Tutorium B01: Mengen, Mengenoperationen und kartesisches Produkt

- Fragen?
- Menge oder nicht?
  - $\{1, 2, 2, 3\}$
  - $\{\ \}$
  - $\{$:-), :-c, ;-) $\}$
  - $\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots\}$
  - $\{\{0,1\}, \{1\}, \{0\}\}$
  - $\emptyset \cup \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\} \overset{?}{=} \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\}$
  - $\{1,2,3,4\} \overset{?}{=} \{0, 1, 2, 3, 4\}$
  - $\{1,2,3\} \overset{?}{=} \{3,2,1\}$
- „Teilmenge" oder „Element"

  Sei $M = \{1, 2\}$.
  - $1 \ ? \ M$
  - $\{1\} \ ? \ M$
  - $\{3\} \ ? \ M$
  - "A" $?$ M

- Mengenoperationen

(Mini-Test-Aufgabensammlung 1.2.1)

Seien $M_1 = \{0, 1, 2\}$, $M_2 = \{2, 3, 4\}$ und $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Berechnen Sie $M_1 \cup M_2$, $M_1 \cap M_2$, $M \setminus M_1$, $M \setminus M_2$, $M_1^{c(M)}$ und $M_2^{c(M)}$.

- $M_1 \cup M_2 =$
- $M_1 \cap M_2 =$
- $M \setminus M_1 =$
- $M \setminus M_2 =$

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1)

Aufgabe 2 Es seien $M := \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $M_1 := \{-2, -1, 0\}$, $M_2 := \{1, 4, 9\}$ und $M_3 := \{2, 4, 6, 8\}$. Bestimmen Sie

$$M_1 \cup M_2,\ M_2 \cup M_3,\ M_1 \cap M_2,\ M_1^{c(M)},\ (M_2 \cup M_3)^{c(M)},\ M \setminus (M_1 \cup M_3)$$

- $M_1 \cup M_2 =$
- $M_2 \cup M_3 =$
- $M_1 \cap M_2 =$
- $M_1^{c(M)} =$
- $(M_2 \cup M_3)^{c(M)} =$
- $M \setminus (M_1 \cup M_3) =$

- Kartesisches Produkt

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

1.1.1 Wie ist das **Karthesische Produkt** zweier Mengen M_1 und M_2 definiert?

1.1.2 Wie ist das **Karthesische Produkt** von n Mengen $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_n$ definiert?

(HowTo: Definitionen lesen, v3)

Definition 1.9 Es seien M_1, M_2 zwei nichtleere Mengen, dann heißt

$$\boxed{M_1 \times M_2 := \{(x_1, x_2) : x_1 \in M_1, x_2 \in M_2\}}$$

(Menge der geordneten 2-Tupel) das **kartesische Produkt** von M_1 und M_2. Seien allgemeiner mehrere nichtleere Mengen $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_n$ gegeben, dann heißt

$$\boxed{M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_n := \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) : x_j \in M_j, j = 1, \ldots, n\}}$$

das **kartesische Produkt** der Mengen $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_n$.
Gilt weiter $M := M_1 = M_2 = \ldots = M_n$, so schreibt man auch

$$\boxed{M^n = \underbrace{M \times M \times \ldots \times M}_{n-\text{mal}}.}$$

- ☐ Der „Hauptteil"
  ist der zum Rechnen oder Anwenden interessante Teil. Hier stehen häufig irgendwelche Symbole und Funktionen, die bereits definiert wurden. (Diese Definitionen kann man im Zweifelsfall auch nochmal lesen)
- ☐ Die „Bedingungen"
  ist der Teil, in denen verwendete Symbole genau festgelegt werden. Falls hier so etwas wie $x \in \mathbb{R}^n$ steht, wissen wir, dass x ein Vektor mit n-Komponenten im reellwertigem Bereich ist.
- ☐ Die „definierten Begriffe"
  in diesem Bereich werden Schlüsselwörter eingeführt, die später in anderen Definitionen wieder auftauchen können.

(Mini-Test-Aufgabensammlung 1.2.2)

Seien $M_1 = \{1, 2\}$, $M_2 = \{-1, -2\}$. Berechnen Sie $M_1 \times M_2$, M_1^2 und M_2^2

- $M_1 \times M_2 =$
- $M_1^2 =$
- $M_2^2 =$

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1)

Aufgabe 7 a) Bestimmen Sie alle Element aus

$$(\{1, 2\} \times \{3, 7\})^2$$

a) $(\{1,2\} \times \{3,7\})^2 =$

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1)

Aufgabe 5 **a)** Skizzieren Sie die Menge $[4, 8] \times \{-1, 1, 2\}$.

b) Schreiben Sie folgende Menge durch Aufzählen all ihrer Elemente $(\mathbb{Z} \times \{1, 3\}) \cap (\{1, 2\} \times \mathbb{Z})$.

(Beispielklausur Aufgabe 1d))

Schreiben Sie folgende Menge in der Mengenschreibweise (d.h. Mengenklammern, etc.): Die Menge aller Teilmengen der Menge der rationalen Zahlen, die die Null nicht enthalten.

(Beispielklausur Aufgabe 1d))

Schreiben Sie folgende Menge in der Mengenschreibweise (d.h. Mengenklammern, etc.): *Die Menge aller Teilmengen der reellen Zahlen, die alle negativen Zahlen enthalten.*

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1, Aufgabe 7)

b) Schreiben Sie folgende Menge mit Hilfe der mathematischen Mengenschreibweise:
Die Menge aller Bilder mit 100 *mal* 100 *Pixeln, wobei jedes Pixel durch drei Farbkanäle erzeugt wird, die ihrerseits jeweils Werte aus* $\{0, 1, ..., 255\}$ *annehmen können.*

b)

- Fragen?