

## Tutorium B03: (Aussagen-) Logik und Beweisprinzipien

- Fragen?
- Aussagenlogik

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.1.1 Welche Werte kann eine **Aussagenvariable** annehmen?

3.1.2 (a) Welche Verknüpfungen zweier Aussagenvariablen  $A$  und  $B$  haben Sie kennen gelernt (4)? (b) Wie genau sind diese Definiert? (c) Welche Operation gibt es für eine einzelne Aussagenvariable  $A$  (1) und (d) wie ist diese definiert?

3.1.3 Wie ist die Negation einer Aussage  $A$  definiert?

3.1.4 Wie ist die Konjunktion zweier Aussagen  $A$  und  $B$  definiert?

3.1.5 Wie ist die Disjunktion zweier Aussagen  $A$  und  $B$  definiert?

3.1.6 Wie ist die Implikation von einer Aussage  $A$  zu einer Aussagen  $B$  definiert?

3.1.7 Wie ist die Äquivalenz zweier Aussagen  $A$  und  $B$  definiert?

3.1.8 Wie ist eine **Aussageformeln**  $F$  definiert?

3.1.9 Wann sind zwei Aussageformeln  $F_1, F_2$  nach der Definition **gleichwertig**?

3.1.10 Wie lauten die **Kommutativgesetze** der Aussagenlogik?

3.1.11 Wie lauten die **Assoziativgesetze** der Aussagenlogik?

3.1.12 Wie lauten die **Distributivgesetze** der Aussagenlogik?

3.1.13 Wie lauten die **De Morganschen Gesetze** der Aussagenlogik?

$A$	$B$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$	$\neg A$
w	w	w	w	w	w	f
w	f	f	w	f	f	w
f	w	f	w	w	f	f
f	f	f	f	w	w	w

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1)

**Aufgabe 34** Zeigen Sie mittels Wahrheitstabelle, dass  $F_1(A, B, C) := (A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$  und  $F_2(A, B, C) := A \vee B \Rightarrow C$  gleichwertig sind.

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

**3.2.1** Zeigen Sie mittels einer vollständigen Wahrheitstabelle, dass

$$F_1(A, B, C) := A \Rightarrow (B \vee C)$$

und

$$F_2(A, B, C) := \neg(A \wedge \neg(B \vee C))$$

gleichwertig sind.

**3.2.2** Zeigen Sie mittels einer vollständigen Wahrheitstabelle, dass

$$F_1(A, B, C) := (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A)$$

und

$$F_2(A, B, C) := (A \Leftarrow B) \wedge (B \Leftarrow C) \wedge (C \Leftarrow A)$$

gleichwertig sind.

**3.2.3** Zeigen Sie mittels einer vollständigen Wahrheitstabelle, dass

$$F_1(A, B, C, D) := (\neg A \wedge \neg D) \vee (B \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$$

und

$$F_2(A, B, C, D) := (\neg A \vee \neg B \vee D) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg D)$$

gleichwertig sind.

(Mini-Test Aufgabensammlung)

- 3.2.4** Übersetzen Sie die folgende Natürlichsprachige Aussage zunächst in Mathematisch Schreibweise unter Verwendung des Existenzquantors ( $\exists$ ) und Allquantors ( $\forall$ ). Nehmen Sie dann an Sie wollten die Aussage mittels *Beweis durch Widerspruch* zeigen. Ermitteln Sie die dafür zu zeigende negierte Aussage:

*Zu jeder Primzahl  $p$  gibt es eine Primzahl  $b$  mit  $b > p$ .*

(Mini-Test Aufgabensammlung)

- 3.2.5** Übersetzen Sie die folgende Natürlichsprachige Aussage zunächst in Mathematisch Schreibweise unter Verwendung des Existenzquantors ( $\exists$ ) und Allquantors ( $\forall$ ). Nehmen Sie dann an Sie wollten die Aussage mittels *Beweis durch Widerspruch* zeigen. Ermitteln Sie die dafür zu zeigende negierte Aussage:

*Für jede stetige Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  für die es Werte  $a \in \mathbb{R}$  und  $c \in \mathbb{R}$  gibt, sodass  $f(a) < 0$  und  $f(c) > 0$ , lässt sich ein  $b \in \mathbb{R}$  finden, sodass gilt  $f(b) = 0$ .*

(Mini-Test Aufgabensammlung)

- 3.2.6** Übersetzen Sie die folgende Natürlichsprachige Aussage zunächst in Mathematisch Schreibweise unter Verwendung des Existenzquantors ( $\exists$ ) und Allquantors ( $\forall$ ). Nehmen Sie dann an Sie wollten die Aussage mittels *Beweis durch Widerspruch* zeigen. Ermitteln Sie die dafür zu zeigende negierte Aussage:

*Für jede stetige Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gilt an jeder Stelle  $a \in \mathbb{R}$ , dass es zu jedem wählbaren  $\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$  ein passendes  $\delta \in \mathbb{R}, \delta > 0$  gibt, sodass  $f((a - \varepsilon, a + \varepsilon)) \subset (f(a) - \delta, f(a) + \delta)$  gilt.*

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1)

**Aufgabe 37** Es seien  $x_1$  und  $x_2$  Integer-Variablen in einem Computer-Programm.

Darin sei weiter Folgendes implementiert:

```
if  $x_1 < x_2$ 
  if  $x_1 < 4$ 
    print(Hello World)
  else
    if  $x_2 < 2$ 
      print(Hallo Welt)
    end if
  end if
else
  print(Moien Welt)
end if
```

- a) Bestimmen Sie drei Aussageformeln, die jeweils genau dann wahr sind, wenn *Hello World*, bzw. *Hallo Welt*, bzw. *Moien Welt* ausgegeben wird.
- b) Welche der Aussageformeln aus Teil a) wird niemals *wahr* sein? Begründen Sie dies mit Hilfe von Aussageformeln.

- Beweisprinzipien

(Mini-Test Aufgabensammlung)

**3.1.14** Nennen Sie 5 **Beweisprinzipien**.

**3.1.15** Auf welcher Aussagenlogischen Äquivalenz beruht das Beweisprinzip der Kontraposition?

**3.1.16** Aus welchen beiden Teilbeweisen kann ein Äquivalenzbeweis aufgebaut werden?

**3.1.17** Skizzieren Sie die Grundidee eines Beweises durch Widerspruch.