Ordenação de estruturas lineares

Definições e algoritmos

Prof. Marcelo de Souza

45EST – Algoritmos e Estruturas de Dados
Universidade do Estado de Santa Catarina

UDESC

Material de apoio

Leitura principal:

- Capítulo 4 de Ziviani (2010)[1] – Ordenação.

Leitura complementar:

- Capítulo 13 de Pereira (2008)[2] – Ordenação e busca.
- Capítulo 15 de Preiss (2001)[3] – Algoritmos de ordenação e ordenadores.

[1] Nivio Ziviani (2010). *Projeto de Algoritmos com Implementa'ções em Java e C++*. Cengage Learning.

[2] Silvio do Lago Pereira (2008). *Estruturas de Dados Fundamentais: Conceitos e Aplicações*.

[3] Bruno R Preiss (2001). *Estruturas de dados e algoritmos: padrões de projetos orientados a objetos com Java*. Campus.

Ordenação de estruturas lineares

Conceitos básicos

Ordenar uma estrutura consiste em rearranjar seus elementos, respeitando uma dada ordem.

- Geralmente, usamos ordem crescente ou ordem decrescente.

Ordenação de estruturas lineares

Conceitos básicos

Ordenar uma estrutura consiste em rearranjar seus elementos, respeitando uma dada ordem.

- Geralmente, usamos ordem crescente ou ordem decrescente.

Podemos ordenar qualquer coleção de itens, desde que sejam comparáveis uns aos outros.

- **Números** (ordem crescente/decrescente) ou **strings** (ordem alfabética), já comparáveis;
- **Livros** (ordem dada pelo título, autor, ano ou páginas, por exemplo).
  - Necessário implementar a interface `Comparable` ou um comparador específico.

Ordenação de estruturas lineares

Conceitos básicos

Ordenar uma estrutura consiste em rearranjar seus elementos, respeitando uma dada ordem.

- Geralmente, usamos ordem crescente ou ordem decrescente.

Podemos ordenar qualquer coleção de itens, desde que sejam comparáveis uns aos outros.

- **Números** (ordem crescente/decrescente) ou **strings** (ordem alfabética), já comparáveis;
- **Livros** (ordem dada pelo título, autor, ano ou páginas, por exemplo).
  - Necessário implementar a interface `Comparable` ou um comparador específico.

A eficiência de um algoritmo de ordenação é muito importante, especialmente quando tratamos estruturas com grandes volumes de dados.

Algoritmos de ordenação

Alguns dos muitos algoritmos de ordenação, com suas complexidades assintóticas de tempo.

Algoritmo	**Caso médio**	**Melhor caso**	**Pior caso**
Insertion sort	$\mathcal{O}(n^2)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n^2)$
Selection sort	$\mathcal{O}(n^2)$	$\mathcal{O}(n^2)$	$\mathcal{O}(n^2)$
Shell sort	$\mathcal{O}(n^{1,5})$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n^2)$
Merge sort	$\mathcal{O}(n \log n)$	$\mathcal{O}(n \log n)$	$\mathcal{O}(n \log n)$
Quick sort	$\mathcal{O}(n \log n)$	$\mathcal{O}(n \log n)$	$\mathcal{O}(n^2)$
Radix sort	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$

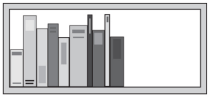
Algumas observações:

- Apesar do método radix sort ter complexidade linear, ele não é aplicável em muitos casos. Logo, o melhor desempenho para o caso geral é $\mathcal{O}(n \log n)$.
- O pior caso do método quick sort é facilmente evitado escolhendo pivôs apropriados. Por ser mais rápido que o merge sort na prática, esse é o algoritmo de ordenação mais usado.

Insertion sort

Ideia geral

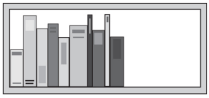
Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.



Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

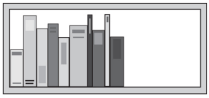


- O primeiro livro está na sua posição inicial.
- Analisamos o segundo livro (da esquerda para a direita).
  1. Se ele for maior que o primeiro livro, os dois livros já estão ordenados.

Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

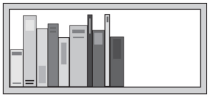


- O primeiro livro está na sua posição inicial.
- Analisamos o segundo livro (da esquerda para a direita).
  1. Se ele for maior que o primeiro livro, os dois livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o segundo livro, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.

Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

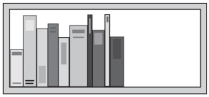


- O primeiro livro está na sua posição inicial.
- Analisamos o segundo livro (da esquerda para a direita).
  1. Se ele for maior que o primeiro livro, os dois livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o segundo livro, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.
  3. Os dois primeiros livros estão ordenados.

Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.



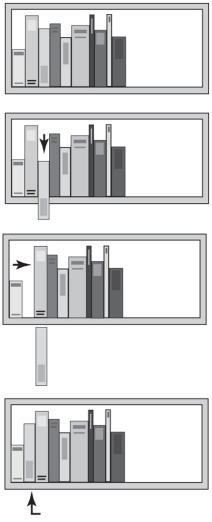
- O primeiro livro está na sua posição inicial.
- Analisamos o segundo livro (da esquerda para a direita).
  1. Se ele for maior que o primeiro livro, os dois livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o segundo livro, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.
  3. Os dois primeiros livros estão ordenados.
- Agora analisamos o terceiro livro.
  1. Se ele for maior que o segundo livro, os três livros já estão ordenados.

Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

- O primeiro livro está na sua posição inicial.
- Analisamos o segundo livro (da esquerda para a direita).
  1. Se ele for maior que o primeiro livro, os dois livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o segundo livro, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.
  3. Os dois primeiros livros estão ordenados.
- Agora analisamos o terceiro livro.
  1. Se ele for maior que o segundo livro, os três livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o terceiro livro, deslocamos o segundo livro para a direita, e verificamos se o livro removido é maior que o primeiro. Caso seja, o inserimos na segunda posição.

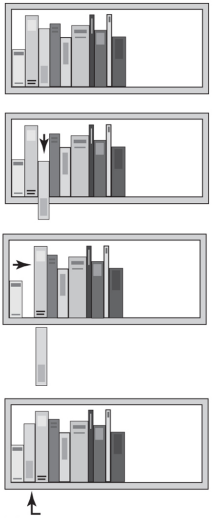


Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

- O primeiro livro está na sua posição inicial.
- Analisamos o segundo livro (da esquerda para a direita).
  1. Se ele for maior que o primeiro livro, os dois livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o segundo livro, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.
  3. Os dois primeiros livros estão ordenados.
- Agora analisamos o terceiro livro.
  1. Se ele for maior que o segundo livro, os três livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o terceiro livro, deslocamos o segundo livro para a direita, e verificamos se o livro removido é maior que o primeiro. Caso seja, o inserimos na segunda posição.
  3. Caso contrário, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.

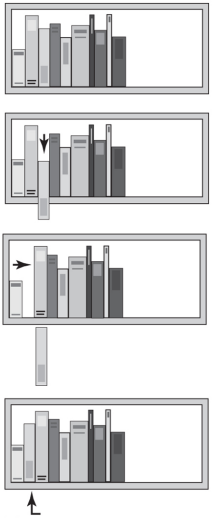


Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

- O primeiro livro está na sua posição inicial.
- Analisamos o segundo livro (da esquerda para a direita).
  1. Se ele for maior que o primeiro livro, os dois livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o segundo livro, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.
  3. Os dois primeiros livros estão ordenados.
- Agora analisamos o terceiro livro.
  1. Se ele for maior que o segundo livro, os três livros já estão ordenados.
  2. Caso contrário, removemos o terceiro livro, deslocamos o segundo livro para a direita, e verificamos se o livro removido é maior que o primeiro. Caso seja, o inserimos na segunda posição.
  3. Caso contrário, deslocamos o primeiro livro para a direita, e inserimos o livro removido na primeira posição.
  4. Os três primeiros livros estão ordenados.

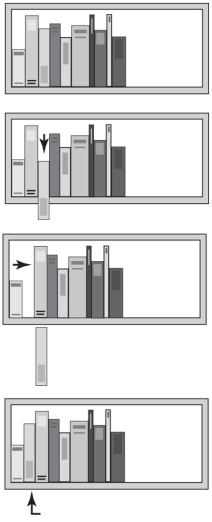


Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

- Repetimos esses passos para todos os demais livros.

