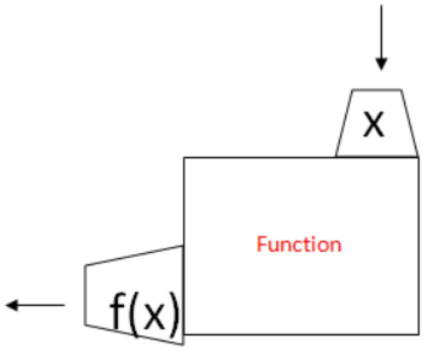


Giriş

Matematikteki en önemli kavramlardan biri fonksiyon kavramıdır. “Harita”, “haritalama”, “dönüşüm” ve daha pek çok terim aynı anlama gelir; Belirli bir durumda hangi kelimenin kullanılacağının seçimi genellikle geleneğe ve terimi kullanan kişinin matematiksel geçmişine göre belirlenir. Bir fonksiyon kavramıyla ilgili ilişkilendirilen olgu aslında algoritma kavramıdır.

Fonksiyonlar

Bir A kümesinin her bir elemanına, bir B kümesinin benzersiz bir elemanını atadığımızı varsayalım. Bu tür atamaların toplanmasına A'dan B'ye bir fonksiyon denir. A kümesine fonksiyonun etki alanı (domain) denir ve B kümesine hedef küme veya codomain denir.

Fonksiyonlar genellikle sembollerle gösterilir. Örneğin, f, A'dan B'ye bir fonksiyonu göstersin. Bu durumda notasyon olarak fonksiyon

$$f: A \rightarrow B$$

biçiminde yazılır ve şu şekilde okunur: "f, A'dan B'ye bir fonksiyondur" veya "f, A'yı B'ye alır (veya eşler)". Her $a \in A$ öğesi için benzersiz bir $b \in B$ öğesi ilişkilendiririz. Bu tür tüm ilişkilendirmeler kümesine, $f: A \rightarrow B$ olarak gösterilen, (a, b) $f: a \rightarrow b$ veya $f(a) = b$ eşlemesini belirtmek için kullanılan A'dan B'ye f fonksiyonu denir. Burada b, f tarafından atanan a'nın görüntüsü olarak anlaşılır. Tüm görüntü değerleri kümesine f'nin aralığı veya görüntüsü denir. $f : A \rightarrow B$ görüntüsü $f\ (A)$ ile gösterilir.

Çoğunlukla, bir fonksiyon matematiksel bir formül aracılığıyla ifade edilir. Örneğin, her gerçek sayıyı karesine gönderen fonksiyonu düşünün. Bu fonksiyonu yazarak açıklayabiliriz.

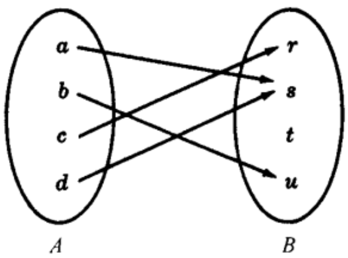
$f\ (x) = x^2$ veya $y = x^2$

İlk gösterimde x değişken olarak adlandırılır ve f harfi fonksiyonu belirtir. İkinci gösterimde, x bağımsız değişken olarak adlandırılır ve y'nin değeri, x'in değerine bağlı olacağından, y'ye bağımlı değişken denir.

Örnekler

a) $f\ (x)\ =\ x^3$ fonksiyonunu düşünün, yani f her gerçek sayıya kendi küpünü atar. O zaman 2'nin görüntüsü 8'dir ve bu nedenle $f\ (2)\ =\ 8$ yazabiliriz.

b) Aşağıdaki şekil, A = {a, b, c, d}'dan B = {r, s, t, u}'ye bir f fonksiyonunu açık bir şekilde tanımlar.



Burada

$$f\ (a)\ =\ s, f\ (b)\ =\ u, f\ (c)\ =\ r, f\ (d)\ =\ s$$

f'nin görüntüsü, $\{r, s, u\}$ görüntü değerleri kümesidir. t'nin f'nin görüntüsüne ait olmadığına dikkat edin. Çünkü t, f altındaki herhangi bir elemanın görüntüsü değildir.

İlişkiler (Bağıntılar) Olarak Fonksiyonlar

Fonksiyonların dikkate alınabileceği başka bir bakış açısı daha vardır. Her şeyden önce, her $f{:}\,A\ \rightarrow\ B$ fonksiyonu, A'dan B'ye f'nin grafiği adı verilen ve $f\ =\ \{(a, b) |\ a\ \in\ A, b\ =\ f\ (a)\}$ grafiği ile tanımlanan bir bağıntıya yol açar.

