

WISKUNDE: VRAESTEL II

EKSAMENNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tyd: 3 uur

150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 25 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. Lees die vrae noukeurig deur.
3. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit in aan die einde van die eksamen. Onthou om jou eksamennommer in die spasie wat voorsien word, te skryf.**
4. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.
6. Maak seker dat jou sakrekenaar in **GRAAD**modus is.
7. Al die nodige berekeningstappe moet duidelik getoon word. Antwoorde alleen sal nie noodwendig volpunte verdien nie.
8. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
9. Rond af tot twee desimale plekke tensy anders vermeld.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	TOTAAL
7	14	18	11	12	15	12	14	8	12	12	15	/150

AFDELING A**VRAAG 1**

'n Studie is met twaalf werknemers in 'n maatskappy gedoen om die verwantskap tussen die getal rusdae wat in 'n jaar gegee word en die produktiwiteit van elke werknemer te verstaan.

Die resultate word in die tabel hieronder getoon:

Rusdae gegee	5	2	9	1	3	12	10	4	4	5	8	6
Produktiwiteit van werknemer	0,87	0,65	0,9	0,58	0,7	0,91	0,88	0,78	0,72	0,91	0,82	0,62

- (a) Bereken die korrelasiekoëffisiënt. (*Rond korrek af tot vier desimale plekke.*)

_____ (2)

- (b) Verwys na jou korrelasiekoëffisiënt en omkring die letter wat die verwantskap die beste beskryf. Slegs een letter moet omkring word.

A Redelik sterk negatiewe korrelasie

B Baie swak positiewe korrelasie

C Redelik sterk positiewe korrelasie

D Volmaakte positiewe korrelasie (1)

- (c) Indien die vergelyking van die kleinste kwadrate-regressielyn $y = A + Bx$ is, bereken die waarde van A en B. Gee antwoorde korrek tot vier desimale plekke.

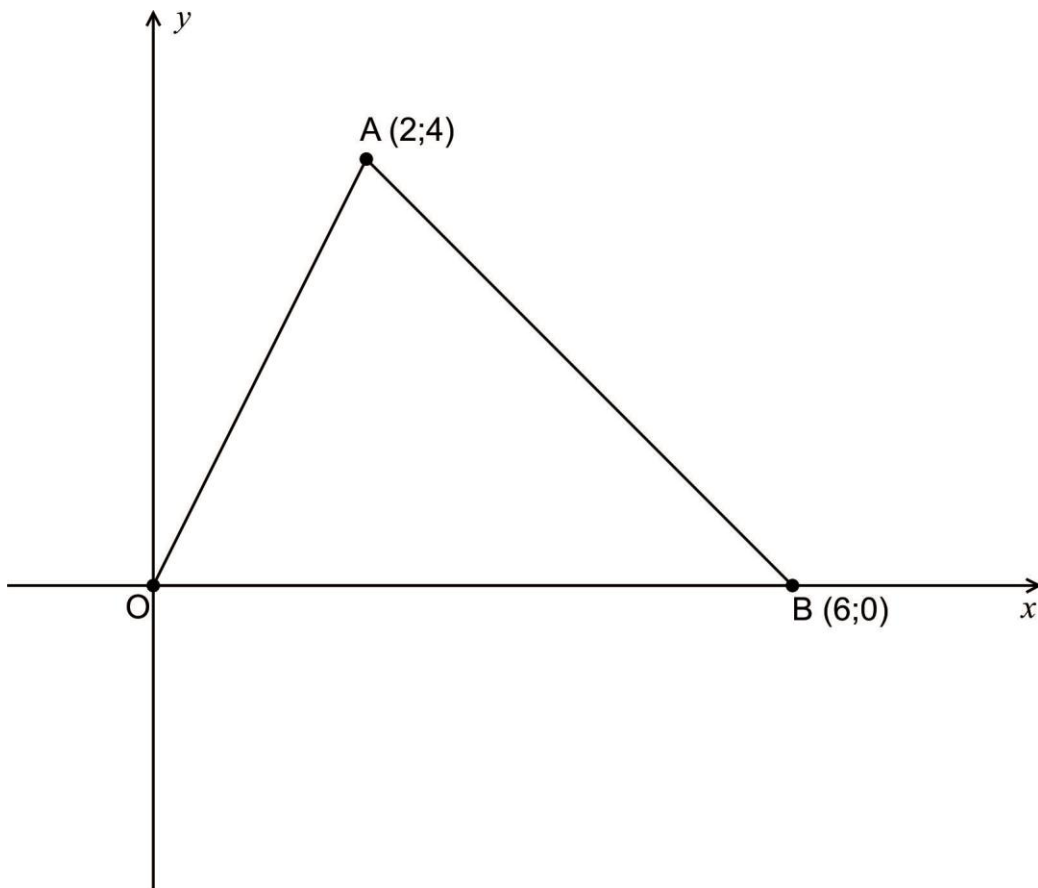
_____ (2)

- (d) Moet die regressielyn in (c) gebruik word om die produktiwiteit van 'n werknemer te voorspel indien dertig rusdae in 'n jaar aan die werknemer gegee word? (Verduidelik jou antwoord.)

