

一、坐标变换

(1) 坐标变换的基本思路

坐标变换的目的是将交流电动机的物理模型变换成类似直流电动机的模式，这样变换后，分析和控制交流电动机就可以大大简化。以产生同样的旋转磁动势为准则，在三相坐标系上的定子交流电流 i_A 、 i_B 、 i_C ，通过三相——两相变换可以等效成两相静止坐标系上的交流电流 i_α 和 i_β ，再通过同步旋转变换，可以等效成同步旋转坐标系上的直流电流 i_d 和 i_q 。如果观察者站到铁心上与坐标系一起旋转，他所看到的就好像是一台直流电动机。

异步电机的电感矩阵和转矩方程体现了电磁耦合和能量转换的复杂关系；三相原始模型复杂，简化基本方法就是坐标变换。要简化数学模型，须从电磁耦合关系入手。

能将交流电动机的物理模型等效地变换成类似直流电动机的模式，分析和控制就可以大大简化。任意对称的多相绕组，通入平衡的多相电流，都能产生旋转磁动势，当然以两相最为简单。坐标变换原则：合成磁动势相等

(2) Clark变换：3/2变换

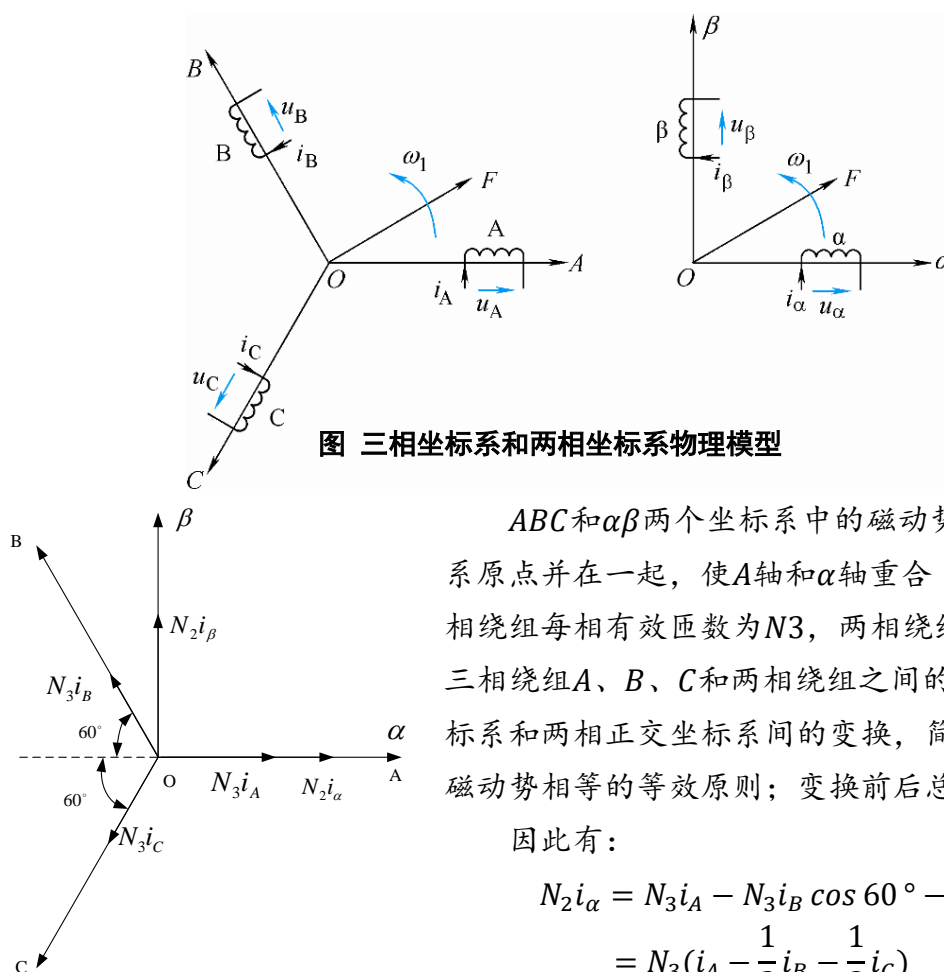


图 三相坐标系和两相坐标系物理模型

ABC 和 $\alpha\beta$ 两个坐标系中的磁动势矢量，将两个坐标系原点并在一起，使 A 轴和 α 轴重合（如右图所示）。三相绕组每相有效匝数为 N_3 ，两相绕组等效匝数为 N_2 。三相绕组 A 、 B 、 C 和两相绕组之间的变换，称作三相坐标系和两相正交坐标系间的变换，简称3/2变换。按照磁动势相等的等效原则；变换前后总功率不变。

因此有：

$$\begin{aligned} N_2 i_\alpha &= N_3 i_A - N_3 i_B \cos 60^\circ - N_3 i_C \cos 60^\circ \\ &= N_3 \left(i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C \right) \end{aligned}$$

$$N_2 i_\beta = N_3 i_B \sin 60^\circ - N_3 i_C \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} N_3 (i_B - i_C)$$

考虑到变换前后总功率不变，则有 $N_3/N_2 = \sqrt{2/3}$

- 三相坐标系变换到两相正交坐标系（简称 3/2 变换）的变换矩阵：

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

- 两相正交坐标系变换到三相坐标系（简称 2/3 变换）的变换矩阵：

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

又考虑到 $i_A + i_B + i_C = 0$

可以写作：

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \end{bmatrix} \text{ 与 } \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

电压变换阵和磁链变换阵与电流变换阵相同

(3) *Park*变换：2s/2r变换

两相静止绕组，通以两相平衡交流电流，产生旋转磁动势。如果令两相绕组转起来，且旋转角速度等于合成磁动势的旋转角速度，则两相绕组通以直流电流就产生空间旋转磁动势。即从静止两相正交坐标系 $\alpha\beta$ 到旋转正交坐标系 dq 的变换，称作静止两相-旋转正交变换，简称2s/2r变换。

