Estruturas de Dados Fundamentais

Arranjos e listas encadeadas

Prof. Marcelo de Souza

45EST – Algoritmos e Estruturas de Dados Universidade do Estado de Santa Catarina



Material de apoio



Leitura principal:

► Capítulo 3 de Goodrich et al. (2014)¹ – Estruturas de dados fundamentais.

Leitura complementar:

- ► Capítulo 4 de Preiss (2001)² Estruturas de dados fundamentais.
- ► Capítulo 2 de Pereira (2008)³ Listas lineares.

¹ Michael T Goodrich et al. (2014). Data structures and algorithms in Java. 6ª ed. John Wiley & Sons.

²Bruno R Preiss (2001). Estruturas de dados e algoritmos: padrões de projetos orientados a objetos com Java. Campus.

³Silvio do Lago Pereira (2008). Estruturas de Dados Fundamentais: Conceitos e Aplicações.

Arranjos



Ou seja, arrays/vetores

Arranjos são **estruturas de dados sequenciais**, armazenando sequências finitas e ordenadas de valores de um mesmo tipo. Por exemplo:

- **Números:** 1, 2, 4, 5, 7, 8, . . .
- ▶ **Strings:** "Brasil", "Alemanha", "Croácia", . . .
- ▶ **Veículos:** ("Corcel", 1977), ("Fusca", 1968), ("Passat", 1984), . . .

Arranjos



Ou seja, arrays/vetores

Arranjos são **estruturas de dados sequenciais**, armazenando sequências finitas e ordenadas de valores de um mesmo tipo. Por exemplo:

- **Números:** 1, 2, 4, 5, 7, 8, . . .
- ▶ **Strings:** "Brasil", "Alemanha", "Croácia", . . .
- ▶ **Veículos:** ("Corcel", 1977), ("Fusca", 1968), ("Passat", 1984), . . .

A principal característica dos arranjos é a alocação contígua em memória.

- Vantagens:
 - Fácil de usar;
 - Acesso rápido (tempo constante).
- Desvantagens:
 - ► Tamanho fixo (aumentar implica copiar elementos);
 - Inserção e remoção [interna] custosas (shift de elementos).



Encadeamento

Queremos uma estrutura de dados dinâmica que permita **expandir** e **contrair** com eficiência.



Encadeamento

Queremos uma estrutura de dados dinâmica que permita **expandir** e **contrair** com eficiência.

Lista encadeada: coleção de nodos formados em uma sequência linear.

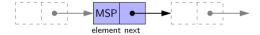


Encadeamento

Queremos uma estrutura de dados dinâmica que permita **expandir** e **contrair** com eficiência.

Lista encadeada: coleção de nodos formados em uma sequência linear.

Lista simplesmente encadeada: cada nodo armazena os dados do elemento e uma referência ao próximo nodo. A alocação em memória **não é contígua**.



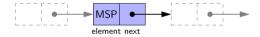


Encadeamento

Queremos uma estrutura de dados dinâmica que permita **expandir** e **contrair** com eficiência.

Lista encadeada: coleção de nodos formados em uma sequência linear.

Lista simplesmente encadeada: cada nodo armazena os dados do elemento e uma referência ao próximo nodo. A alocação em memória **não é contígua**.



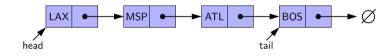
Benefícios:

- Tamanho dinâmico;
- Consumo de memória dinâmico;
- Fácil inserção e remoção de elementos.



Encadeamento

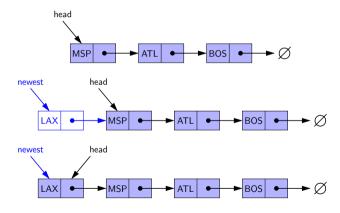
Exemplo: uma lista simplesmente encadeada para armazenar aeroportos dos EUA.



Elementos:

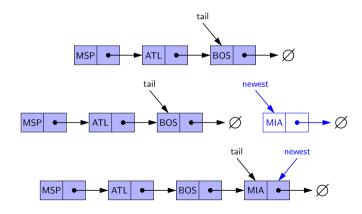
- head: referência ao primeiro elemento da lista;
- tail: referência ao último elemento da lista;
- O próximo elemento do último elemento aponta para null.

