Güven Aralığı

σ biliniyor iken, anakütle ortalaması için normal dağılımla (z) güven aralıklarını hesaplama ve yorumlama

Örneğin seçildiği anakütlenin normal dağıldığını yada örnek birim sayısı n'nin büyük olduğunu varsayalım. ($n \geq 30$)

Bu koşullar altında $\bar{X}$ örnek ortalamasının örnekleme dağılımı tam olarak $\mu_{\bar{x}} = \mu$ ortalama ve $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$ standart sapmayla normal dağılır.

① %95'e karşılık gelen güven aralığını bulmak için

normal dağılımda ortalama etrafında %95 lik alanı işaretle, kuyruklarda kalan %5 lik alanı iki tarafa paylaştır. Her kuyruk 0,025 olur.

② standart normal dağılım tablosundan sol kuyruk alanı 0.025 olan z değerini bul ($0,5 - 0,025 = 0,475$ için z değeri)

③ Anakütle ortalaması için %95 lik güven aralığı

$$\bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

<u>Güven aralığı</u>: Anakütle parametresinin aralık içinde yer alacağından oldukça emin olduğumuz bir değer aralığıdır (%95 gibi)

<u>Güven düzeyi</u>: mümkün tüm örnekler kullanıldığında oluşturulabilecek güven aralıklarından anakütle parametresini içerenlerin oranıdır.

<u>Güven katsayısı</u>: Bir anakütle parametresi için güven aralığının henüz örnekleme yapılmamışken anakütle parametresini içerme olasılığı

σ biliniyor ise Güven aralığı (normal dağılımdan)

Bir ülkede yıllık gelirin standart sapması 3000$ olan bir dağılımda geldiği kabul ediliyor. Rastgele seçilen 100 kişinin ortalama geliri 15000$ olarak bulunuyor.

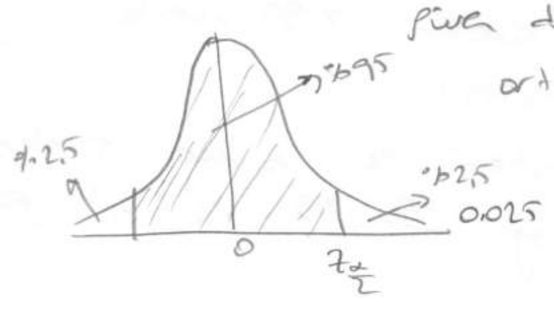
Ülkedeki ortalama gelirin %95 güven düzeyiyle güven aralığını hesaplayınız.

Anakitlenin standart sapması $\rightarrow 3000 \ (\sigma)$

Örneklem ortalaması $\rightarrow \bar{x} = 15000$

Örneklem büyüklüğü $\rightarrow n = 100$

$$\text{Güven aralığı} = \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



güven düzeyi ortadaki olasılık alanıdır.
ortadaki %95 lik kısım

$z_{\frac{\alpha}{2}} \rightarrow$ sağındaki alan 0.025 olan z değeri:

$0.5 - 0.025 = 0.475$ alanı için tablodan okuduğun değer

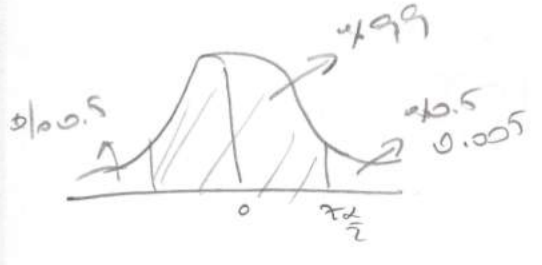
$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

$$\text{Güven aralığı} = 15000 \pm 1.96 \frac{3000}{\sqrt{100}}$$

$$= 15000 \pm 588$$

$(14412, 15588) \rightarrow$ Güven aralığı

Bir firmanın kullandığı eski faturalandırma sistemiyle ödeme süreleri ortalama 39 gündür. $n=65$ ödeme süresi için ortalama $\bar{X}=18.1077$ gündür. Yeni faturalandırma sistemi için ödemelerin standart sapmasının 4.2 gün olduğu kabul edilmektedir. %99 güven düzeyi için güven aralığını bulun.



