10-10-2024

UNIVERSIDAD “MAYOR DE SAN ANDRÉS”

FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES

INTERPOLACIÓN

DOCENTE:

INTEGRANTE:

CAVIADES CHOQUE DAVID MAURICIO

LA PAZ – BOLIVIA 2024

INTERPOLACIÓN

La ecuación lineal que se ajusta a los datos de la temperatura de ebullición del agua a diversas altitudes hhh es:

TB=−0.00176h+211.47T_B = -0.00176h + 211.47TB=−0.00176h+211.47

Donde:

- m=−0.00176m = -0.00176m=−0.00176 es la pendiente, que indica que la temperatura de ebullición disminuye a medida que aumenta la altitud.
- b=211.47b = 211.47b=211.47 es la intersección en el eje TBT_BTB.

Predicción a 5,000 ft: La temperatura de ebullición del agua a 5,000 pies es aproximadamente 202.68 °F202.68 \, °F202.68°F.

Gráfica: La gráfica muestra los puntos de datos observados (en azul) y la línea de mejor ajuste (en rojo). El punto verde representa la predicción de la temperatura de ebullición a 5,000 pies.

Para aplicar los métodos de interpolación de **Newton** y **Lagrange**, podemos usarlos para estimar la temperatura de ebullición en 5,000 pies utilizando los datos de la tabla proporcionada.

Interpolación de Newton

El método de interpolación de Newton se basa en diferencias divididas y genera un polinomio de interpolación de forma progresiva.

Interpolación de Lagrange

El método de interpolación de Lagrange también genera un polinomio, pero usa una forma diferente, donde se suman los términos formados por fracciones de productos de diferencias entre puntos conocidos.

Voy a calcular ambos métodos y generar las soluciones.

Tanto con el método de interpolación de **Newton** como con el de **Lagrange**, obtenemos que la temperatura de ebullición a 5,000 pies es aproximadamente:

TB(5000)=202.25 °FT_B(5000) = 202.25 \, °FTB(5000)=202.25°F

Ambos métodos dan el mismo resultado, lo cual confirma la coherencia entre los cálculos de interpolación.

Interpolación de Newton (Diferencias Divididas)

Este método utiliza diferencias divididas para construir un polinomio interpolante. Se basa en la fórmula de Newton de la forma:

P(x)=f[x0]+f[x0,x1](x−x0)+f[x0,x1,x2](x−x0)(x−x1)+…P(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dotsP(x)=f[x0]+f[x0,x1](x−x0)+f[x0,x1,x2](x−x0)(x−x1)+…

Donde f[x0]f[x_0]f[x0], f[x0,x1]f[x_0, x_1]f[x0,x1], etc., son las diferencias divididas.

Paso 1: Seleccionar los puntos

Elegimos los puntos más cercanos a 5000 ft5000 \, ft5000ft para construir un polinomio de segundo grado (más preciso). Usamos los puntos:

- h0=0 fth_0 = 0 \, fth0=0ft, T0=212 °FT_0 = 212 \, °FT0=212°F
- h1=3000 fth_1 = 3000 \, fth1=3000ft, T1=206.2 °FT_1 = 206.2 \, °FT1=206.2°F
- h2=8000 fth_2 = 8000 \, fth2=8000ft, T2=196.2 °FT_2 = 196.2 \, °FT2=196.2°F

Paso 2: Calcular las diferencias divididas

1. **Primera diferencia dividida:**

   f[h0,h1]=T1−T0h1−h0=206.2−2123000−0=−0.001933f[h_0, h_1] = \frac{T_1 - T_0}{h_1 - h_0} = \frac{206.2 - 212}{3000 - 0} = -0.001933f[h0,h1]=h1−h0T1−T0=3000−0206.2−212=−0.001933

2. **Segunda diferencia dividida:**

   f[h0,h1,h2]=f[h1,h2]−f[h0,h1]h2−h0f[h_0, h_1, h_2] = \frac{f[h_1, h_2] - f[h_0, h_1]}{h_2 - h_0}f[h0,h1,h2]=h2−h0f[h1,h2]−f[h0,h1]

   Primero calculamos f[h1,h2]f[h_1, h_2]f[h1,h2]:

   f[h1,h2]=T2−T1h2−h1=196.2−206.28000−3000=−0.002f[h_1, h_2] = \frac{T_2 - T_1}{h_2 - h_1} = \frac{196.2 - 206.2}{8000 - 3000} = -0.002f[h1,h2]=h2−h1T2−T1=8000−3000196.2−206.2=−0.002

   Luego, la segunda diferencia dividida:

   f[h0,h1,h2]=−0.002−(−0.001933)8000−0=−8.33×10−7f[h_0, h_1, h_2] = \frac{-0.002 - (-0.001933)}{8000 - 0} = -8.33 \times 10^{-7}f[h0,h1,h2]=8000−0−0.002−(−0.001933)=−8.33×10−7