Inserção de elemento no início



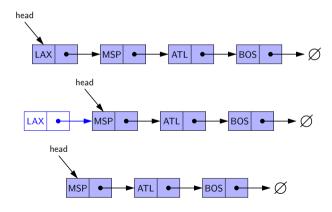
Operações

Inserção de elemento no final



Operações

Remoção de elemento do início



Operações



Implementação

```
public class SinglyLinkedList<E> {
      private static class Node<E> {
        private E element;
        private Node < E > next;
        public Node(E e, Node<E> n) {
          element = e:
          next = n;
10
11
        public E getElement() { return element: }
12
        public Node<E> getNext() { return next; }
13
        public void setNext(Node<E> n) { next = n; }
14
15
16
17
      private Node<E> head = null:
      private Node<E> tail = null;
18
      private int size = 0;
19
20
21
22
```



Implementação

```
public class SinglyLinkedList<E> {
      private static class Node<E> {
        private E element;
        private Node < E > next:
        public Node(E e, Node<E> n) {
          element = e:
          next = n:
10
11
        public E getElement() { return element: }
12
        public Node<E> getNext() { return next; }
13
        public void setNext(Node<E> n) { next = n; }
14
15
16
      private Node<E> head = null:
17
      private Node<E> tail = null;
18
      private int size = 0;
10
20
21
22
```

Detalhes:

- Usamos **genéricos** (<E>) para suportar qualquer tipo de dados.
 - e.g., podemos ter uma lista de inteiros, Strings, veículos, . . .
- A classe Node define um nodo, que contém um elemento e uma referência ao próximo nodo da lista.
 - Node é uma **nested class**, pois queremos encapsular o nodo.
- A lista contém referências para o primeiro e último nodos (head e tail) e o seu tamanho (número de nodos), inicialmente zero.



Implementação

Métodos size e isEmpty:

```
public int size() { return size; }
public boolean isEmpty() { return size == 0; }
```



Implementação

Métodos size e isEmpty:

```
public int size() { return size; }
public boolean isEmpty() { return size == 0; }
```

Métodos first e last:

```
public E first() {
    if (isEmpty()) return null;
    return head.getElement();
}

public E last() {
    if (isEmpty()) return null;
    return tail.getElement();
}
```

Note que:

- O método retorna o elemento armazenado pelo primeiro (ou último) nodo.
- A estrutura da lista (Node) é transparente (encapsulada).



Implementação

Método addFirst:

```
public void addFirst(E e) {
   head = new Node<>(e, head);
   if (size == 0)
   tail = head;
   size++;
}
```

- Criamos um novo nodo para armazenar o elemento, que passa a ser o novo head e aponta para o antigo head.
- ► Caso a lista esteja vazia, ele é o novo tail.



Implementação

Método addFirst:

```
public void addFirst(E e) {
   head = new Node<>(e, head);
   if (size == 0)
   tail = head;
   size++;
}
```

Criamos um novo nodo para armazenar o elemento, que passa a ser o novo head e aponta para o antigo head.

Caso a lista esteja vazia, ele é o novo tail.

Método addLast:

```
public void addLast(E e) {
   Node<E> newest = new Node<>(e, null);
   if (isEmpty())
   head = newest;
   else
   tail.setNext(newest);
   tail = newest;
   size++;
}
```

- O novo nodo (newest) passa a ser o próximo nodo do atual tail, antes de assumir a posição do tail.
- Caso a lista esteja vazia, o novo nodo passa a ser o head e o tail.



Implementação

Método removeFirst:

```
public E removeFirst() {
   if (isEmpty()) return null;
   E answer = head.getElement();
   head = head.getNext();
   size--;
   if (size == 0) tail = null;
   return answer;
}
```

- Retorna o elemento do nodo removido.
- O nodo head passa a ser o próximo nodo do head atual.
- Se a remoção deixa a lista vazia, o tail passa a ser null.



Implementação

Método removeFirst:

```
public E removeFirst() {
   if (isEmpty()) return null;
   E answer = head.getElement();
   head = head.getNext();
   size--;
   if (size == 0) tail = null;
   return answer;
  }
```

Método toString:

```
public String toString() {
   StringBuilder sb = new StringBuilder("(");
   NodexE> walk = head;
   while (walk != null) {
       sb.append(walk.getElement());
       if (walk != tail) sb.append(", ");
       walk = walk.getNext();
   }
   sb.append(")");
   return sb.toString();
}
```

- Retorna o elemento do nodo removido.
- O nodo head passa a ser o próximo nodo do head atual.
- Se a remoção deixa a lista vazia, o tail passa a ser null.