$f\ :\ A\ \rightarrow\ B$ ve $g{:}\,A\ \rightarrow\ B$ birer fonksiyon olmak üzere; eğer her $a\ \in\ A$ için $f\ (a)\ =\ g(a)$ ise; yani aynı grafiğe sahiplerse bu iki fonksiyon eşit olarak tanımlanır ve $f\ =\ g$ biçiminde yazılır. Buna göre, bir fonksiyon ve grafiği arasında ayrım yapılmaz. Böyle bir grafik ilişkisinde, A'daki her a için, bağıntıdaki benzersiz bir sıralı (a, b) çiftine ait olma özelliği vardır.

Öte yandan, A'dan B'ye bu özelliğe sahip herhangi bir f bağıntısı, burada f'deki her (a, b) için $f\ (a)\ =\ b,\ f\ :\ A\ \rightarrow\ B$ fonksiyonunu doğurur. Sonuç olarak, bir fonksiyon eşdeğer olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

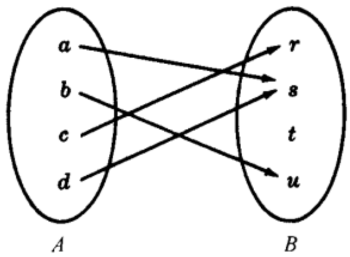
Tanım: A → B, A'dan B'ye (yani A × B'nin bir alt kümesi) olan bir f fonksiyonu, bir bağıntıdır. Öyle ki her $a\ \in\ A\ f'$deki benzersiz bir sıralı (a, b) çiftine aittir.

Bir fonksiyon ile onun grafiği arasında ayrım yapılmamasına rağmen, f'den bir sıralı çiftler kümesi olarak bahsederken yine de **"f'nin grafiği"** terminolojisi kullanılır. Ayrıca, f'nin grafiği bir bağıntı olduğundan, genel olarak bağıntılarda olduğu gibi resmini çizebiliriz ve bu resimsel temsilin kendisine f'nin grafiği denir. Ayrıca, her $a\ \in\ A$'nın f'deki benzersiz bir (a, b) çiftine ait olduğu bir fonksiyonun tanımlayıcı koşulu, grafiği tam olarak bir noktada kesen her dikey çizginin geometrik koşuluna eşdeğerdir.

Örnek

a) $f: A\ \rightarrow\ B$, Örnek (b)'de tanımlanan fonksiyon olsun. O halde f'nin grafiği aşağıdaki gibidir:

$$\{(a, s), (b, u), (c, r), (d, s)\}$$



b) $A\ =\ \{1, 2, 3\}$ kümesi için aşağıdaki üç ilişkiyi göz önünde bulundurun:

$f\ =\ \{(1, 3), (2, 3), (3, 1)\},\ \ g\ =\ \{(1, 2), (3, 1)\},\ \ \ h\ =\ \{(1, 3), (2, 1), (1, 2), (3, 1)\}$

f, A'dan A'ya bir fonksiyondur, çünkü A'nın her üyesi f'de tam olarak bir sıralı çiftte ilk koordinat olarak görünür; burada $f\ (1)\ =\ 3, f(2)\ =\ 3\ ve\ f\ (3)\ =\ 1.$

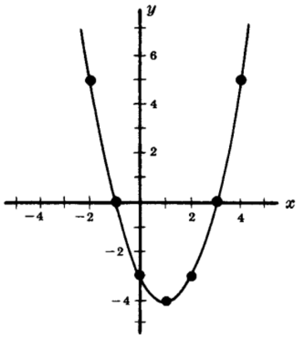
$2\ \in\ A$, g'deki herhangi bir çiftin ilk koordinatı olmadığından ve g 2'ye herhangi bir görüntü atamadığından g, A'dan A'ya bir fonksiyon değildir. Ayrıca, $1\ \in\ A$ göründüğü için h, A'dan A'ya bir fonksiyon değildir. h, (1, 3) ve (1, 2)'deki iki farklı sıralı çiftin ilk koordinatı olarak. h bir fonksiyon olacaksa, $1\ \in\ A$ öğesine hem 3 hem de 2 değeri atanmaz.

a_i'nin gerçek sayılar olduğu bir polinomda $f: R\ \rightarrow\ R$ biçiminde aşağıdaki bir fonksiyon kastedilir.

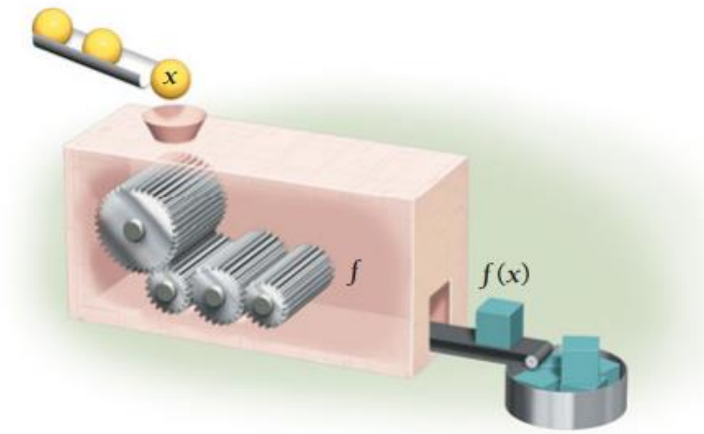
$$f\ (x)\ =\ a_n x^n +\ a_{n-1} x^{n-1}\ + \cdots + a_1 x\ +\ a_0$$

