

Mathematik	16
Analysis	
Teil 1: ohne Hilfsmittel	

AP 2024

BE

- 1 Gegeben ist die Funktion  $p_a: x \mapsto (1-a) \cdot x^2 + 2x$  mit der Definitionsmenge  $D_{p_a} = \mathbb{R}$  und mit reellem Parameter  $a \in ]1; \infty[$ .  
Bestimmen Sie denjenigen Wert für  $a$ , für den der Graph von  $p_a$  an der Stelle  $x_0 = 2$  eine Tangente mit der Steigung  $m_0 = -2$  besitzt.

3

- 2 Die Tour de France ist das weltweit berühmteste Straßenradrennen, das meist in 20 Tagesetappen gefahren wird.  
Das Streckenprofil eines Teilabschnitts einer bestimmten Tagesetappe wird näherungsweise durch die ganzrationale Funktion  $f: x \mapsto f(x)$  mit der Definitionsmenge  $D_f = [0; 10]$  beschrieben.  
Dabei entspricht  $x$  der in horizontaler Richtung zurückgelegten Strecke in der Einheit Kilometer.  $f(x)$  gibt die Höhe in der Einheit Meter über dem Meeresspiegel an.

Von der Funktion  $f$  sind folgende vier Eigenschaften I, II, III und IV bekannt:

- I)  $f'(x) > 0$  für  $x \in ]0; 1[$
- II) Der Graph von  $f$  hat zusätzlich zu den Randextrempunkten nur bei  $x_1 = 1$  und bei  $x_2 = 5$  weitere relative Extrempunkte.
- III)  $x_0 = 2,3$  ist die einzige Nullstelle der zweiten Ableitungsfunktion  $f''$  von der Funktion  $f$ . Dabei wechselt  $f''(x)$  bei  $x_0 = 2,3$  das Vorzeichen.
- IV)  $\frac{f(10) - f(5)}{10 - 5} = 0,007$

Beschreiben Sie den Streckenverlauf entlang des betrachteten Teilabschnitts anhand der obigen vier Eigenschaften im Sachkontext.

5