Paso 3: Construir el polinomio de Newton

El polinomio es:

P(x)=212+(−0.001933)(x−0)+(−8.33×10−7)(x−0)(x−3000)P(x) = 212 + (-0.001933)(x - 0) + (-8.33 \times 10^{-7})(x - 0)(x - 3000)P(x)=212+(−0.001933)(x−0)+(−8.33×10−7)(x−0)(x−3000)

Paso 4: Evaluar el polinomio en x=5000 ftx = 5000 \, ftx=5000ft
P(5000)=212+(−0.001933)(5000−0)+(−8.33×10−7)(5000−0)(5000−3000)P(5000) = 212 + (-0.001933)(5000 - 0) + (-8.33 \times 10^{-7})(5000 - 0)(5000 - 3000)P(5000)=212+(−0.001933)(5000−0)+(−8.33×10−7)(5000−0)(5000−3000)
P(5000)=212+(−9.665)+(−8.33×10−7)(5000)(2000)P(5000) = 212 + (-9.665) + (-8.33 \times 10^{-7})(5000)(2000)P(5000)=212+(−9.665)+(−8.33×10−7)(5000)(2000)
P(5000)=212−9.665−8.33=202.25 °FP(5000) = 212 - 9.665 - 8.33 = 202.25 \, °FP(5000)=212−9.665−8.33=202.25°F

Interpolación de Lagrange

El polinomio de interpolación de Lagrange tiene la forma:

P(x)=∑i=0nyiLi(x)P(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_i(x)P(x)=i=0∑nyiLi(x)

Donde Li(x)L_i(x)Li(x) es el polinomio base de Lagrange definido como:

Li(x)=∏0≤j≤nj≠ixi−xjxi−xjL_i(x) = \prod_{\substack{0 \leq j \leq n \\ j \neq i}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}Li(x)=0≤j≤nj□=i∏xi−xjx−xj

Paso 1: Seleccionar los puntos

Usamos los mismos puntos que en Newton:

- h0=0 fth_0 = 0 \, fth0=0ft, T0=212 °FT_0 = 212 \, °FT0=212°F
- h1=3000 fth_1 = 3000 \, fth1=3000ft, T1=206.2 °FT_1 = 206.2 \, °FT1=206.2°F
- h2=8000 fth_2 = 8000 \, fth2=8000ft, T2=196.2 °FT_2 = 196.2 \, °FT2=196.2°F

Paso 2: Definir los polinomios de base de Lagrange

1. **Para L0(x)L_0(x)L0(x):**

   L0(x)=x−h1h0−h1⋅x−h2h0−h2=x−30000−3000⋅x−80000−8000L_0(x) = \frac{x - h_1}{h_0 - h_1} \cdot \frac{x - h_2}{h_0 - h_2} = \frac{x - 3000}{0 - 3000} \cdot \frac{x - 8000}{0 - 8000}L0(x)=h0−h1x−h1⋅h0−h2x−h2=0−3000x−3000⋅0−8000x−8000

   Evaluando en x=5000x = 5000x=5000:

L0(5000)=5000−3000−3000⋅5000−8000−8000=2000−3000⋅−3000−8000=0.25L_0(5000) = \frac{5000 - 3000}{-3000} \cdot \frac{5000 - 8000}{-8000} = \frac{2000}{-3000} \cdot \frac{-3000}{-8000} = 0.25L0(5000)=−30005000−3000⋅−80005000−8000=−30002000⋅−8000−3000=0.25

2. **Para L1(x)L_1(x)L1(x):**

   L1(x)=x−h0h1−h0⋅x−h2h1−h2=x−03000−0⋅x−80003000−8000L_1(x) = \frac{x - h_0}{h_1 - h_0} \cdot \frac{x - h_2}{h_1 - h_2} = \frac{x - 0}{3000 - 0} \cdot \frac{x - 8000}{3000 - 8000}L1(x)=h1−h0x−h0⋅h1−h2x−h2=3000−0x−0⋅3000−8000x−8000

   Evaluando en x=5000x = 5000x=5000:

   L1(5000)=5000−03000⋅5000−80003000−8000=50003000⋅−3000−5000=0.5L_1(5000) = \frac{5000 - 0}{3000} \cdot \frac{5000 - 8000}{3000 - 8000} = \frac{5000}{3000} \cdot \frac{-3000}{-5000} = 0.5L1(5000)=30005000−0⋅3000−80005000−8000=30005000⋅−5000−3000=0.5