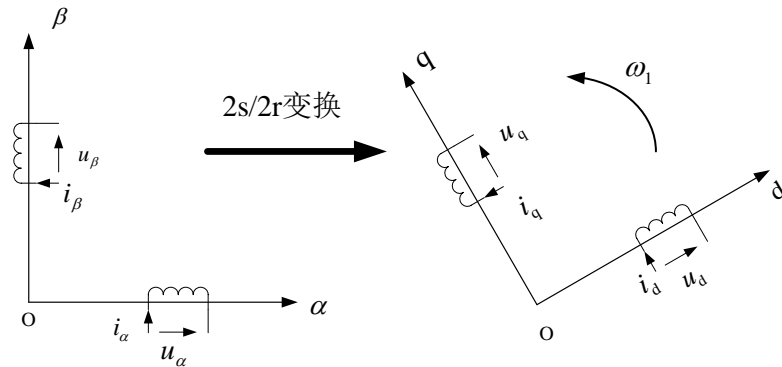
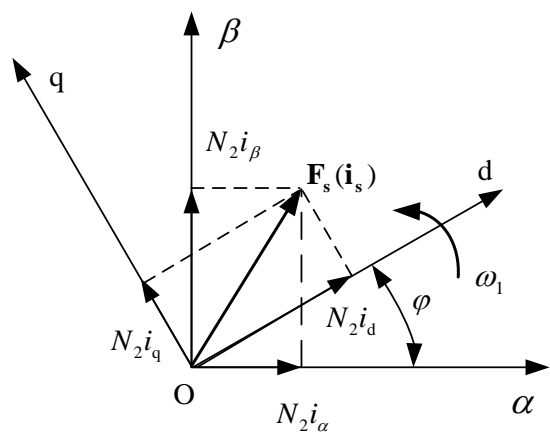


图 静止两相正交坐标系和旋转正交坐标系的物理模型



电流之间存在下列关系：

$$\begin{cases} i_d = i_\alpha \cos \varphi + i_\beta \sin \varphi \\ i_q = -i_\alpha \sin \varphi + i_\beta \cos \varphi \end{cases}$$

● 因此有旋转正交变换矩阵式：

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = C_{2s/2r} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

即有静止两相正交坐标系到旋转正交坐标系的变换阵：

$$C_{2s/2r} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

图 旋转正交坐标系中的磁动势矢量

● 旋转正交坐标系到静止两相正交坐标系的变换阵 $C_{2r/2s} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$