_____ (2)
[7]

VRAAG 2

In die Cartesiese vlak hieronder word $\triangle OAB$ met $O(0;0)$, $A(2;4)$ en $B(6;0)$ geteken.



- (a) Bereken die gradiënt van OA en vervolgens die grootte van $\hat{A\hat{O}B}$.

(4)

(b) Bepaal die vergelyking van die middelloodlyn van OA.

(4)

(c) Skryf die vergelyking van die middelloodlyn van OB neer.

(1)

(d) Bepaal die vergelyking van die sirkel wat deur O, A en B gaan.

(5)
[14]

VRAAG 3

- (a) Indien $\sin 31^\circ \cdot \cos 22^\circ + \sin 22^\circ \cdot \cos 31^\circ = k$, bepaal sonder die gebruik van 'n sakrekenaar die waarde van die volgende in terme van k :

(1) $\sin 53^\circ$

(1)

(2) $\cos 143^\circ$

(2)

(3) $\sin 75^\circ \cdot \sin 22^\circ + \cos 75^\circ \cdot \cos 22^\circ$

(3)

(b) Bewys dat $\frac{\cos \theta}{\sin 2\theta} - \frac{\cos 2\theta}{2 \sin \theta} = \sin \theta$.

(6)

- (c) Bereken die algemene oplossing vir θ indien $3 \sin^2 \theta = 2 \sin \theta$. Gee antwoord korrek tot een desimale plek.

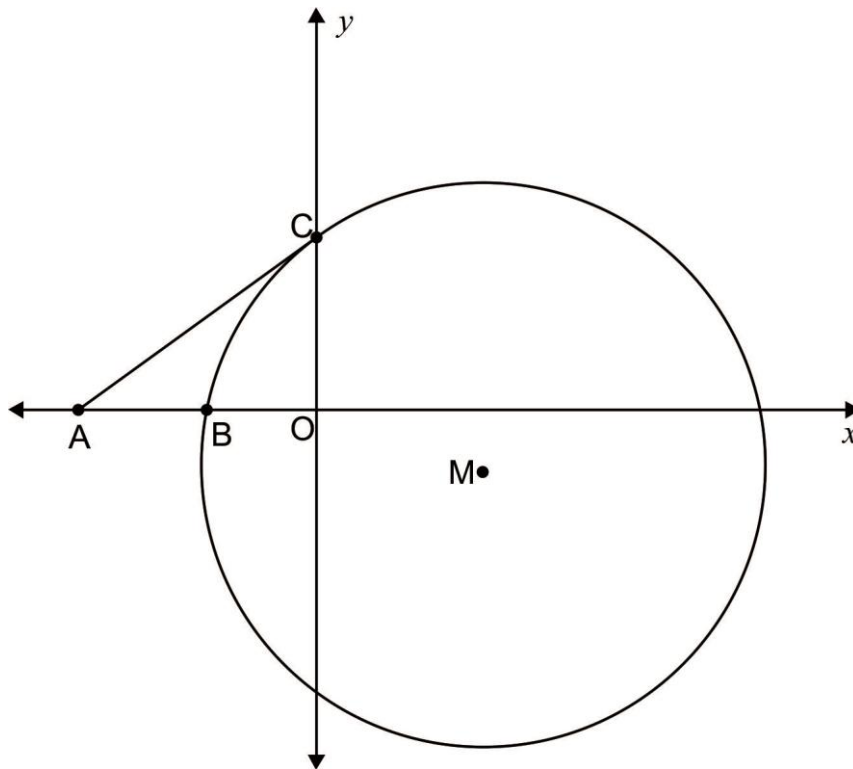
[illegible]

(6)
[18]

VRAAG 4

In die Cartesiese vlak hieronder word die sirkel met middelpunt M geteken.

- A is 'n punt op die x -as.
- Punt B lê op die sirkel en die x -as.
- Punt C lê op die sirkel en die y -as.
- Die vergelyking van die sirkel is $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$.
- Lyn AC is 'n raaklyn aan die sirkel by C.



- (a) Skryf die koördinate van M neer.

_____ (1)

- (b) Bepaal die koördinate van punt C.

 _____ (3)

(c) Bepaal die vergelyking van die raaklyn AC.