$0.5-0.005=0.495$ için tablodaki z değeri $=2.575$

$$\bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 18.1077 \pm 2.575 \frac{4.2}{\sqrt{65}}$$

$$= 18.1077 \pm 1.3414$$

$$= [16.8,\ 19.4]$$

Eski sistemle ortalama fatura ödeme süresi 39 gündü. Yeni faturalandırma sistemi ile ödeme süreleri %99 güvenle 16.8 ile 19.4 gün arasında olacaktır.
%99 güvenle yeni faturalandırma sistemi ile ödeme süreleri en fazla $39-16.8=22.2$ gün, en az $39-19.4=19,6$ gün azaltılabilir.

Çıkarımsal İstatistik

Hipotez Testler

Hipotez : Bir durum hakkında yapılan önerme

İstatistiksel hipotez : Bir ana kitle hakkında örneklem istatistikleri yardımıyla yapılan önermeler.

$H_0 \to$ sıfır hipotezi : test edilen ifadedir. Genellikle farkın olmadığını veya etkinin olmadığını ifade eder. sıfır hipotezinin yanlış olduğuna dair ikna edici bir örnek kanıtı olmadıkça sıfır hipotezi reddedilmez.

ö) Bir üretici pazardaki en dayanıklı çöp torbalarını üretmektedir. Yeni ürettiği bir çöp torbasının eskisine göre daha dayanıklı olduğunu iddia etmektedir. Eski ürünün yırtılma dayanıklılığı 50kp'a çok yakındır fakat 50kp'ı geçmemektedir.

Yeni torbaların ortalama dayanıklılığını gösteren μ bilinmemekte ve bu değer bulunmak istenmektedir.

İspatlanmak istenen dayanıklılığın 50 kp dan fazla olduğudur.

Bu nedenle $H_1 : \mu > 50$ daha dayanıklı

$H_0 : \mu \leq 50$ daha dayanıklı değil

$$z = \frac{\bar{x} - 50}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - 50}{\sigma / \sqrt{n}}$$ iddia edilen ortalama (μ_0) z test istatistiği $\bar{x}$ ile 50 arasındaki farkı ölçmekte. Bu farkın

Test istatistiği sıfır veya sıfırdan az ise $\bar{x}$, 50'ye eşit veya daha azdır. Bu durumda H_1 red, H_0 kabul

Test istatistiği sıfırdan büyük ise örnek ortalamasının değeri 50 den büyük μ 50 den büyük ise H_0 red, H_1 kabul

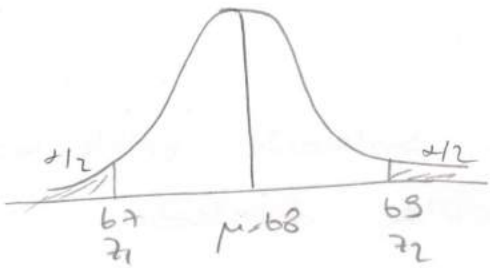
Test istatistik değeri 0'dan ne kadar uzaksa (μ 50 den ne kadar büyükse) H_0 hipotezini reddetmek için kanıt o kadar güçlü olur.

örneklem sayısının arttırılması α değerini düşürüyor

Bir üniversitedeki öğrencilerin ortalamasının 68 kg olup olmadığının incelendiği hipotezleri oluşturalım.

$H_0: \mu = 68$

$H_1: \mu \neq 68$



$\sigma = 3.6$ olsun

Örneklem büyüklüğü $n=36$ olsun

$\bar{X}$ nın örneklem dağılımı:

$$\sigma_{\bar{X}} = \sigma / \sqrt{n} = \frac{3.6}{6} = 0.6$$

$$z_1 = \frac{67-68}{0.6} = -1,67$$

$$z_2 = \frac{69-68}{0.6} = 1.67$$

$$\alpha = P(z < -1.67) + P(z > 1.67)$$

$$\alpha = 0.095$$

36 birimlik örneklerin %9.5'i $\mu = 68$'i reddetmemize neden olur.

