Olasılık ve İstatistik

HAFTA 12

Çıkarımsal İstatistik

Hipotez Testleri

Dr. Öğretim Üyesi Burcu ÇARKLI YAVUZ

bcarkli@sakarya.edu.tr

Hipotez Testleri

- **Hipotez** kelime manası ile bir durum hakkında yapılan önermedir.
- **İstatistiksel hipotez** ise daha teknik bir tanımla bir ana kütle hakkında örnekleme istatistikleri yardımıyla yapılan önermelerdir.
- İstatistiksel hipotezler için örnekler:
  - Günlük ortalama 1220 kg üretim yapan bir kimya fabrikasında, kullanılan yeni karıştırma aracı sayesinde ortalama üretim miktarı artmıştır.
  - Bir firma tarafından üretilen aile boyu cipslerin ortalama ağırlığı 100 gramdır.
  - Serdivan ilçesinde oturanların %40 ı giyim alışverişlerini AVM den gerçekleştirmektedir.

Hipotez Testleri

- İstatistiksel hipotezlerin doğruluğunun olasılık kuralları ile araştırılması gerekmektedir.
- Bu araştırma süreci ise **hipotez testleri** olarak adlandırılmaktadır.
- Hipotezler aslında istatistiklerden parametreler hakkında çıkarsama süreci, yani **tahminleme** süreci ile alakalı olduğunda mutlaka bir hata payı içerirler.
- Bu bağlamda örneklemden elde edilen istatistiklerinin belli bir hata payı ile doğrulanması sürecini "**İstatistiksel Hipotez Testleri**" olarak adlandırırsak daha doğru bir tanım yapmış oluruz.

Hipotez Testleri

- Hipotez testleri, ortaya atılan hipotezin yanlışlanamaması şeklinde çalışan bir süreçtir.
- Yani bir ana kütle ile ilgili temel bilgimiz ϴ olsun. Eğer bu ϴ bilgisinin aksi ispatlanamamışsa o zaman biz ϴ bilgisini kabul ederiz.
- Buradaki ϴ **istatistiksel hipoteze**, bu bilginin yanlış olmadığının ispatı süreci ise **hipotez testleri** tanımlarına karşılık gelmektedir.

Hipotez Testleri

- Bütün istatistik hipotez testlerinde ana kütle ilgili yapılan önermeyi içeren bir hipotezle birlikte, bu durumun tersini öngören bir hipotez bulunur.
- Ana kütle ile ilgili önerme, ana kütle ile ilgili bilgimiz olan Ɵ nın doğruluğunu öngörür ve H_0 veya **sıfır hipotezi** olarak adlandırılır.
- Bu bilginin doğru olmadığı durumda kabul ettiğimiz bilgi ise H_1 veya **alternatif hipotez** olarak adlandırılır.
- Hipotez testlerinde bütün işlemler H_0 hipotezinin kabulü veya reddine karar vermek adına gerçekleştirilir.
- Sıfır hipotezleri eşitlik hipotezleridir. Yani aranılan gerçeğin ana kütledeki gerçek ile örtüştüğü öngörüsünü savunur.

Hipotez Testleri

- Çekilen bir örnekteki ortalama değerinin ana kütle ortalamasına eşitliği araştırılıyorsa bu durumda H_0 ve H_1 hipotezi aşağıdaki gibi kurulmalıdır.

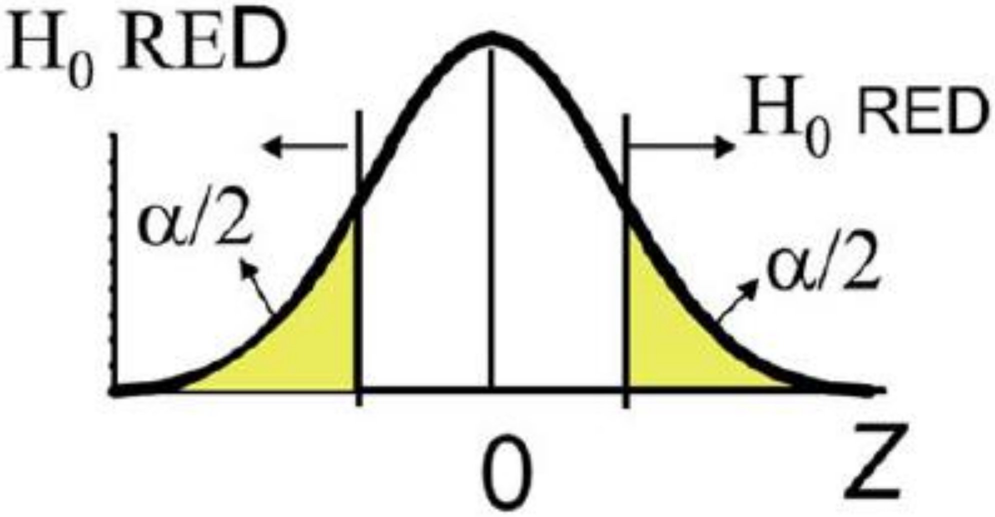
$$H_0: \mu = \bar{x}$$

$$H_1: \mu \neq \bar{x}$$

- Kurulan hipotezlerden de anlaşılacağı üzere, H_1 hipotezi ile ulaşılacak sonuç, örneklem ortalamasının ana kütle ortalamasından farklı olmasıdır.
- Bu durumda örneklem ortalamasının ana kütle ortalamasından aşağıda veya yukarıda olması bir mana ifade etmez.
- Bu tip hipotez testlerine **çift yönlü hipotez testleri** denmektedir.

Hipotez Testleri

- H_0 hipotezinin red edileceği (H_1 öngörüsünün kabul edileceği) iki bölge vardır. H_1 hipotezinin ≠ olarak ifade edildiği bütün hipotez testlerinde durum bu şekildedir.