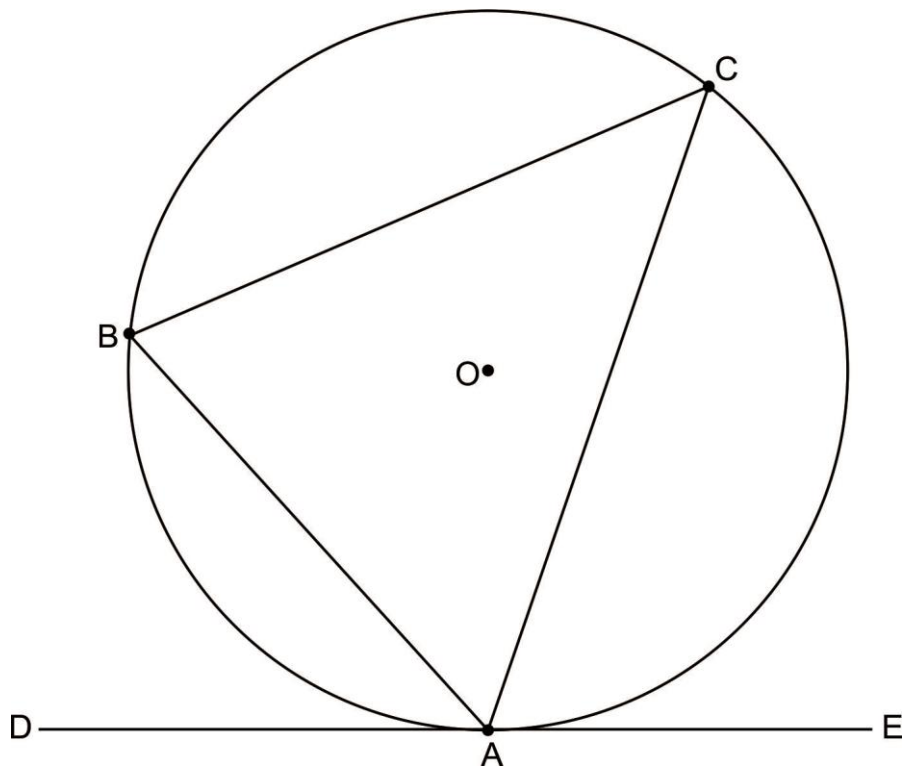
(3)

(d) Bepaal die lengte van AB. Laat jou antwoord korrek tot een desimale plek.

(4)
[11]

VRAAG 5

- (a) Bewys die stelling wat lui dat die hoek tussen 'n raaklyn en 'n koord gelyk is aan die hoek in die teenoorstaande segment.



Gegee: DE is 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O by A.
B en C is punte op die sirkel.

Te bewys: _____ (1)

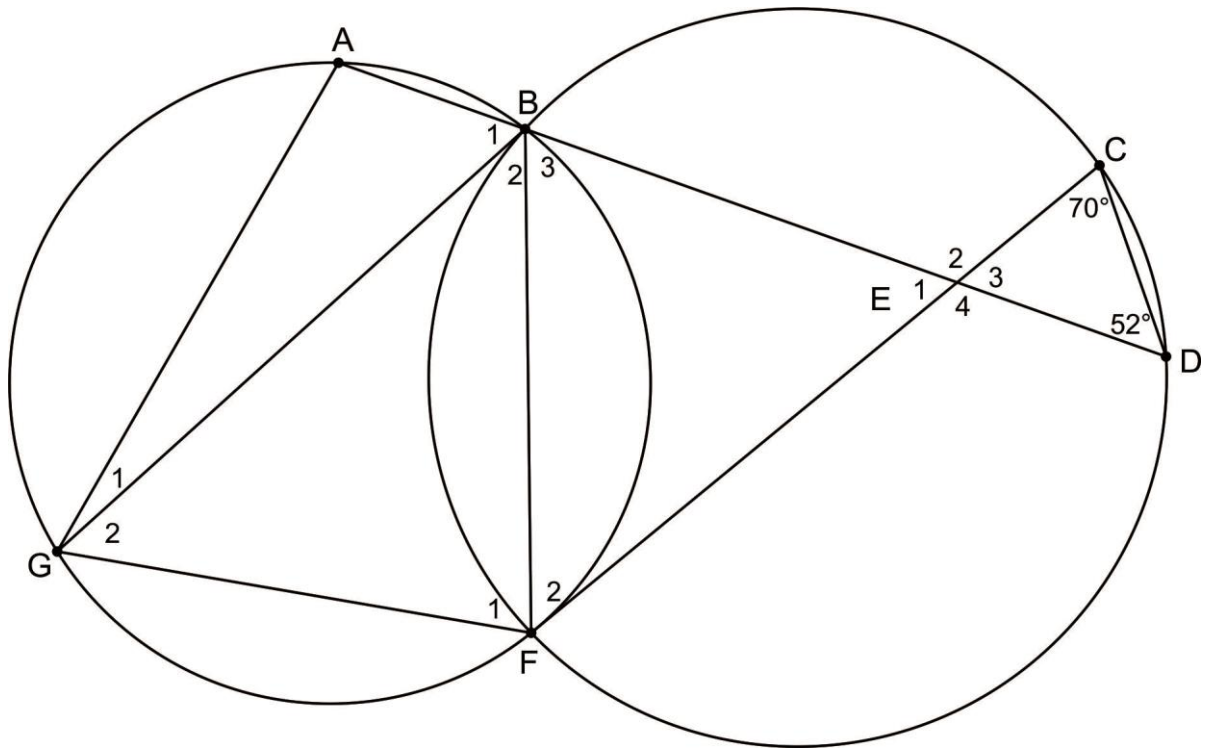
Konstruksie: _____ (1)

Bewys:

(5)

(b) In die diagram hieronder word twee sirkels geteken wat by B en F sny.