α yı azaltmak için ya kabul bölgesini arttırma ya da örneklem büyüklüğünü arttırma yoluna gideriz.

Örneklem büyüklüğü $n=64$ olsa

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{3.6}{8} = 0.45$ olur

$$z_1 = \frac{67-68}{0.45} = -2,22 \qquad z_2 = \frac{69-68}{0.45} = 2.22$$

$$\alpha = P(z < -2,22) + P(z > 2.22) = 0.0264$$

64 birimlik örneklemin %2.6 sı $\mu = 68$'i reddetmemize neden olur.

Hipotez kurma

1) Mısır gevreği üreten bir firma ürünlerindeki ortalama doymuş yağ içeriğinin porsiyon başına 1.5 gramı geçmediğini iddia etmektedir. Bu iddiayı test etmek için gerekli hipotezleri kurun.

μ, 1.5 mg dan büyük olursa üreticinin iddiası red edilir.

μ 1.5 mg'a eşit ya da küçük ise reddedilmez.

$H_0: \mu = 1.5$

$H_1: \mu > 1.5$

tek yönlü bir test

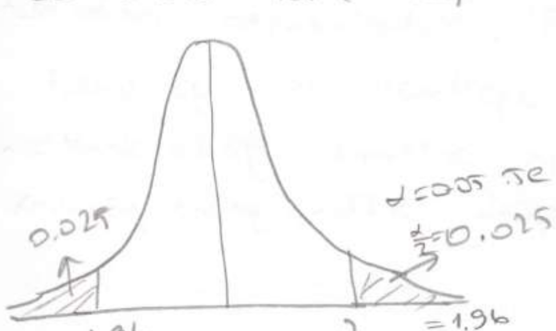
② Bir gayrimenkul firması bugün inşa edilen tüm özel rezidansların % 60 ının üç odalı olduğunu iddia etmektedir. Bu iddiayı test etmek için gerekli hipotezler kurun.

$H_0: p = 0.6$ iki yönlü test

$H_1: p \neq 0.6$

Kritik bölge

$\alpha = 0.05$ ya da $\alpha = 0.01$ istatistik analizlerde kritik bölgeyi belirlemek için çoğunlukla tercih edilen değerlerdir.



kritik bölge

$z > 1.96$ veya $z < -1,96$

kritik bölgedeki z'nin bir değeri test istatistiğinin değeri anlamlıdır ifadesini vermektedir.

P-değeri: Gözlenen test istatistiği değerinin anlamlı olduğu en küçük düzeydir. Hipotez testi hesaplamaları yapan çoğu bilgisayar yazılımı uygun test istatistiği değerleri ile birlikte p değerini de çıktı olarak verirler.

Tek örneklem: Tek bir ortalamaya ilişkin Testler (varyans biliniyor)

Ö) Geçen yıl Amerika'da rastgele bir örnekleme seçilen 100 ölüm kaydı ortalama yaşam süresinin 71.8 yıl olduğunu göstermiştir. Yığın standart sapmasının 8.9 yıl olduğu varsayımıyla, bugünkü ortalama yaşam süresinin 70 yıldan fazla olduğu gösterilebilir mi? ($\alpha = 0.05$)

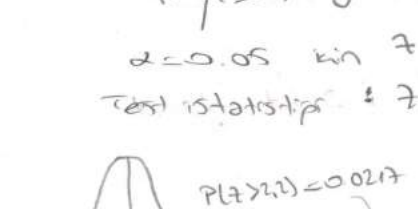
$H_0: \mu = 70$ yıl

$H_1: \mu > 70$ yıl

$\alpha = 0.05$ için $z = 1,645$

H0 daki μ

Test istatistiği: $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \dfrac{71.8 - 70}{8.9 / \sqrt{100}} = \dfrac{1.8}{0.89} = 2.02$



2.02 kritik bölgede olduğu için H0 red. Bugünkü yaşam süresi 70 yıldan daha fazla olduğu sonucuna varılır.