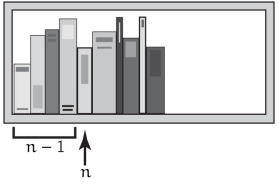


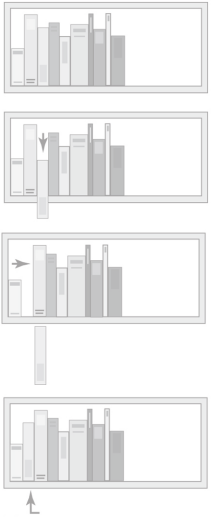
Insertion sort

Ideia geral

Cenário: queremos ordenar livros, de modo que o menor fique à esquerda.

- Repetimos esses passos para todos os demais livros.
  1. Ao analisar o n-ésimo livro, os $n-1$ primeiros livros estão ordenados.
  2. Removemos o n-ésimo livro (ainda não ordenado).
  3. Deslocamos os livros ordenados para a direita, um a um, até encontrar a posição correta para o n-ésimo livro.
  4. Inserimos o livro na sua nova posição.

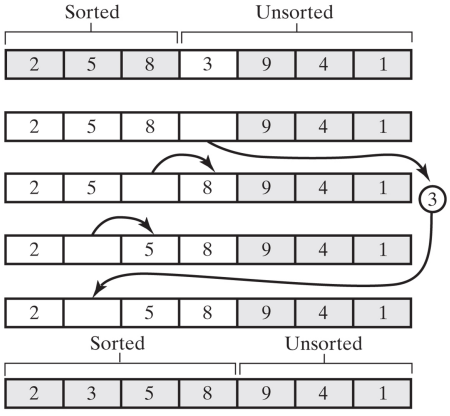




Insertion sort

Exemplo de funcionamento

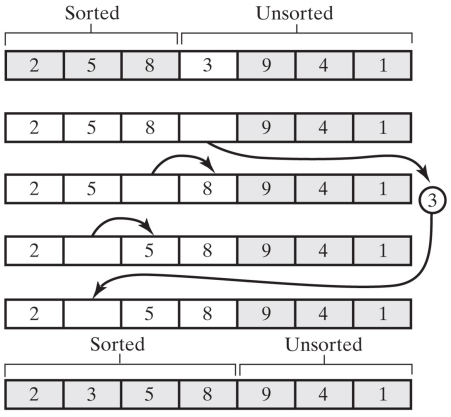
A mesma ideia se aplica para qualquer coleção de objetos comparáveis, como números inteiros.



Insertion sort

Exemplo de funcionamento

A mesma ideia se aplica para qualquer coleção de objetos comparáveis, como números inteiros.



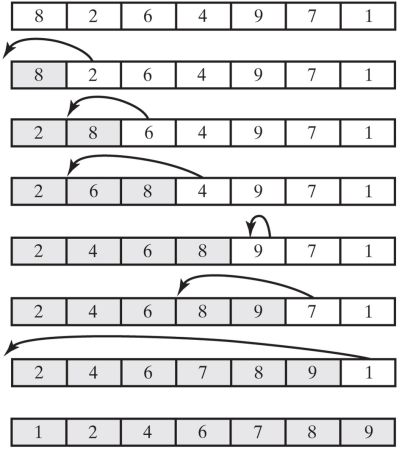
Exemplo: processamento do elemento 3.

1. Os três primeiros elementos estão ordenados.
2. Remove o quarto elemento (3) da sua posição.
3. Desloca o 8, uma vez que 8 > 3.
4. Desloca o 5, uma vez que 5 > 3.
5. Insere na posição vaga, uma vez que 3 > 2.
6. Ao final, os quatro primeiros elementos estão ordenados.

Insertion sort

Exemplo de funcionamento

A mesma ideia se aplica para qualquer coleção de objetos comparáveis, como números inteiros.



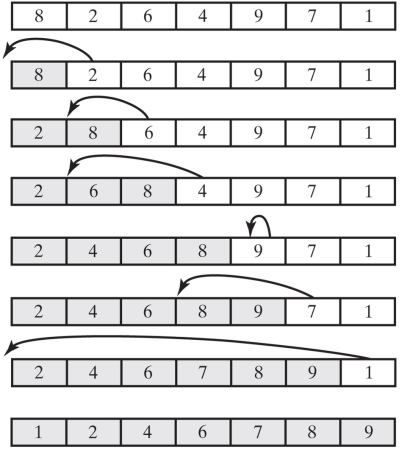
Insertion sort

Exemplo de funcionamento

A mesma ideia se aplica para qualquer coleção de objetos comparáveis, como números inteiros.