同理可知：电压和磁链的旋转变换阵与电流旋转变换阵相同

▲ 异步电动机定子绕组是静止的，只要进行3/2变换（Clark变换）就行了。

▲ 异步电机转子绕组是旋转的，必须通过3/2变换和旋转到静止的变换（Park变换），才能变换到静止两相正交坐标系

二、Simulink 仿真的实现

1、电流跟踪 PWM 技术

由上文所诉电流跟踪原理，可以搭建如下电流跟踪 PWM 的 Simulink 模型：

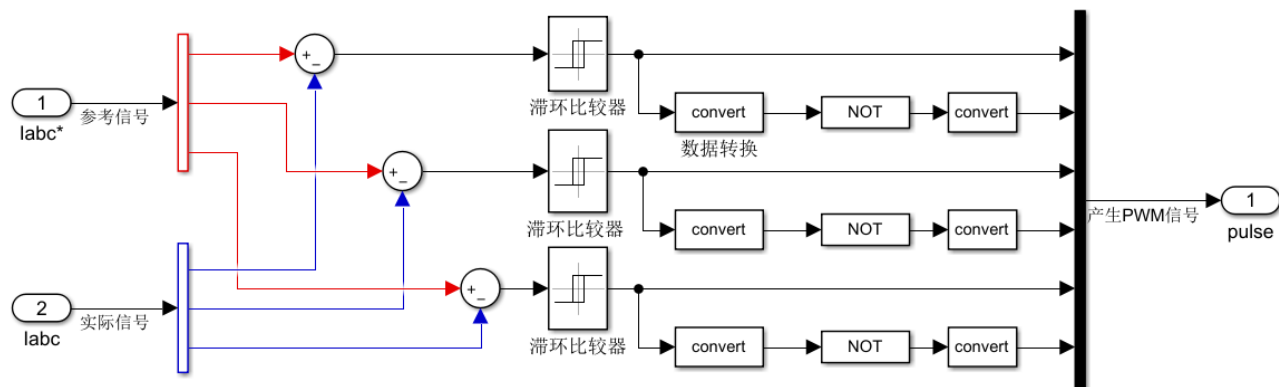


图 电流跟踪 PWM 的 Simulink 模型

滞环比较器的设定：

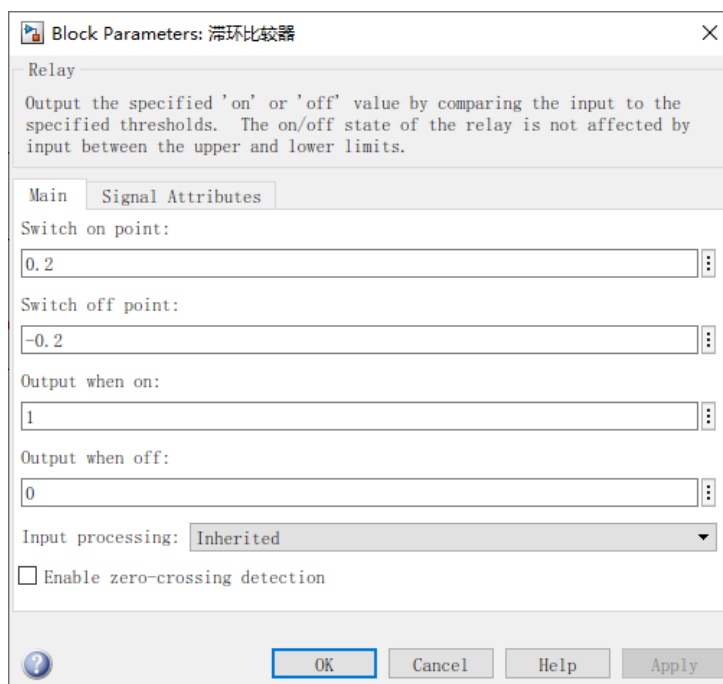
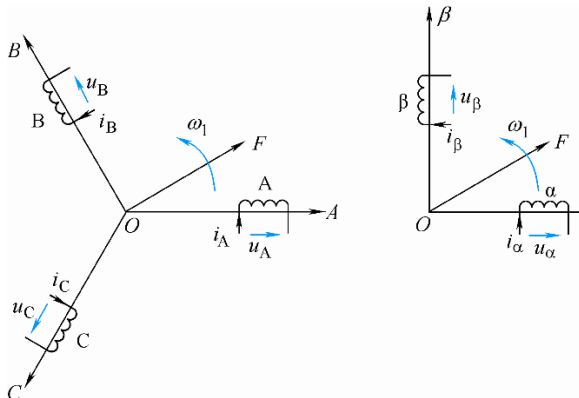


图 滞环比较器的参数设定

2、SVPWM 技术

搭建 Simulink 的 SVPWM 控制模型大致分为： $\alpha\beta$ 变换、 U_{ref} 判断扇区及计算 PWM 占空比、输出 PWM 信号几个流程。

(1) $\alpha\beta$ 变换



三相绕组A、B、C和两相绕组之间的变换，称作三相坐标系和两相正交坐标系间的变换，简称3/2变换。按照磁动势相等的等效原则；变换前后总功率不变。

三相坐标系变换到两相正交坐标系（简称 3/2 变换）的变换矩阵：

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

由此矩阵搭建Simulink模型

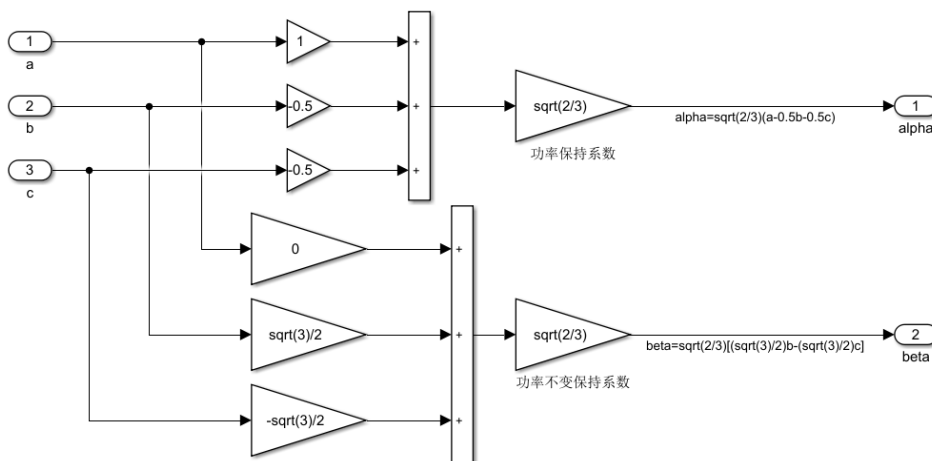
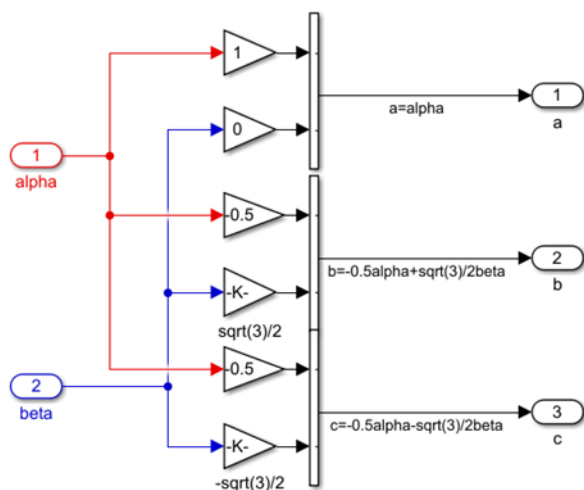


图 Clark变换Simulink模型

同时也可以搭建Clark逆变换Simulink模型



两相正交坐标系变换到三相坐标系（简称 2/3 变换）的变换矩阵：

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

(2) U_{ref} 与扇区判断

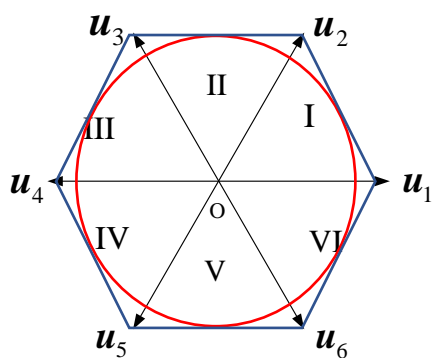


图 电压空间矢量的 6 个扇区

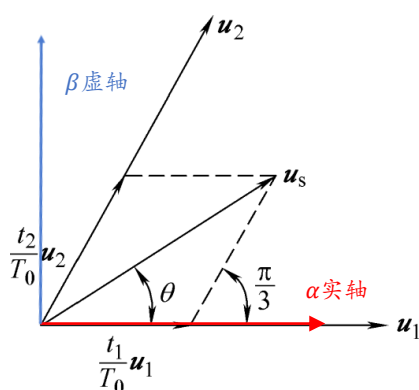


图 期望输出电压矢量的合成

其他扇区按照同样的方法，以此类推，得到：

当 $U_\beta > 0$ 且 $\left| \frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha \right| - \frac{1}{2} U_\beta < 0$ 时， u_s 位于第 II 扇区