- Percorremos a estrutura com um while, visitando um nodo por vez.
- Para cada nodo, recuperamos seu elemento e o adicionamos na string de resultado.
- O próximo nodo do tail é null, o que viola a condição do while e interrompe a execução do laco.



Conceito e motivação

Lista circular: é uma lista encadeada com ordenação cíclica. Ou seja, cada elemento tem um anterior e um seguinte, mas não exite início e fim definidos. Na prática, o "último" elemento aponta para o "primeiro".

Conceito e motivação

Lista circular: é uma lista encadeada com ordenação cíclica. Ou seja, cada elemento tem um anterior e um seguinte, mas não exite início e fim definidos. Na prática, o "último" elemento aponta para o "primeiro".

Aplicações: rotas de transporte público (e.g. ônibus)



Conceito e motivação

Lista circular: é uma lista encadeada com ordenação cíclica. Ou seja, cada elemento tem um anterior e um seguinte, mas não exite início e fim definidos. Na prática, o "último" elemento aponta para o "primeiro".

Aplicações: jogos por turnos

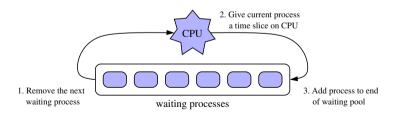




Conceito e motivação

Lista circular: é uma lista encadeada com ordenação cíclica. Ou seja, cada elemento tem um anterior e um seguinte, mas não exite início e fim definidos. Na prática, o "último" elemento aponta para o "primeiro".

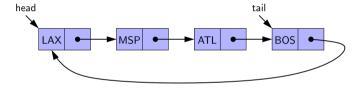
Aplicações: escalonamento de processos





Conceito e motivação

Exemplo: uma lista encadeada circular para armazenar aeroportos dos EUA.

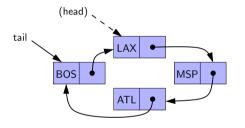


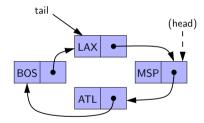
Novidades:

- Não é necessária a referência para head (tail.getNext());
- Novo método rotate, que avança um elemento na lista, atualizando a referência tail.

Operações

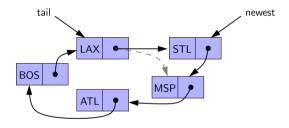
Rotação (avanço na lista circular)





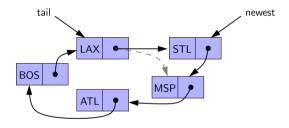
Operações

Inserção de elemento no início (i.e., após o tail)



Operações

Inserção de elemento no início (i.e., após o tail)



Inserção de elemento no final (i.e., passa a ser o tail)

▶ Insere no início (conforme acima) e rotaciona (rotate).

Remoção de elemento do início (i.e., o elemento seguinta ao tail)

▶ Basta atualizar a referência do tail.



Implementação

```
public class CircularlyLinkedList<E> {
      // Definição da classe Node [...]
      private Node<E> tail = null;
      private int size = 0;
      public int size() { return size; }
      public boolean isEmpty() { return size == 0; }
10
      public E first() {
11
        if (isEmpty()) return null;
12
        return tail.getNext().getElement();
13
14
15
      public E last() {
16
        if (isEmpty()) return null;
17
        return tail.getElement();
18
19
20
21
22
```

Implementação

```
public class CircularlyLinkedList<E> {
      // Definição da classe Node [...]
      private Node<E> tail = null;
      private int size = 0;
      public int size() { return size: }
      public boolean isEmpty() { return size == 0; }
10
      public E first() {
11
        if (isEmpty()) return null;
12
        return tail.getNext().getElement():
13
14
15
16
      public E last() {
        if (isEmptv()) return null:
17
        return tail.getElement();
18
19
20
21
22
```

Detalles:

- Usamos a mesma classe aninhada Node e o tipo genérico <E>.
- ▶ Só mantemos referência ao "último" elemento da lista (tail). O método last retorna o elemento do tail, enquanto o método first retorna o elemento de tail.getNext().
- Caso haja somente um elemento na lista, tail.getNext() é o mesmo que tail, pois esse único nodo referencia a si mesmo como próximo (visto que a lista é circular).



