**1. Aufgabe**

Ermitteln Sie den *Scheitelpunkt* mit Hilfe der quadratischen Ergänzung und ermitteln Sie die *Nullstellen*:

$$f(x) = x^2 + 6x - 7$$

$$x^2 + 6x - 7$$
$$= \underbrace{x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2}_{} - 3^2 - 7$$
$$= (x+3)^2 - 9 - 7$$
$$= (x+3)^2 - 16$$

$\Rightarrow$ Scheitelpunkt $S(-3|-16)$

$$x_{1,2} = \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-7)}}{(2) \cdot 1}$$
$$= -3 \pm \frac{\sqrt{36+28}}{2}$$
$$= -3 \pm \frac{\sqrt{64}}{2}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \frac{8}{2} = -3 \pm 4$$

$\Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = -7$

**2. Aufgabe**

Ermitteln Sie die *Nullstellen* und den *Scheitelpunkt* der Parabel:

$$f(x) = (x+3)^2 + 2$$

Scheitelpunkt ablesen: $S(-3|2)$

$$(x+3)^2 + 2 = 0 \quad | -2$$
$$(x+3)^2 = -2 \quad | \sqrt{\square}$$
$$|x+3| = \sqrt{-2}$$

$$+(x_1+3) = \sqrt{-2} \quad | -3$$
$$x_1 = -3 + \sqrt{-2}$$

$$-(x_2+3) = \sqrt{-2}$$
$$-x_2 - 3 = \sqrt{-2} \quad | +3$$
$$-x_2 = 3 + \sqrt{-2} \quad | \cdot (-1)$$
$$x_2 = -3 - \sqrt{-2}$$

$$N_1 = (-3 - \sqrt{-2} \,|\, 0) = (-3 - i \cdot \sqrt{2} \,|\, 0)$$
$$N_2 = (-3 + \sqrt{-2} \,|\, 0) = (-3 + i \cdot \sqrt{2} \,|\, 0)$$

**3. Aufgabe**

Berechnen Sie die *Nullstellen*:

a)

$$f(x) = x^2 + 3x - 10$$

$$x_{1,2} = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-10)}}{2 \cdot (1)} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{9+40}}{2}$$
$$= -\frac{3}{2} \pm \frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{4}{2} = 2, \quad x_2 = -\frac{10}{2} = -5$$

b)

$$g(x) = 3x^2 + 17x + 10$$

$$x_{1,2} = \frac{-(17) \pm \sqrt{(17)^2 - 4 \cdot (3) \cdot (10)}}{2 \cdot (3)} = -\frac{17}{6} \pm \frac{\sqrt{289 - 120}}{6}$$
$$= -\frac{17}{6} \pm \frac{\sqrt{169}}{6} = -\frac{17}{6} \pm \frac{13}{6} \quad \Rightarrow \quad x_1 = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}, \quad x_2 = -\frac{30}{6} = -5$$

**4. Aufgabe**

Berechnen Sie die *Schnittpunkte* der beiden Parabeln:

$$f(x) = x^2 + 3x - 10$$
$$g(x) = 3x^2 + 17x + 10$$

$$f(x) = g(x)$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + 3x - 10 = 3x^2 + 17x + 10 \qquad |-3x^2 \; |-17x \; |-10$$

$$\Leftrightarrow \quad -2x^2 - 14x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -2 \cdot \underbrace{(x^2 + 7x + 10)} = 0$$

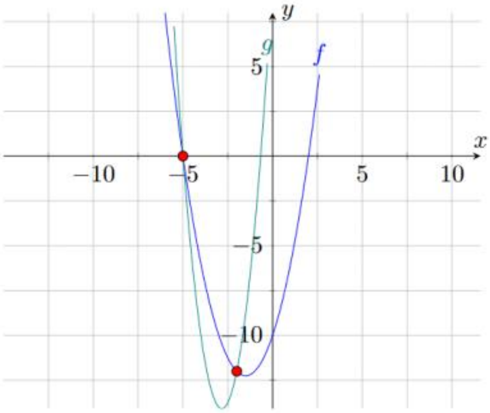
$$\Rightarrow \quad x^2 + 7x + 10 = 0$$

abc

$$x_{1,2} = \frac{-(7) \pm \sqrt{(7)^2 - 4\,(1)\,(10)}}{2\,(1)}$$

$$= -\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{49 - 40}}{2} = -\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{2} = -\frac{7}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = -\frac{4}{2} = -2 \qquad x_2 = -\frac{10}{2} = -5$$




$x_1$

$$f(x_1) = f(-2) = (-2)^2 + 3(-2) - 10 = 4 - 6 - 10 = -12 \quad \Rightarrow S_1(-2|-12)$$

$x_2$

$$f(x_2) = f(-5) = (-5)^2 + 3(-5) - 10 = 25 - 15 - 10 = 0 \quad \Rightarrow S_2(-5|0)$$

**5. Aufgabe**

Berechnen Sie die *Nullstellen*:

a)

$$f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$$

Substitution: Setze: $z := x^2$

damit ergibt sich

$$\xrightarrow{z = x^2} \quad f(z) = z^2 - 8z - 9$$

abc

$$z_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2\,(1)}$$

$$= \frac{8}{2} \pm \frac{\sqrt{64 + 36}}{2} = 4 \pm \frac{\sqrt{100}}{2}$$

$$= 4 \pm \frac{10}{2} = 4 \pm 5$$

$$\Rightarrow z_1 = 9 \qquad z_2 = -1$$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{z_1}$

$x_{3,4} = \pm\sqrt{z_2}$

$$x_1 = +\sqrt{9} = 3 \qquad x_3 = +\sqrt{-1} = i$$

$$x_2 = -\sqrt{9} = -3 \qquad x_4 = -\sqrt{-1} = -i$$

$$\Rightarrow \quad N_1(-3|0) \quad N_2(3|0) \quad N_3(-i|0) \quad N_4(i|0)$$

b)

$$g(x) = -x^3 + 4x = x \cdot (-x^2 + 4)$$

$\rightarrow$ ablesen Nullstelle für $x_1 = 0 \Rightarrow N_1(0|0)$

$g(x) = -x^3 + 4x \quad = \underbrace{x}\cdot\underbrace{(-x^2+4)}$

$x$ → ablesen Nullstelle für $x_1 = 0$ ⇒ $N_1\ (0|0)$

$(-x^2+4)$ → andere Nullstellen hieraus

$-(x^2) + 4 = 0 \quad | -4$

$-(x^2) = -4 \quad | \cdot (-1)$

$x^2 = 4$

→ $x_2 = -2$ $\quad N_2\ (-2|0)$

$x_3 = 2$ $\quad N_3\ (2|0)$