→ H1 lehindeki kanıt örnek 0.05 anlamlılık düzeyinden daha güçlü

②

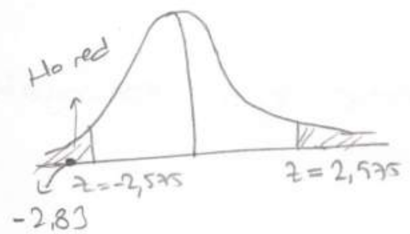
Ö) Spor ekipmanları üreten bir üretici, şirketince 0.5 kg lık bir standart sapma ile ortalama kopma kuvveti 8kg olduğu iddia edilen yeni bir sentetik balık oltası ipi geliştirmiştir.
Eğer rastgele bir örnekleme ile 50 olta test edilmiş ve kopma kuvvetinin ortalaması 7.8 kg olarak bulunmuşsa $\mu \neq 8$ alternatif hipotezine karşı $\mu = 8$ hipotezini test ediniz. ($\alpha = 0.01$)

$H_0: \mu = 8$ kg

$H_1: \mu \neq 8$ kg

$\alpha = 0.01$ için kritik bölge $z < -2,575$ ve $z > 2.575$

Test istatistiği: $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \dfrac{7.8 - 8}{0.5/\sqrt{50}} = -2.83$



Ho reddedilir, ortalama kopma kuvvetinin 8kg olmadığı, 8 kg dan az olduğu sonucuna ulaşılır.

Güven aralığı ile hipotez testi ilişkisi

μ_0 güven aralığında ise Ho reddedilmez, μ_0 güven aralığı dışında ise Ho reddedilir.

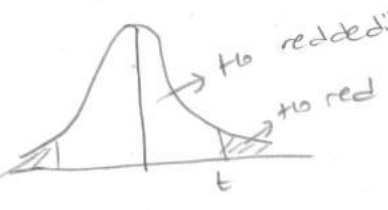
Varyans bilinmiyor iken Hipotez testi

Varyans bilinmiyor ise normal dağılım yerine t-dağılımı kullanılır. σ değeri yerine hesaplanarak tahmin edilen S (örneklemin standart sapması) kullanılır.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$, n−1 serbestlik derecesi

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Ho'ın kabul ve red kararı normal dağılım prosedürüne benzerdir.



ö) Elektrik kurumu çeşitli ev aletleri tarafından yıllık kullanılan kilovat saat (kwh) cinsinden elektrik tüketimine ilişkin rakamlar yayınlamıştır. Bir elektrikli süpürgenin bir yılda ortalama 46 kilovatsaat elektrik kullandığı iddia ediliyor. Planlanan bir çalışma ile 12 evden oluşan rastgele bir örneklem alınmış ve elektrik süpürgelerinin 11.9 kilovat saatlik bir standart sapma ile yıllık ortalama 42 kilovatsaat elektrik kullandıkları bulunmuştur. Bulunan bu değer 0.05 anlamlılık düzeyinde yıllık ortalama 46 kwh ten az mıdır? (kwh yığını normal dağılıyor)

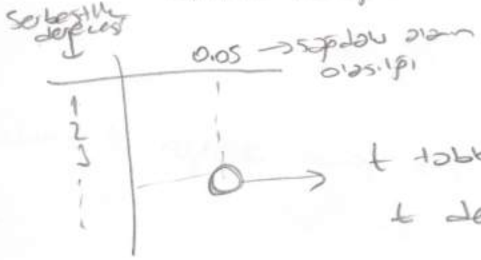
dağılım normal değilse t tablosu kullanamayız.

