- Fragen?
- Aussagenlogik

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.1.1 Welche Werte kann eine **Aussagenvariable** annehmen?

3.1.2 (a) Welche Verknüpfungen zweier Aussagenvariablen A und B haben Sie kennen gelernt (4)? (b) Wie genau sind diese Definiert? (c) Welche Operation gibt es für eine einzelne Aussagenvariable A (1) und (d) wie ist diese definiert?

		Konjunktion UND	Disjunktion ODER	Implikation	Äquivalenz	Negation
A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$	$\neg A$
w	w	w	w	w	w	f
w	f	f	w	f	f	f
f	w	f	w	w	f	w
f	f	f	f	w	w	w

3.1.3 Wie ist die Negation einer Aussage A definiert?

3.1.4 Wie ist die Konjunktion zweier Aussagen A und B definiert?

3.1.5 Wie ist die Disjunktion zweier Aussagen A und B definiert?

3.1.6 Wie ist die Implikation von einer Aussage A zu einer Aussagen B definiert?

3.1.7 Wie ist die Äquivalenz zweier Aussagen A und B definiert?

3.1.8 Wie ist eine **Aussageformeln** F definiert?

3.1.9 Wann sind zwei Aussageformeln F_1, F_2 nach der Definition **gleichwertig**?

3.1.10 Wie lauten die **Kommutativgesetze** der Aussagenlogik?

3.1.11 Wie lauten die **Assoziativgesetze** der Aussagenlogik?

3.1.12 Wie lauten die **Distributivgesetze** der Aussagenlogik?

3.1.13 Wie lauten die **De Morganschen Gesetze** der Aussagenlogik?

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1)

Aufgabe 34 Zeigen Sie mittels Wahrheitstabelle, dass $F_1(A, B, C) := (A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ und $F_2(A, B, C) := A \vee B \Rightarrow C$ gleichwertig sind.

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.2.1 Zeigen Sie mittels einer vollständigen Wahrheitstabelle, dass

$$F_1(A,B,C) := A \Rightarrow (B \vee C)$$

und

$$F_2(A,B,C) := \neg(A \wedge \neg(B \vee C))$$

gleichwertig sind.

3.2.2 Zeigen Sie mittels einer vollständigen Wahrheitstabelle, dass

$$F_1(A,B,C) := (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A)$$

und

$$F_2(A,B,C) := (A \Leftarrow B) \wedge (B \Leftarrow C) \wedge (C \Leftarrow A)$$

gleichwertig sind.

3.2.3 Zeigen Sie mittels einer vollständigen Wahrheitstabelle, dass

$$F_1(A,B,C,D) := (\neg A \wedge \neg D) \vee (B \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$$

und

$$F_2(A,B,C,D) := (\neg A \vee \neg B \vee D) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg D)$$

gleichwertig sind.

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.2.4 Übersetzen Sie die folgende Natürlichsprachige Aussage zunächst in Mathematisch Schreibweise unter Verwendung des Existenzquantors ($\exists$) und Allquantors ($\forall$). Nehmen Sie dann an Sie wollten die Aussage mittels *Beweis durch Widerspruch* zeigen. Ermitteln Sie die dafür zu zeigende negierte Aussage:

Zu jeder Primzahl p gibt es eine (mindestens) *Primzahl b mit* $b > p$.

$\forall_{p \in \mathbb{P}} \ \exists_{b \in \mathbb{P}} : b > p$ | $\neg(\forall_{p \in \mathbb{P}} \ \exists_{b \in \mathbb{P}} : b > p)$ | $\exists_{p \in \mathbb{P}} \ \forall_{b \in \mathbb{P}} : \neg(b > p)$

$\exists_{p \in \mathbb{P}} \neg(\exists_{b \in \mathbb{P}} : b > p)$

$\boxed{\exists_{p \in \mathbb{P}} \ \forall_{b \in \mathbb{P}} : b \leq p}$

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.2.5 Übersetzen Sie die folgende Natürlichsprachige Aussage zunächst in Mathematisch Schreibweise unter Verwendung des Existenzquantors ($\exists$) und Allquantors ($\forall$). Nehmen Sie dann an Sie wollten die Aussage mittels *Beweis durch Widerspruch* zeigen. Ermitteln Sie die dafür zu zeigende negierte Aussage:
Für jede stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, für die es Werte $a \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{R}$ gibt, sodass $f(a) < 0$ und $f(c) > 0$, lässt sich ein $b \in \mathbb{R}$ finden, sodass gilt $f(b) = 0$.