Exemplo: execução completa do algoritmo.

- A cada iteração, o primeiro elemento é removido da sub-lista não ordenada e inserido na posição correta da sub-lista ordenada, i.e. mantendo sua ordenação.
- Iterações:
  1. Insere o elemento 2 na primeira posição;
  2. Insere o elemento 6 na segunda posição;
  3. Insere o elemento 4 na segunda posição;
  4. Insere o elemento 9 na quinta posição;
  5. Insere o elemento 7 na quarta posição;
  6. Insere o elemento 1 na primeira posição.
- Não é usada nenhuma estrutura auxiliar.



Insertion sort

Implementação

Classe `InsertionSort`:

```
1  public class InsertionSort<E> {
2    Comparator<E> comp;
3
4    public InsertionSort() {
5      this(new DefaultComparator<E>());
6    }
7
8    public InsertionSort(Comparator<E> c) {
9      comp = c;
10   }
11
12   //...
13 }
```

- A classe fornece métodos genéricos de ordenação, portanto é implementada com base no tipo genérico `E`, e compara os objetos usando o comparador genérico, ou um comparador específico fornecido pelo usuário.

Insertion sort

Implementação

Insertion sort para *arrays* genéricos:

```
1  public void insertionSort(E[] array) {
2    for (int i = 1; i < array.length; i++)
3      insertInOrder(array[i], array, 0, i - 1);
4  }
5
6  private void insertInOrder(E element, E[] array, int begin, int end) {
7    int index = end;
8    while ((index >= begin) && (comp.compare(element, array[index]) < 0)) {
9      array[index + 1] = array[index];
10     index--;
11   }
12   array[index + 1] = element;
13 }
```

Insertion sort

Implementação

Insertion sort para listas genéricas:

```
1  public void insertionSort(List<E> list) {
2    for (int i = 1; i < list.size(); i++)
3      insertInOrder(list.get(i), list, 0, i - 1);
4  }
5
6  private void insertInOrder(E element, List<E> list, int begin, int end) {
7    int index = end;
8    while ((index >= begin) && (comp.compare(element, list.get(index)) < 0)) {
9      list.set(index + 1, list.get(index));
10     index--;
11   }
12   list.set(index + 1, element);
13 }
```

- Caso `list` use encadeamento, as operações `set` e `get` têm complexidade linear. O algoritmo será menos eficiente, em comparação com o caso de `list` ser baseada em *array*.

Insertion sort

Análise de complexidade

Considerando a ordenação de *arrays*:

- O laço de repetição principal percorre todos os elementos da estrutura, com exceção do primeiro. Logo, esse laço executa n vezes.
- Em cada iteração, o elemento correspondente é selecionado e o método `insertInOrder` busca sua posição no subconjunto dos elementos já ordenados.
- No **pior caso** (estrutura em ordem decrescente), esse método percorre todos os elementos já ordenados para encontrar a posição correta do elemento a ser inserido. Logo, o laço de repetição desse método executa $1 + 2 + \ldots + (n - 1) = n(n - 1)/2$ vezes.
- No **melhor caso** (estrutura ordenada), nenhuma iteração do laço de repetição é executada.

Insertion sort

Análise de complexidade

Considerando a ordenação de *arrays*:

- O laço de repetição principal percorre todos os elementos da estrutura, com exceção do primeiro. Logo, esse laço executa n vezes.
- Em cada iteração, o elemento correspondente é selecionado e o método `insertInOrder` busca sua posição no subconjunto dos elementos já ordenados.
- No **pior caso** (estrutura em ordem decrescente), esse método percorre todos os elementos já ordenados para encontrar a posição correta do elemento a ser inserido. Logo, o laço de repetição desse método executa $1 + 2 + \ldots + (n - 1) = n(n - 1)/2$ vezes.
- No **melhor caso** (estrutura ordenada), nenhuma iteração do laço de repetição é executada.

Portanto:

- Pior caso: $\mathcal{O}(n^2)$.
- Melhor caso: $\mathcal{O}(n)$.
- Quanto mais ordenada a estrutura estiver, menor a complexidade do método na prática.

45EST – Algoritmos e Estruturas de Dados
Prof. Marcelo de Souza