- Fragen?
- Aussagenlogik (Nachtrag)

$$\neg(\forall_{\square}: \square) \Leftrightarrow (\exists_{\square}: \neg\square)$$

$$\neg(\exists_{\square}: \square) \Leftrightarrow (\forall_{\square}: \neg\square)$$

$$\neg(\square \land \square) \Leftrightarrow (\neg\square \lor \neg\square)$$

$$\neg(\square \lor \square) \Leftrightarrow (\neg\square \land \neg\square)$$

$$\neg(\square > \square) \Leftrightarrow (\square \leq \square)$$

$$\neg(\square < \square) \Leftrightarrow (\square \geq \square)$$

$$\neg(\square \geq \square) \Leftrightarrow (\square < \square)$$

$$\neg(\square \leq \square) \Leftrightarrow (\square > \square)$$

$$\neg(\square = \square) \Leftrightarrow (\square \neq \square)$$

$$\neg(\square \neq \square) \Leftrightarrow (\square = \square)$$

- Beweisprinzipien

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.1.14 Nennen Sie 5 **Beweisprinzipien**.

3.1.15 Auf welcher Aussagenlogischen Äquivalenz beruht das Beweisprinzip der Kontraposition?

3.1.16 Aus welchen beiden Teilbeweisen kann ein Äquivalenzbeweis aufgebaut werden?

3.1.17 Skizzieren Sie die Grundidee eines Beweises durch Widerspruch.

direkter Beweis:
Wenn a und b gerade Zahlen sind, dann ist die Summe $a + b$ auch eine gerade Zahl.

direkter Beweis:
Wenn n eine natürliche Zahl ist, dass ist $n + (n + 1) + (n + 2)$ durch 3 teilbar.

Ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen a, b und c ist genau dann an C rechtwinklig, wenn gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

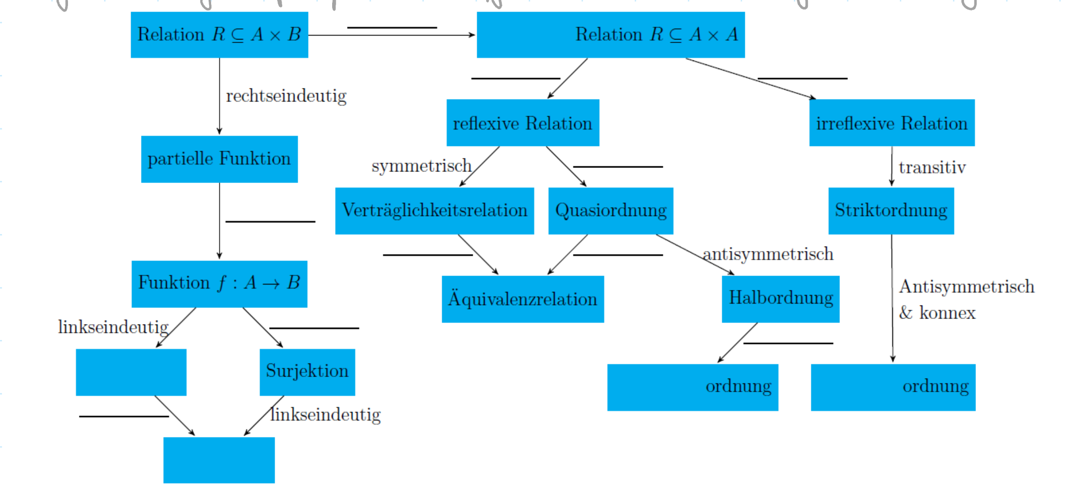
z.z.: $\forall_{x \in \mathbb{Z}}: \; (x \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow (x > 0)$

z.z.: $\forall_{x \in \mathbb{Z}}: \; (x \geq 1) \Rightarrow (x > 0)$

z.z.: $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ (Widerspruchsbeweis)

- Relationen

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.3 / Aufgabe 46 // Mini-Test-Aufgabensammlung 4.1.15)



Definition 3.6 Es sei R eine (homogene) Relation auf einer Menge M. Dann heißt R

1. **reflexiv**, wenn für alle $x \in M$ gilt: $(x, x) \in R$,
2. **symmetrisch**, wenn für alle $x, y \in M$ gilt: $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$,
3. **transitiv**, wenn für alle $x, y, z \in M$ gilt: $(x, y) \in R$ und $(y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$,
4. **irreflexiv**, wenn für alle $x \in M$ gilt: $(x, x) \notin R$,
5. **konnex**, wenn für alle $x, y \in M$ gilt: $x \neq y \Rightarrow (x, y) \in R \vee (y, x) \in R$
6. **antisymmetrisch** (oder identitiv), wenn für alle $x, y \in M$ gilt: $(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow x = y$,
7. **asymmetrisch** wenn für alle $x, y \in M$ gilt: $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \notin R$,
8. **total** wenn für alle $x, y \in M$ gilt: $(x, y) \in R \vee (y, x) \in R$,
9. **trichotom**, wenn für alle $x, y \in M$ genau eine der folgenden Aussagen gilt: $(x, y) \in R$, $(y, x) \in R$. $x = y$.

Satz 3.7 *Es sei R eine (homogene) Relation auf der Menge M. Dann gilt folgendes:*

1. *R ist asymmetrisch $\Leftrightarrow$ R ist antisymmetrisch und irreflexiv,*
2. *R ist trichotom $\Leftrightarrow$ R ist asymmetrisch und konnex,*
3. *R ist total $\Leftrightarrow$ R ist konnex und reflexiv,*
4. *falls zusätzlich $R \neq \emptyset$: R ist symmetrisch $\Rightarrow$ R ist nicht asymmetrisch,*
5. *falls zusätzlich $R \neq \emptyset$: R ist asymmetrisch $\Rightarrow$ R ist nicht symmetrisch,*
6. *falls zusätzlich $M \neq \emptyset$: R ist reflexiv $\Rightarrow$ R ist nicht irreflexiv,*
7. *falls zusätzlich $M \neq \emptyset$: R ist irreflexiv $\Rightarrow$ R ist nicht reflexiv.*