Hipotez Testleri

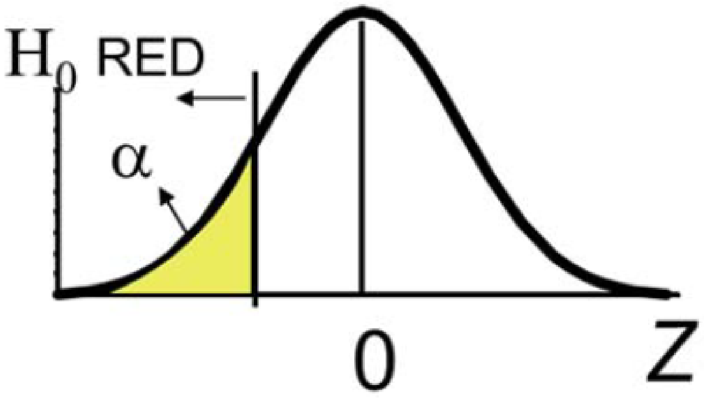
- Bazı durumlarda örneklem ortalamasının eşit olmaması değil de, yukarıda veya aşağıda olması durumları incelenebilir.
- Bu şekilde belli bir yönün öngörüldüğü testlere **tek yönlü hipotez testleri** denir.

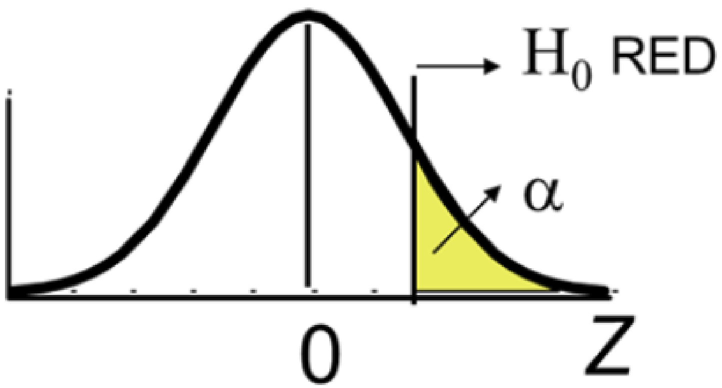
$H_0: \mu = \bar{x}$

$H_1: \mu < \bar{x}$

$H_0: \mu = \bar{x}$

$H_1: \mu > \bar{x}$





Örnek

Sakarya Üniversitesinde okuyan öğrencilerin istatistik dersinden aldığı notların ortalamasının 45,2 olduğu bilinmektedir. Aşağıdaki durumlar için araştırma hipotezlerini kurunuz.

a. Yeni kullanılan bir kitapla birlikte öğrencilerin istatistik dersindeki başarı düzeyi yükselmiştir.

b. Uygulamalı öğrenme yöntemine geçilmesi ile birlikte öğrencilerin istatistik notlarının değiştiği düşünülmektedir.

Çözüm

- İlk durumda öğrencilerin ortalamalarının yükseldiği önermesi gerçekleştirilmektedir.
- Bu önermeye göre tek yönlü bir değişim vardır. Notların düşmesi araştırılmamaktadır.
- Bu durumda tek yönlü hipotez testine uygun olarak sıfır hipotezi ve alternatif hipotez kurulmalıdır.

$$H_0: \mu = \bar{x}$$

$$H_1: \mu > \bar{x}$$

Çözüm

- İkinci durumda ise yeni öğretim yönteminin notları değiştirdiği düşünülmekle birlikte, etkisinin hangi yönde olduğu tam olarak öngörülememiştir.
- Bu durumda her iki yönde de bir değişimin olması araştırmacının önermesinde yer almalıdır.

$$H_0: \mu = \bar{x}$$

$$H_1: \mu \neq \bar{x}$$

Hipotez Testleri

- Sıfır hipotezinin red alanları α simgesi ile gösterilmektedir.
- α değerleri istatistiksel hipotez testlerinde **anlamlılık düzeyi** olarak adlandırılır.
- Tek yönlü hipotez testlerinde anlamlılık düzeyleri α değerleri tek bir alanda betimlenirken, çift yönlü hipotez testlerinde iki farklı red alanı olduğunda her bir alan toplam anlamlılık düzeyinin yarısı olan $\alpha/2$ ile ifade edilir.
- Anlamlılık düzeyi tanımlanması sırasında sıklıkla kullanılan **red bölgesi** terimi "Örneklem istatistiğinin ana kütle parametresi ile örtüşmediği bölge" olarak adlandırılır.
- Unutulmamalıdır ki bu bölge H_0 hipotezinin reddine ait bölgedir yani aslında H_1 hipotezinin kabul bölgesidir.
- Red bölgesinin (veya bölgelerinin) toplam alanı anlamlılık düzeyi değerine eşittir.

Hipotez Testleri

- Hipotez testlerinde anlamlılık düzeyleri araştırmacının amaçları doğrultusunda, çalışma alanı ve araştırmacının tecrübeleri ışığında belirlenir. İstatistik testlerde anlamlılık düzeyi, çalışma alanlarına bağlı olarak farklılık göstermesine rağmen, genellikle 0,05 olarak alınır.
- Anlamlılık düzeyleri genelde aşağıdaki gibi tercih edilir.
  - Sağlık Bilimlerinde: $\alpha = 0,01$
  - Eğitim Bilimlerinde: $\alpha = 0,05$
  - Sosyal Bilimlerde: $\alpha = 0,10$

Örnek

- İstatistiksel hipotez testlerinde aslında aranılan gerçeklik, alternatif hipotezde yatar. Aşağıdaki hipotezleri inceleyelim:

  H_0: Kullanılan yeni ilaç kalp hastalıklarının sayısını değiştirmemiştir.
  H_1: Kullanılan yeni ilaç ile kalp hastalıklarının sayısında azalma sağlanmıştır.

- Sağlık sektöründeki bir araştırmacı iseniz, aslında sizin aradığınız bilgi bu ilacın etkisinin olmasıdır.
- Bu durumda etkinin olduğunu, yani kalp hastalıklarının sayısını kesinlikle değiştirdiğini belirlemeniz gerekmektedir.

