Universidade Federal do ABC

BCJ0204 - Fenômenos Mecânicos

Experimento 4 - Relatório

Colisão com Momento Angular

Professor: Regina Turma: A5 Data: 27/11/2023

Nome: João Vitor Araujo da Silva RA: 11202231435

Nome: Guilherme Macedo RA: 11202020499

Nome: Rodrigo Luiz Soares RA: 11202231251

Nome: RA:

Nome: RA:

Obs: Apresente as fórmulas, a substituição dos valores nas fórmulas e o resultado final com a incerteza já arredondados e unidades nas questões pertinentes.

Este experimento envolveu duas etapas, uma em que o carrinho percorre o trilho sem acontecer a colisão com o disco, e a outra em que ocorre a colisão.

MEDIDAS PRELIMINARES

Massa do carrinho: m_c= 320,7 ± 0,1 g.

Parâmetro de impacto da colisão: b= 6,0 ± 0,05 cm

Raio do disco: R= 5,2 ± 0,05 cm

Massa do disco: M= 78,4 ± 0,1 g

PRIMEIRA ETAPA: SEM COLISÃO

1. Preencha a Tabela 1.

Tabela 1: Dados experimentais (SEM COLISÃO)

Medida	L_I (cm)	Δt_I (s)	L_{II} (cm)	Δt_{II} (s)	L_{III} (cm)	Δt_{III} (s)	L_{VI} (cm)	Δt_{IV} (s)
1	13,8	0,318	12,4	0,214	X	0,338	11,4	0,132
2	9,7	0,318	22,6	0,214	X	0,338	7,3	0,132
3	11,8	0,325	11,4	0,216	X	0,340	9,9	0,132
Média	11,7	0,320	15,4	0,215	X	0,339	9,5	0,132
Incerteza	± 1 cm	±0,002s	± 3 cm	±0,001s	X	±0,001s	± 1 cm	0
$\overline{v}$ (cm/s)	36,733cm/s		72,050 cm/s		X		72,2 cm/s	
σ_v (cm/s)	± 3,7 cm/s		±16,6 cm/s		X		± 9,0cm/s	

2. Demonstre para uma coluna o cálculo da média e da incerteza da distância entre os sensores e do tempo.

$$D_{PL_1} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i + \bar{x})^2} \Rightarrow D_{PL_1} = \sqrt{\frac{1}{6}\left((13{,}8 - 11{,}767)^2 + (9{,}7 - 11{,}767)^2 + (11{,}8 - 11{,}767)^2\right)} \Rightarrow \underline{D_{PL_1} = 1{,}184}$$

$$\sigma_{L_1} = \sqrt{(1{,}184)^2 + (0{,}05)^2} \Rightarrow \sigma_{L_1} = 1{,}185 \Rightarrow \boxed{\sigma_{L_1} = \pm 1\,cm}$$

$$D_{P\Delta T_1} = \sqrt{\frac{1}{6}\left((0{,}318 - 0{,}320)^2 + (0{,}318 - 0{,}320)^2 + (0{,}325 - 0{,}320)^2\right)} \Rightarrow \underline{D_{P\Delta T_1} = 0{,}002}$$

$$\sigma_{\Delta T_1} = \sqrt{(0{,}002)^2 + (0{,}01)^2} \Rightarrow \sigma_{\Delta T_1} = 0{,}010 \Rightarrow \boxed{\sigma_{\Delta T_1} = \pm 0{,}01\,s}$$

3. Demonstre o cálculo da velocidade média e da incerteza para uma das colunas.

$$V_{média} = \frac{d}{t} \Rightarrow \frac{11{,}767}{0{,}320} \Rightarrow \underline{V_{média} = 36{,}733\,cm/s}$$

$$\sigma_{V_{média}} = V_m \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_s}{\Delta s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{\Delta t}\right)^2} \Rightarrow 36{,}733 \cdot \sqrt{\left(\frac{0{,}002}{0{,}320}\right)^2 + \left(\frac{1{,}184}{11{,}767}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\sigma_{V_{média}} = 3{,}705 \Rightarrow \boxed{\sigma_{V_{média}} = \pm 3{,}7\,cm/s}$$

