

Предмет "Язык программирования Си. Продвинутый курс"

Курсовая работа

Задача:

С заданной точностью ε вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми, уравнения которых $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ и $y = f_3(x)$:

- $f_1 = 0.6x + 3$
- $f_2 = (x - 2)^3 - 1$
- $f_3 = 3/x$

При решении задачи необходимо выполнить следующее:

- С некоторой точностью ε_1 вычислить абсциссы точек пересечения кривых, используя один из методов приближённого решения уравнения $F(x) = 0$:
 - Метод деления отрезка пополам
 - Метод хорд (секущих)
 - Метод касательных (Ньютона)
 - Комбинированный метод (хорд и касательных)
- Представить площадь заданной фигуры как алгебраическую сумму определённых интегралов и вычислить эти интегралы с некоторой точностью ε_2 по одному из алгоритмов вычисления квадратурной формулы:
 - Формула прямоугольников
 - Формула трапеций
 - Формула Симпсона

Величины ε_1 и ε_2 подобрать вручную так, чтобы гарантировалось вычисление площади фигуры с точностью ε .

Предлагается решить поставленную задачу средствами математического пакета Mathcad, а также средствами языка Си с применением численных методов.

Начнем с решения в пакете Mathcad:

Решение:

- Запишем уравнения приведенных функций:

$$f_1(x) := 0.6x + 3 \quad f_2(x) := (x - 2)^3 - 1 \quad f_3(x) := \frac{3}{x}$$

- Найдем точки пересечений заданных функций с осью абсцисс Ox (корни уравнений):

Для функции $f_1 = 0.6x + 3$:

$$ox_1 := \text{root}(f_1(x), x, -7.5, -2.5) = -5$$

Для функции $f_3 = 3/x$:

$$ox_2 := \text{root}(f_2(x), x, -2.5, 5) = 3$$

- Найдем точки пересечений заданных функций между собой:

$$x_1 := \text{root}(f_1(x) - f_3(x), x, -7.5, -2.5) = -5.854 \quad y_1 := f_1(x_1) = -0.512$$

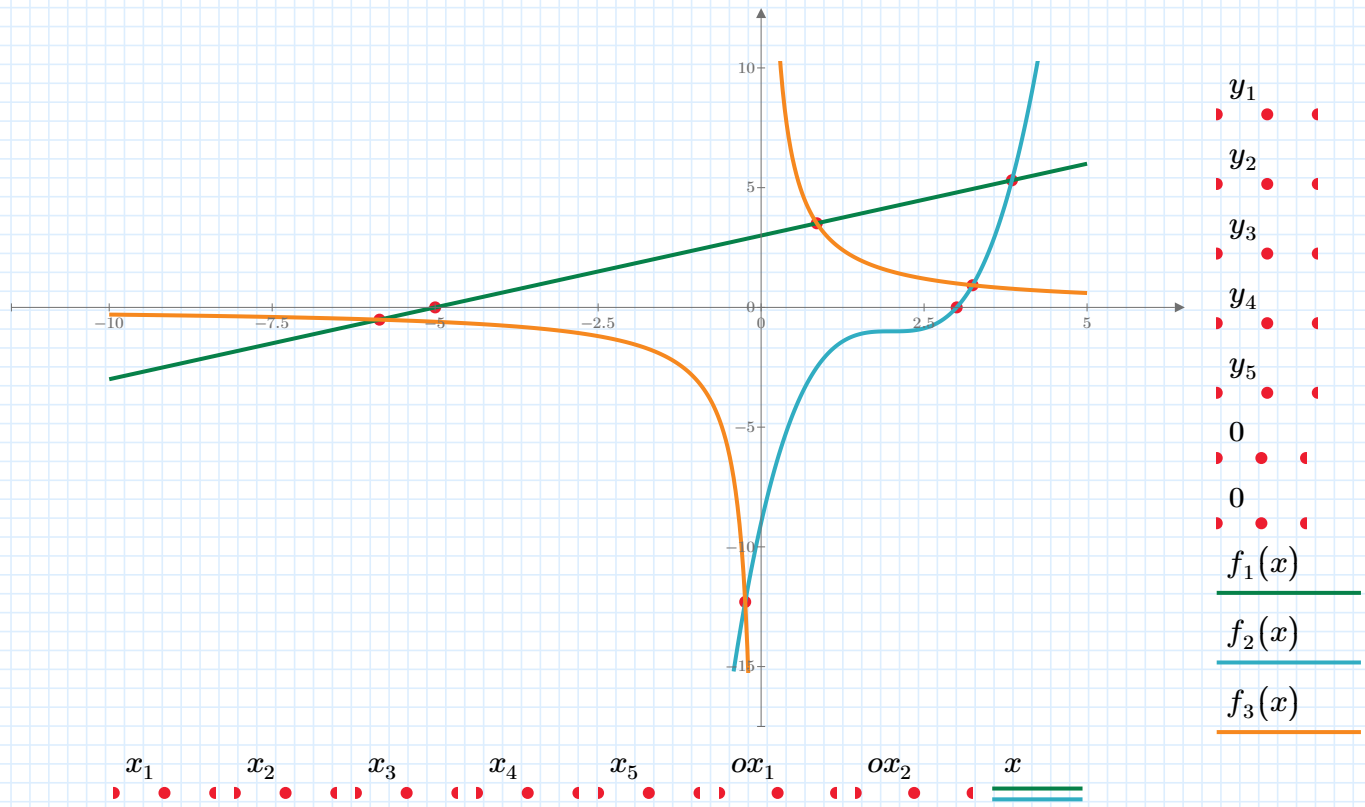
$$x_2 := \text{root}(f_2(x) - f_3(x), x, -2.5, -0.001) = -0.244 \quad y_2 := f_2(x_2) = -12.299$$