$H_0: \mu = 46$ kwh

$H_1: \mu < 46$ kwh

$\alpha = 0.05$

Kritik bölge $t_{0.05,\, n-1}$ serbestlik derecesi için tabloya bak

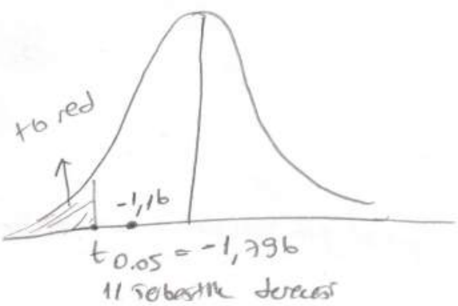


t tablosunda ortadaki değerler olasılık değerleri değil t değerleri

$t_{0.05}$, 11 serbestlik derecesi için kritik değer. $t = -1,796$

test istatistiği : $\bar{X} = 42$ kwh , $S = 11.9$, $n = 12$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{42 - 46}{11.9/\sqrt{12}} = -1,16$$



H0 reddedilemez, evdeki elektrik süpürgelerinin harcadığı yıllık kwh miktarının ortalamasının anlamlı olarak 46 dan daha az olmadığı sonucuna varılır.

(3) iki örneklem iki ortalamaya ilişkin testler (2 ayrı popülasyon ortalamalarının farkı ile ilgili testler)

Varyansla biliniyor

(örneklem)

a) A okulundaki 100 öğrenci merkezi bir matematik sınavından ortalama 70 puan alırken B okulundaki 150 öğrenci ortalama 60 puan almıştır. A ve B okullarındaki matematik puanlarının iki bağımsız normal dağılımdan geldiği kabul edilmektedir. $\sigma_A = 14$, $\sigma_B = 18$ ise iki okulun matematik puanı ortalamalarının ayrı olup olmadığını test ediniz. ($\mu_A \stackrel{?}{=} \mu_B$) ($\alpha = 0.01$)

$H_0: \mu_A - \mu_B = 0$

$H_1: \mu_A - \mu_B \neq 0$

σ ları bildiğimiz için Z dağılımı

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad d_0 \rightarrow (\mu_A - \mu_B)$$

H_0 daki fark değeri

$$Z = \frac{70 - 60 - 0}{\sqrt{\frac{14^2}{100} + \frac{18^2}{150}}} = 4.93$$

$\alpha = 0.01$ için kritik değer hesaplama

$Z_c = 2.575$

Z değeri kritik bölgeye düştüğü için H_0 red edilir

$H_1: \mu_A - \mu_B \neq 0$

$\mu_A \neq \mu_B$

iki okulun matematik puan ortalamaları ayrı değildir.

Varyanslar Bilinmiyor Ancak Eşit

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ varyans bilinmiyor ise t tablosu kullan

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$ serbestlik derecesi $n_1 + n_2 - 2$

$$s_p^2 = \frac{s_1^2 (n_1 - 1) + s_2^2 (n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$

ö) iki farklı tabakaya sahip laminant malzemenin yüzeylerinde oluşan çizik aşınmalarını karşılaştırmak amacıyla bir deney yapılmıştır. malzeme 1'den 12 parçanın, malzeme 2 den 10 parçanın testleri yapıldı. malzeme 2'den alınan örneklerin aşınma ortalaması 81 birim ve örneklem standart sapması 5 birim olarak bulunurken malzeme 1'den alınan örneklerin aşınma ortalaması 85 birim ve örneklem standart sapması 4 birim olarak bulunmuştur. malzeme 1'in çizik aşınmasının malzeme 2 aşık aşınmasından 2 birimden daha fazla olduğu sonucunu 0.05 lik anlamlılık düzeyinde çıkarılabilir mi? (yığınların varyansı eşit ve dağılımları normal)

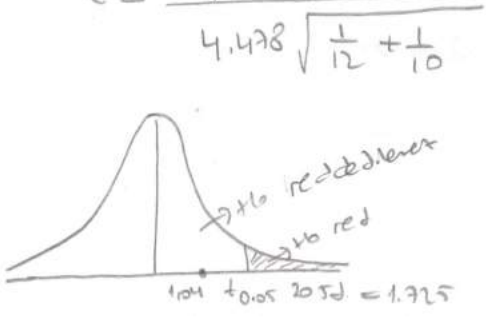
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 2$ serbestlik derecesi $12 + 10 - 2 = 20$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 2$