R sonsuz bir küme olduğundan, grafiğin her noktasını çizmek imkânsızdır. Bununla birlikte, böyle bir fonksiyonun grafiği, önce bazı noktaları çizilerek ve daha sonra bu noktalardan düzgün bir eğri çizilerek yaklaşık olarak çizilebilir. Puanlar genellikle x'e çeşitli değerlerin atandığı ve buna karşılık gelen $f(x)$ değerlerinin hesaplandığı bir tablodan elde edilir. Şekil'de, $f\ (x)\ =\ x^2\ -\ 2x\ -\ 3$ fonksiyonunu kullanan bu teknik gösterilmiştir.

x	$f(x)$
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5



Function: $f(x) = 2x + 3$	
Input	Output
4	11
-5	-7
0	3
t	$2t + 3$
$a + h$	$2(a + h) + 3$



Bire-Bir, Onto ve Tersi Alınabilir Fonksiyonlar

$f\ :\ A\ \to\ B$ fonksiyonunun, A alanındaki farklı öğelerin farklı görüntüleri varsa, bire-bir (1-1 olarak yazılır) bir fonksiyon olduğu söylenir. Başka bir ifade ile $f\ (a)\ =\ f\ (a')$ a = a'yı ima ediyorsa f bire-bir bir fonksiyondur.

Bir $f\!: A\ \to\ B$ fonksiyonu, eğer B'nin her elemanı A'nın bir elemanının görüntüsüyse, bir onto (örten) fonksiyon olduğu söylenir. Başka bir deyişle, $f\ :\ A\ \to\ B$, f'nin görüntüsü kod alanının tamamıysa, yani , $f(A)\ =\ B$ ise. Böyle bir durumda f'nin A'dan B'ye bir örten fonksiyon olduğunu veya f'nin A'yı B'ye eşlediğini söyleriz.

Bir $f: A \rightarrow B$ fonksiyonuna çevrilebilir (tersi alınabilir) fonksiyon denir eğer onun tersi f^{-1} B'den A'ya bir fonksiyon ise. Genel olarak, f^{-1} ters bağıntısı bir fonksiyon olmayabilir. Aşağıdaki teorem, bir fonksiyonun ne zaman çevrilebilir olduğunu açıklayan basit bir tanım içerir.

Teorem 3.1: Bir $f: A \rightarrow B$ fonksiyonu, ancak ve ancak f hem bire-bir hem de onto ise tersine çevrilebilir bir fonksiyondur (tersi alınabilirdir).

$f : A \rightarrow B$ bire-bir ve onto ise, f'ye A ve B arasında *bire-bir correspondence* denir. Bu terminoloji, A'nın her öğesinin daha sonra B'nin benzersiz bir öğesine karşılık geleceği gerçeğinden gelir ve bunun tersi de geçerlidir.

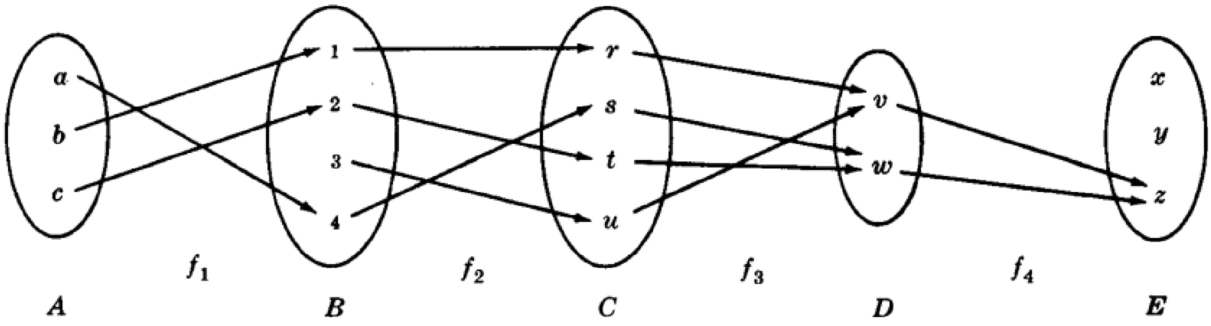
Bazı metinler bire-bir fonksiyon için injective, onto bir fonksiyon için surjective ve bire-bir correspondence (hem bire-bir hem de onto olan fonksiyon) için ise bijective terimlerini kullanır.

Örnek

Aşağıdaki şekilde tanımlanan $f_1: A \rightarrow B$, $f_2: B \rightarrow C$, $f_3: C \rightarrow D$ ve $f_4: D \rightarrow E$ fonksiyonlarını göz önüne alalım.