4. Calcule a aceleração do carro usando as medidas feitas pelos sensores 0, 1 e 2, ou seja, utilizando os valores das velocidades calculadas nos intervalos 1 e 2. Demonstre a obtenção da fórmula da incerteza da aceleração e calcule a incerteza.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad \left(\frac{\sigma(x/y)}{x/y}\right)^2 = \left(\frac{\sigma x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma y}{y}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{\sigma a}{a}\right)^2 = \left(\frac{\sigma(\Delta V/\Delta t)}{\Delta V/\Delta t}\right)^2 = \left(\frac{\sigma(\Delta V)}{\Delta V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma a}{a}\right)^2 = \left(\frac{\sigma(\Delta V)}{\Delta V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma a = a\sqrt{\left(\frac{\sigma \Delta V}{\Delta V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma \Delta t}{\Delta t}\right)^2}}$$

$$\Delta V = (d_1 + d_2)/\Delta t \Rightarrow (11{,}767 + 15{,}467)/0{,}535 \Rightarrow \boxed{\Delta V = 50{,}9\,cm/s}$$

$$\Delta t = t_1 + t_2 \Rightarrow 0{,}320 + 0{,}215 \Rightarrow \boxed{\Delta t = 0{,}535\,s}$$

$$d_1 + d_2 = 27{,}234\,cm$$

$$a = \frac{50{,}9}{0{,}535} \Rightarrow \boxed{a \approx 95{,}14\,cm/s^2}$$

$$\sigma \Delta t = \sigma t_1 + \sigma t_2 \Rightarrow \sigma \Delta t = 0{,}01 + 0{,}01 \Rightarrow \boxed{\sigma \Delta t = \pm 0{,}02\,s}$$

$$\sigma d_1 = 0{,}05 = \sigma d_2 \Rightarrow \sigma d_1 + \sigma d_2 \boxed{= \pm 0{,}1\,cm}$$

$$\sigma \Delta V = \underbrace{(\sigma d_1 + \sigma d_2)}_{\sigma d}/\sigma \Delta t$$

$$\sigma \Delta V = \frac{\sigma d}{\sigma \Delta t} \Rightarrow \sigma \Delta V = \Delta V\sqrt{\left(\frac{\sigma d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma \Delta t}{\Delta t}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\sigma \Delta v = 50{,}9 \cdot \sqrt{\left(\frac{0{,}1}{27{,}234}\right)^2 + \left(\frac{0{,}02}{0{,}535}\right)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma \Delta v = \pm 1{,}9 \ cm/s}$$

$$\sigma a = 95{,}14 \cdot \sqrt{\left(\frac{1{,}9}{50{,}9}\right)^2 + \left(\frac{0{,}02}{0{,}535}\right)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma a = \pm 5{,}02 \ cm/s^2}$$

5. Vamos arbitrar que o instante t=0 ocorre quando o carro passa pelo primeiro sensor. Relembre a teoria vista em MRUV e calcule a velocidade final teórica do carrinho (V_{teo_final}) ao passar pelos últimos 2 sensores utilizando a aceleração calculada acima. Calcule a incerteza.

$T_f = \Delta t_I + \Delta t_{II} + \Delta t_{III} + \frac{\Delta t_{IV}}{2} \Rightarrow 0{,}32 + 0{,}215 + 0{,}339 + \frac{0{,}132}{2} \Rightarrow \boxed{T_f = 0{,}94\ s}$

$v_i = \frac{L_I}{\Delta t_I} \Rightarrow v_i = \frac{11{,}767}{0{,}32} \Rightarrow \boxed{v_i = 36{,}771\ cm/s}$ $T_1 = \frac{\Delta t_I}{2} \Rightarrow T_1 = \frac{0{,}32}{2} \Rightarrow \boxed{T_1 = 0{,}16\ s}$

$v_f = v_i + a(t_f - t_1) \Rightarrow v_f = 36{,}771 + 95{,}14(0{,}94 - 0{,}16) \Rightarrow \boxed{v_f = 110{,}98\ cm/s}$

$\sigma v_i = v_i\sqrt{\left(\frac{\sigma L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma t}{t}\right)^2} \Rightarrow \sigma v_i = 36{,}771\sqrt{\left(\frac{1}{11{,}767}\right)^2 + \left(\frac{0{,}002}{0{,}32}\right)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma v_i = \pm 3{,}1\ cm/s}$

6. Calcule o Momento Angular teórico final ($L_{teo}(t_f)$) com a velocidade calculada. Para estimar a incerteza de $L_{teo}(t_f)$, vamos desconsiderar as incertezas das massas e do parâmetro de impacto.

$L_{teo} = m_c b v_f \Rightarrow L_{teo} = 320{,}74 \cdot 6 \cdot 110{,}98 \Rightarrow L_{teo} = 213574{,}3512\ gcm^2/s \Rightarrow$
$L_{teo} = 2{,}136\ Kgm^2/s$ | $\sigma_{teo} = m_c \cdot b\sqrt{\sigma v_i^2 + \sigma a^2(t_f - t_1)} \Rightarrow$
$\Rightarrow \sigma_{teo} = 320{,}74 \cdot 6\sqrt{3{,}1^2 + 5{,}02^2(0{,}94 - 0{,}16)} \Rightarrow \sigma_{teo} = 10410{,}9023\ gcm^2/s$
$\Rightarrow \sigma_{teo} = \pm 1{,}04\ Kgm^2/s \therefore \boxed{L_{teo} = 2{,}13 \pm 1{,}04\ Kgm^2/s}$

7. Calcule o Momento Angular experimental final ($L_{exp}(t_f)$) a partir da velocidade final medida para o carrinho, quando ele passa pelo último par de sensores. Desconsidere as incertezas das massas e do parâmetro de impacto para o calculo da incerteza. Esse valor medido para o momento angular final é compatível com a "previsão teórica" calculada logo antes? Considere a faixa de incerteza estimada para as duas grandezas.

