

MOwNiT - Laboratorium 6:

Układy równań – metody bezpośrednie

Wojciech Dąbek

30 kwietnia 2024

1 Treść zadań

Napisz program, który:

1. Jako parametr pobiera rozmiar układu równań n
2. Generuje macierz układu $A(n \times n)$ i wektor wyrazów wolnych $b(n)$
3. Rozwiązuje układ równań $Ax = b$ na trzy sposoby:
 - poprzez dekompozycję LU macierzy $A : A = LU$
 - poprzez odwrócenie macierzy $A : x = A^{-1}b$,
sprawdzić czy $AA^{-1} = I$ i $A^{-1}A = I$ (macierz jednostkowa)
 - poprzez dekompozycję QR macierzy $A : A = QR$
4. Sprawdza poprawność rozwiązania (tj. czy $Ax = b$)
5. Zmierzy całkowity czas rozwiązania układu
6. Porówna czasy z trzech sposobów: poprzez dekompozycję LU, poprzez odwrócenie macierzy i poprzez dekompozycję QR.

Narysuj wykres zależności całkowitego czasu rozwiązywania układu (LU, QR, odwrócenie macierzy) od rozmiaru układu równań. Wykonaj pomiary dla 5 wartości z przedziału od 10 do 100.

Uwaga: można się posłużyć funkcjami z biblioteki numerycznej dla danego języka programowania.

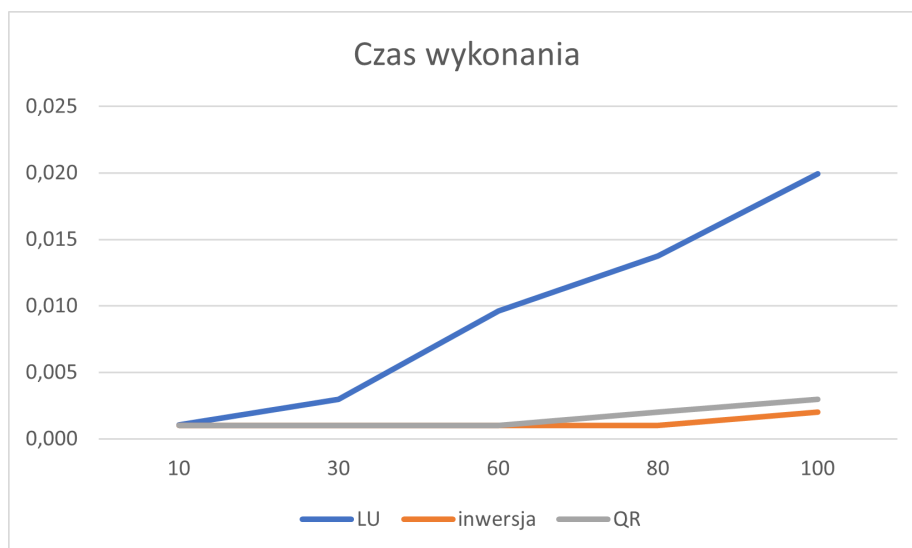
2 Rozwiązanie

Program do tego zadania napisałem w języku Python posługując się biblioteką numeryczną NumPy. Plik z kodem `eq_solver.py` jest dołączony obok tego sprawozdania.

Wykres zależności całkowitego czasu rozwiązywania układu od rozmiaru układu równań zrealizowałem w programie MS Excel. Pomiary 5 wybranych wartości czasu obliczeń wypisanych przez mój program wyglądają następująco:

N	LU	inwersja	QR
10	0,001034498215	0,000996828079	0,000995635986
30	0,002991676331	0,001001358032	0,001005172729
60	0,009633779526	0,000996351242	0,000997781754
80	0,013755083084	0,000997304916	0,001993656158
100	0,019947290421	0,001995325089	0,002990722656

A wykres dla powyższych danych:



3 Wnioski

Wyraźnie najgorszy czas zmierzony został dla metody rozkładu LU, dwie pozostałe są podobnie szybkie. Wynika to przede wszystkim z tego, że algorytm rozkładu LU napisałem w niemal czystym (i wolnym) Pythonie. Pozostałe metody opierają się w większym stopniu o możliwości biblioteki numerycznej NumPy, która dzięki byciu opartą o język C jest bardzo wydajna.

Co więcej, zadane tylko 5 pomiarów na takim przedziale może nie oddawać dobrze różnic między wydajnością podejść z inwersją i rozkładem QR.

4 Bibliografia

https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_LU
https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozkład_QR
<https://numpy.org/doc/stable/>