Örnek

- 500 er kişilik iki deney grubu seçtiniz.
- Bir gruba ilaç verip, diğer gruba hiçbir şey vermeden sadece gözlem yaptınız.
- İlk yapılan muayenelerde 1000 deneğin hemen hemen aynı kalp sağlıkları olduğuna karar vermiştiniz.
- Deney sonucunda 5 yıl sonunda ilaç alan grupta 47 kalp hastalığı, ilaç almayan grupta ise 53 kalp hastalığı olduğunu fark ettiniz.

Bu durumda acaba ilaç hakikaten etkili mi?

- Bu sorunun cevabı anlamlılık düzeyi bilgisinde yatıyor.
- Eğer $\alpha = 0.01$ yerine $\alpha = 0,10$ alırsanız, sıfır hipotezi red bölgesi büyüyecek, diğer açıdan baktığımızda alternatif hipotez kabul bölgesi artacak.
- Bu durumda büyük ihtimalle 47 kalp hastalığı değeri 53 kalp hastalığından farklı çıkacaktır.

Peki bu sonuç ne kadar güvenilir?

- Güvenilirliğinin çok yüksek olduğunu söylemek doğru olmaz.
- En basit ifade ile 1 - α = %90 **güvenilir** diyebiliriz. Ama söz konusu sağlık ise bu rakam tatmin edici olmaktan çok uzaktadır. Sağlık sektöründe farklılık yaratıldığı net bir şekilde olabildiğinde güvenilir olarak ifade edilmelidir.
- Bu durumda güvenilirliği arttırmak gerekir. 1 - α = %99 değerine yükseltmek, α = 0,01 değerine düşürmek manasına gelir, bu durumda alternatif hipotezin kabul edilmesi ihtimali gitgide zayıflayacaktır.
- Eğer siz bu ilacın etkisinden kesin emin iseniz, bu durumda yüksek güvenirlik düzeylerinde de farklılık çıkmasını beklersiniz. %99 **güvenilirlik düzeyi**nde acaba 47 kalp hastalığı, ilaç alınmayan durumdaki 53 kalp hastalığından farklı çıkmayacak ve iddianızı ispatlayamayacaksınız.
- **!!!** Örneklem ortalamasından çok eminseniz o zaman anlamlılık düzeyi aşağı çekilerek testin güvenirliği arttırılabilir.

Hipotez testi hataları

- İstatistiksel hipotez testleri sonucunda iki farklı hata türü ile karşılaşabiliriz.
- Sıfır hipotezi gerçekte doğru iken bu hipotezin test sonucunda red edilmesi durumu "**Birinci Tip Hata** (α)" olarak adlandırılır.
- Sıfır hipotezi ile ortaya atılan önermenin aslında yanlış olmasına rağmen test sonucunda kabul edilmesi durumu ise "**İkinci Tip Hata** (β)" olarak adlandırılır.
- Sıfır hipotezi doğru iken kabul edilmesi veya yanlış iken red edilmesi durumlarında istatistiksel hipotez testlerinde hata olmadığı sonucuna ulaşılır.
- Sıfır hipotezinin doğru iken kabul edilmesi, kabul bölgesi yani 1 - α değerine eşittir. Bu durum **testin güvenilirliği** olarak adlandırılır.
- Eğer Sıfır hipotezi yanlış iken red edilmiş ise bu duruma "**Testin Gücü**" denir ve 1 - β ifadesi ile gösterilir.

Örnek

- “Her birey aksi ispatlanana kadar masumdur” ifadesi ile adalet sisteminde değerlendirilen “Masumiyet Karinesi” durumunu hipotez testleri yardımıyla ifade edelim.
- Herkesin masum olduğu görüşü ana kütle ilgili temel bilgimizdir. Bu yüzden sıfır hipotezini masumiyet karinesini sağlamak adına kurmalıyız.
- Alternatif hipotez ise bu duruma eşit olmayan, yani masumiyetin olmadığı durumu betimlemelidir.
- Bu koşullar altında istatistiksel hipotezler aşağıdaki gibi kurulmalıdır.

  H_0: Suçlanan kişi masumdur.

  H_1: Suçlanan kişi suçludur.

Örnek

➢Hata durumlarını, testin güvenilirliğini ve gücünü aşağıdaki tablodan inceleyelim.

Karar	Gerçek Durum: Masum	Gerçek Durum: Suçlu
Masum	Doğru	HATA
Suçlu	HATA	Doğru

Karar	Gerçek Durum: H_0 *Doğru*	Gerçek Durum: H_0 *Yanlış*
H_0 *Red Edilmez*	$1-\alpha$ (*Güvenirlik*)	*II.Tip Hata* (β)
H_0 *Red*	*I.Tip Hata* (α)	$1-\beta$ (*Testin Gücü*)

➢Masum olan bir insanı suçlu ilan etmek **birinci tip hataya**, suçu olan bir insanı masum ilan etmek ise **ikinci tip hataya** örnektir.

➢Bu mahkemenin masum olan insanı, masum ilan etmesi **güvenilirliğini**, diğer taraftan suçlu bir insanın suçlu ilan edilmesi ise **gücünü** gösterir.

Hipotez Testleri

- Bu istatistikler arasındaki ilişkileri de iyice anlamak gereklidir.
- Eğer örneklem istatistikleri ile ana kütle parametreleri arasındaki fark artarsa, birinci tip hata yapma olasılığı azalıp, ikinci tip hata yapma olasılığı artar.
- Çünkü ortalamadan uzaklaştıkça anlamlılık düzeyi değeri düşer, bu değer düşerken β değeri yükselir. β değeri ana kütle standart sapmasının büyük olduğu durumlarda da benzer şekilde düşmektedir.
- Örneklem hacmi arttığında, hataların oranı düşeceğinden, bir diğer deyişle ana kütle ortalamasına daha fazla yaklaşılacağından β parametresi düşecektir.

