# 2º Trabalho de Métodos Numéricos I - Sistemas de Equações

**Professor:** Joaquim Bento (joaquimb@lia.ufc.br)
**Entrega:** Em data a ser definida até a meia-noite

## 1) Objetivos:

O objetivo desse trabalho é implementar os métodos numéricos estudados para achar sistemas de equações. Além disso, pretende-se depois resolver vários problemas com os métodos numéricos a serem implementados.

## 2) Organização:

Todas as equipes foram definidas em sala pelos alunos. O trabalho deve ser feito somente em C++ (alternativamente em C) e em Linux. Opcionalmente pode-se fazer em outra linguagem e sistema operacional desde que autorizado pelo professor, mediante justificativa dos motivos pela equipe. Além disso, os trabalhos devem ser apresentados em sala de aula em datas a serem definidas pelo professor. A ordem das apresentações, bem como o tema de cada equipe, será definida por sorteio e cada equipe terá 15 minutos de tempo para apresentação com mais 5 minutos para perguntas do professor e dos colegas. Os membros das equipes que faltarem ao dia da apresentação automaticamente tiram 0 nos pontos relativos à sua apresentação.

## 3) O que entregar:

Um único arquivo compactado contendo:
a) Apresentação (3,0 pontos) – obrigatória.
b) Código fonte (3,0 pontos) – obrigatório.
c) Executável (4,0 pontos) – obrigatório.
d) Documentação (0,0 pontos) – opcional.

OBS1: A apresentação deve conter (no mínimo):

a) Introdução.
b) Metodologia.
c) Exemplos.
d) Conclusão.

OBS2: Recomenda-se que o executável não tenha nada dinâmico, ou seja, que as LIBs sejam estáticas ou todas as DLLs estejam incluídas na distribuição do programa.

## 4) Quando entregar:

Até meia-noite do dia que será estipulado e depois comunicado pelo professor.

## 5) Observações:

a) Os trabalhos devem ser enviados somente pelo LÍDER de cada equipe.
b) O LÍDER da equipe deve coordenar o andamento do trabalho da equipe.
c) Deve ser entregue somente um arquivo com todo o trabalho da equipe.
d) O arquivo a ser entregue deve contar a apresentação, fontes e executável.
e) O arquivo a ser entregue deve ser comprimido para que possa ser enviado.
f) Todos os membros das equipes devem participar ativamente do trabalho.
g) Todos os membros das equipes devem apresentar alguma parte realizada.
h) É obrigatória a presença de todos os membros da equipe na apresentação.

## 6) Enunciados:

**Tema1:**

Um avião supersônico, ao vencer a barreira do som, sofre deslocamentos $d_1, d_2, ..., d_n$ em suas partes dadas pela solução do sistema de equações lineares Ad = f, onde A é a matriz das propriedades, d é o vetor das incógnitas e f é o vetor dos termos independentes (vetor constante). Caso o deslocamento de umas dessas partes passe de 2 cm o avião explode, causando prejuízo gigantesco. Os deslocamentos podem ser negativos ou positivos, dependendo da direção para onde ocorrem (dentro ou fora) e, por isso, são considerados em módulo após os cálculos efetuados. Uma solução possível para esse sistema é usar uma variação do método de fatoração LU onde, se A é uma matriz não singular e A = LU, então A pode ser reescrita como A = LDP, onde L é a mesma matriz triangular inferior do método convencional de fatoração LU, D é uma matriz diagonal e P é uma matriz triangular superior com diagonal unitária. Desenvolva, então, um sistema para calcular os deslocamentos $d_s$ das partes de um avião considerado com todos os requisitos apresentados abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Fatoração LU normal.
b) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Fatoração LDP então.
c) Calibrar sistema desenvolvido usando como padrão a matriz [A] e vetor {f} dados abaixo.
d) Fornecer um quadro resposta para cada método pedido, variando os valores de [A] e de {f}.
e) Analisar o que vai acontecer com esse avião em questão para o sistema mencionado abaixo.

$$[A]=\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 4 \\ 9 & 4 & -5 \end{bmatrix} \{f\}=\begin{Bmatrix} 8 \\ 6 \\ 11 \end{Bmatrix}$$

**Dados de entrada:** n (número de deslocamentos), os termos de $[A]_{nxn}$ e os de $\{f\}_{nx1}$.
**Dados de saída:** valores de $\{d\}_{nx1}$ que representam os n deslocamentos $d_1, d_2, ..., d_n$.

