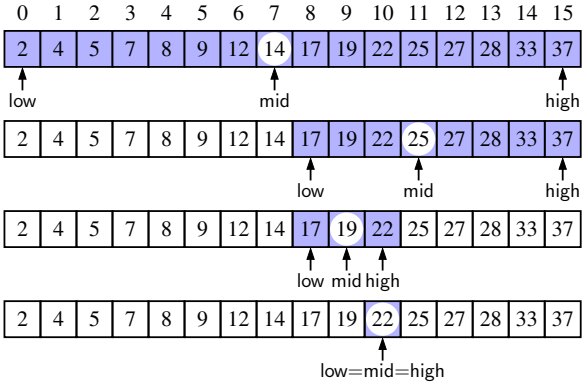


Busca binária

Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	5	7	8	9	12	14	17	19	22	25	27	28	33	37

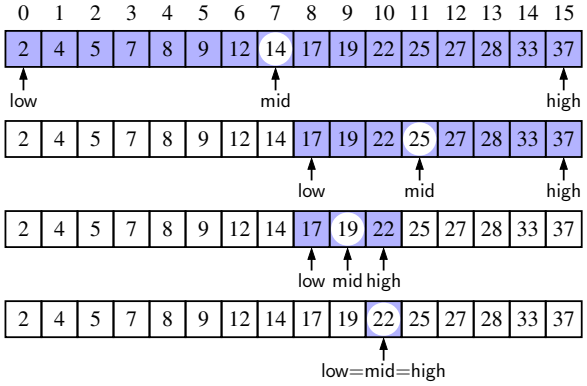


Busca binária

Exemplo de funcionamento

Busca binária do elemento 22 no array:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	5	7	8	9	12	14	17	19	22	25	27	28	33	37



Conclusões:

- Encontra o elemento em 4 avaliações: (14, 25, 19, 22).
- Note que $4 = \log_2 16$ (pior caso).
- Ao buscar o elemento 23, o algoritmo identifica sua inexistência quando `high < low`.

Busca binária

Uma busca binária **simples** em um *array* de inteiros:

```
1  public static int indexOf(int[] array, int value) {
2    int low = 0;
3    int high = array.length - 1;
4    int mid;
5
6    do {
7      mid = (low + high) / 2;
8      if(array[mid] < value)
9        low = mid + 1;
10     else
11       high = mid - 1;
12   } while(array[mid] != value && low <= high);
13
14   if(array[mid] == value)
15     return mid;
16   else
17     return -1;
18 }
```

Busca binária

Comparação (detalhada) de objetos

Que tal uma busca binária **genérica**? Neste caso:

- Não basta verificar se dois objetos são iguais;
- Precisamos **saber qual deles é menor/maior**.

Busca binária

Comparação (detalhada) de objetos

Que tal uma busca binária **genérica**? Neste caso:

- Não basta verificar se dois objetos são iguais;
- Precisamos **saber qual deles é menor/maior**.

Para isso, devemos:

1. Implementar a interface `Comparable`;
2. Implementar o método `compareTo`.

```
1 public class Point implements Comparable<Point> {
2   //...
3   @Override
4   public int compareTo(Point o) {
5     if(this.x == o.getX()) return ((int) this.y - (int) o.getY());
6     return ((int) this.x - (int) o.getX());
7   }
8 }
```

Busca binária

Uma busca binária **genérica** em um *array*:

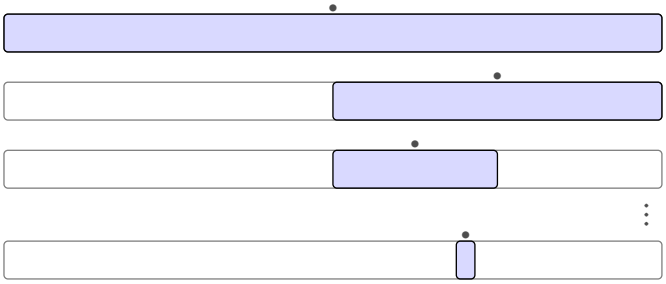
```java
public static <E extends Comparable<? super E>> int indexOf(E[] array, E value) {
  int low = 0;
  int high = array.length - 1;
  int mid;

  do {
    mid = (low + high) / 2;
    if(array[mid].compareTo(value) < 0)
      low = mid + 1;
    else
      high = mid - 1;
  } while(array[mid].compareTo(value) != 0 && low <= high);

  if(array[mid].compareTo(value) == 0)
    return mid;
  else
    return -1;
}
```

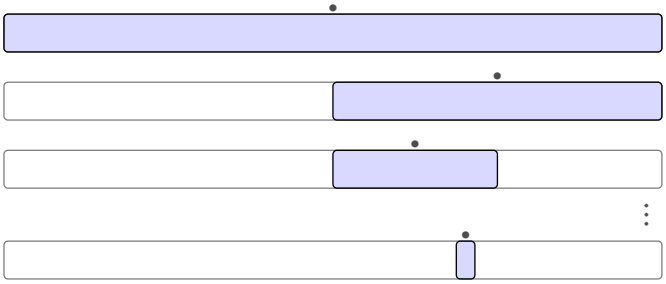
Busca binária

Complexidade



Busca binária

Complexidade

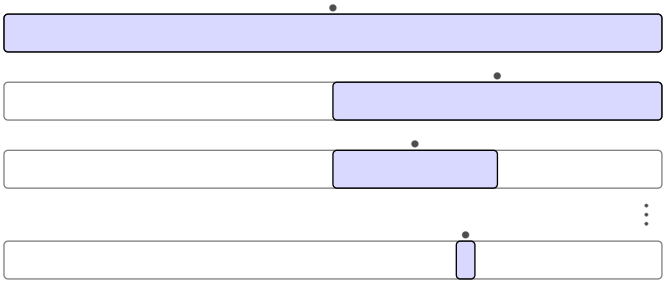


Tamanho da entrada

$$
\begin{array}{lcl}
n & \therefore & n/2^0 \\
n/2 & \therefore & n/2^1 \\
n/4 & \therefore & n/2^2 \\
\vdots & & \vdots \\
n/n & \therefore & n/2^i
\end{array}
$$

Busca binária

Complexidade



Tamanho da entrada

$$
\begin{array}{lcl}
n & \therefore & n/2^0 \\
n/2 & \therefore & n/2^1 \\
n/4 & \therefore & n/2^2 \\
\vdots & & \vdots \\
n/n & \therefore & n/2^i
\end{array}
$$

- O algoritmo executa $i + 1$ iterações no pior caso.
- O valor de i é tal que $2^i = n$.
- Logo, temos $i = (\log_2 n) + 1$ iterações no pior caso.
- A complexidade da busca binária no pior caso é logarítmica, i.e. $\mathcal{O}(\log n)$.

45RPE – Resolução de Problemas com Estruturas de Dados
Prof. Marcelo de Souza