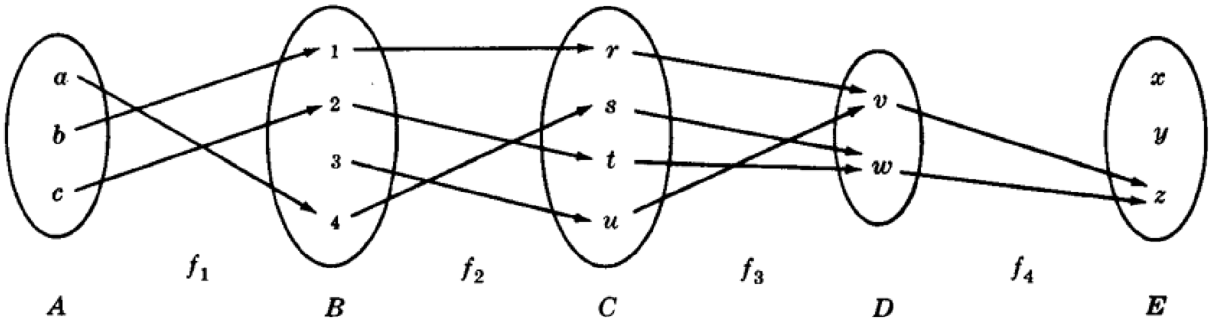
Şimdi f_1 bire-bir bir fonksiyondur. Çünkü B'nin hiçbir öğesi A'nın birden fazla öğesinin görüntüsü değildir.

Benzer şekilde, f_2 bire-bir bir fonksiyondur. Ancak $f_3(r) = f_3(u)$ ve $f_4(v) = f_4(w)$ olduğundan, ne f_3 ne de f_4 bire bir değildir.



Onto göz önüne alındığında, f_2 ve f_3'ün her ikisi de onto fonksiyonlardır, çünkü C'nin her öğesi B'nin bazı öğelerinin f_2 altındaki görüntüsüdür ve D'nin her öğesi, C'nin bazı öğelerinin f_3'ün

Öte yandan, f_1 onto değildir, çünkü $3 \in B$, A'nın herhangi bir öğesinin f_1'ün altındaki bir görüntü değildir. $x \in E$, D'nin herhangi bir öğesinin f_4 'ün altındaki görüntüsü olmadığı için f_4 onto değildir.



Böylece f_1 birebirdir ama onto değildir, f_3 onto fakat bire-bir değildir ve f_4 ne bire-birdir ne de onto dur.

Bununla birlikte, f_2 hem bire-bir hem de onto'dur, yani B ve C arasında bire-bir correspondence. Dolayısıyla f_2 ters çevrilebilir ve f_2^{-1} C'den B'ye bir fonksiyondur.

Bire Bir ve Üzerine Fonksiyonların Geometrik Karakterizasyonu

Şimdi $f : R \to R$ biçimindeki fonksiyonları ele alalım. Bu tür fonksiyonların grafikleri R2 Kartezyen düzleminde çizilebileceğinden ve fonksiyonlar grafikleriyle tanımlanabileceğinden, bire bir ve üzerine olma kavramlarının geometrik bir anlamı olup olmadığını merak edebiliriz.

Dikkat edilecek özellikler:

1) $f : R \to R$, her yatay doğru f'nin grafiğini en fazla bir noktada kesiyorsa bire-bir'dir.

2) $f: R \to R$, her yatay çizgi f'nin grafiğini bir veya daha fazla noktada kesiyorsa, onto fonksiyondur.

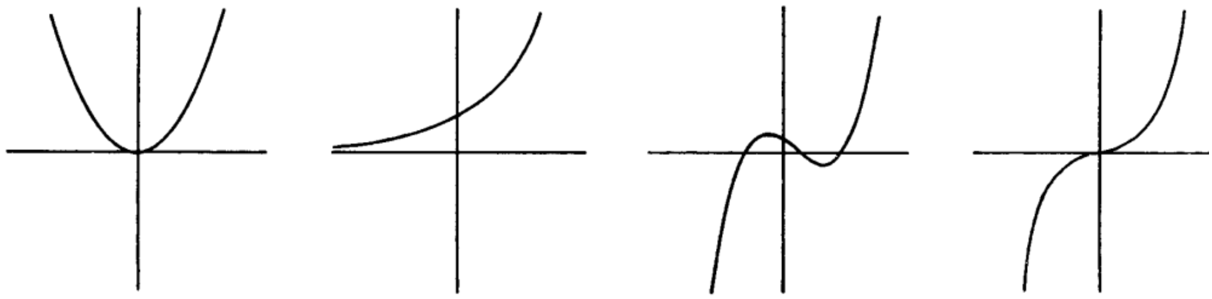
Buna göre, eğer f hem bire-bir hem de onto, yani ters çevrilebilirse, o zaman her yatay çizgi f'nin grafiğini tam olarak bir noktada kesecektir.