当 $U_\beta > 0$ 且 $-\frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha - \frac{1}{2} U_\beta > 0$ 时， u_s 位于第 III 扇区

当 $U_\beta < 0$ 且 $\frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha - \frac{1}{2} U_\beta < 0$ 时， u_s 位于第 IV 扇区

当 $U_\beta < 0$ 且 $-\left| \frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha \right| - \frac{1}{2} U_\beta < 0$ 时， u_s 位于第 V 扇区

当 $U_\beta < 0$ 且 $-\frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha - \frac{1}{2} U_\beta < 0$ 时， u_s 位于第 VI 扇区

▲再定义：

$$\begin{cases} \text{若 } U_{ref1} > 0, \text{ 则 } A = 1, \text{ 否则 } A = 0 \\ \text{若 } U_{ref2} > 0, \text{ 则 } B = 1, \text{ 否则 } B = 0 \\ \text{若 } U_{ref3} > 0, \text{ 则 } C = 1, \text{ 否则 } C = 0 \end{cases}$$
 ABC之间一共有八种组合，但由判断

扇区公式可知道A、B、C不会同时为1或者0，所以组合其实是6种。A、B、C取不同的组合对应着不同的扇区，并且是一一对应的，因此完全可以由A、B、C的组合判断所在的扇区。为区别扇区的六种状态。令： $N = A + 2B + 4C$ 则N可以为1至6六个整数值。注意此处N并非对应扇区号，而是扇区的值。具体对应关系如下表所示：

扇区值N	1	2	3	4	5	6
扇区号S	II	VI	I	IV	III	V

其中 U_{ref} 是期望电压矢量的模，角度 θ 是它与 α 轴的夹角。且 $U_{ref} = \frac{mU_d}{\sqrt{3}}$ 其中其中 m 是调制系数， U_d 是逆变器主电路的直流母线电压。当 $m > 1$ 时会过调制，波形失真。此时 U_{ref} 超出了正六边形的内切圆范围。而 U_{ref} 的最大值就是非零电压矢量的值，为 $\frac{2U_d}{3}$

$$U_{ref} = \frac{2U_d}{3}$$

α 轴即实轴Re与 U_1 参考位置重合（如图）； β 即虚轴

▲在扇区 I 中：

$$0 < \theta < 90^\circ \quad U_\alpha = U_{ref} \cos \theta \quad U_\beta = U_{ref} \sin \theta$$

$$\text{有} \begin{cases} U_\alpha > 0 \\ U_\beta > 0 \end{cases} \text{即} \begin{cases} \frac{1}{2} U_{ref} \leq U_\alpha \leq U_{ref} \\ 0 \leq U_\beta \leq \frac{\sqrt{3}}{2} U_{ref} \end{cases}$$

$$\text{表述为 } U_\beta > 0 \text{ 且 } \frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha - \frac{1}{2} U_\beta > 0$$

▲由此可以定义以下参考变量：

$$U_{ref1} = U_\beta$$

$$U_{ref2} = \frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha - \frac{1}{2} U_\beta$$

$$U_{ref3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha - \frac{1}{2} U_\beta$$

由上可以搭建如下扇区判断的Simulink模型：

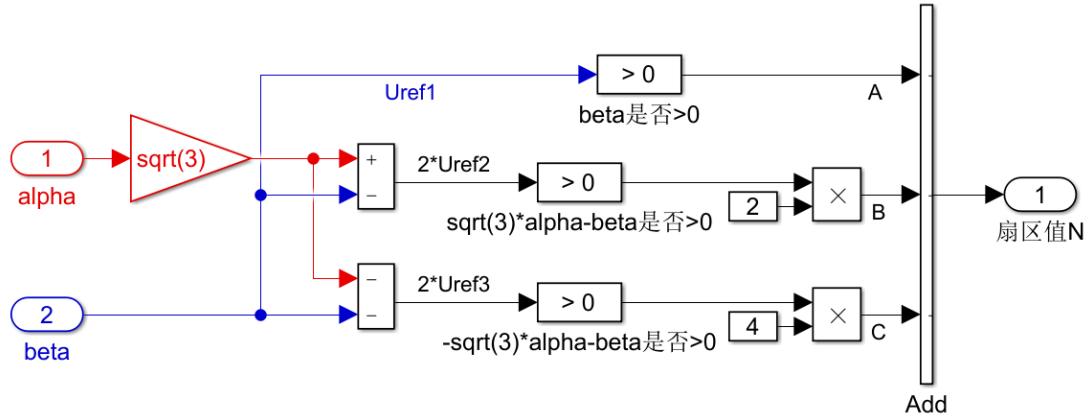
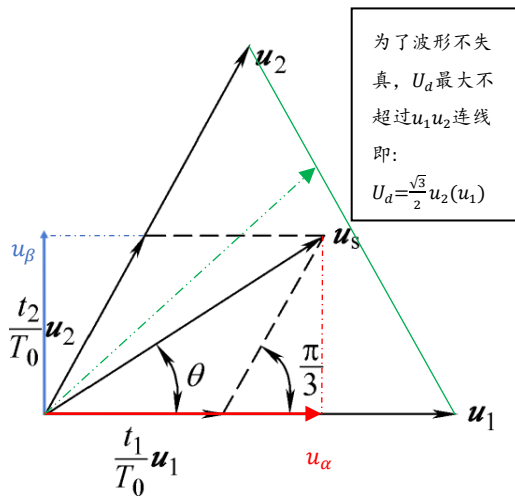


图 扇区判断Simulink模型

(3) 计算 PWM 占空比



SVPWM 的理论基础是平均值等效原理，即在一个开关周期 $T_{PWM} = T_0$ 内通过对基本电压矢量加以组合，使其平均值与给定电压矢量相等。

▲例如：在某时刻，电压空间矢量 \mathbf{u}_s 旋转到某一个区域中，可以由这个区域的两个相邻非零矢量 \mathbf{u}_k 、 \mathbf{u}_{k+1} 和零矢量 \mathbf{u}_0 在时间上的不同组合来得到。先作用的 \mathbf{u}_k 称为主矢量，后作用的 \mathbf{u}_{k+1} 称为辅矢量。作用时间分别为 t_k 和 t_{k+1} ，零矢量作用时间为 t_0