$\alpha = 0.05$ için kritik bölge $t_{0.05}$ 20 serbestlik derecesi $= 1,725$

$$s_p = \sqrt{\frac{5^2 \cdot (10-1) + 4^2 (12-1)}{12+10-2}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 9 + 16 \cdot 11}{20}} = 4.478$$

$$t = \frac{(85-81) - 2}{4.478 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}}} = 1,04$$



1.04 değeri H0 reddedilemez bölgesine düşmektedir.

Karar: H0 reddedilemez. Çizik aşınmasının malzeme 1'de malzeme 2'den 2 birimden daha fazla olduğu sonucu kabul edemeyiz.

Örneklem Çapının Belirlenmesi

Belli bir kalite standardı elde etmek için örneklem genişliği, anlamlılık düzeyi α ve testin gücü arasındaki ilişkiyi biliyor olmak önemlidir.

Eğer mümkünse veriler toplamadan önce bir örneklem büyüklüğü belirlenerek deney planlanmalıdır.

Alternatif hipotez tek bir ortalamaya ilişkin bir hipotezde $\mu - \mu_0$ veya 2 ortalama ilişkin bir problemde $\mu_1 - \mu_2$ biçiminde olabilir.

Tek örneklem

σ biliniyorken belli bir α anlamlılık düzeyinde

$$H_0: \mu = \mu_0$$
$$H_1: \mu > \mu_0 \qquad (\mu = \mu_0 + \delta)$$

hipotezini test ediyorsak

örneklem büyüklüğü $n = \dfrac{(z_\alpha + z_\beta)^2 \sigma^2}{\delta^2}$ olarak seçilir.

iki yanlı bir testte $n \approx \dfrac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)^2 \sigma^2}{\delta^2}$ olduğunda belirlenmiş

bir alternatif için $1-\beta$ gücü elde edelim.

~~Tek örneklem~~

Ö) Bir üniversitede öğrencilerin ağırlığı için $\sigma = 5$ olduğu biliniyorken $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyini kullanarak (testin gücü = H_0'ın red edilme olasılığı)

$$H_0: \mu = 68 \text{ kg}$$
$$H_1: \mu > 68 \text{ kg} \qquad (\mu = 69)$$

hipotezini test etmek istiyorsak gerçek ortalama 69 kg olduğunda testin gücünün 0.95 olması için örneklem çapı:

0.95 için tablodan değer

$$n = \frac{(1.645 + 1.645)^2 (25)}{1} = 270.6 \qquad \left(\begin{array}{l} z_\alpha = z_\beta = 1.65 \\ \delta = 1 \end{array} \right)$$

μ gerçekte 69 kg olduğunda, testin yokluk hipotezini %95 olasılıkla reddetmesi için 271 gözlem gerekmektedir.

iki örneklem (tabloda bilinmiyor vakit kalırsa anlat)

σ_1 ve σ_2 biliniyorken $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_0$
$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$

hipotezini test etmek istersek $\mu_1 - \mu_2 = d_0 + \delta$

$$n \approx \frac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\delta^2}$$

Tek yanlı test için $n = n_1 = n_2$ olduğunda

örneklem büyüklüğü seçimi $n = \frac{(z_\alpha + z_\beta)^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\delta^2}$

varyanslar bilinmediğinde

tek ve iki yanlı testte $\Delta = \frac{|\delta|}{\sigma} = \frac{|\mu - \mu_0|}{\sigma}$

iki örneklem testinde $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ ise $\Delta = \frac{|\delta|}{\sigma} = \frac{|\mu_1 - \mu_2 - d_0|}{\sigma}$

ö) Bir reaksiyonun çıktısı üzerine iki katalizörün etkisinin karşılaştırılması amacıyla $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde iki örneklem t testi yapılmaktadır. iki katalizör için çıktılardaki varyansların ayrı olduğu düşünülmektedir. Eğer 0.9 olasılıkla katalizörler arasında 0.8σ lık bir farkı belirlemek amaçlanıyor ise aşağıdaki hipotezleri test etmek için her bir katalizör için ne kadar büyüklükte bir örneklem gerekir?

