

# • Erläuterungen: „conductive PML 2D“

- Wellenwiderstand, Permittivität und Reflexionsfaktor sind gegeben durch:

$$\rightarrow \underline{Z} = \sqrt{\frac{\mu}{\underline{\epsilon}}} \quad \rightarrow \underline{\epsilon} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(1 - j \frac{\kappa}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}\right) \quad \rightarrow \underline{\Gamma} = \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1}$$

- Für den absorbierenden Rand wird die Leitfähigkeit  $\kappa$  von Zelle zu Zelle gegen Rand immer weiter erhöht:

$$\rightarrow \underline{\epsilon}_0 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad \rightarrow \underline{\epsilon}_1 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(1 - j \frac{\kappa_0}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}\right) \quad \rightarrow \underline{\epsilon}_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(1 - j \frac{2\kappa_0}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}\right) \dots$$

- ⇒ Leitfähigkeit soll langsam "linear" zum Rand hin ansteigen, um möglichst Reflexion am PML-Rand zu vermeiden.  
Innerhalb des PML wird eine Welle dann durch Verluste gedämpft?

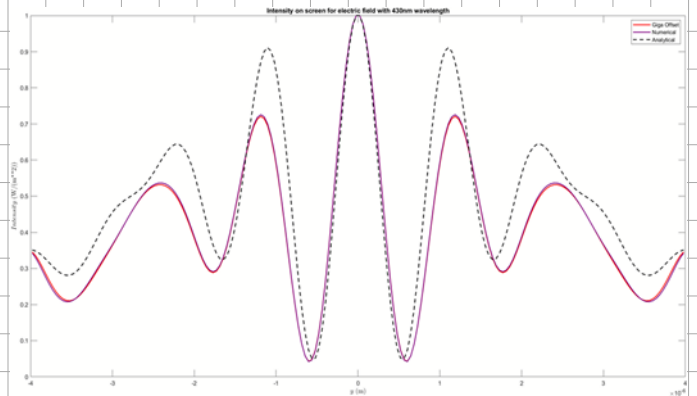
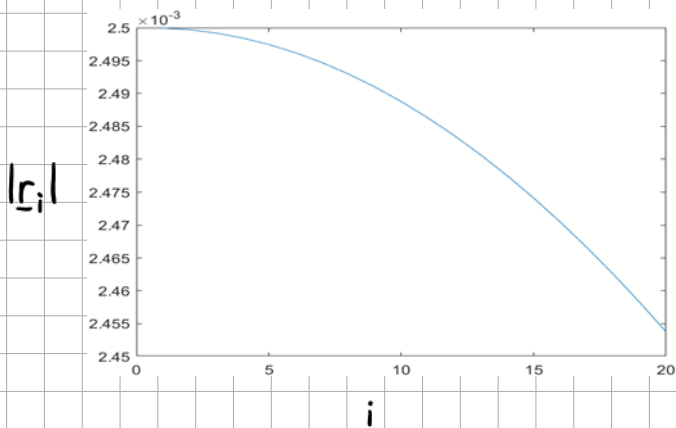
## • Wahl von $\kappa_0$ für niedrige Reflexion

$$\rightarrow \text{Wir schreiben: } \underline{\epsilon} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot (1 - j \cdot i \cdot a) \quad a = \frac{\kappa_0}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}$$

- Für den i-ten Übergang zwischen zwei Zellen des PML gilt:

$$\begin{aligned} \underline{\Gamma}_i &= \frac{\underline{Z}_{i-1} - \underline{Z}_i}{\underline{Z}_{i-1} + \underline{Z}_i} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1-j(i-1)a}} - \frac{1}{\sqrt{1-jia}}}{\frac{1}{\sqrt{1-j(i-1)a}} + \frac{1}{\sqrt{1-jia}}} \quad \mu, \epsilon_r \text{ überall gleich} \\ &= \frac{\sqrt{1-jia} - \sqrt{1-j(i-1)a}}{\sqrt{1-jia} + \sqrt{1-j(i-1)a}} \end{aligned}$$

- Aus numerischen Experimenten hat sich für  $a=0,01$  ein akzeptables Verhältnis von Reflexion am PML und Dämpfung im PML ergeben:



- Rot: Rand weit genug weg um Reflexion bei Auswertung zu vermeiden
- Lila: Numerische Lösung mit PML (Einfluss durch Reflexion kaum sichtbar)

Also gilt:  $0,01 = a = \frac{\kappa_0}{\omega \cdot \epsilon_0 \epsilon_r}$

$\Rightarrow \kappa_0 = 0,01 \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

- Da  $\kappa_0$  von  $\omega$  abhängt, kann der PML mit entsprechendem Verhalten für jede Frequenz gebildet werden!

### Wahl der Breite des PML

- Versuche haben ergeben, dass bei  $\kappa_0 = 0,01 \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  eine Breite des Randes von 6 Wellenlängen mit linearem Anstieg auf  $20\kappa_0$  bis zur letzten Zelle ein gutes Verhalten bewirkt
- Da die Ausbreitungskonstante  $k = \omega \cdot \sqrt{\mu \epsilon}$  ebenfalls abhängig von  $a$  beschrieben werden kann ist zu erwarten, dass der Rand sich für alle Frequenzen gleich verhält, wenn er auf diese speziell eingestellt wird.

## • Ergänzung

Der PML muss für eine Simulation immer nur auf die minimale Frequenz angepasst werden!

Für alle Frequenzen darüber verringert sich die Eindringtiefe in den PML nur weiter, gleichzeitig wird  $\alpha = \frac{\kappa_0}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}$

für  $\kappa_0 = \text{const.}$  kleiner und der Einfluss im Reflexionsfaktor für diese Welle schwindet

## • Funktion `conductivePML_2D`

→ Berechnet nach oben genannten Kriterien eine Leitwertmatrix zur repräsentation der leitenden PML schichten