Implementação

Método rotate:

```
public void rotate() {
   if (tail != null)
   tail = tail.getNext();
}
```



Implementação

Método rotate:

```
public void rotate() {
   if (tail != null)
   tail = tail.getNext();
}
```

Métodos addFirst e addLast:

```
public void addFirst(E e) {
      if (size == 0) {
        tail = new Node<>(e. null):
        tail.setNext(tail);
      } else {
        Node<E> newest = new Node<>(e, tail.getNext());
        tail.setNext(newest):
      size++:
10
11
12
    public void addLast(E e) {
      addFirst(e):
12
      tail = tail.getNext():
14
15
```

No método addFirst:

- Caso seja o primeiro elemento, ele passa a ser o tail e aponta a si mesmo.
- Caso contrário, o novo nodo é o próximo do tail atual e passa a ser o novo tail.

No método addLast:

▶ Após adicionar o elemento como primeiro (addFirst), atualizamos o tail.



Implementação

Método removeFirst:

```
public E removeFirst() {
   if (isEmpty()) return null;
   Node<E> head = tail.getNext();
   if (head == tail) tail = null;
   else tail.setNext(head.getNext());
   size--;
   return head.getElement();
}
```

- Se head for igual ao tail, só há um elemento na lista e o tail passa a ser null.
- Caso contrário, o próximo nodo do head é o novo tail, removendo o head.
- ▶ Ao final, retorna o elemento do head.



Implementação

Método removeFirst:

```
public E removeFirst() {
   if (isEmpty()) return null;
   Node<E> head = tai1.getNext();
   if (head == tail) tail = null;
   else tail.setNext(head.getNext());
   size--;
   return head.getElement();
}
```

Método toString:

```
public String toString() {
   if (tail == null) return "()";
   StringBuilder sb = new StringBuilder("(");
   Node<E> walk = tail;
   do {
      walk = walk.getNext();
      sb.append(walk.getElement());
      if (walk != tail) sb.append(", ");
   } while (walk != tail);
   sb.append(")");
   return sb.toString();
}
```

- ▶ Se head for igual ao tail, só há um elemento na lista e o tail passa a ser null.
- Caso contrário, o próximo nodo do head é o novo tail, removendo o head.
- ▶ Ao final, retorna o elemento do head.

- O critério de parada do percurso muda, pois sempre haverá um próximo nodo (i.e. getNext() nunca será null em uma lista não vazia).
- ▶ O percurso inicia pelo tail e termina quando retorna ao tail (percurso completo).

Listas duplamente encadeadas



Conceito e motivação

Problemas do encadeamento simples:

- Não conseguimos remover o último nodo de forma eficiente.
 - Precisamos atualizar a referência next do nodo anterior.
 - Para chegar no penúltimo, precisamos **percorrer a lista**.
- ▶ Remover um nodo (que não seja o primeiro) tendo apenas a sua referência é custoso.

Listas duplamente encadeadas



Conceito e motivação

Problemas do encadeamento simples:

- Não conseguimos **remover o último nodo** de forma eficiente.
 - Precisamos atualizar a referência next do nodo anterior.
 - Para chegar no penúltimo, precisamos percorrer a lista.
- ▶ Remover um nodo (que não seja o primeiro) tendo apenas a sua referência é custoso.

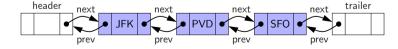
Lista duplamente encadeada: cada nodo mantém a referência do anterior (prev) e do próximo (next) nodos.

Conceito e motivação

Problemas do encadeamento simples:

- Não conseguimos **remover o último nodo** de forma eficiente.
 - Precisamos atualizar a referência next do nodo anterior.
 - Para chegar no penúltimo, precisamos percorrer a lista.
- Remover um nodo (que não seja o primeiro) tendo apenas a sua referência é custoso.

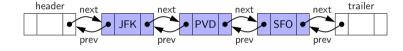
Lista duplamente encadeada: cada nodo mantém a referência do anterior (prev) e do próximo (next) nodos.





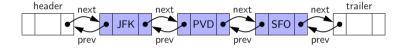
Sentinelas

Na implementação dessas listas, usamos uma técnica muito útil: uso de **nodos sentinelas**. Trata-se de nodos vazios ("fictícios") no início (header) e no fim (trailer) da lista.