Örnek

R'den R'ye aşağıdaki dört fonksiyonu göz önünde bulunduralım:

$f_1(x) = x^2,$ $f_2(x) = 2^x,$ $f_3(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6,$ $f_4(x) = x^3$

Bu fonksiyonların grafikleri aşağıdaki Şekil 'de görülmektedir.



$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = 2^x$ $f_3(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ $f_4(x) = x^3$

f_1'in grafiğiyle iki kez kesişen yatay çizgiler olduğunu ve f_1'in grafiğiyle hiç kesişmeyen yatay çizgiler olduğunu gözlemleyin; dolayısıyla f_1 ne bire-bir ne de onto dur.

Benzer şekilde, f_2 bire birdir ancak onto değildir, f_3 onto dur ancak bire-bir değildir ve f_4 hem bire-bir hem de onto dur.

f_4'ün tersi küp kök fonksiyonudur, yani $f_4^{-1}(x)$ = √3 x.

5.3. Fonksiyonların Cebiri

Eğer $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları aynı A alanına sahipse, bu fonksiyonları genel cebirsel toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini kullanarak birleştirebiliriz.

Fonksiyonların Cebiri

$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$

Örnek 6

$f, g: R \to R$ 'ye tanımlanan $f(x) = x^2 + 1$ ve $g(x) = \sqrt{x}$ iki fonksiyon olduğunu düşünün. Buna göre $(f + g)$, $(f - g)$, $(f \cdot g)$ ve$(\frac{f}{g})$ işlemlerinin etki alanlarını belirleyin.

Çözüm

$f(x) = x^2 + 1$ ve $g(x) = \sqrt{x}$

Ortak alan x ≥0'dır, çünkü karekök yalnızca x ≥0 için gerçek değerlidir.

$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \ x^2 + 1\ + \sqrt{x},\ \ x \geq 0$ için

$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \ x^2 + 1 - \sqrt{x},\ \ , x \geq 0$ için

$(f \cdot\ g)(x) = f(x) \cdot\ g(x) = (\,x^2 + 1) \cdot \sqrt{x},\ \ x \geq 0$ için

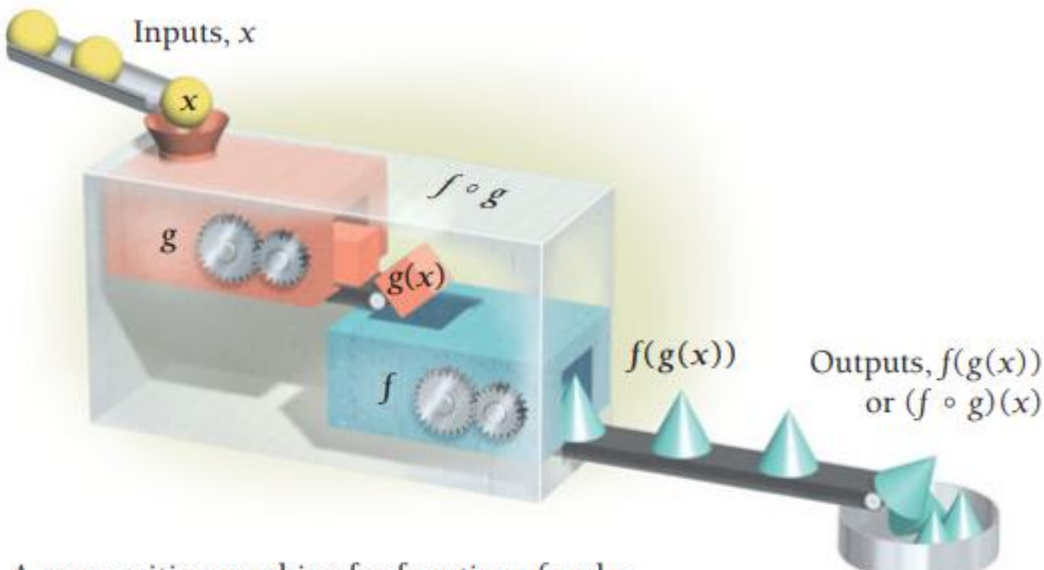
$(\frac{f}{g})(\mathrm{x}) = \frac{f(x)}{\mathrm{g(x)}} = \frac{(\,x^2+1)}{\sqrt{x}},\ x > 0$ için.

$(\frac{f}{g})$ 'nin tanım kümesinin $x > 0$ olduğuna dikkat edin, çünkü $g(0) = \sqrt{0} = 0$ ve 0'a bölme tanımlanmamıştır.