$L_{exp} = m_c b v_f = 320{,}74 \cdot 6 \cdot \frac{9{,}533}{0{,}132} \Rightarrow L_{exp} = 138982{,}4736\ gcm^2/s \Rightarrow$
$\Rightarrow 13{,}8982\ Kgm^2/s$

$\sigma_{Lexp} = \sqrt{\cancel{\left(\frac{\partial L}{m_c}\right)^2 \cdot \sigma m^2} + \cancel{\left(\frac{\partial L}{b}\right)^2 \cdot \sigma b^2} + \left(\frac{\partial L}{v}\right)^2 \cdot \sigma v_{IV}} \Rightarrow \sigma_{Lexp} = \sqrt{\left(\frac{\partial L}{v}\right)^2 \cdot \sigma v_{IV}^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{(m_c b)^2 \cdot \sigma v_{IV}^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_{Lexp} = m_c\, b \cdot \sigma v_{IV}}$ $\sigma v_{IV} = v_{IV}\sqrt{\left(\frac{\sigma L}{L}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma t}{t}\right)^2} \Rightarrow \sigma v_{IV} = 72{,}22\sqrt{\left(\frac{1}{9{,}533}\right)^2 + \left(\frac{0{,}002}{0{,}145}\right)^2}$

$\Rightarrow \sigma v_1 = \pm 7{,}64\ g\ cm^2/s \Rightarrow 0{,}00000764\ Kgm^2/s$ $\sigma_{Lexp} = 320{,}74 \cdot 6 \cdot 7{,}64 = \boxed{\sigma_{Lexp} = \pm 14702{,}7216\ gcm^2/s}$
$\Rightarrow \sigma_{Lexp} = \pm 1{,}4702\ Kgm^2/s$

$\therefore \boxed{L_{exp} = 138982{,}4736 \pm 14702{,}7216\ gcm^2/s} \Rightarrow \boxed{L_{exp} = 13{,}8982 \pm 1{,}4702\ Kgm^2/s}$

SEGUNDA ETAPA: COM COLISÃO

8. Preencha a Tabela 2.

Tabela 2: Dados experimentais (COM COLISÃO)

Medida	L_I (cm)	Δt_I (s)	L_{II} (cm)	Δt_{II} (s)	L_{III} (cm)	Δt_{III} (s)	L_{VI} (cm)	Δt_{IV} (s)
1	13,800	0,317	12,40	0,213	X	0,358	11,4	0,145
2	9,700	0,317	22,6	0,213	X	0,356	7,3	0,145
3	11,800	0,317	11,4	0,213	X	0,357	9,9	0,145
Média	11,767	0,317	15,467	0,213	X	0,357	9,533	0,145
Incerteza	± 1 cm	0	± 3 cm	0	X	± 0,001 s	± 1 cm	0
$\overline{v}$ (cm/s)	37,119 cm/s		72,613 cm/s		X		65,747 cm/s	
σ_v (cm/s)	± 3,734 cm/s		± 16,8 cm/s		X		8,26 m/s	

ATENÇÃO: Os comprimentos ficam inalterados em relação às primeiras medidas.

9. Preencha a Tabela 3 e **demonstre o cálculo** de uma linha **ao lado** da tabela. Para medir a velocidade angular do disco em cada colisão você deve filmar com seu celular a colisão e depois em casa (por exemplo, usando a ferramenta de análise de vídeo: https://physlets.org/tracker) usar o tempo que o disco leva para fazer a primeira volta T para calcular a velocidade angular.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Outra opção é usar dois celulares: deixe um celular sobre a mesa, abaixo do trilho, com um cronômetro "rodando", de forma que o celular que grava a colisão grave também esse cronômetro. Depois você pode analisar o vídeo da colisão quadro-a-quadro, e ler diretamente os tempos no cronômetro.