Hipotez Testi Süreci

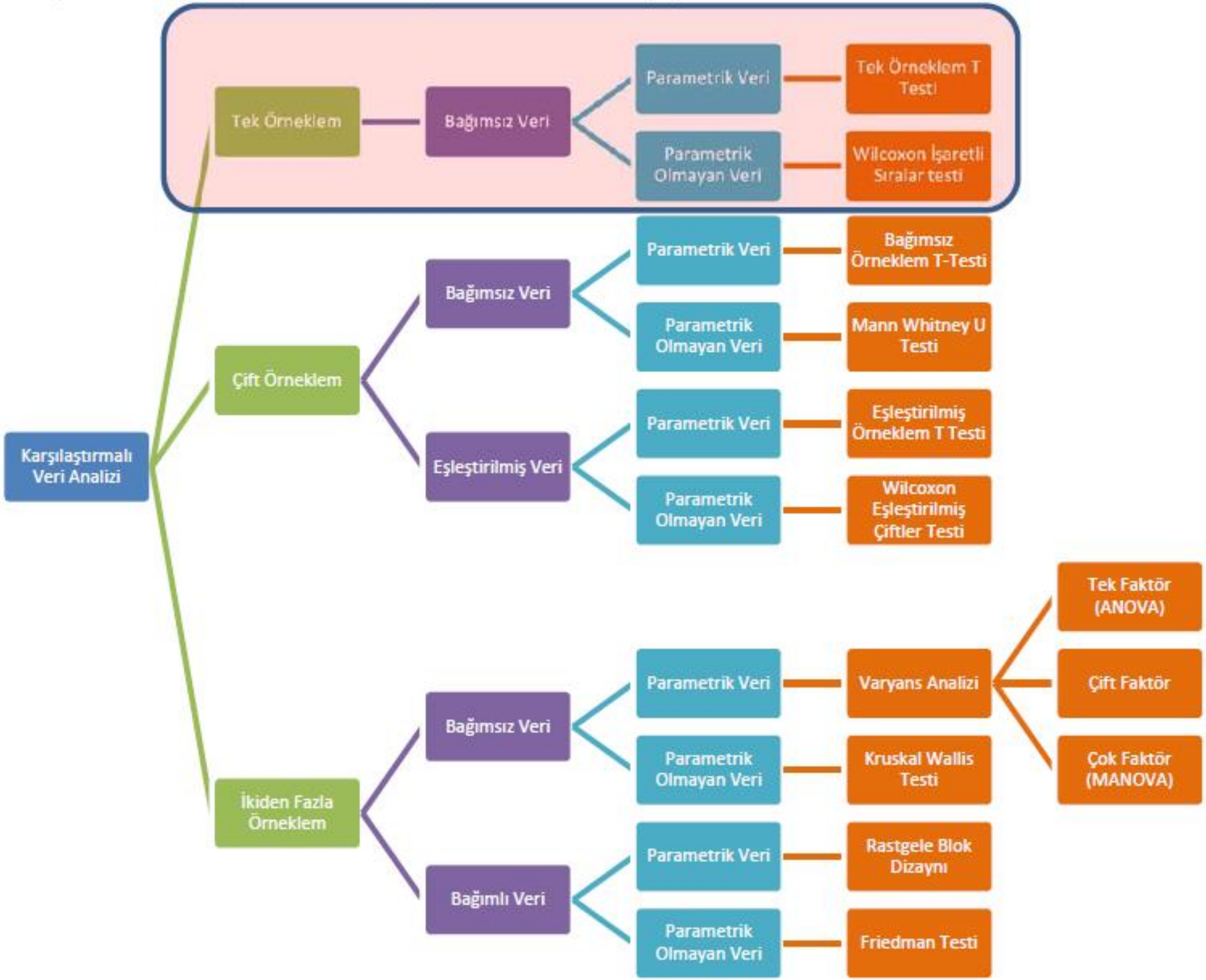
1. Hipotezlerin belirlenmesi
2. Anlamlılık düzeyinin belirlenmesi
3. Test istatistiği seçilerek tablodan değerinin okunması
4. Örneklem verilerinden test istatistiğinin hesaplanması
5. Bu iki değerin karşılaştırılarak yorumlanması

Tek Örneklem Testleri

- Tek bir örneklemin ana kütle ortalaması ile arasındaki farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadıklarının incelendiği analiz süreçleridir.
- Verilerin parametrik olup, olmamasına göre farklı testler yapılır.

• **Parametrik veri:** Ölçümle elde edilmiş, normal dağılım gösteren veri,

• **Non-parametrik veri:** Sayımla elde edilmiş veri, normal dağılım göstermiyor



Karşılaştırmalı Veri Analizi
Tek Örneklem
Bağımsız Veri
Parametrik Veri
Tek Örneklem T Testi
Parametrik Olmayan Veri
Wilcoxon İşaretli Sıralar testi
Çift Örneklem
Bağımsız Veri
Parametrik Veri
Bağımsız Örneklem T-Testi
Parametrik Olmayan Veri
Mann Whitney U Testi
Eşleştirilmiş Veri
Parametrik Veri
Eşleştirilmiş Örneklem T Testi
Parametrik Olmayan Veri
Wilcoxon Eşleştirilmiş Çiftler Testi
İkiden Fazla Örneklem
Bağımsız Veri
Parametrik Veri
Varyans Analizi
Tek Faktör (ANOVA)
Çift Faktör
Çok Faktör (MANOVA)
Parametrik Olmayan Veri
Kruskal Wallis Testi
Bağımlı Veri
Parametrik Veri
Rastgele Blok Dizaynı
Parametrik Olmayan Veri
Friedman Testi

Tek Örneklem T-testi

- Eğer elimizde normal dağıldığını düşündüğümüz (Parametrik) bir ana kütleden çekilen bir veri var ise, bu verinin belirtilen ana kütleden çekildiğinin ispatını yapmak istiyorsak, bu durumda ana kütle ortalaması ile veri setindeki her bir değerin karşılaştırıldığı "Tek örneklem t-testi" nden faydalanabiliriz.