Sentinelas

Na implementação dessas listas, usamos uma técnica muito útil: uso de **nodos sentinelas**. Trata-se de nodos vazios ("fictícios") no início (header) e no fim (trailer) da lista.

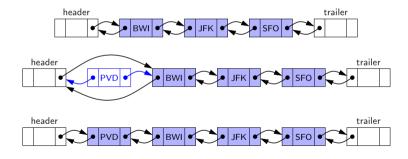


Facilidades (na implementação):

- Certeza de que cada nodo possui dois vizinhos;
- Toda inserção será entre dois nodos.
 - Nunca inserimos no verdadeiro início ou fim;
 - Casos excepcionais (lista vazia ou com um nodo) não acontecem.

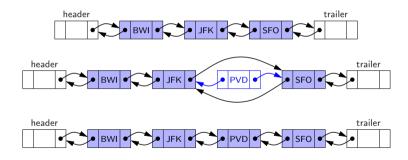
Inserção de elemento no início

Operações



Inserção arbitrária de elemento

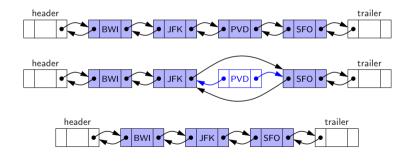
Operações





Remoção de elemento

Operações





```
Implementação
```

```
public class DoublyLinkedList<E> {
      private static class Node<E> {
        private E element;
        private Node < E > prev. next:
        public Node(E e, Node<E> p, Node<E> n) {
          element = e:
          prev = p;
          next = n;
10
11
12
        public E getElement() { return element; }
13
        public Node<E> getPrev() { return prev; }
14
        public Node<E> getNext() { return next; }
15
16
        public void setPrev(Node<E> p) { prev = p; }
17
        public void setNext(Node<E> n) { next = n; }
18
19
20
      private Node<E> header, trailer;
21
      private int size = 0:
22
23
24
25
```

Implementação

```
public class DoublyLinkedList<E> {
      private static class Node<E> {
        private E element:
        private Node < E > prev. next:
        public Node(E e, Node<E> p, Node<E> n) {
          element = e:
          prev = p;
10
          next = n;
11
12
        public E getElement() { return element; }
13
        public Node<E> getPrev() { return prev; }
14
        public Node<E> getNext() { return next: }
15
16
        public void setPrev(Node<E> p) { prev = p; }
17
        public void setNext(Node<E> n) { next = n; }
18
19
20
      private Node<E> header, trailer;
21
      private int size = 0:
23
24
25
```

Detalhes:

- ▶ A classe Node agora define referências para os nodos anterior (prev) e próximo (next).
- O método construtor dessa classe recebe não só o elemento (e), mas também os nodos vizinhos (p e n).
- São definidos setters e getters para o elemento e para cada nodo vizinho.
- ► A lista agora possui os nodos sentinelas (header e trailer) e não possui referências para início e fim.
 - ▶ O primeiro elemento da lista está em header.getNext() e o último elemento está em trailer.getPrev().



Implementação

Método construtor:

```
public DoublyLinkedList() {
   header = new Node<>(null, null, null);
   trailer = new Node<>(null, header, null);
   header.setNext(trailer);
}
```

- Inicialmente a lista contém os nodos sentinelas, que referenciam um ao outro.
- O next do header é o trailer; o prev do trailer é o header.



Implementação

Método construtor:

```
public DoublyLinkedList() {
   header = new Node<>(null, null, null);
   trailer = new Node<>(null, header, null);
   header.setNext(trailer);
}
```

- Inicialmente a lista contém os nodos sentinelas, que referenciam um ao outro.
- O next do header é o trailer; o prev do trailer é o header.

Métodos first e last:

```
public E first() {
   if (isEmpty()) return null;
   return header.getNext().getElement();
}

public E last() {
   if (isEmpty()) return null;
   return trailer.getPrev().getElement();
}
```



Implementação

Método addBetween:

```
private void addBetween(E e, Node<E> p, Node<E> n) {
   Node<E> newest = new Node<>(e, p, n);
   p.setNext(newest);
   n.setPrev(newest);
   size++;
}
```

- Método genérico e encapsulado (privado) para inserir um novo nodo com o elemento desejado entre dois nodos vizinhos.
- Método auxiliar para qualquer inserção.