$H_0: \mu_1 = \mu_2$
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.1$ $(1 - 0.9)$

$\Delta = \frac{|0.8\sigma|}{\sigma} = 0.8$

iki ortalama arasındaki farkın t-testi için örneklem sayı tablosundan

$\Delta = 0.8$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.1$ değerlerine karşılık gelen $n = 34$ tür.

Varyans biliniyor

Ö) Bir hisse senedinin günlük yüzde getirisinin normal dağılıma sahip olduğu ve standart sapmasının $\sigma = \%5$ olduğu kabul edilmektedir. Bu hisse senedi yüz günde günlük ortalama %2 artış kaydetmiştir. Hisse senedi günlük getiri ortalamasının sıfıra eşit olup olmadığını test ediniz. ($\alpha = \%5$)

(σ varsa standart normal dağılım z dağılımı)

1: H0 ve H1 hipotezlerini belirle
2: Test istatistiği
3: Kritik değer belirle Eşik değer

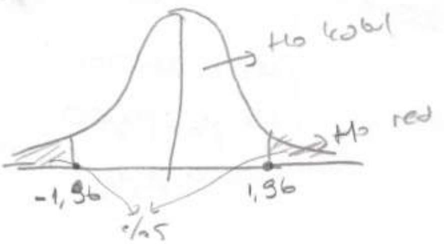
(1) $H_0: \mu = 0$
$H_1: \mu \neq 0$

(2) $z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \dfrac{2 - 0}{5/\sqrt{100}} = 4$ → test istatistiği

H0 da μ=0

100 → gözlemlik 100 tane hisse senedi bilgisi var

(3)

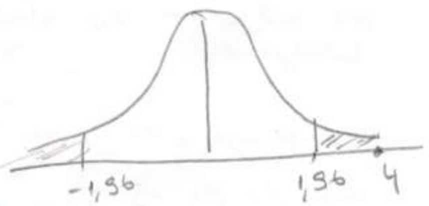


H1 de ≠ varsa 2 taraflı red alanı var. (Çift kuyruklu)

$z_c = 1.96$

Bizim istatistiğimiz 1,96 dan büyükse yada -1,96 dan küçükse red bölgesine düşer

(4)



H0: red
Bizim örneklemimizden çıkan z değer red bölgesinde kaldı.

Varyans bilinmiyor

Ö) Bir ülkedeki yıllık ekonomik büyüme oranları son 5 yılda %3, %4, %0, %-2, %5 olarak kaydediliyor. Yıllık büyümenin bir normal dağılımdan geldiği kabul ediliyor. Bu ülkedeki yıllık büyüme ortalamasının pozitif olup olmadığını test ediniz ($\alpha = 0.05$)

$H_0: \mu = 0$ (H0 eşitlik durumu olur)
$H_1: \mu > 0$
(Testimiz tek kuyruklu olacak)

5 tane gözlem var ve σ yı bilmiyoruz örneklem standart sapmasını bulacağız ve t dağılımı kullanılacak

$t = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

$\bar{X} = \dfrac{3+4+0-2+5}{5} = 2$

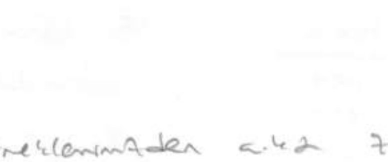
$s^2 = \dfrac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