ÖRNEK

Bir araştırmacı Sakarya Üniversitesindeki öğrencilerin boy ortalamasının 175 cm olduğunu düşünmektedir. Bu amaçla üniversite kantininde rastgele seçtiği 15 kişilik iki örneklem grubunun Sakarya Üniversitesi öğrencisi olup olmadıklarını (175 cmlik ana kütleden çekilip çekilmediklerini) değerlendirmek istemektedir. Aşağıdaki verileri dikkate alarak, gerekli hipotezleri kurup, uygun testi EXCEL yardımıyla gerçekleştirip, sonuçları yorumlayınız.

ÖRNEKLEM 1				
175	169	175	177	180
168	183	178	175	193
179	186	180	171	196

ÖRNEKLEM 2				
197	187	193	187	172
183	167	190	191	192
170	164	188	178	175

ÇÖZÜM

Hipotez testlerine başlamadan önce sıfır ve alternatif hipotezler belirlenmelidir.

H_0: *Çekilen örneklem ortalaması ile ana kütle ortalaması birbirine eşittir*
H_1: *Çekilen örneklem ortalaması ile ana kütle ortalaması birbirinden farklıdır*

Daha sonra veri analizi için kullanılacak istatistiksel test seçilmelidir. Soruda her iki grup ile ana kütle ortalamasının karşılaştırılması gerekmektedir. İki grubun ortalamalarının birbiri ile karşılaştırılması söz konusu değildir. Bu durumda ayrı ayır iki farklı "tek örneklem t testi" uygulanması gerekmektedir.

Üçüncü olarak anlamlılık düzeyi ve aranılan parametre belirlenmelidir. Bu soru için biz anlamlılık düzeyini $\alpha = 0{,}05$ ve ortalama parametresini ise $\mu = 175$ olarak belirlenmiştir.

Son olarak Excel yardımıyla analizler gerçekleştirilecektir.

EXCEL

- Tek örneklem t testini Excel yardımıyla direkt olarak gerçekleştirmek mümkün değildir. Excel içerisinde iki farklı grubun karşılaştırıldığı t testleri yapılabilmektedir. Fakat veri üzerinde yapılabilecek ufak bir ayarlama ile tek örneklem testinin yapılması gerçekleştirilebilir.
- Tek örneklem t testi için öncelikle veriler sütunlara alt alta yazılmalıdır. Bu sırada açıklayıcı olmak adına ilk satırda veri etiketleri kullanılmalıdır.
- Daha sonra boş bir sütuna "Ortalama" etiketi ilk satıra girilerek, karşılaştırma için kullanılacak ana kütle ortalaması (bizim sorumuzda 175) her bir satıra tekrarlı olarak girilmelidir.

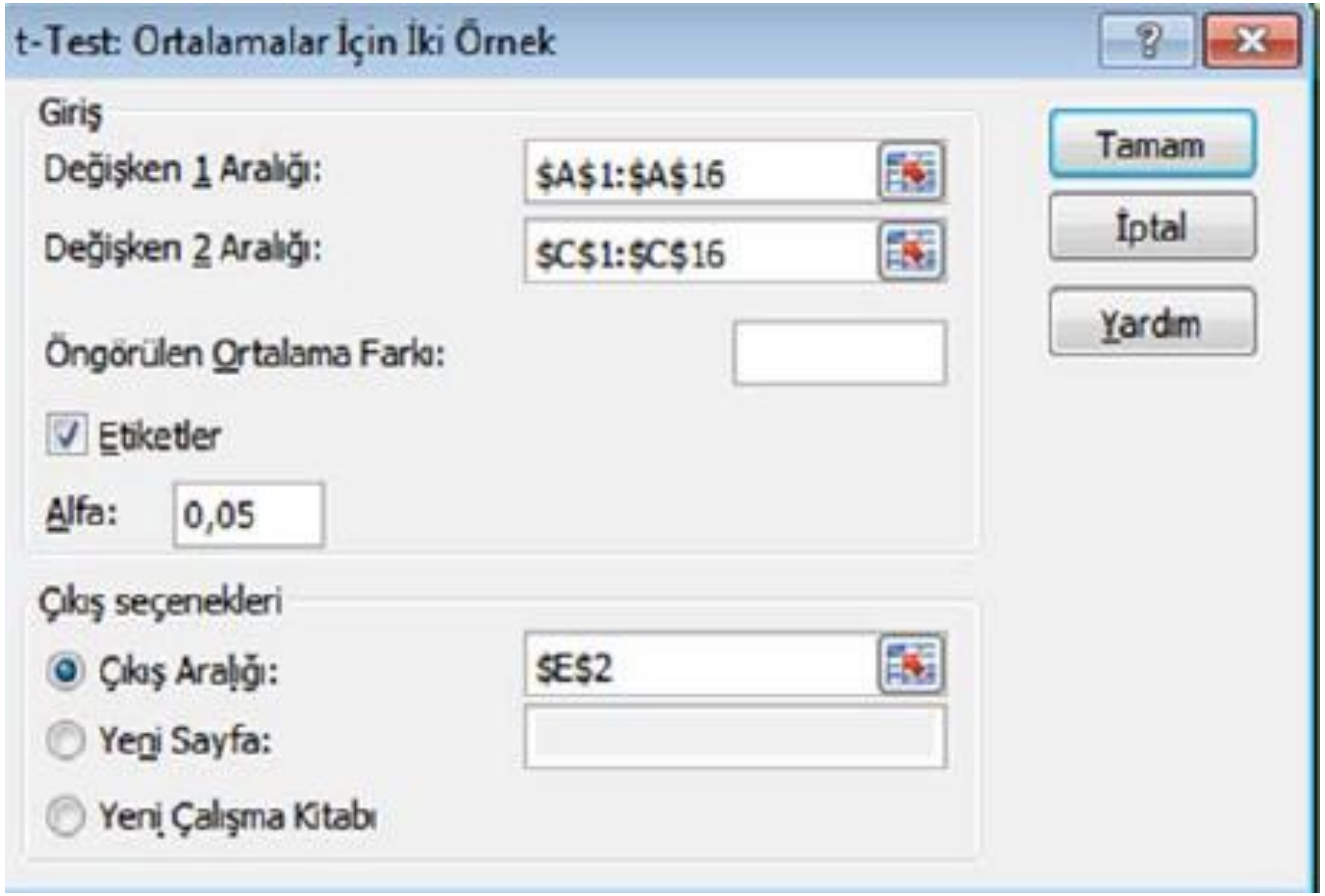
Veri seti aşağıdaki gibi girildikten sonra her bir grup için ayrı ayrı testleri yapmak gerekmektedir

