

Datenstrukturen und Algorithmen

Übung 3 Rekursion, ADT, Algebra

Aufgabe 1

Gegeben sie folgende Python Funktion:

```
def recursion(n):  
    if n <= 0:  
        return 1  
    else:  
        return recursion(n - 1) + recursion(n - 1)
```

- a) Was berechnet die Funktion?
- b) Geben Sie die Laufzeitfunktion $T(n)$ an als Anzahl der Aufrufe der Funktion `recursion`
- c) Geben Sie die Laufzeitfunktion $T(n)$ an als Anzahl der Vergleichsoperationen ($n \leq 0$) und Additionsoperationen (+)

Aufgabe 2

Rekursion/Endrekursion

Schreiben Sie eine rekursive und eine endrekursive Variante der beiden folgenden Funktionen von $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ an:

- i) $f(x, y) := x + y$
(Hinweis: n-malige Addition von 1)
- ii) $g(x, y) := x * y$
(Hinweis: n-malige Addition)

Aufgabe 3

Fügen Sie zur Definition des ADT *list* aus der Vorlesung die folgenden Axiome hinzu:

- a) `delete` – löscht ein Element
- b) `last` – liefert das letzte Element der Liste
- c) `find` – sucht ein Element aus der Liste und liefert dieses zurück, sofern enthalten
- d) `previous` – liefert den Vorgänger eines Elementes

Aufgabe 4

Betrachten sie folgende Operatoren:

- create: $\rightarrow \text{MyList}$
- insert: $\text{MyList} \times \text{Element} \rightarrow \text{MyList}$
- key: $\text{Element} \rightarrow \text{Schlüssel}$
- delete: $\text{MyList} \times \text{Schlüssel} \rightarrow \text{MyList}$
- readp: $\text{MyList} \times \text{Position} \rightarrow \text{Element} \cup \{\text{Fehler}\}$
- is_empty: $\text{MyList} \rightarrow \text{BOOLEAN}$

a) Beschreiben Sie die Wirkung der Operatoren

Betrachten Sie zusätzlich folgende Axiome:

$l \in \text{MyList}, e \in \text{Element}, s \in \text{Schlüssel}, p \in \mathbb{N}$

A1) $\text{is_empty}(\text{create}) = \text{TRUE}$

A2) $\text{is_empty}(\text{insert}(l, e)) = \text{FALSE}$

A3) $\text{delete}(\text{create}, s) = \text{create}$

A4) $\text{delete}(\text{insert}(l, e), s) = \text{IF key}(e) = s$
THEN $\text{delete}(l, s)$
ELSE $\text{insert}(\text{delete}(l, s), e)$

A5) $\text{readp}(\text{create}, p) \rightarrow \text{Fehler}$

A6) $\text{readp}(\text{insert}(l, e), p) = \text{IF } p = 1$
THEN e
ELSE $\text{readp}(l, p-1)$

Vereinfachen Sie und geben Sie die verwendeten Axiome an:

b) $\text{delete}(\text{insert}(\text{insert}(\text{insert}(\text{insert}(\text{create}, a), b), c), d), s1)$
wobei $\text{key}(d), \text{key}(b) = s2$ und $\text{key}(c), \text{key}(a) = s1$

c) $\text{readp}(\text{insert}(\text{insert}(\text{insert}(\text{insert}(\text{create}, a), b), c), d), 2)$

d) $\text{readp}(\text{delete}(\text{insert}(\text{insert}(\text{insert}(\text{insert}(\text{create}, a), b), c), d), s1), 2)$

e) $\text{readp}(\text{insert}(\text{create}, a), 2)$