

”D” effektus

Rátki Barnabás

2020.08.08

A megoldandó feladat a következő volt:

Beadandó: A rakéta sebessége a Tatin fölött méter/sec mértékegységben (1 pont), továbbá a rakétás távolsága az űrhajótól méterben (1 pont), mindkét mennyiség a legközelebbi egész számra kerekítve. A hang terjedési sebessége 340 m/s.

1 Megoldás

Felfedezhetjük, hogy a feladat címe okosan a Doppler Effektusra utal. A feladatban a rakéta a megfigyelőhöz először közelítő majd tőle távolodó hullámforrás. Továbbá az is kiderül, hogy a közeledés utolsó pillanatában lévő frekvenciára (f_1), és a távolodás első pillanatában lévő frekvenciára (f_2) a következő összefüggés igaz: $f_1 \cdot 0,6 = f_2$.

A Doppler effektus ismeretében felírhatók az alábbi összefüggések is:

$$f_1 = f_0 \cdot \frac{c}{c - v}$$

Ahol f_0 a hullámforrás által kibocsájtott eredeti frekvencia és c a hullám sebessége, jelen esetünkben a hangsebesség (340 m/s). v pedig a hullámforrás radiális sebessége. Ez a sebesség megközelíti a rakéta egyenes vonalú pillanatnyi sebességét (A valóságban, nem teljesen a megfigyelő felé megy a rakéta mert végül nem is találja el, de a szöveg szerint csak pár centire véti el őket ezért a különbségtől eltekintünk). Illetve távolodó a frekvencia:

$$f_2 = f_0 \cdot \frac{c}{c + v}$$

v előjele azért fordult meg mert radiális sebességként a távolodás miatt negatív lesz. Azt is feltételezzük, hogy f_1 és f_2 kibocsátott frekvencia között eltelt idő nulla tehát a test sebessége nem változik.

A fentiek alapján a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$f_0 \cdot \frac{c}{c - v} \cdot 0,6 = f_0 \cdot \frac{c}{c + v}$$

Rendezés után következőre jutunk:

$$v = 0,25 \cdot c$$

c -t behelyettesítve megkapjuk, hogy $v = 85 \frac{m}{s}$. Ez pontosan a rakéta pillanatnyi sebessége Tatain melletti elhaladáskor.

1.1 Rakétakilövő távolsága

Tudjuk, hogy a rakéta sebessége az alábbiak szerint változik:

A kilövés utáni első másodpercben a lövedék sebessége konstans 240 m/s, majd további három másodperc alatt lineárisan nullára csökken.

Tehát a mozgás második felében a rakéta egyenletes vonalú egyenletesen lassuló mozgást végez, ahol $a = -\frac{240}{3} \frac{m}{s^2} = -80 \frac{m}{s^2}$. Mivel a rakéta pillanatnyi sebessége nem 240 m/s ezért tudjuk, hogy mozgásának ebben a lassuló szakaszában van, tehát a lassulással eltöltött idő megkapható az alábbi módon:

$$v = 240 + a \cdot t_{lassulas}$$

Ezt $t_{lassulas}$ -ra rendezve, v behelyettesítése után:

$$t_{lassulas} = 1,9375 \text{ s}$$

. Ezek alapján a rakéta által lassulással megtett út kiszámítható:

$$s_{lassulas} = v_0 \cdot t_{lassulas} + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

. Behelyettesítés után: $s_{lassulas} = 314.84375 \text{ m}$. A lassulás előtt a rakéta még 1 másodpercig 240 m/s-el halad tehát megtesz 240 métert. Az össz. út amit a rakéta megtett tehát: $s = 240 \text{ m} + 314.84375 \text{ m} = 554,84375 \text{ m}$. A rakéta a kilövéstől számítva ennyi utat tett meg, tehát a rakétakilövő ilyen távolságban helyezkedik el.

2 Összegzés

A rakéta sebessége a Tatain fölött: $85 \frac{m}{s}$. A rakétás távolsága az űrhajótól: 555 m (Kerekítve)