	A	B	C
1	ÖRNEKLEM 1	ÖRNEKLEM 2	ORTALAMA
2	175	197	175
3	168	183	175
4	179	170	175
5	169	187	175
6	183	167	175
7	186	164	175
8	175	193	175
9	178	190	175
10	180	188	175
11	177	187	175
12	175	191	175
13	171	178	175
14	180	172	175
15	193	192	175
16	165	175	175

EXCEL

- Testleri yapmak için “Veri Çözümleme” aracı açılır.
- Daha önce yüklemediyseniz Veri çözümleme aracı sizde gözükmeyebilir.
- Dosya-Seçenekler-Eklentiler adımları izlenir.
- Açılan ekranda altta "Yönet: Excel eklentileri" kısmında "Git" seçeneği tıklanır. A
- çılan pencerede "Çözücü eklentisi" ve "Çözümleme araç takımı" seçenekleri işaretlenir, "Tamam" diyerek çıkış yapılır.
- Bu eklenti kurulduktan sonra "Veri" sekmesi altında "Çözümleme" grubunda "Veri çözümleme" komutu eklenmiş olur.

EXCEL

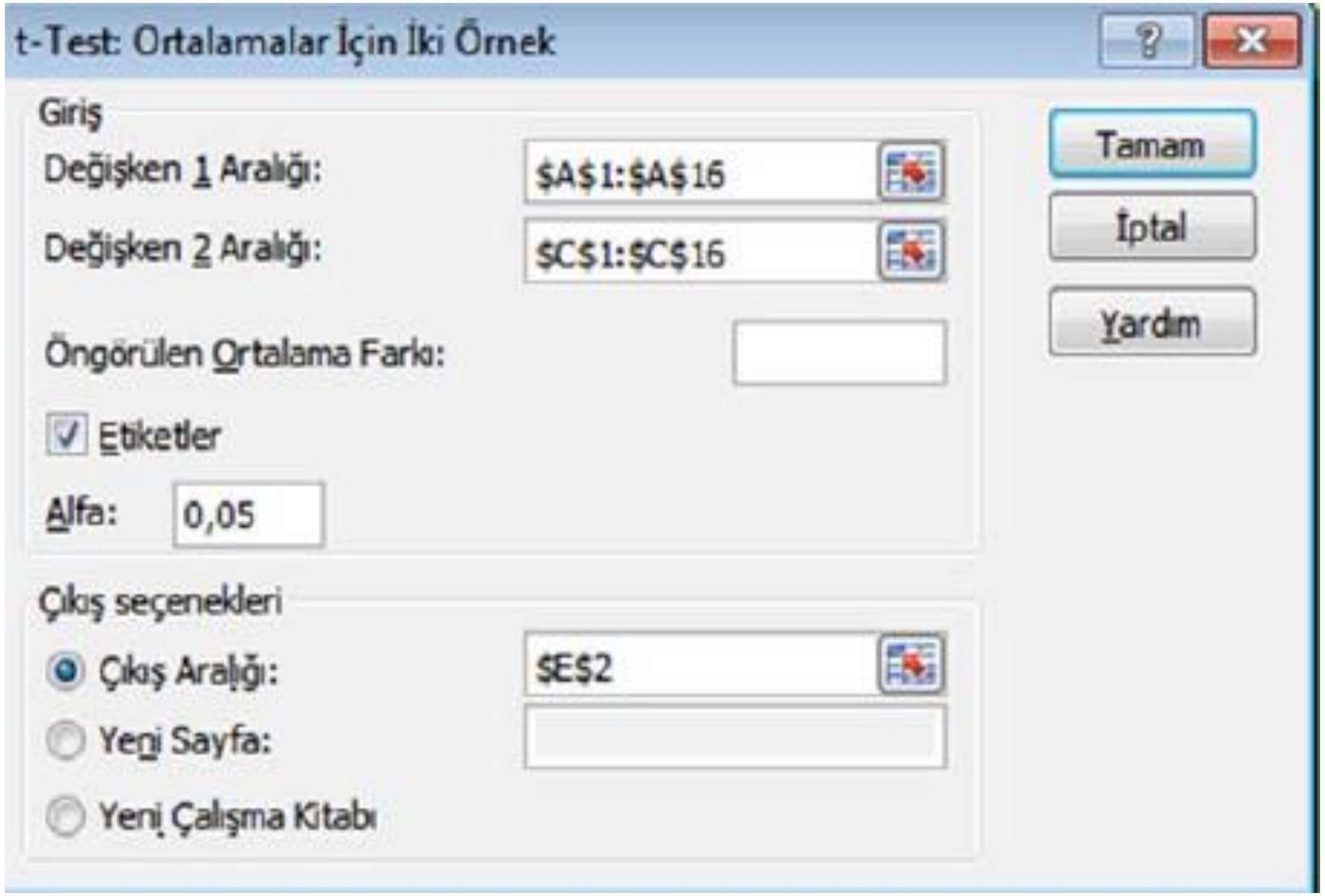


Açılan listeden “t test: ortalamalar için iki örnek” seçilir.

Gelen ekranda “Değişken 1 Aralığı” alanına test için girdiğimiz boy değerleri seçilir.

“Değişken 2 Aralığı” kısmına ise “Ortalama” adı ile oluşturduğumuz yeni sütundaki veriler girilir.

EXCEL



Eğer veri seçimlerinde açıklama satırları seçildi ise (Bu soruda seçilmiştir), o zaman “Etiketler” kutucuğu seçilmelidir.

Son olarak “Alfa” kutucuğuna anlamlılık düzeyi değeri girilmelidir.