**Tema2:**

Em um fenômeno da natureza os deslocamentos $d_1, d_2, ..., d_n$ encontrados são dados pela solução do sistema de equações lineares Ad = b, onde A é a matriz das propriedades, d é o vetor das incógnitas e b é o vetor dos termos independentes (vetor constante). Caso um desses deslocamentos passe de 0,4 cm, em módulo, podem ocorrer sérios danos e um problema gigantesco. Uma das soluções possíveis para achar o vetor d é através da inversa de A ($d = A^{-1}b$). Se A é uma matriz nxn que possui como inversa uma matriz $A^{-1}$ então $AA^{-1} = I$, onde I é a matriz Identidade, e uma maneira de se achar $A^{-1}$ é achar-se as colunas de $A^{-1}$ uma por vez, através de $A(A^{-1})_1 = \{1\ 0\ ...\ 0\}^T$ , $A(A^{-1})_2 = \{0\ 1\ ...\ 0\}^T$ ... $A(A^{-1})_n = \{0\ 0\ ...\ 1\}^T$, onde $(A^{-1})_1$, $(A^{-1})_2$ ... $(A^{-1})_n$ são as n colunas de $A^{-1}$. Desenvolva um sistema para calcular deslocamentos $d_s$ dessas partes com os requisitos abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular $A^{-1}$ e depois {d} pelo método de Gauss-Jacobi.
b) Implementar algoritmo para calcular $A^{-1}$ e depois {d} pelo método de Gauss-Seidel.
c) Calibrar o sistema feito usando como padrão matriz [A] e vetor {b} dados abaixo.
d) Fornecer um quadro resposta para cada método, variando os valores de [A] e de {b}.
e) Analisar o que vai acontecer nesse fenômeno, para esse sistema mencionado abaixo.

$$[A]=\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 1 \\ 1 & 6 & 7 \end{bmatrix} \{b\}=\begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix}$$

**Dados de entrada:** n (número de deslocamentos), termos de $[A]_{nxn}$ e de $\{b\}_{nx1}$ e $\varepsilon$ (precisão).
**Dados de saída:** $A^{-1}$ e os termos de $\{d\}_{nx1}$ que representam os n deslocamentos $d_1, d_2, ..., d_n$.

**Tema3:**

As amplitudes de deslocamentos de um balanço são dadas por $a*d$, onde $d_1, d_2, ..., d_n$ são os deslocamentos dos balanços e a um parâmetro fornecido. Caso uma amplitude passe de 3 cm, o balanço poderá romper. Os deslocamentos podem ser calculados através da solução do sistema linear Cd = v, que pode ser resolvido pela regra de Cramer, onde cada deslocamento é dado por $d_i = \det C_i / \det C$ onde detC é o determinante da matriz dos coeficientes C e $\det C_i$ é o determinante da matriz obtida trocando-se a coluna i da matriz C pelo vetor v dos termos independentes. Desenvolva, então, um sistema para calcular as amplitudes com requisitos abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Gauss normal.
b) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Gauss-Jordan.
c) Calibrar sistema usando como padrão a=1, a matriz [C] e o vetor {v} dados abaixo.
d) Fornecer quadro resposta para cada método, variando os valores de [C] e de {v}.
e) Analisar o que vai acontecer com o balanço, para o sistema mencionado abaixo.

$$[C]=\begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{bmatrix} \{v\}=\begin{Bmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{Bmatrix}$$

**Dados de entrada:** n (número de balanços), parâmetro a, os termos de $[C]_{nxn}$ e os termos de $\{v\}_{nx1}$.
**Dados de saída:** termos de $\{d\}_{nx1}$ que representam os n deslocamentos $d_1, d_2, ..., d_n$ e as amplitudes.