Regeln zum Umformen von Gleichungen

- **reflexiv:** $\square = \square$
- **symmetrisch:** $\square = \boxtimes$ dann auch $\boxtimes = \square$
- **transitiv:** $\square = \boxtimes$ und $\boxtimes = \boxplus$ dann $\square = \boxplus$
- **Term-Umformungen:** Können auf beiden Seiten der Gleichung unabhängig voneinander durchgeführt werden. (Eine Termumformung verändert den Wert des Terms nicht, sondern "baut ihn nur um")
- **Addition:** $\square = \boxtimes \Leftrightarrow \square \pm c = \boxtimes \pm c$ mit $c \in \mathbb{R}$
- **Multiplikation:** $\square = \boxtimes \Leftrightarrow \square \cdot c = \boxtimes \cdot c$ mit $c \in \mathbb{R}$ aber $c \neq 0$
- **Funktionen anwenden:** $\square = \boxtimes \Leftrightarrow f(\square) = f(\boxtimes)$ wobei $f(\square)$ eine "passende" Funktion sein muss.

Denn $f(\square) = f(\boxtimes) \Rightarrow \square = \boxtimes$ gilt nicht immer,

wie z.B. $f(\square) = \square^2$ zeigt: $f(2) = 2^2 = 4 = (-2)^2 = f(-2)$

aber $2 \neq -2$

passend bedeutet, dass die Funktion auf dem Definitionsbereich umkehrbar sein muss: $\Leftrightarrow \exists f^{-1}$:

$$f^{-1}(f(\square)) = \square = \boxtimes = f^{-1}(f(\boxtimes)) \Rightarrow \left(\square = \boxtimes \Leftrightarrow f(\square) = f(\boxtimes)\right)$$

Regeln zum Umformen von Ungleichungen $(<, (\leq), >, (\geq))$

- **transitiv:** $\square < \boxtimes$ und $\boxtimes < \boxplus$ dann auch $\square < \boxplus$
- **Addition:** $\square < \boxtimes \Leftrightarrow \square \pm c < \boxtimes \pm c$ mit $c \in \mathbb{R}$
- **Multiplikation:**
  - positiv: $\square < \boxtimes \Leftrightarrow \square \cdot c < \boxtimes \cdot c$ für $c > 0$
  - negativ: $\square < \boxtimes \Leftrightarrow \square \cdot c > \boxtimes \cdot c$ für $c < 0$

$c \in \mathbb{R}$