- CF is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by F.
- A en G is punte op die omtrek van die kleiner sirkel.
- Koorde FC en BD van die groter sirkel sny by E.
- ABD is 'n reguitlyn.
- $\hat{C} = 70^\circ$ en $\hat{D} = 52^\circ$.



Bepaal die grootte van \hat{G}_1 .

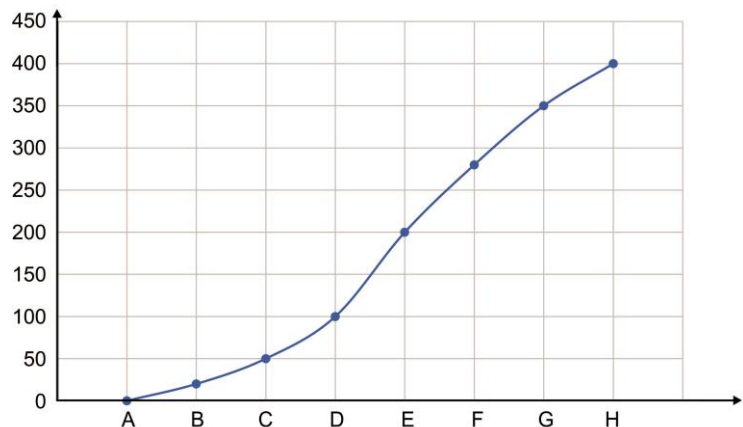
(5)
[12]

VRAAG 6

'n Aantal leerders is gevra hoeveel WhatsApp-boodskappe hulle gedurende 'n dag stuur.

Die resultate word hieronder in die tabel opgesom en die kumulatiewe frekwensiekromme word gegee.

WhatsApp-boodskappe gestuur	Frekwensie
$50 \leq x < 100$	20
$100 \leq x < 150$	30
$150 \leq x < 200$	P
$200 \leq x < 250$	M
$250 \leq x < 300$	80
$300 \leq x < 350$	70
$350 \leq x < 400$	50



- (a) Wat is die waarde van A op die horisontale as van die kumulatiewe frekwensiekromme?

(1)

- (b) Hoeveel leerders is vir inligting gevra?

(1)

- (c) Bepaal die waardes van P en M in die tabel hierbo.

(2)

- (d) Bereken die interkwartielvariasiewydte.

(3)

- (e) Bereken 'n beraming vir die gemiddelde WhatsApp-boodskappe per dag gestuur.

(2)

- (f) Indien die selffoonmaatskappy 'n kontrak bekend stel waar jy nie toegelaat word om meer as 300 WhatsApp-boodskappe per dag te stuur nie:

- (1) Hoe sal dit die mediaan beïnvloed? Verduidelik.

(2)

- (2) Hoe sal dit die standaardafwyking beïnvloed? Verduidelik.

(2)

- (3) In watter rigting sal die data skeef wees? Verduidelik.

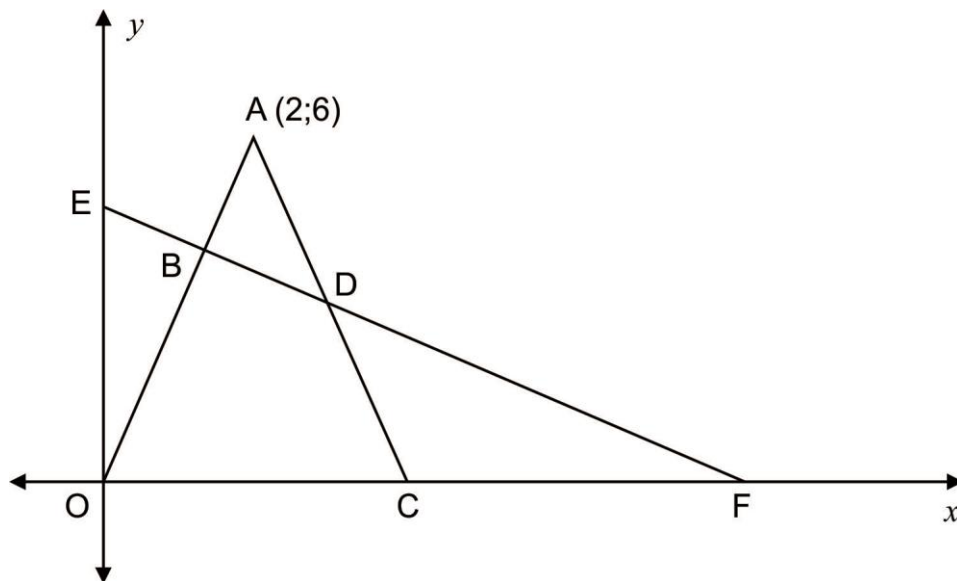
(2)
[15]**77 punte**

AFDELING B

VRAAG 7

In die diagram hieronder word $\triangle AOC$ met $A(2;6)$ en $O(0;0)$ geteken.

