4. Aufgabe: Schnittpunkte von Geraden bestimmen

Bestimmen Sie jeweils den Schnittpunkt der angegebenen Geraden. (Prüfen/Überlegen Sie zunächst ob/wie viele Schnittpunkte existieren.)

a) $f_1(x) = \underline{2x} - 2, \quad g_1(x) = \underline{-2x} + 1$

Steigungen verschieden => Es gibt genau einen Schnittpunkt

$f_1(x) = y = g_1(x)$

$\Rightarrow \quad 2x - 2 = -2x + 1 \quad |+2x \quad |+2$

$4x = 3 \quad |\cdot \frac{1}{4}$

$x = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \quad f_1(\frac{3}{4}) = y = 2\cdot\frac{3}{4} - 2 = -\frac{1}{2}$

$g_1(\frac{3}{4}) = y = -2\cdot\frac{3}{4} + 1 = -\frac{1}{2}$

$S_{f_1,g_1}(\frac{3}{4} | -\frac{1}{2})$

b) $f_2(x) = \frac{1}{3}x, \quad g_2(x) = 6x - 17$

Steigung verschieden => Es gibt genau einen Schnittpunkt

$f_2(x) = g_2(x)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{3}x = 6x - 17 \quad |-6x$

$\Leftrightarrow \quad (\frac{1}{3} - \frac{18}{3})x = -17$

$\Leftrightarrow \quad -\frac{17}{3}x = -17 \quad |\cdot(-\frac{3}{17})$

$\Leftrightarrow \quad x = 3$

$\Rightarrow \quad f_1(3) = y = \frac{1}{3}\cdot 3 = 1$

$S_{f_2,g_2}(3|1)$

c) $f_3(x) = \frac{1}{7}x + 7, \quad g_3(x) = \underbrace{\frac{3}{21}}_{=\frac{1}{7}}x - 21$

Geraden parallel => kein Schnittpunkt

d) $f_4(x) = -3x + \frac{1}{3}, \quad g_4(x) = -x + \underbrace{\frac{3}{9}}_{=\frac{1}{3}} - \frac{4}{2}x$

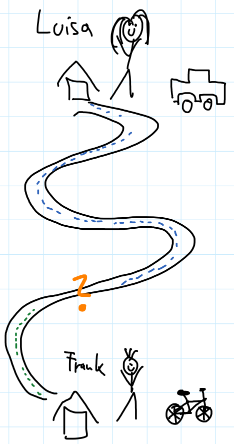
$-3x$

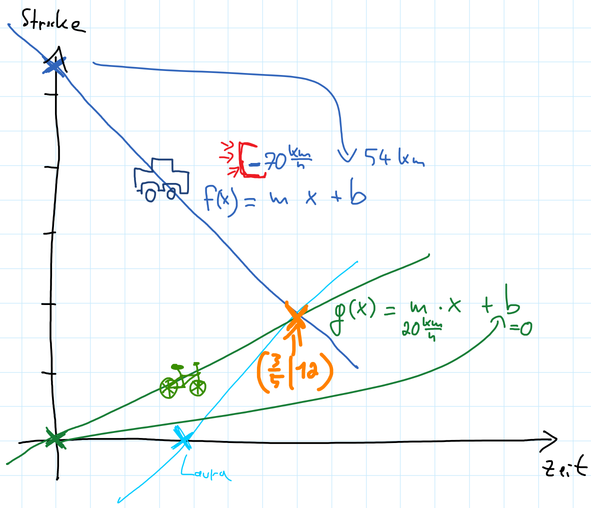
Geraden parallel
& gleiche Y-Achsenabschnitte

=> Unendlich Schnittpunkte
(da Geraden identisch)