如图扇区 I 空间矢量合成所示，根据平衡等效

原则可以得到下列等式： $T_0 \mathbf{u}_s = t_1 \mathbf{u}_1 + t_2 \mathbf{u}_2 + t_0 \mathbf{u}_0$ 又 $T_0 = t_1 + t_2 + t_0$

有 $\mathbf{u}_s = \frac{t_1}{T_0} \mathbf{u}_1 + \frac{t_2}{T_0} \mathbf{u}_2$ 其中 t_1 、 t_2 、 t_0 分别为 \mathbf{u}_1 、 \mathbf{u}_2 和 \mathbf{u}_0 作用时间， θ 为合成矢量 \mathbf{u}_s 与主矢量 \mathbf{u}_1 的夹角。要合成所需电压，需要计算 t_1 、 t_2 和 t_0

由正弦定理 $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$ 对于上图有：

$$\frac{\frac{t_1}{T_0}|\mathbf{u}_1|}{\sin(\frac{\pi}{3}-\theta)} = \frac{\frac{t_2}{T_0}|\mathbf{u}_2|}{\sin \theta} = \frac{|\mathbf{u}_s|}{\sin \frac{2\pi}{3}} \text{ 所以有 } \begin{cases} t_1 = \frac{\sqrt{2}u_s T_0}{U_d} \sin(\frac{\pi}{3} - \theta) \\ t_2 = \frac{\sqrt{2}u_s T_0}{U_d} \sin \theta \end{cases} \text{ 同时零矢量作用时间 } t_0 = T_0 - t_1 - t_2$$

$$\text{于 } \alpha\beta \text{ 坐标系中可以得到 } \begin{cases} u_\alpha = \frac{t_1}{T_0}|\mathbf{u}_1| + \frac{t_2}{T_0}|\mathbf{u}_2| \cos \frac{\pi}{3} \\ u_\beta = \frac{t_2}{T_0}|\mathbf{u}_2| \sin \frac{\pi}{3} \end{cases} \text{ 因此 } \begin{cases} t_1 = \frac{T_0 u_\alpha}{u_1} - \frac{T_0 u_\beta}{\sqrt{3}u_1} \\ t_2 = \frac{2T_0 u_\beta}{\sqrt{3}u_2} \end{cases}$$

又 u_d 不能超过 $\frac{\sqrt{3}}{2}|\mathbf{u}_1|$ ，所以取 $u_d = \frac{\sqrt{3}}{2}|\mathbf{u}_k| (k = 1, 2, 3, 4, 5)$

▲同理可以推导其他扇区各矢量作用时间，为了方便判定，可以令

$$\begin{cases} X = \frac{\sqrt{3}T_0 u_\beta}{U_d} \\ Y = \frac{3T_0 u_\alpha}{2U_d} + \frac{\sqrt{3}T_0 u_\beta}{2U_d} \\ Z = -\frac{3T_0 u_\alpha}{2U_d} + \frac{\sqrt{3}T_0 u_\beta}{2U_d} \end{cases}$$

搭建计算 XYZ 的Simulink模型为:

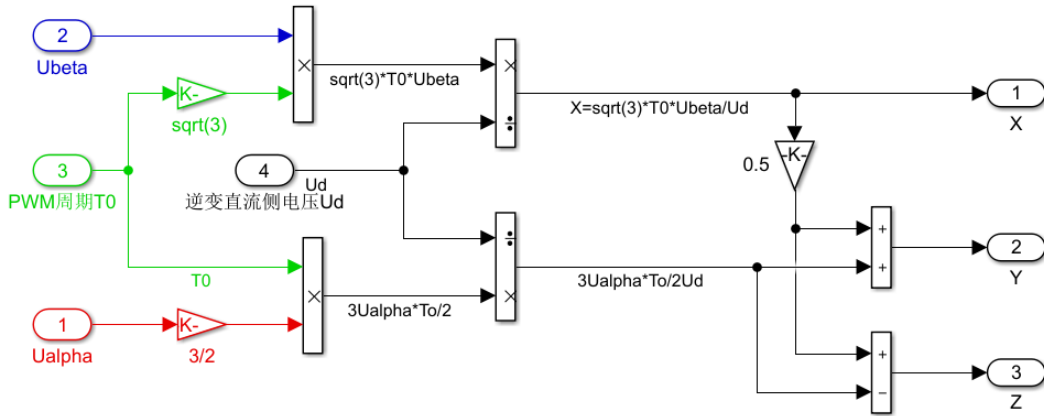


图 XYZ 计算的Simulink模型

各个扇区 t_1 、 t_2 、 t_0 作用时间

N (扇区值)	1	2	3	4	5	6
t_1	Z	Y	-Z	-X	X	-Y
t_2	Y	-X	X	Z	-Y	-Z
t_0	$T_0 = T_S - t_1 - t_2$					

▲如果当 $t_1 + t_2 > T_0$ ，必须进行调制（等比例缩小原则）处理，则令：

$$\begin{cases} t_1 = \frac{t_1}{t_1 + t_2} T_0 \\ t_2 = \frac{t_2}{t_1 + t_2} T_0 \end{cases}$$

▲Simulink实现如下:

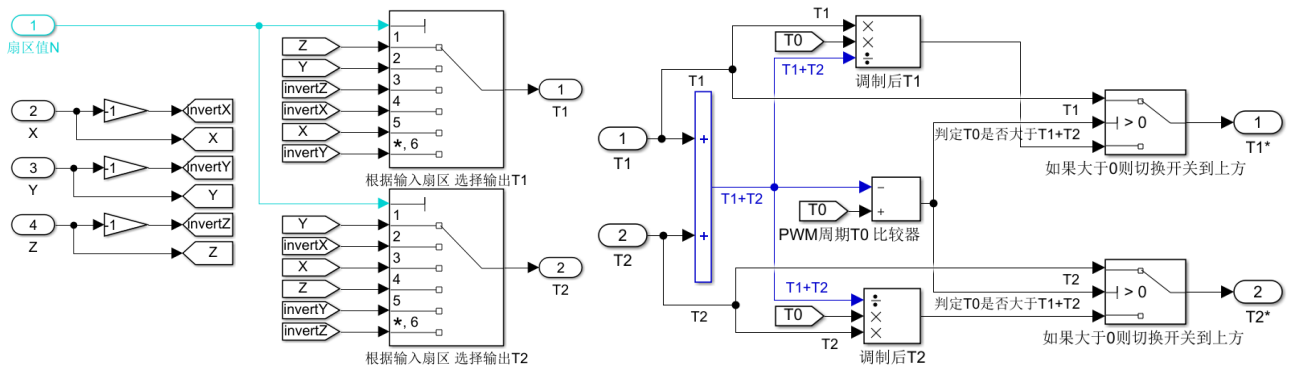


图 计算各个扇区作用时间 T1、T2 及判定是否需要调制

(4) SVPWM 的实现

由期望输出电压矢量的幅值及位置可确定相邻的两个基本电压矢量以及它们作用时间的长短 (t_k)。通常以开关损耗和谐波分量都较小为原则, 一般在减少开关次数的同时, 尽量使 PWM 输出波型对称 (所以得加入零矢量), 以减少谐波分量。

①零矢量集中的 SVPWM (五步法):

按照对称原则, 将两个基本电压矢量 u_1 、 u_2 的作用时间 t_1 、 t_2 平分为二后, 安放在开关周期 T_0 的首端和末端, 把零矢量的作用时间 t_0 放在开关周期 T_0 的中间, 并按开关次数最少的原则选择零矢量。在一个开关周期内, 矢量切换时, 只有一相状态发生变化, 因而开关次数少, 开关损耗小。

如下图 6.15(a)所示, 矢量 $u_1(100)$ 切换到 $u_2(110)$ 时, 只有一项状态发生了变换, 因此开关次数减小。

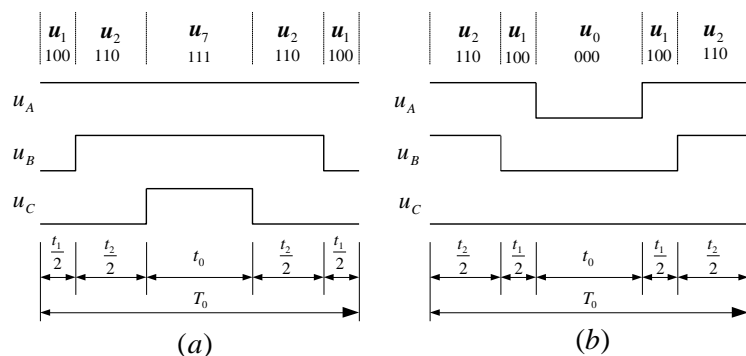


图 零矢量集中的 SVPWM 实现

②零矢量分散的实现方法 (七步法):

以第 I 扇区为例子: 将零矢量平均分为 4 份 (即 $\frac{t_0}{4}$), 在开关周期的首、尾各放 1 份, 在中间放两份, 将两个基本电压矢量的作用时间、平分为 2 份, 插在零矢量间。按开关损耗较小的原则, 选取零矢量。

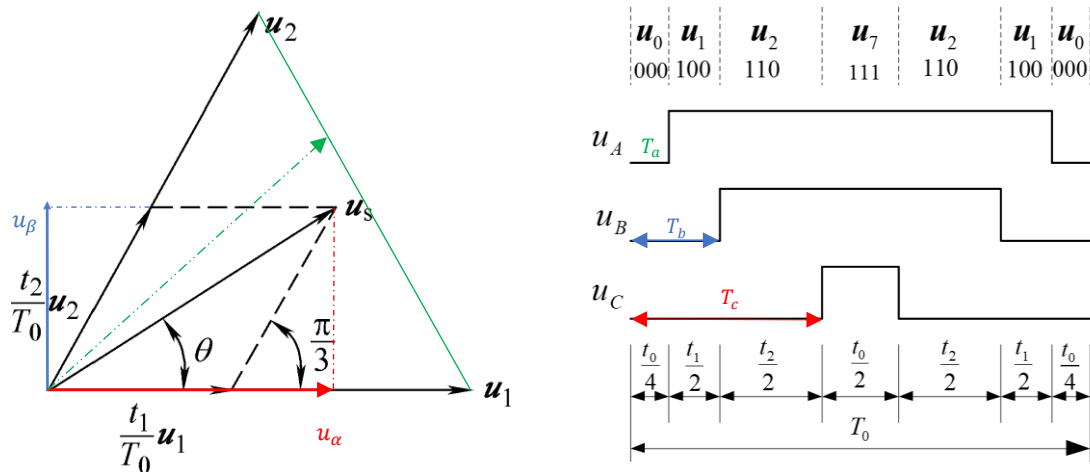
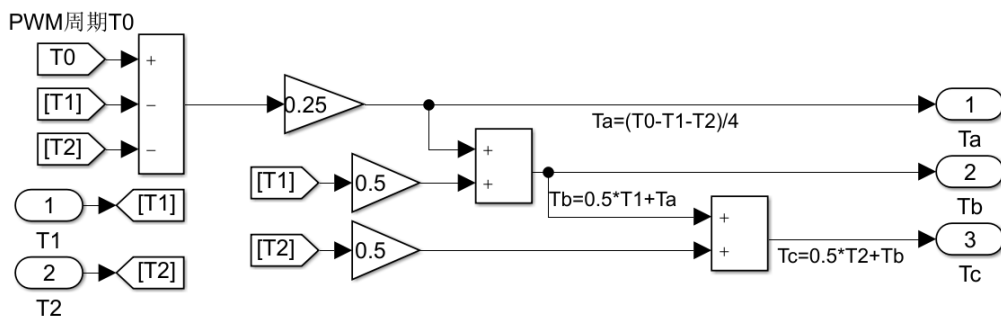