- C is 'n punt op die x -as.
- $AO = AC$.
- E lê op die y -as en F lê op die x -as.
- Lyn EF gaan deur die punte B en D op OA en CA onderskeidelik.
- Die vergelyking van EF word gegee deur $2y + x = 10$.



(a) Bepaal die koördinate van B en vervolgens die oppervlakte van $\triangle EBO$.

[illegible]

(8)

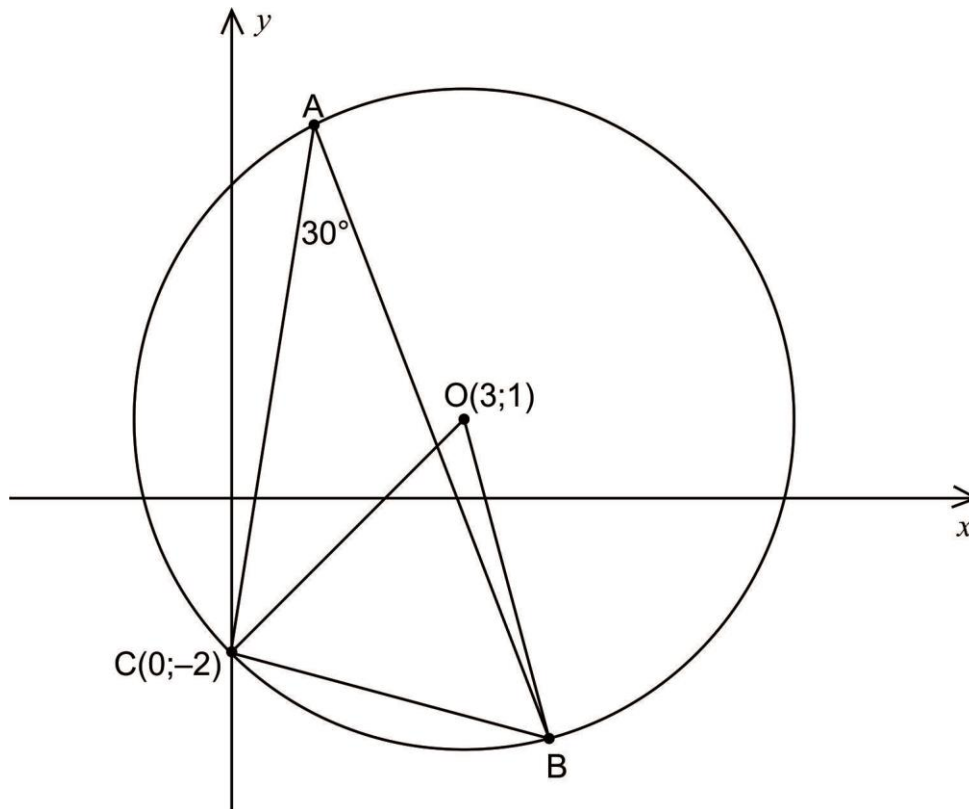
- (b) Indien $D\left(x; \frac{18}{5}\right)$, bepaal die oppervlakte van $\triangle DCF$.

(4)
[12]

VRAAG 8

In die Cartesiese vlak hieronder word die sirkel met middelpunt $O(3;1)$ geteken.

- A en $C(0;-2)$ is vaste punte op die sirkel.
- $\hat{CAB} = 30^\circ$.
- B is 'n veranderlike punt op die sirkel.



- (a) (1) Bepaal die lengte van OC.

(2)

- (2) B beweeg op die sirkel langs totdat BC parallel is aan die x-as. Skryf die nuwe koördinate van B neer.

(2)

- (3) Bereken die grootte van \hat{CAB} vir hierdie nuwe posisie van B. Gee alle redes.

(4)

- (b) B beweeg van sy **oorspronklike posisie** af in 'n antikloksgewyse rigting met die sirkel langs totdat die oppervlakte van $\triangle OBC = \frac{9}{2}$ vierkante eenhede.