5.4. Fonksiyonların Bileşimi

Diyelim ki $g: A \rightarrow B$ ve $f: B \rightarrow C$, o zaman f ve g fonksiyonları, aşağıdaki gibi gösterilen bir $h: A \rightarrow C$ fonksiyonu elde etmek için birleştirilebilir ve birleşimin notasyonu aşağıdaki gibi gösterilir:

$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x))\ x\ \in\ A$ ve $g(x) \in B$



A composition machine for functions f and g

Örnek 7

$f, g: R \to R$ üzerinde tanımlanan $f(x) = \frac{1}{x}$ ve $g(x) = 2x - 3$ fonksiyonlarını göz önüne alalım. Tüm reel x için $g(x)$'in ve tüm reel $x \neq 0$ için $f(x)$'in tanımlı olduğuna dikkat edin. $h(x) = (f \circ g)(x)$ ve $h(x) = (g \circ f)(x)$ birleşimlerini bulun ve ilgili etki alanlarını da belirleyin.

Çözüm

$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x - 3) = \frac{1}{2x-3}$ dir. Burada x, $g(x)$'in domain'inde veya tüm gerçek x ve $g(x)$, $f(x)$'in alanında (domain) olması gerekir. Özellikle $g(x) \neq 0$, veya $2x - 3 \neq 0$, veya $x \neq \frac{3}{2}$

Buna karşılık, $h(x) = (g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = g\left(\frac{1}{x}\right) = 2\left(\frac{1}{x}\right) - 3 = \frac{2}{x} - 3$. Burada x, $f(x)$'in domain'inde veya $x \neq 0$ ve $f(x)$'in $g(x)$ alanında (domain) olması gerekir veya $f(x)$ herhangi bir gerçek sayı olabilir.

Örnek 8 - Ters fonksiyonların oluşturulması

$f, g: R \to R$ üzerinde tanımlanan $f(x) = x^3 + 1$ ve $g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ 'ü göz önünde bulundurun. $(g \circ f)(1) = 1$, $(g \circ f)(2) = 2$, $(g \circ f)(3) = 3$ ve $(g \circ f)(x) = x$ olduğunu gösterin

Çözüm

$$f(1) = 1^3 + 1 = 2$$

$$f(2) = 2^3 + 1 = 9$$

$$f(3) = 3^3 + 1 = 28$$

$$f(x) = x^3 + 1$$

Öyleyse,

$(g \circ f)(1) = g\big(f(1)\big) = g(2) = \sqrt[3]{2 - 1} = \sqrt[3]{1} = 1$

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(9) = \sqrt[3]{9 - 1} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(28) = \sqrt[3]{28 - 1} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^3 + 1\,) = \sqrt[3]{x^3 + 1\, - 1} = \sqrt[3]{x^3} = x$$

Son örnekte, $g(x)$'in $f(x)$'i şu anlamda geri aldığına dikkat edin:

$f\colon 1 \to 2$ ve $g\colon 2 \to 1$ veya f'deki sıralı (1,2) çifti, g için (2,1)'e karşılık gelir.

$f\colon 2 \to 9$ ve $g\colon 9 \to 2$ veya f'deki sıralı çift (2,9), g için (9,2)'ye karşılık gelir.

$f\colon 3 \to 28$ ve $g\colon 28 \to 3$ veya f'deki sıralı çift (3,28), g için (28,3)'e karşılık gelir.

$f\colon x \to x^3 + 1$ ve $g\colon x^3 + 1 \to x$ veya f'deki sıralı $(x, x^3 + 1)$ çifti, g için $(x^3 + 1, x)$'e karşılık gelir.

$g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ fonksiyonuna $f(x) = x^3 + 1$ fonksiyonunun tersi olduğu söylenir. $(g \circ f)(x) = x$ olduğu açıkça gösterildi.

5.5. Bir Fonksiyonun Tersi

Birbirinin tersi olan fonksiyonları oluştururken bu ilişki göz önüne alındığında, ters fonksiyonlar için sezgisel bir tanım aşağıda verilmiştir.

Diyelim ki $f(a)\colon A \to B$, o halde $f(x)$'in tersi, $f^{-1}(b)\colon B \to A$ ile gösterilen bir fonksiyondur.

Tersi, genel olarak ilişkiler için benzer şekilde tanımlanabilir, ancak bijective özelliği, bir f fonksiyonunun tersinin de bir fonksiyon olmasını sağlamak için kullanılır.

Örneğin, {(−3, 9), (−2,4), (−1,1), (0,0), (1, 1), (2, 4), (3,9)}bağıntılarını göz önüne alalım. Bu bağıntıların tersi aşağıdaki gibi yazılır.

{(9,−3), (4, -2), (1, -1), (0,0), (1, 1, (4,2,), (9,3)}

Orijinal ilişkinin A={−3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,} domain'li ve etki alanı (co-domain) B={0, 1, 4, 9} olan bir fonksiyon olarak göz önüne alındığına dikkat edin.