Bu işlemler bittikten sonra analiz sonuçlarını istediğimiz alan “Çıkış Aralığı” kısmından seçilmelidir.

EXCEL

	ÖRNEKLEM 1	ORTALAMA
Ortalama	176,9333333	175
Varyans	52,35238095	0
Gözlem	15	15
Pearson Korelasyonu	#SAYI/0!	
Öngörülen Ortalama Farkı	0	
df	14	
t Stat	1 1,034866073	
P(T<=t) tek-uçlu	0,159138653	
t Kritik tek-uçlu	1,761310136	
P(T<=t) iki-uçlu	2 0,318277306	
t Kritik iki-uçlu	3 2,144786688	

Sonuç ekranında (1) numara ile gösterilen alan Örneklem 1 değerleri için hesaplanmış olan t test değeridir.

EXCEL

	ÖRNEKLEM 1	ORTALAMA
Ortalama	176,9333333	175
Varyans	52,35238095	0
Gözlem	15	15
Pearson Korelasyonu	#SAYI/0!	
Öngörülen Ortalama Farkı	0	
df	14	
t Stat	1 1,034866073	
P(T<=t) tek-uçlu	0,159138653	
t Kritik tek-uçlu	1,761310136	
P(T<=t) iki-uçlu	2 0,318277306	
t Kritik iki-uçlu	3 2,144786688	

(2) numaralı kısım, kabul olasılığını (p) verir.

Bu değer anlamlılık düzeyinin üstünde olduğundan (0,318 > 0,05) H_0 hipotezi red edilmeyecek, yani başka bir deyişle kabul edilecektir.

EXCEL

	ÖRNEKLEM 1	ORTALAMA
Ortalama	176,9333333	175
Varyans	52,35238095	0
Gözlem	15	15
Pearson Korelasyonu	#SAYI/0!	
Öngörülen Ortalama Farkı	0	
df	14	
t Stat	1 1,034866073	
P(T<=t) tek-uçlu	0,159138653	
t Kritik tek-uçlu	1,761310136	
P(T<=t) iki-uçlu	2 0,318277306	
t Kritik iki-uçlu	3 2,144786688	

(3) numaralı değer, iki yönlü hipotez testi olduğundan anlamlılık düzeyinin (0,05) ve serbestlik derecesi 14 (serbestlik derecesi n-1 değerine eşittir) olduğu durumdaki t istatistiğinin tablo değeridir.

T-testinin sonucunun yorumlanması

- Bu durumda yapılacak yorum Örneklem 1 öğrencilerinin ortalama boyları 176,933 (sonuç tablosunda en üstte) ana kütle ortalaması olan 175 değerinden istatistiksel açıdan farklı değildir.
- Başka bir deyişle örneklem ortalaması ile ana kütle ortalaması arasındaki fark istatistiksel açıdan anlamlı değildir. (Büyük ihtimalle örneklem denekleri Sakarya Üniversitesi öğrencisidir)

İkinci örneklem için benzer adımlar tekrarlandığında elde edilen sonuç tablosu

	ÖRNEKLEM 2	ORTALAMA
Ortalama	182,2666667	175
Varyans	109,6380952	0
Gözlem	15	15
Pearson Korelasyonu	#SAYI/0!	
Öngörülen Ortalama Farkı	0	
df	14	
t Stat	1 2,687819668	
P(T<=t) tek-uçlu	0,008836535	
t Kritik tek-uçlu	1,761310136	
P(T<=t) iki-uçlu	2 0,017673071	
t Kritik iki-uçlu	3 2,144786688	

T-testinin sonucunun yorumlanması

	ÖRNEKLEM 2	ORTALAMA
Ortalama	182,2666667	175
Varyans	109,6380952	0
Gözlem	15	15
Pearson Korelasyonu	#SAYI/0!	
Öngörülen Ortalama Farkı	0	
df	14	
t Stat	1 2,687819668	
P(T<=t) tek-uçlu	0,008836535	
t Kritik tek-uçlu	1,761310136	
P(T<=t) iki-uçlu	2 0,017673071	
t Kritik iki-uçlu	3 2,144786688	

T testi kritik değeri(3) hesaplanan değerden(1) daha küçüktür.

Ayrıca kabul olasılığı (2) anlamlılık düzeyinden (α= 0,05) daha azdır. Bu durumda Sıfır hipotezi (H_0) red edilecek ve alternatif hipotez (H_1) kabul edilecektir.

T-testinin sonucunun yorumlanması

	ÖRNEKLEM 2	ORTALAMA
Ortalama	182,2666667	175
Varyans	109,6380952	0
Gözlem	15	15
Pearson Korelasyonu	#SAYI/0!	
Öngörülen Ortalama Farkı	0	
df	14	
t Stat	1 2,687819668	
P(T<=t) tek-uçlu	0,008836535	
t Kritik tek-uçlu	1,761310136	
P(T<=t) iki-uçlu	2 0,017673071	
t Kritik iki-uçlu	3 2,144786688	

Yani Örneklem ortalaması 182,267 ile ana kütle ortalaması 175 arasındaki fark istatistiksel açıdan anlamlıdır.

Bir başka deyişle bu örneklem ortalaması 175 olan bir ana kütleden çekilmemiştir. (Misafir bir voleybol takımı olabilir.)

Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi

- Eğer verilerimiz parametrik değilse, yani normal dağılıma uymuyorsa, o zaman "Wilcoxon İşaretli Sıralar testi" analizi hipotezleri test etmek adına kullanılmalıdır.
- Klasik t testi yaklaşımlarında örneklem ortalaması esastır. Yani karşılaştırmalar alınan örneklemin ortalaması ile ana kütle ortalamasının karşılaştırılması şeklinde gerçekleştirilir.
- Fakat Wilcoxon İşaretli Sıralar testinde kontrol edilen parametre medyandır.