图 零矢量分布的 SVPWM 实现

▲以七步法为例，确定扇区矢量切换点，令：

$$\begin{cases} T_a = (T_0 - t_1 - t_2)/4 \\ T_b = T_a + \frac{t_1}{2} \\ T_c = T_b + \frac{t_2}{2} \end{cases}$$

▲Simulink实现如下



其中： T_a 即从开始到零矢量第一次作用完时间 $\frac{t_0}{4}$ ， T_b 为从开始（经过零矢量第一次作用后）到 u_1 第一次作用完所用的时间， T_c 为从开始（经上述过程）到 u_2 第一次作用完成所用的时间。接着如果要是继续进行作用应该是零矢量 u_7 作用 $\frac{t_0}{2}$ ，接着继续是 u_2 （作用 $\frac{t_2}{2}$ ），然后 u_1 （作用 $\frac{t_1}{2}$ ），最后零矢量 u_0 作用 $\frac{t_0}{4}$ 。

▲推广到各个扇区：

扇区编号S	$\frac{t_0}{4}$	$\frac{t_1}{2}$ (G_1)	$\frac{t_2}{2}$ (G_2)	$\frac{t_0}{4}$	$\frac{t_0}{4}$	$\frac{t_2}{2}$	$\frac{t_1}{2}$	$\frac{t_0}{4}$
I	u_0	u_1	u_2	u_7	u_7	u_2	u_1	u_0
II	u_0	u_3	u_2	u_7	u_7	u_2	u_3	u_0
III	u_0	u_3	u_4	u_7	u_7	u_4	u_3	u_0
IV	u_0	u_5	u_4	u_7	u_7	u_4	u_5	u_0
V	u_0	u_5	u_6	u_7	u_7	u_6	u_5	u_0
VI	u_0	u_1	u_6	u_7	u_7	u_6	u_1	u_0

▲注意：此处扇区编号S和扇区值N是不同的，他们的转换如下：

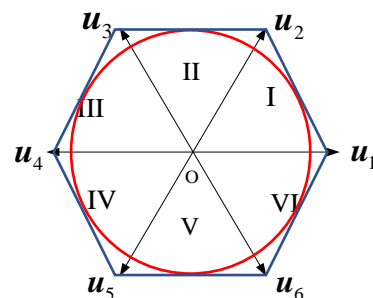
扇区值N	1	2	3	4	5	6
扇区号S	II	VI	I	IV	III	V

我们图中用的都是扇区号（罗马字符），因为扇区号为了方便分区是均匀顺序分配的，如右图所示：

因此由上所述，可以编写程序来实现电压的转换

上表中电压矢量 u_k 均按照书中定义（非二进制定义）即：

$$\begin{aligned} u_0 &= [0 \ 0 \ 0] & u_1 &= [1 \ 0 \ 0] & u_2 &= [1 \ 1 \ 0] & u_3 &= [0 \ 1 \ 0] \\ u_4 &= [0 \ 1 \ 1] & u_5 &= [0 \ 0 \ 1] & u_6 &= [1 \ 0 \ 1] & u_7 &= [1 \ 1 \ 1] \end{aligned}$$



▲三相电压开关时间切换点 T_{cmp1} 、 T_{cmp2} 、 T_{cmp3} 与各扇区的关系如下表所示：

三相电压开关时间切换点 T_{cmp1} 、 T_{cmp2} 、 T_{cmp3}

N (扇区值)	1	2	3	4	5	6
T_{cmp1}	T_b	T_a	T_a	T_c	T_c	T_b
T_{cmp2}	T_a	T_c	T_b	T_b	T_a	T_c
T_{cmp3}	T_c	T_b	T_c	T_a	T_b	T_a