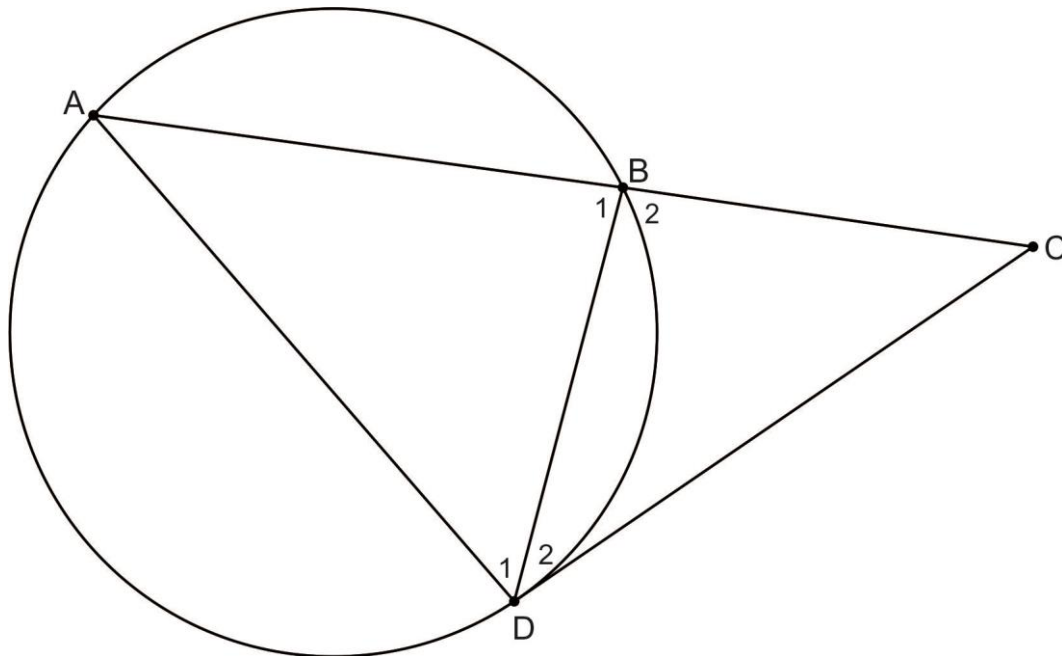
Bepaal die kortste afstand wat B met die sirkel langs moet beweeg vir die bogenoemde om plaas te vind.

(6)
[14]

VRAAG 9

In die diagram hieronder word 'n sirkel wat deur A, B en D gaan, geteken.

- CD is 'n raaklyn aan die sirkel by D.



- (a) Bewys dat $\triangle ADC \parallel \triangle DBC$.

(4)

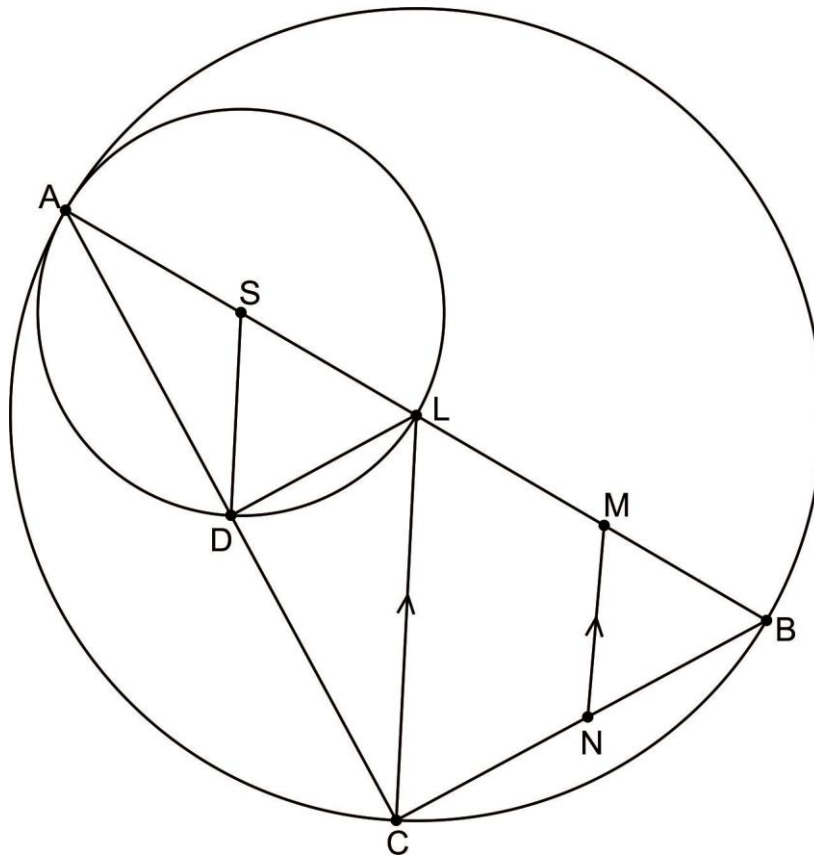
- (b) Toon dat $AB \cdot BC = DC^2 - BC^2$.

(4)
[8]

VRAAG 10

In die diagram hieronder raak twee sirkels intern by A.