$$x_3 := \text{root}(f_1(x) - f_2(x), x, 0.001, 2.5) = 0.854 \quad y_3 := f_1(x_3) = 3.512$$

$$x_4 := \text{root}(f_2(x) - f_3(x), x, 2.5, 5) = 3.244 \quad y_4 := f_2(x_4) = 0.925$$

$$x_5 := \text{root}(f_1(x) - f_2(x), x, 2.5, 5) = 3.848 \quad y_5 := f_1(x_5) = 5.309$$

- Выполним построение графиков заданных функций и найденных выше точек:



- Для нахождения площади искомой фигуры, ограниченной заданными функциями, будем последовательно находить определенные интегралы функций на участках, ограниченных ключевыми точками, найденными ранее. Далее путем сложения и вычитания отдельных площадей фигур, получим площадь искомой фигуры:

$$S_1 := \left| \int_{x_1}^{x_2} f_3(x) dx \right| = 9.534$$

$$S_2 := \left| \int_{x_1}^{ox_1} f_1(x) dx \right| = 0.219$$

$$S_3 := \left| \int_{ox_1}^{x_5} f_1(x) dx \right| = 23.485$$

$$S_4 := \left| \int_{x_2}^{ox_2} f_2(x) dx \right| = 9.332$$

$$S_5 := \left| \int_{ox_2}^{x_5} f_2(x) dx \right| = 1.816$$

$$S := S_1 - S_2 + S_3 + S_4 - S_5 = 40.316$$

Теперь выполним расчет площади фигуры средствами языка Си, используя численные методы.

Требования к программе:

- Основная программа должна поддерживать опции командной строки, при задании которых:
 - Печатаются абсциссы точек пересечения кривых;
 - Печатается число итераций, потребовавшихся на приближённое решение уравнений при поиске точек пересечения.
- Программа должна поддерживать ключ командной строки `-help`, выводящий на печать все допустимые ключи командной строки;
- Вычисление с точностью ε_1 корня x уравнения $f(x) = g(x)$ на отрезке $[a, b]$ должно быть реализовано в отдельной Си-функции `root(f, g, a, b, eps1)`. Если используется метод касательных или комбинированный метод, то у `root` должно быть ещё два параметра функционального типа, позволяющие вызывать производные функций f и g ;
- Вычисление с точностью ε_2 величины определённого интеграла от функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ должно быть реализовано в отдельной Си-функции `integral(f, a, b, eps2)`;
- Си-функции `root` и `integral` должны быть предварительно протестированы. Основная программа должна предоставлять возможности тестирования, активируемые опцией командной строки;

