

Wydział Informatyki i Telekomunikacji, rok I
Logika dla informatyków

Zadania – lista 1

1. Jaką wartość logiczną mają zdania:
 - a) 8 jest liczbą nieparzystą lub 6 jest liczbą parzystą.
 - b) 8 jest liczbą nieparzystą oraz 6 jest liczbą parzystą.
 - c) Jeżeli 8 jest liczbą nieparzystą, to 6 jest liczbą parzystą.
 - d) Jeżeli 8 jest liczbą nieparzystą oraz 6 jest liczbą parzystą, to 6 jest większe od 8.
2. Które ze zdań są negacją danego zdania:
 - a) Wynikiem obliczeń jest 2 lub 3.
 - (i) Wynikiem obliczeń nie jest ani 2 ani 3.
 - (ii) Wynikiem obliczeń nie jest 2 lub nie jest 3.
 - (iii) Wynikiem obliczeń nie jest 2 i nie jest 3.
 - b) Ogórek jest zieloną rośliną nasienną.
 - (i) Ogórek nie jest zielony, ale jest rośliną nasienną.
 - (ii) Ogórek nie jest zielony lub nie jest rośliną nasienną.
 - (iii) Ogórek nie jest zielony i nie jest rośliną nasienną.
3. Wskaż poprzednik i następnik implikacji w zdaniach:
 - a) Pomyślny wzrost roślin jest uwarunkowany prawidłowym nawadnianiem.
 - b) W przypadku modyfikacji programu pojawia się w nim błędy.
 - c) Błędy w programie pojawiają się tylko w przypadku jego modyfikacji.
 - d) Oszczędność energii jest związana z dobrą izolacją ścian i szczelnością okien.
4. W podanych zdaniach złożonych rozpoznaj zdania proste i łączące je spójniki:
 - a) Edmund Hillary i Tenzing Norgay są pierwszymi zdobywcami Mont Everestu.
 - b) Indochiny leżą w strefie tropikalnej i mają gorące lata, ale zimy w części północnej są chłodne.
 - c) Niezależnie od tego jak wysoko skaczesz, księżycą nie osiągniesz, chyba, że polecisz tam rakieta.
5. Dla poniższych zdań sprawdzić, czy informacja, że q jest zdaniem fałszywym jest wystarczająca do wyliczenia wartości logicznej zdania złożonego. Jeśli tak, to wartość tę wyznaczyć, jeśli nie, to pokazać, że obie wartości są możliwe.
 - a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
 - b) $(p \wedge q) \Rightarrow r$
 - c) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

6. Podać elementy następujących zbiorów:

- a) $\{a\}$
- b) $\{\{a\}\}$
- c) $\{\{a, b\}, \{a\}\}$
- d) $\{\{\{a\}\}, \{a\}, a\}$
- e) $\{x \in \text{Nat} \mid x^2 < 7\}$
- f) $\{x \in \text{Wymierne} \mid x^2 = 2\}$
- g) $\{x \in \text{Wymierne} \mid (x + 1)^2 < 0\}$

7. Niech A, B, C, D będą niepustymi zbiorami. Jakie warunki powinny spełniać te zbiory, aby zachodziły następujące równości:

- a) $\{B, C\} = \{B, C, D\}$
- b) $\{\{A, B\}, C\} = \{\{A\}, C\}$
- c) $\{\{A, B\}, \{D\}\} = \{\{A\}\}$
- d) $\{\{A, \emptyset\}, B\} = \{\{\emptyset\}\}$

8. Wykazać, że równość zbiorów $\{\{A\}, \{A, B\}\} = \{\{C\}, \{C, D\}\}$ zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy $A = C$ oraz $B = D$.

9. Obliczyć $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$ dla następujących zbiorów A i B :

- a) $A = \{\{a, b\}, c\}$ $B = \{c, d\}$
- b) $A = \{\{a, \{a\}\}, a\}$ $B = \{a, \{a\}\}$

10. Sprawdzić i uzasadnić, które spośród niżej podanych równości zachodzą bądź nie zachodzą dla dowolnych zbiorów A, B, C, D :

- a) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
- b) $(A \setminus B) \cap (C \setminus D) = (A \cap C) \setminus (B \cup D)$
- c) $(A \cup B) \cap B = B$
- d) $(A \cap B) \cup (A \setminus B) = A$
- e) $(A \setminus B) = A \setminus (A \cap B)$
- f) $(A \setminus B) \cup B = A$

11. Niech $\text{card}(A)$ oznacza liczbę elementów zbioru skończonego A . Pokazać metodą indukcji, że dla skończonych zbiorów A oraz B zachodzi:

- a) $\text{card}(2^A) = 2^{\text{card}(A)}$
- b) $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$

12. Dla dowolnych zbiorów skończonych A, B i C znaleźć wzory określające:

- a) $\text{card}(A \cup B \cup C)$
- b) $\text{card}(2^{A \cup B})$
- c) $\text{card}(A \setminus B)$