- AB is die middellyn van die groter sirkel en AL is die middellyn van die kleiner sirkel.
- S en L is die middelpunte van die sirkels.
- D is 'n punt op die kleiner sirkel en C is 'n punt op die groter sirkel. ADC is 'n reguitlyn.
- M is 'n punt op LB sodat $MN \parallel LC$.



(a) Bewys dat $DL \parallel CB$.

(4)

(b) Bewys dat $2SD = LC$.

(3)

(c) Bepaal die waarde van $\frac{SL}{AB}$.

(2)

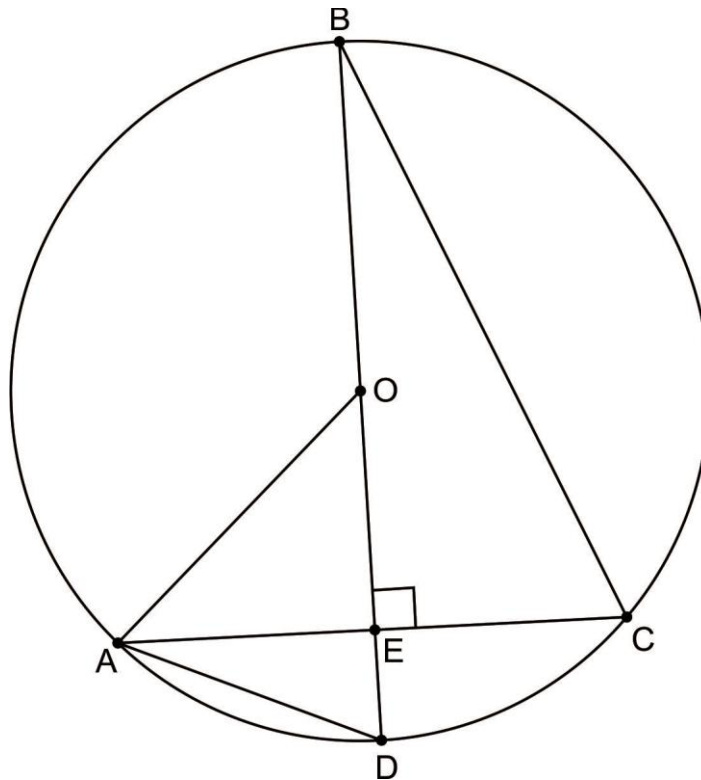
(d) Indien $AB = 30$ eenhede en $\frac{BN}{NC} = \frac{7}{9}$, bepaal die lengte van LM .

(3)
[12]

VRAAG 11

(a) In die diagram hieronder word 'n sirkel met middelpunt O geteken.

- $OD \perp AC$ en OD en AC sny by E.
- A, B, C en D lê op die omtrek van die sirkel.



(1) Bepaal die lengte van BE in terme van AO en ED.

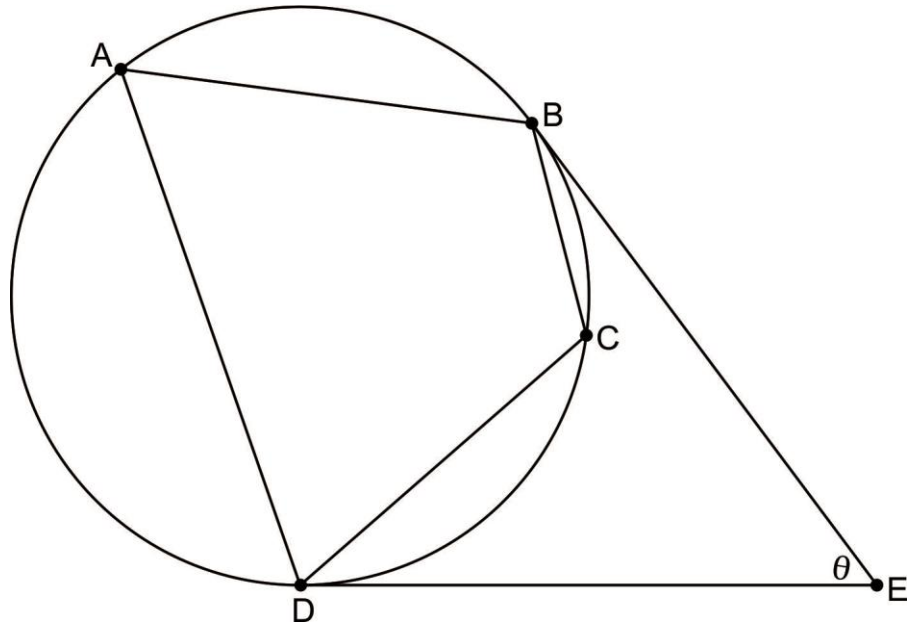
(2)

(2) Bewys dat $(2AO - ED)^2 = BC^2 - AE^2$.

(4)

(b) In die diagram hieronder word 'n sirkel geteken wat deur A, B, C en D gaan.