- Сборка программы должна осуществляться при помощи утилиты *make*. Соответствующий файл должен явно или неявно описывать зависимости между всеми целями сборки. Должны быть определены цели *all* и *clean*, первая из которых полностью собирает программу, а вторая — удаляет все промежуточные файлы (в частности, объектные модули). Сдаваемый архив должен включать в себя *Makefile*;
- Программа должна быть снабжена поясняющими комментариями в объеме, достаточном для её понимания. Все глобальные и статические переменные должны быть документированы в комментариях.

Решение:

Листинги исходных и заголовочных файлов в отчете не приведены. Полная версия проекта расположена в git-репозитории по адресу:

https://github.com/DevlikanovRK/hw-c-advanced/tree/main/hw08_term_paper

Последовательность действий, выполняемых в теле основной программы, соответствует последовательности действий, выполненных ранее при решении задачи средствами программы Mathcad. Для удобства и возможности быстрой проверки вычислений сохранены наименования функций и переменных.

Структура проекта:

- Исходные файлы:
 - *term_paper.c* - исходный файл основной программы;
 - *common.c* - исходный файл с описанием заданных кривых, функций их разностей, функций их первых и вторых производных;
 - *findRoot.c* - исходный файл функций нахождения корней;
 - *calcIntegral.c* - исходный файл функций вычисления определенных интегралов.
- Заголовочные файлы:
 - *common.h*;
 - *findRoot.h*;
 - *calcIntegral.h*.
- Файл сборки:
 - *makefile*.

Для использования комбинированного метода нахождения корней, сочетающий метод хорд и метод касательных, необходимо найти первую и вторую производные соответствующих функций.

Необходимые вычисления приведены ниже:

Для функции $f_1 = 0.6x + 3$:

$$\frac{d}{dx}(0.6x + 3) \rightarrow 0.6$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(0.6x + 3) \rightarrow 0.0$$

Для функции $f_2 = (x - 2)^3 - 1$:

$$\frac{d}{dx}((x - 2)^3 - 1) \rightarrow 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 12$$

$$\frac{d^2}{dx^2}((x - 2)^3 - 1) \rightarrow 6 \cdot x - 12$$

Для функции $f_3 = 3/x$:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{3}{x}\right) \rightarrow -\frac{3}{x^2}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{3}{x}\right) \rightarrow \frac{6}{x^3}$$

Ниже приводится результат работы программы при $eps1 = 0.001$ и $eps2 = 1000$:

```
Find roots for f1 and f2 functions:
Find Div2 Search root for 2 steps
Div2 Search root f1 on [-7.5 : -2.5] = -5.000000
Find Chord Search root for 4 steps
Chord Search root f2 on [2.5 : 5.0] = 3.000000
-----
Find intersections points:
Find Chord Search root for 2 steps
Chord Search root f1-f3 on [-7.5 : -2.5] = -5.854102
Find Chord Search root for 5 steps
Chord Search root f2-f3 on [-2.5 : -0.0] = -0.243929
Find Div2 Search root for 12 steps
Div2 Search root f1-f3 on [0.0 : 2.5] = 0.854235
Find Chord Search root for 4 steps
Chord Search root f2-f3 on [2.5 : 5.0] = 3.243929
Find Chord Search root for 4 steps
Chord Search root f1-f2 on [2.5 : 5.0] = 3.847760
-----
Find figure area:
Simpson S1 of f3 between [-5.9 : -0.2] = 9.531
Simpson S2 of f1 between [-5.9 : -5.0] = 0.218
Simpson S3 of f1 between [-5.0 : 3.8] = 23.485
Simpson S4 of f2 between [-0.2 : 3.0] = 9.292
Simpson S5 of f2 between [3.0 : 3.8] = 1.812
-----
Area of desire figure is equal 40.277
Press "Enter" to exit...
```

При заданных значениях eps и eps отклонение от результата, полученного в Mathcad, составляет 0,039.