ÖRNEK

Bir yükseköğretim kurumu sayısal derslerde kullanılması amacı ile bir analiz programı geliştirmiştir. Bu analiz programı ile öğrencilerin derslerde daha başarılı olacağı düşünülmektedir. Kurum son beş yıl içerisinde mezun olan öğrencilerinin KPSS Genel Yetenek sınavının sayısal kısmında elde edilen puanları analiz etmiş ve 21,7 matematik neti medyan değeri belirlemiştir. Rastgele seçilen 30 mezun öğrencinin KPSS Genel Yetenek Testi netleri aşağıda verilmiştir. Alınan notların normal dağılmadığı biliniyorsa acaba bu yöntem başarıya ulaşmış mıdır?

Öğrenci	Matematik Neti	Öğrenci	Matematik Neti	Öğrenci	Matematik Neti
1	19	**11**	26	**21**	12
2	29	**12**	26	**22**	30
3	27	**13**	27	**23**	16
4	26	**14**	25	**24**	29
5	22	**15**	20	**25**	19
6	20	**16**	20	**26**	26
7	17	**17**	29	**27**	27
8	26	**18**	27	**28**	28
9	15	**19**	26	**29**	28
10	22	**20**	30	**30**	25

ÇÖZÜM

Öncelikle verilen normal dağılmadığı, yani parametrik olmadığı dikkate alınarak, tek örneklem t testi yaklaşımı ile sorunun çözülemeyeceğini anlamamız gerekmektedir. Bu sorunda Wilcoxon İşaretli Sıralar testi kullanılmalıdır.

Bu testin Excel programı ile basit bir çözümü yoktur. Ayrıntılı olarak karmaşık çözüm yöntemlerinden bahsetmek yerine bu soruda sonuçların yorumlanması ile ilgilenilecektir.

İlk aşama olarak Hipotezlerin belirlenmesi gerekmektedir. Sıfır hipotezi eşitlik şeklinde yazılacaktır. Fakat eşitlik ortalama değil medyanların eşitliği şeklinde olmalıdır. Alternatif hipotez ise $\neq$ yerine $<$ şeklinde olmalıdır.

$H_0: Uygulama\ sonucunda\ medyan\ değişmemiştir. (veya\ H_0: Medyan = 21{,}7)$
$H_1: Uygulama\ sonucunda\ medyan\ değişmiştir. (veya\ H_1: Medyan \neq 21{,}7)$

Veriler düzenlendikten sonra elle hesaplayarak veya piyasadaki paket programların herhangi biri ile aşağıdakine benzer sonuçlar elde edilir.

Parametreler	**Değerler**
Ana Kütle Medyan	21,70
Hesaplanan Medyan	26,00
Test Değeri	2,400
Kabul Olasılığı (p)	0,016

Tek örneklem t testi ile benzer şekilde yorumlar yapılmalıdır. Burada sıfır hipotezinin kabul olasılığı 0,016 değeri anlamlılık düzeyi ($\alpha = 0{,}05$) değerinden düşük olduğunda alternatif hipotez kabul edilecektir. Yani örnekleme ait medyan değeri ana kütle medyan değerinden farklıdır. Bu şekilde 26,00 değeri ile yeni uygulanan yöntemin, sayısal derslerde başarılı olduğu sonucuna ulaşabiliriz.

ÖZET

- İstatistiksel hipotezler ana kütle parametreleri hakkında örneklem yardımıyla yapılan önermelerdir.
- Bu önermelerin belli bir hata payı ile doğrulanması süreçleri ise istatistiksel hipotez testleri olarak adlandırılır. Hipotez testleri veri analizi sürecini ilk ve en önemli aşamasını oluşturur.
- Verilerin türleri, bağımsızlık durumu, çekilen örneklem sayısı ve veri dağılımın normal dağılıma uyup uymaması analiz yöntemini seçmeden önce belirlenmesi gereken karakteristiklerdir.
- Eğer normal dağılıma uyan tek bir örneklem olan verimizin ana kütle parametresi ile karşılaştırılması gerekiyorsa o zaman tek örneklem t testi kullanılmalıdır. Bu testle örneklem ve ana kütle ortalamalarının ne kadar benzeştiği test edilir.
- Veriler normal dağılmıyorsa, tek örneklem testi olarak Wilcoxon İşaretli Sıralar testi kullanılabilir. Bu testte ana kütle medyanı ile örneklem medyanı karşılaştırılır.

Not!!!

- İstatistiksel Testler, hipotezleri ispatlamak ya da yanlışlamak için tasarlanmazlar; Bunlardan amaç bir fikrin/iddianın gerçekleşme olasılığının ne kadar düşük/yüksek olduğunu göstermektir.
- Yanlışlamaya çalıştığımız hipotez sıfır hipotezdir (H_0), yani fark yoktur hipotezidir. H_1 hipotezi genelde yapılan iddiayı ifade eder.
- Örnekten elde edilen bilgiler örnek değişkenliği nedeniyle az veya çok yığına ait değerlerden farklı olabilir. Dolayısıyla sıfır hipotezi hakkında yığından seçilen bir örnek gruba dayanarak vereceğimiz karar doğru olabileceği gibi bazı hatalarda yapılabilir.

Not!!!

- Her analiz süreci veri türü, bağımsızlığı, dağılımı ve örneklem sayısı ile alakalıdır. Analizlere başlamadan bu değerleri doğruca belirlemek şarttır.
- Hipotezler belirlenirken alternatif hipotez çok doğru kurgulanmalıdır. Tek yönlü bir durum için, iki yönlü alternatif hipotez yazılması yanlış yorum yapma sonucunu doğurabilir.
- Eğer parametrik olmayan testler kullanılması zorunluluğu varsa, tek örneklem için Wilcoxon İşaretli Sıralar testi kullanmak uygun olmakla birlikte Run testi, Kolmogorov-Smirnov tek örneklem testi, Binom testi, Ki-Kare testleri de kullanılabilir.
- Anlatılan analizlerin sadece sayısal (sayılabilir, aralık) verilerinde yapıldığına dikkat ediniz.

Kaynaklar

- Bilişim Teknolojileri için İşletme İstatistiği ders notları, Dr. Öğr. Üyesi Halil İbrahim Cebeci