- $\hat{BED} = \theta$.
- BE en ED is raaklyne by B en D onderskeidelik.

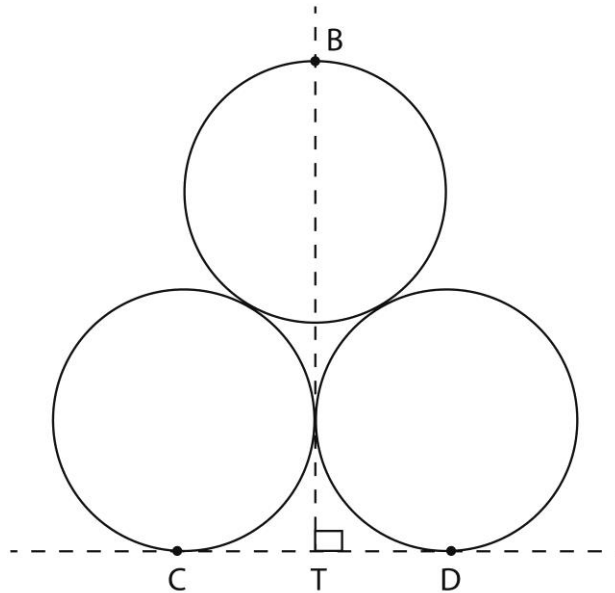


Bewys dat $\hat{BCD} = 90^\circ + \frac{\theta}{2}$.

(6)
[12]

VRAAG 12

- (a) In die diagram hieronder word drie GELYKE sirkels met radius 3 eenhede so geposisioneer dat hulle mekaar raak. BT is 'n vertikale gemeenskaplike raaklyn aan twee sirkels en CD is 'n horisontale gemeenskaplike raaklyn aan dieselfde sirkels.

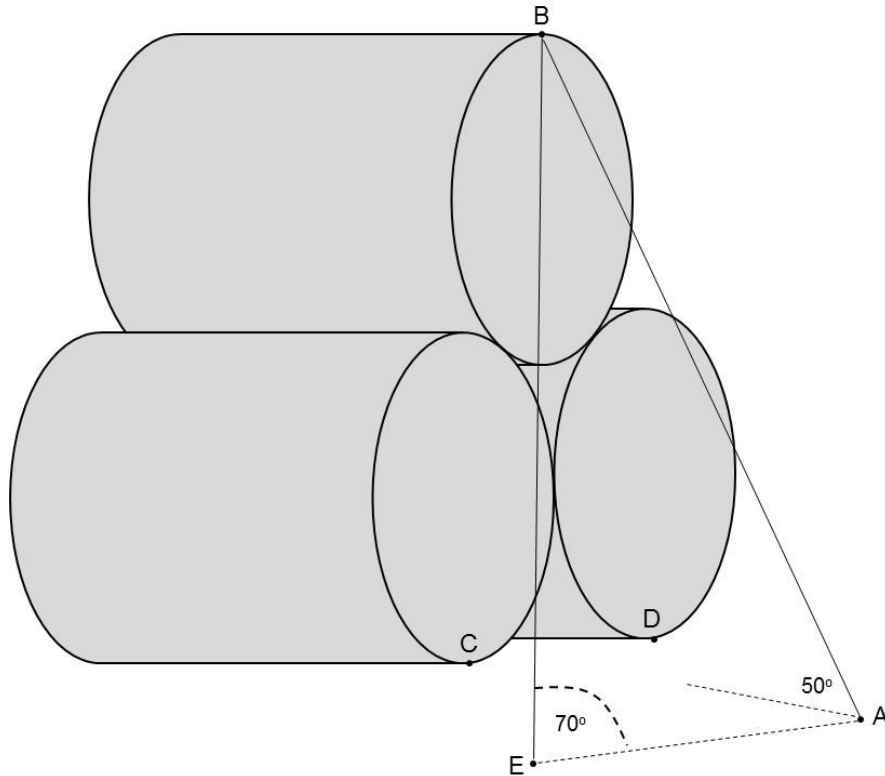


Toon dat die lengte van $BT = 3\sqrt{3} + 6$.

(5)

- (b) Drie silinders van **identiese grootte** word opmekaargestapel soos in die diagram hieronder getoon. Hulle word geanker deur 'n stuk tou van A na B en nog 'n stuk tou van B na E.

- A, C, D en E lê op dieselfde horisontale vlak.
- B, C en D lê op dieselfde vertikale vlak.
- B is die hoogste punt op die silinder.
- Die hoogtehoek van A na B is 50° .
- $\hat{BEA} = 70^\circ$.
- Die radius van elke silinder is 3 meter.



- (1) Bereken die lengte van AB (die tou wat nodig is om die silinder te anker).

(4)

- (2) Indien die tweede tou EB 'n lengte van 13 meter het, bepaal die reguitlynafstand tussen E en A.

(6)
[15]

73 punte

Totaal: 150 punte