Ancak A={0, 1, 4, 9} domain'inden B={−3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,} etki alanı (co-domanin) ile ters eşleme, (−9,3) ve (−9, 3) eşleştirmeleri nedeniyle fonksiyon olmayan bir ilişkidir

Örnek 9 - Tersini bulma

$f, g: R \to R$ için bijective fonksiyonun $f(x) = 3x + 5$, $g(x)$ tersini bulun. Tersini doğrulayın ve $(f \circ g)(x) = x = (g \circ f)(x)$ olduğunu gösterin. Özellikle $f(2) = 11$ ve $g(11) = 2$ olduğunu gösterin.

Çözüm

Eğer $f: x \to y,\ (x, y)$ 'ye karşılık geliyorsa, o zaman ters $g: y \to x$, (y, x) 'e karşılık gelir. Bu, $y = f(x) = 3x + 5$ ilişkisinin tersinin, $x = f(y) = 3y + 5$ ilişkisi olduğu anlamına gelir.

y' yi çözmek için, $x = f(y)$ eşitliği yazılır ve $f^{-1}(x) = y$ 'yi verir. y' yi çözmek için

$x = f(y) = 3y + 5$ eşitliği yazılır ve $x - 5 = 3y$ veya $\frac{x-5}{3}$=y= f^{-1}(x)=g(x) sonucu elde edilir.

Şimdi $(f \circ g)(x) = x = (g \circ f)(x)$ olduğunu doğrularız.

$(f \circ g)(x) = f(\frac{x-5}{3}) = 3(\frac{x-5}{3}) + 5 = (x - 5) + 5 = x,$

ve $(g \circ f)(x) = g(3x + 5) = \frac{(3x+5)-5}{3} = \frac{3x+5-5}{3} = \frac{3x}{3} = x.$

Son olarak $f(x) = 3x + 5$ ve $f(2) = 3(2) + 5 = 6 + 5 = 11$ veya $f: 2 \to 11$

ve $g(x) = \frac{x-5}{3}$ ve , $g(11) = \frac{11-5}{3} = \frac{6}{3} = 2$ veya $g: 11 \to 2.$

ATM makinesi

Hesabınızdan biraz nakit çekmek istediğinizi söyleyin:

Fonksiyon (f) ATM'dir, bu durumda "Verilen nakit talep edilen miktara eşit olmalıdır" yani "Çıktı girdiye eşit olmalıdır" kuralı uygulayan ATM'dir.

Giriş (x), ATM'ye yazdığınız talep edilen miktardır.

Çıktı (y), fonksiyon çalıştırıldıktan sonra dağıtılan nakittir.

Böylece, aşağıdaki formül doğrudur:

ATM(200) = 200

veya:

ATM'ye (f) 200 (x) yazıldığında, 200$ (y) dağıtılır.

Trafik Polisi

Hız sınırının 65 olduğunu ve yerel trafik yasalarının, sınırın 10 mil üzerinde olması için 150 ABD Doları ve 10'dan azı için 100 ABD Doları gerektirdiğini varsayalım.

(f) Fonksiyonu, yukarıda belirtilen trafik kuralını uygulayan Polistir.

Girdi (x), takip ettiği aracın hızıdır.

Çıktı (y), düzenlenen biletin miktarıdır.

Bu nedenle, aşağıdaki formüller doğrudur:

COP(66) = 100

veya:

66 mil (x) hızda sürerseniz, Polis(f) 100$'lık bir bilet (y) düzenleyecektir.

——

COP(75) = 150

veya:

75 mil (x) hızında sürerseniz, Polis(f) 150$'lık bir bilet (y) düzenleyecektir.

——

COP(50) = 0

veya:

50 mil (x) hızında sürerseniz, Polis(f) 0 $ verir veya bilet vermez (y).

????

Gerçek dünyadaki fonksiyonlar

Kullanıcının para koyduğu bir soda, atıştırmalık veya damga makinesi, belirli bir düğmeye basar ve belirli bir öğe çıkış yuvasına düşer. (İşlev kuralı, ürün fiyatıdır. Girdi, seçilen düğmeyle birleştirilmiş paradır. Çıktı, kullanıcı işlev kuralının gerektirdiğinden daha fazla para girmişse, bazen bozuk paralarla birlikte teslim edilen üründür.)

Ölçüm:

Sıcaklık: Vücut sıcaklığı alınırken, vücut sıcaklığı girdi olarak hareket ederken, Santigrat derece ve Fahrenhayt ölçeklerinde çıkan ölçüm fonksiyon çıktısıdır.

Ağırlık: Genellikle bir tartı üzerinde durarak ağırlığınızı aldığınızda, vücut ağırlığınız girdi olarak kullanılırken, genellikle kilogram cinsinden ölçüm çıktınızdır.