5. Aufgabe: Textaufgaben mit Geraden lösen

Die folgende Textaufgabe ist lösbar indem Sie ihr Wissen über Geraden anwenden:
Luisa möchte Frank eine Entdeckung für ihr Projekt zeigen. Die beiden möchten sich so schnell wie möglich sehen. Dafür kennen sie ein schönes Plätzchen, dass beide gleich schnell erreichen können. Also steigt Luisa in ihr Auto und Frank setzt sich auf sein Fahrrad. Frank erreicht eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20\frac{km}{h}$, Luisa eine von $70\frac{km}{h}$. Die beiden wohnen $54km$ voneinander entfernt.
Wie lange dauert es bis die beiden sich treffen und wo entlang der Strecke treffen sie sich?
Auf dem Weg fällt Frank ein, dass seien Nachbarin Laura vielleicht auch Interesse hat Luisas Entdeckung zu sehen. 20 Minuten nachdem er aufgebrochen ist Ruft er Laura an und gibt ihr die Koordinaten des Treffpunkts. Wie schnell muss Laura mit ihrem Auto fahren um gleichzeitig mit Luisa und Frank am Treffpunkt zu sein?





$g_{Frank}(t) = g_{Luisa}(t)$

$20\frac{km}{h}\cdot t = -70\frac{km}{h}\cdot t + 54km \quad |+70\frac{km}{h}$

$\Leftrightarrow \quad 90\frac{km}{h}\cdot t = 54km \quad |\div 90\frac{km}{h}$

$\Leftrightarrow \quad t = \frac{54}{90}\frac{km}{\frac{km}{h}} = \frac{3}{5}km\cdot\frac{h}{km} = \frac{3}{5}h = 36min$

$\Rightarrow \quad g_{Frank}(\frac{3}{5}h) = 20\frac{km}{h}\cdot\frac{3}{5}h = 12km$

$\Rightarrow \quad T(36min | 12km)$

$\Rightarrow \quad T(36\,\text{min} \mid 12\,\text{km})$

$S_{Laura}\left(\frac{1}{3}h \mid 0\,\text{km}\right) \longrightarrow \quad m_{Laura} = \frac{0\,\text{km} - 12\,\text{km}}{\frac{1}{3}h - \frac{3}{5}h}$

$= \frac{-12\,\text{km}}{\left(\frac{5}{15} - \frac{9}{15}\right)h} = \frac{-12}{-\frac{4}{15}}\frac{\text{km}}{h} = \underline{\underline{45\frac{\text{km}}{h}}}$

7. Aufgabe: Abstand Punkt zu Gerade

Gegeben sei die Gerade $g(x) = -2x + 10$ und die beiden Punkte $P_1(0|0)$ und $P_2(6|3)$. Berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte zur Geraden.

1. Senkrechte Gerade durch Punkt
2. Schnittpunkt neue Gerade mit Gerade
3. Pythagoras. Abstand Punkt zu Schnittpunkt

- bestimme $h_1(x) \perp g(x)$ durch P_1:

$m_{h_1} = -\frac{1}{m_g} \overset{\downarrow}{=} -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$

$h_1(x) = y = m_{h_1} \cdot x + b_{h_1} \Leftrightarrow b_{h_1} = y - m_{h_1} \cdot x$

$b_{h_1} \overset{\downarrow}{=} 0 - \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$

$\Bigg\}\ h_1(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 0$

- Schneide $g_1(x)$ und $h_1(x)$:

$h_1(x) = g_1(x)$

$\frac{1}{2}x = -2x + 10 \overset{+2x}{\Leftrightarrow} \frac{5}{2}x = 10 \overset{\cdot\frac{2}{5}}{\Leftrightarrow} x = 10\,\frac{2}{5} \Leftrightarrow x = 4$

$\downarrow x=4$

$h_1(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \Rightarrow y = 2$

$\Bigg\}\ S_1 = (4|2)$

$P_1 = (0|0)$

- Abstand P_1 zu S_1:

$d_1 = \sqrt{(4-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2}$

$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5}$

$= \underline{2\sqrt{5}}$

- $h_2 \perp g$ durch P_2:

$m_{h_2} = -\frac{1}{m_g} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$

$b_{h_2} = y - m_{h_2} \cdot x \overset{\downarrow}{=} 3 - \frac{1}{2} \cdot 6 = 0$

$\Bigg\}\ h_2(x) = \frac{1}{2}x + 0 \quad (= h_1(x))$

- Schnittpunkt von h_2 & g: $\quad S_2 = S_1 = (4|2)$
- Abstand S_2 zu P_2:

$$d_2 = \sqrt{(4-6)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+1} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$