Implementação

Método addBetween:

```
private void addBetween(E e, Node<E> p, Node<E> n) {
   Node<E> newst = new Node<>(e, p, n);
   p.setNext(newest);
   n.setPrev(newest);
   size++;
}
```

Métodos addFirst e addLast:

```
public void addFirst(E e) {
   addBetween(e, header, header.getNext());
}

public void addLast(E e) {
   addBetween(e, trailer.getPrev(), trailer);
}
```

- Método genérico e encapsulado (privado) para inserir um novo nodo com o elemento desejado entre dois nodos vizinhos.
- Método auxiliar para qualquer inserção.

- Usam o método addBetween para inserir no início (entre header e seu sucessor) e no final (entre trailer e seu antecessor).
- Nota: com sentinelas, não é necessário checar se a lista é vazia ou se tem só um nodo.

Implementação

Método remove:

```
private E remove(Node<E> node) {
   Node<E> predecessor = node.getPrev();
   Node<E> successor = node.getNext();
   predecessor.setNext(successor);
   successor.setPrev(predecessor);
   size--;
   return node.getElement();
}
```

- Método genérico e encapsulado (privado) para remover um nodo, atualizando as referências entre seus vizinhos. O novo next do predecessor é o sucessor; o novo prev do sucessor é o predecessor.
- Método auxiliar para qualquer remoção.



Implementação

Método remove:

```
private E remove(Node<E> node) {
   Node<E> predecessor = node.getPrev();
   Node<E> successor = node.getNext();
   predecessor.setNext(successor);
   successor.setPrev(predecessor);
   size--;
   return node.getElement();
}
```

Métodos removeFirst e removeLast:

```
public E removeFirst() {
   if (isEmpty()) return null;
   return remove(header.getNext());
}

public E removeLast() {
   if (isEmpty()) return null;
   return remove(trailer.getPrev());
}
```

- Método genérico e encapsulado (privado) para remover um nodo, atualizando as referências entre seus vizinhos. O novo next do predecessor é o sucessor; o novo prev do sucessor é o predecessor.
- Método auxiliar para qualquer remoção.

- Usam o método remove para remover o primeiro (header.getNext()) e o último (trailer.getPrev()) nodos.
- Nota: com sentinelas, o processo é o mesmo para qualquer nodo sendo removido.



Implementação

Método toString:

```
public String toString() {
   StringBuilder sb = new StringBuilder("(");
   Node<E> walk = header.getNext();
   while (walk != trailer) {
      sb.append(walk.getElement());
      walk = walk.getNext();
   if (walk != trailer)
      sb.append(", ");
   }
   sb.append(")");
   return sb.toString();
}
```

O percurso termina quando walk é igual ao trailer.

Comparação de listas encadeadas



Implementação

Na comparação de objetos, o Java compara os ponteiros. Em vez disso, podemos sobrescrever o método equals para comparar os elementos armazenados na lista.

```
public boolean equals(Object o) {
      if (o == null) return false:
      if (getClass() != o.getClass()) return false;
      SinglyLinkedList other = (SinglyLinkedList) o;
      if (size != other.size) return false;
      Node<E> walkA = head:
      Node<E> walkB = other.head;
      while (walkA != null) {
        if (!walkA.getElement().equals(walkB.getElement()))
          return false:
10
        walkA = walkA.getNext():
11
        walkB = walkB.getNext();
12
13
14
      return true:
15
```

Cuidados: referência nula, classes distintas, tamanho da lista.

Comparação de listas encadeadas



Implementação

Objetos em Java são copiados por referência. Em vez disso, podemos clonar uma lista (1) implementando a interface Cloneable e (2) sobcrescrevendo o método clone.

```
public class SinglyLinkedList<E> implements Cloneable {
      public SinglyLinkedList<E> clone() throws CloneNotSupportedException {
        SinglyLinkedList<E> other = (SinglyLinkedList<E>) super.clone();
        if (size > 0) {
          other.head = new Node<>(head.getElement(), null);
          Node<E> walk = head.getNext();
          Node<E> otherTail = other.head;
          while (walk != null) {
            Node<E> newest = new Node<>(walk.getElement(), null);
10
            otherTail.setNext(newest);
11
            otherTail = newest:
12
            walk = walk.getNext();
13
14
15
        return other:
16
17
18
```

Nota: o elemento também pode ser clonado, se necessário/desejado.

4SEST – Algoritmos e Estruturas de Dados Prof. Marcelo de Souza