$\forall_{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f \text{ stetig}, a,c \in \mathbb{R}, f(a)<0, f(c)>0} \ \exists_{b \in \mathbb{R}} : f(b) = 0$

$\exists_{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f \text{ stetig}, a,c \in \mathbb{R}, f(a)<0, f(c)>0} \ \forall_{b \in \mathbb{R}} : f(b) \neq 0$

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.2.6 Übersetzen Sie die folgende Natürlichsprachige Aussage zunächst in Mathematisch Schreibweise unter Verwendung des Existenzquantors ($\exists$) und Allquantors ($\forall$). Nehmen Sie dann an Sie wollten die Aussage mittels *Beweis durch Widerspruch* zeigen. Ermitteln Sie die dafür zu zeigende negierte Aussage:
Für jede stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gilt an jeder Stelle $a \in \mathbb{R}$, dass es zu jedem wählbaren $\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$ ein passendes $\delta \in \mathbb{R}, \delta > 0$ gibt, sodass $f((a-\varepsilon, a+\varepsilon)) \subset (f(a)-\delta, f(a)+\delta)$ gilt.

$\forall_{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f \text{ stetig}, a \in \mathbb{R}, \varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0} \ \exists_{\delta \in \mathbb{R}\ \delta > 0} : f((a-\varepsilon, a+\varepsilon)) \subseteq (f(a)-\delta, f(a)+\delta)$

$\exists_{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f \text{ stetig}, a,\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0} \ \forall_{\delta \in \mathbb{R}, \delta > 0} : f((a-\varepsilon, a+\varepsilon)) \supset (f(a)-\delta, f(a)+\delta)$

(Aufgabensammlung / Skript Kapitel D.1)

Aufgabe 37 Es seien x_1 und x_2 Integer-Variablen in einem Computer-Programm. Darin sei weiter Folgendes implementiert:

```
if x1 < x2
  if x1 < 4
```

Aufgabe 37 Es seien x_1 und x_2 Integer-Variablen in einem Computer-Programm. Darin sei weiter Folgendes implementiert:

```
if x1 < x2
  if x1 < 4
     print(Hello World)
  else
     if x2 < 2
       print(Hallo Welt)
     end if
  end if
else
  print(Moien Welt)
end if
```

a) Bestimmen Sie drei Aussageformeln, die jeweils genau dann wahr sind, wenn *Hello World*, bzw. *Hallo Welt*, bzw. *Moien Welt* ausgegeben wird.

b) Welche der Aussageformeln aus Teil a) wird niemals *wahr* sein? Begründen Sie dies mit Hilfe von Aussageformeln.

- Beweisprinzipien

(Mini-Test-Aufgabensammlung)

3.1.14 Nennen Sie 5 **Beweisprinzipien**.

3.1.15 Auf welcher Aussagenlogischen Äquivalenz beruht das Beweisprinzip der Kontraposition?

3.1.14 Nennen Sie 5 **Beweisprinzipien**.

3.1.15 Auf welcher Aussagenlogischen Äquivalenz beruht das Beweisprinzip der Kontraposition?

3.1.16 Aus welchen beiden Teilbeweisen kann ein Äquivalenzbeweis aufgebaut werden?

3.1.17 Skizzieren Sie die Grundidee eines Beweises durch Widerspruch.

- direkt $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow B$
- Äquivalenz $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A))$
- Widerspruch $(\neg A \Rightarrow \ldots \Rightarrow f) \Leftrightarrow (A \Rightarrow \ldots \Rightarrow w)$
- Kontraposition $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A) \neq (B \Rightarrow A)$
- vollständige Induktion ...