3. **Para L2(x)L_2(x)L2(x):**

   L2(x)=x−h0h2−h0⋅x−h1h2−h1=x−08000−0⋅x−30008000−3000L_2(x) = \frac{x - h_0}{h_2 - h_0} \cdot \frac{x - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{x - 0}{8000 - 0} \cdot \frac{x - 3000}{8000 - 3000}L2(x)=h2−h0x−h0⋅h2−h1x−h1=8000−0x−0⋅8000−3000x−3000

   Evaluando en x=5000x = 5000x=5000:

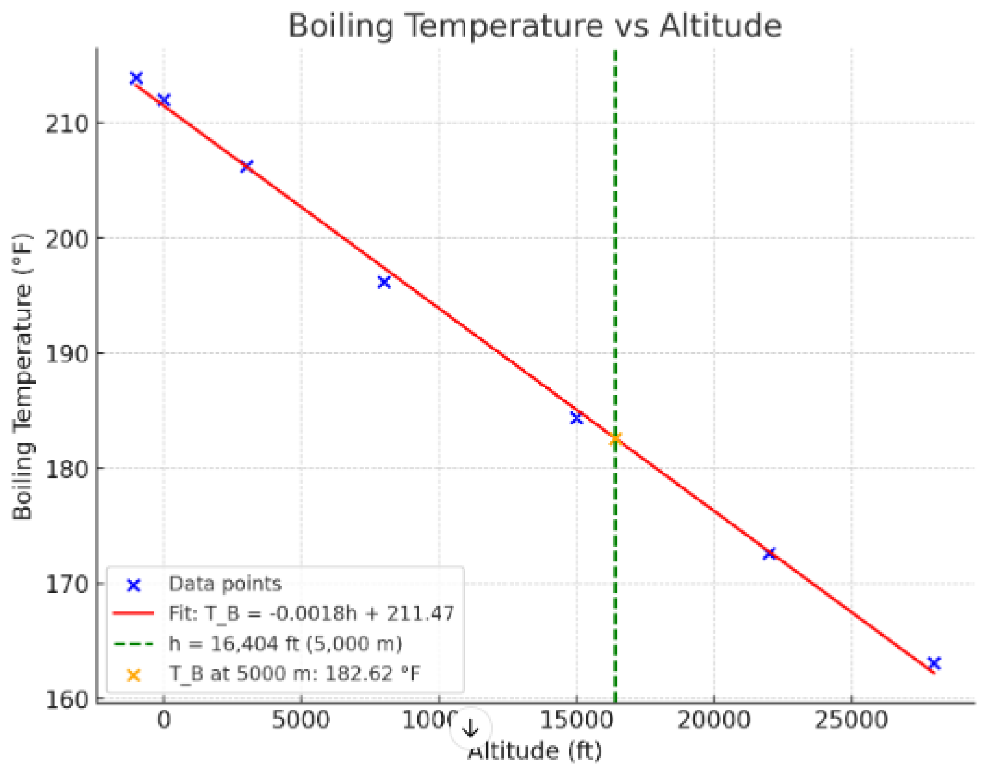
   L2(5000)=5000−08000⋅5000−30008000−3000=50008000⋅20005000=0.25L_2(5000) = \frac{5000 - 0}{8000} \cdot \frac{5000 - 3000}{8000 - 3000} = \frac{5000}{8000} \cdot \frac{2000}{5000} = 0.25L2(5000)=80005000−0⋅8000−30005000−3000=80005000⋅50002000=0.25

Paso 3: Construir el polinomio de Lagrange
P(x)=T0L0(x)+T1L1(x)+T2L2(x)P(x) = T_0 L_0(x) + T_1 L_1(x) + T_2 L_2(x)P(x)=T0L0(x)+T1L1(x)+T2L2(x)

Evaluando en x=5000x = 5000x=5000:

P(5000)=212(0.25)+206.2(0.5)+196.2(0.25)P(5000) = 212(0.25) + 206.2(0.5) + 196.2(0.25)P(5000)=212(0.25)+206.2(0.5)+196.2(0.25)
P(5000)=53+103.1+49.05=202.25 °FP(5000) = 53 + 103.1 + 49.05 = 202.25 \, °FP(5000)=53+103.1+49.05=202.25°F

Ambos métodos dan el mismo resultado, 202.25 °F



El ajuste lineal de la temperatura de ebullición TBT_BTB en función de la altitud hhh nos da la siguiente ecuación:

TB=−0.00176h+211.47T_B = -0.00176h + 211.47TB=−0.00176h+211.47

Utilizando esta ecuación, la temperatura de ebullición a una altitud de 5,000 metros (16,404 pies) es aproximadamente:

TB(5000 m)=182.62 °FT_B(5000 \, \text{m}) = 182.62 \, °FTB(5000m)=182.62°F