Yakıt Verimliliği: Bir otomobilin tükettiği yakıtın litresi başına kilometre cinsinden verimliliği bir fonksiyondur. Bir araba tipik olarak 100km'de 10L alıyorsa ve siz 50L yakıt girerseniz, yaklaşık 500km seyahat edebilecektir. Aracın verimliliği, aracın tasarımının (ağırlık, lastikler ve aerodinamik dahil), hız, araç içi ve dışı sıcaklık ve diğer faktörlerin bir işlevi olabilir.

Temel ekonomi ve para matematiği:

Aylık Maaş: Aylık maaşınızı aldığınızda size ödenen ücret, o ay için çalıştığınız saat ücretinin ve çalışan sayınızın bir fonksiyonudur.

Gelir Vergisi: Gelir verginizi hesaplarken, maaşınızın neden girdiniz, vergi sonucunuzun ise çıktı olduğu matematiksel bir fonksiyondan yararlandığınızı gözlemleyeceksiniz. Geliriniz ne kadar yüksek olursa gelir verginizin de o kadar yüksek olduğunu göreceksiniz.

Bileşik faiz: Bir yatırım üzerinden faiz hesaplandığında, bileşik faiz ilk yatırımın, faiz oranının ve yatırımın zaman veya aralığının bir fonksiyonudur.

Arz ve talep: Ürün ve hizmetin fiyatını günlük olarak tahmin etmeye çalışırken, fonksiyonları kullanırız. Ürün veya hizmetlerin fiyatı, talebin fonksiyonun çıktısı olarak hizmet etmesinin girdisi olarak hareket eder. Fiyat arttıkça talep azalır ve bunun tersi de geçerlidir.

Makine öğrenmesi

Telefonumuzda, sistemimizde ve diğer elektronik cihazlarımızda gerçekleştirilen işlemlerin çoğu, fonksiyon uygulaması sonucunda olmaktadır. Örnekler:

- Görüntülerin üzerindeki kişilerin adlarıyla eşleştirilmesi.
- Dijital şarkıları yazar/tür/şarkı adıyla eşleştirme
- MR tarama verilerini tıbbi tanıya eşleme
- Konuya/kategoriye verilen çevrimiçi yanıtları eşleme
- Telefonunuzdaki bir kişiyle ilgili ad ve numaranın yanı sıra diğer bilgileri ilişkilendirme

Referanslar

Wendy, P. (2020). Gerçek dünyada işlev. Eğitim Dünyası https://www.educationworld.com/a_curr/mathchat/mathchat010.shtml

Peter, R. (2019) Fonksiyonların gerçek hayattaki uygulamaları nelerdir? https://quora.com/what-are-the-applications-of-functions-in-real-life

****

Bir Bağıntıyı Fonksiyona Nasıl Dönüştürürsünüz?

Bir kuralı izleyen özel bir ilişki türü (sıralı çiftler kümesi), yani her X değeri yalnızca bir y değeriyle ilişkilendirilmelidir, o zaman ilişkiye fonksiyon denir.

Örnekler

Örnek 1: A = {(1, 5), (1, 5), (3, -8), (3, -8), (3, -8)} bir fonksiyon mu?

Çözüm: X değerinde herhangi bir yineleme veya tekrar varsa, ilişki bir fonksiyon değildir.

Ama burada bir bükülme var. Aşağıdaki örneğe bakın:

x	y
1	5
1	5
3	-8
3	-8
3	-8

X değerleri burada tekrarlansa da, yine de bir fonksiyondur çünkü aynı Y değerleriyle ilişkilendirilirler.

(1, 5) noktası burada iki kez tekrarlanır ve (3, -8) üç kez yazılır. Tekrarlanan sıralı çiftlerin tek bir kopyasını yazarak yeniden yazabiliriz. Yani "A" bir fonksiyondur.

Örnek 2: Denklik bağıntısına bir örnek veriniz.

Çözüm:

İki zar atmanın tüm sonuçlarını not edersek, yansımalı, simetri ve geçişli ilişkileri içerecektir. O halde iki zar atmak denklik bağıntısına bir örnektir.

Örnek 3: Tüm işlevler bağıntıdır, ancak tüm ilişkiler işlev değildir. Savunmak.

Çözüm:

Diyelim ki aşağıdaki tabloda verilen iki ilişkimiz var.

<table>
<tr><td>Fonksiyon olmayan bir ilişki</td><td>Fonksiyon olan bir ilişki</td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-3</td><td>7</td></tr>
<tr><td>-1</td><td>5</td></tr>
<tr><td>0</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>-5</td><td>9</td></tr>
<tr><td>-5</td><td>3</td></tr>
</table>
</td><td>
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-3</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-1</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>0</td><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>5</td><td>-3</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Farklı y değerlerine sahip X değerlerinde tekrarı görebileceğimiz gibi, bu ilişki bir fonksiyon değildir.</td><td>X'in her değeri farklı olduğundan ve yalnızca bir y değeriyle ilişkilendirildiğinden, bu ilişki bir fonksiyondur.</td></tr>
</table>

https://byjus.com/maths/relations-and-functions/