Tabela 3: Velocidade angular medida após a colisão

colisão	T	ω
1	0,49 s	12,82 s^{-1}
2	0,48 s	13,09 s^{-1}
3	0,48 s	13,09 s^{-1}
Media	X	13 s^{-1}
incerteza	X	± 0,09 s^{-1}

$T_1 = 11,66 - 11,17 = 0,49 s$

$\omega_1 = \frac{2\pi}{0,49} \Rightarrow \omega_1 = 12,82 \, s^{-1}$

$T_2 = 7,15 - 6,67 = 0,48 s$

$\omega_2 = \frac{2\pi}{0,48} \Rightarrow \omega_2 = 13,09 \, s^{-1}$

$T_3 = 6,38 - 5,9 = 0,48 s$

$\omega_3 = \frac{2\pi}{0,48} \Rightarrow \omega_3 = 13,09 \, s^{-1}$

media:

$\frac{12,82 + 13,09 + 13,09}{3} \Rightarrow$

ATENÇÃO: essas são as velocidades que você calculou a partir dos vídeos das colisões. Considere a incerteza como sendo apenas a incerteza estatística.

media $= 13 \, s^{-1}$

$$\sigma_\omega = \sqrt{\frac{(12,82-13)^2 + (13,09-13)^2 + (13,09-13)^2}{6}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\sigma_\omega = \pm 0,09 \, s^{-1}}$$

10. Calcule o Momento de Inércia do disco ($I = \frac{MR^2}{2}$) e sua incerteza (para o cálculo da incerteza, desconsidere a incerteza de massa).

$I = \frac{78,42 (5,2)^2}{2} \Rightarrow I = 1060,2384 \, g\,cm^2 \Rightarrow I = 0,0106 \, Kg\,m^2$

$\sigma_I = \sqrt{\left(\frac{\sigma I}{\sigma m}\right)^2 \cdot \sigma^2 + \left(\frac{\sigma i}{\sigma R}\right)^2 \cdot \sigma R^2} = \sqrt{(mR)^2 \cdot (\sigma R)^2} = mR \cdot \sigma R$

$\sigma I = (78,42 \cdot 5,2) \cdot 0,05 \Rightarrow \sigma I = \pm 20,39 \, g\,cm^2 \Rightarrow \sigma_I = \pm 0,002039 \, Kg\,m^2$

$\therefore I = 0,010 \pm 0,002 \, . \, Kg\,m^2$

11. Use as grandezas calculadas acima para determinar o valor experimentalmente medido para o momento angular do **disco**, após a colisão e sua incerteza.

$L_d = I \cdot \omega = 0,01 \cdot 13 \Rightarrow L = 0,13 \, Kg \, m^2/s$

$\sigma_{L_d} = \sqrt{\left(\frac{dL}{d_I}\right)^2 \cdot \sigma I^2 + \left(\frac{dL}{d\omega}\right)^2 \cdot \sigma\omega^2} = \sqrt{\omega^2 \cdot \sigma I^2 + I^2 \cdot \sigma\omega^2}$

$\sigma_{L_d} = \sqrt{(13)^2 \cdot (0,002039)^2 + (0,010)^2 \cdot (0,09)^2} \Rightarrow \sigma_L = \pm 0,00023856 \, Kg\,m^2/s$

$\therefore L_d = 0,13 \pm 0,00002 \, Kg m^2/s$

12. Calcule o valor final medido para o momento angular do **carrinho**, quando ele passa pelo último par de sensores e sua incerteza. Novamente, no cálculo da incerteza, desconsidere as incertezas de massa e do parâmetro de impacto.

$L_{exp} = m_c \cdot b \cdot v_{IV} = 320,74 \cdot 6 \cdot \frac{9,533}{0,145} \Rightarrow = 126521,976 \, g\,cm^2/s \Rightarrow$

$L_{exp} = 12,6521 \, Kg\,m^2/s$

como as 3 medições foram iguais, considerei (a incerteza do cronometro.

$\sigma_{L_{exp}} = m_c \, b \, \sigma v_{IV} = 320,74 \cdot 6 \cdot 0,001 \Rightarrow \sigma_{L_{exp}} = \pm 1,924 \, g\,cm^2/s \Rightarrow$

$\sigma_{L_{exp}} = \pm 0,0001924 \, Kg \, m^2/s$

$\therefore L_{exp} = 12,6521 \pm 0,0001924 \, Kg\,m^2/s$

13. Preencha a tabela 4 e responda se o momento angular final Sem e Com Colisão são compatíveis. **Justifique** sua resposta.

Tabela 4: Comparação Momento Angular Sem e Com Colisão.

Sem colisão		
	L_{final_exp}(kg m²/s)	$\sigma_{L^{exp}}$(kg m²/s)
Carrinho	13,8882	± 1,4702
Disco	0	0
Total (sistema)	13,8882	± 1,4702
Com colisão		
Carrinho	12,6521	± 0,0001924
Disco	0,13	± 0,00002
Total (sistema)	12,7821	± 0,00019

$\Sigma_\sigma = \sqrt{(0,0001924)^2 + (0,00002)^2}$

$\Sigma\sigma = 0,000192354$

$\Sigma\sigma = \pm 0,00019$