因此搭建有以下Simulink模型

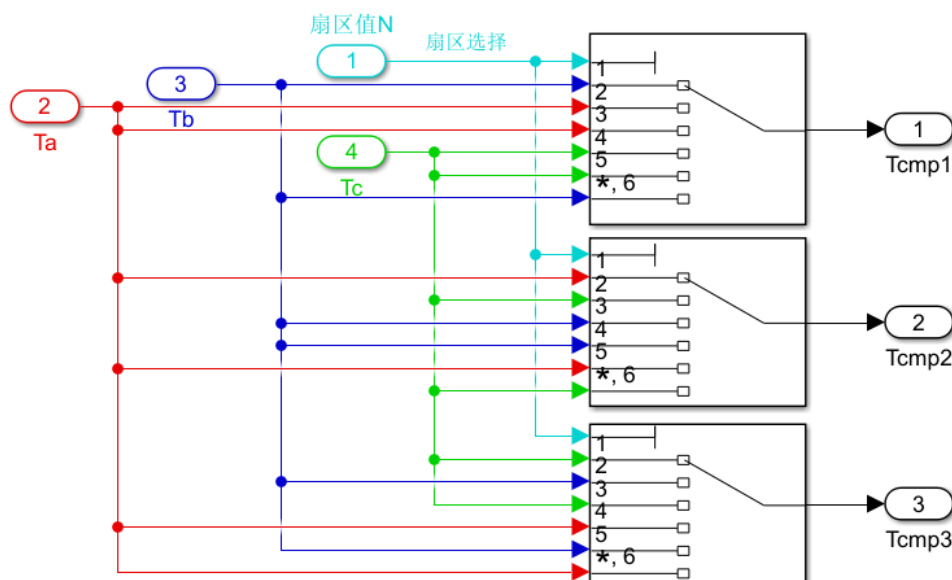


图 电压开关切换时间信号

(4) PWM 信号的产生

将三相电压开关时间切换点与调制波进行比较，输出 SVPWM 信号。

Simulink模型如下：

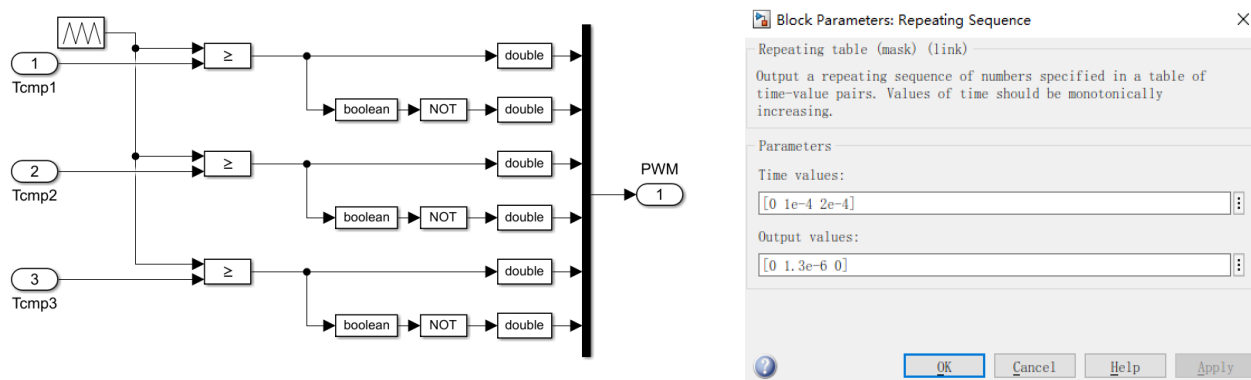


图 SVPWM 信号产生

★注意：PWM 周期和三角波的设置非常重要（具体的自己可以修改试一试）：

这里推荐 $T_0 = 6.66 \times 10^{-5}$ 三角波设置如上图（T0 过大会导致电压小）

(5) 总 SVPWM 判定模块

如下 $Simulink$ 模型所示：

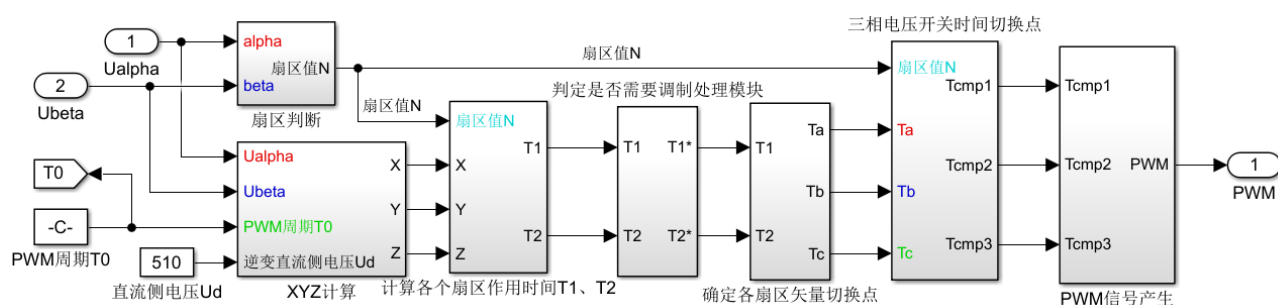


图 SVPWM 总体模型

代码版SVPWM的 $Simulink$ 模型：

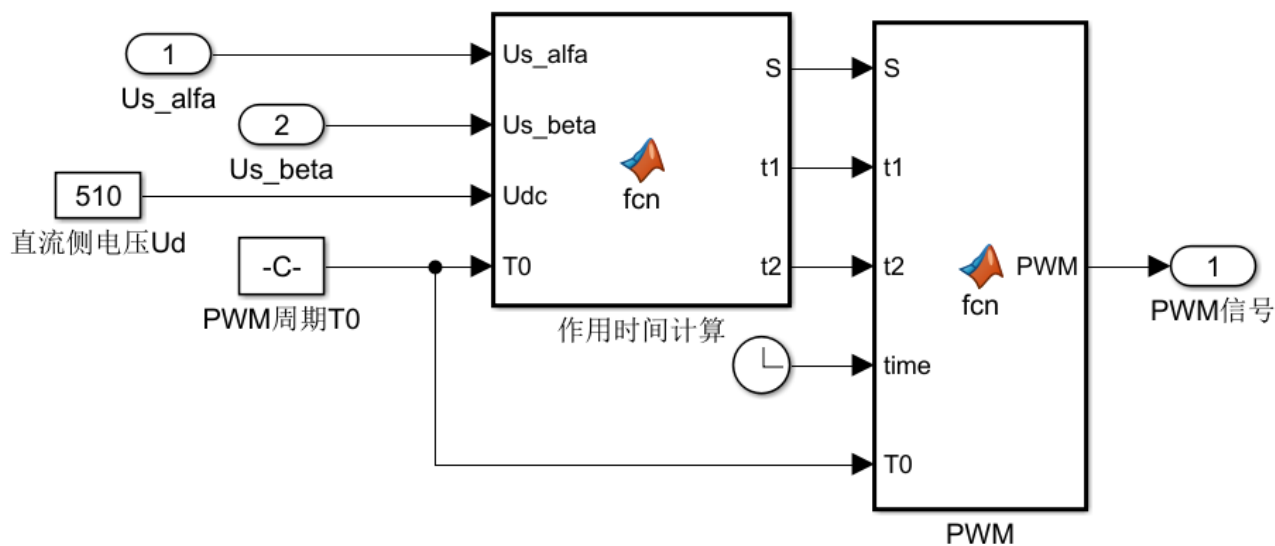


图 SVPWM_Code 总体模型