$s^2 = \dfrac{(3-2)^2 + (4-2)^2 + \cdots}{4}$

$s^2 = 8.5$

$s \cong 2.91$

$t = \dfrac{2 - 0}{2.91/\sqrt{5}} \cong 1.53$



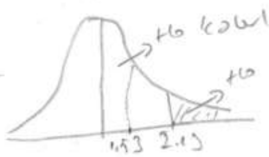
Sadece sıfırdan büyük olup olmadığına bakacağımız için sıfırın sağında kalan alan red alanı

5-1=4 serbestlik derecesi

Serbestlik derecesi
0.05 → sağında kalan olasılığı
4 | ⊙ → t tablosunda ortadaki değerler olasılık değerleri değil t değerleri

t=2.13 kritik değer

t < tc H0: reddedilemez kabul



ⓑ) A okulundaki 100 öğrenci merkezi bir matematik sınavından ortalama 70 puan alırken, B okulundaki 150 öğrenci ortalama 60 puan almıştır. A ve B okullarındaki matematik puanlarının iki bağımsız normal dağılımdan geldiği kabul edilmektedir. $\sigma_A = 14$, $\sigma_B = 18$ ise iki okulun matematik puanı ortalamalarının ayrı olup olmadığını test ediniz. $(\mu_A \overset{?}{=} \mu_B)$ $(\alpha = 0.01)$

iki anakütlenin ortalamalarının farkı ile ilgili bir test yapıyoruz.

$H_0 : \mu_A - \mu_B = 0$

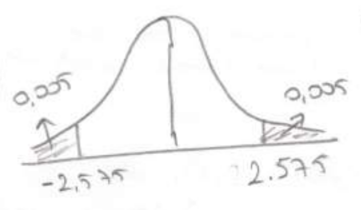
$H_1 : \mu_A - \mu_B \neq 0$

σ ları bildiğimiz için Z dağılımı

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - \overset{\to H_0 \text{ değeri}}{0}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$Z = \frac{70 - 60 - 0}{\sqrt{\frac{14^2}{100} + \frac{18^2}{150}}} = 4.93$$

Kritik değer Z_c hesaplama



$Z = 4.93$

$Z_c = 2,575$

H_0 ı reddedilir

$H_1 : \mu_A - \mu_B \neq 0$

$\mu_A \neq \mu_B$

ö) iki ayrı anakütlenin ortalama farkının testi (varyanslar bilinmiyor)

İlaçsız	İlaçlı
100	150
350	120
200	30
150	80
90	

Bu ilacın belli bir kan değerini en az 5 birim düşürüp düşürmediğini test edeceğiz.

$X_A : N \sim (\mu_1, \sigma^2)$

$X_B : N \sim (\mu_2, \sigma^2)$

varyansları birbirine eşit ama bu varyansın kaç olduğunu bilmiyoruz.

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 5$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 5$

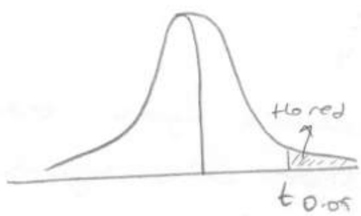
$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - \overset{\to \text{delta farkı}=5}{\delta}}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$S_p^2 = \frac{4 \cdot 11170 + 3 \cdot 2700}{7} = 7540$$

$$S_p = \sqrt{7540} = 86,83$$

$$t = \frac{178 - 95 - 5}{86,83 \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}}} = 1,18$$ test istatistiği

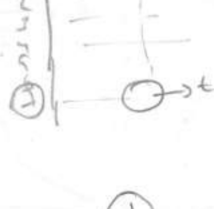


$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 5$

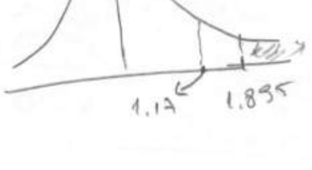
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 5$

tek kuyruklu hipotez testi

serbestlik derecesi $n_1 + n_2 - 2 = 7$



$t = 1.895$ kritik değer eşik değer



H_0'ı reddetme

Bu ilacın kan değerini 5 ten fazla düşürdüğüne karar veremiyoruz.