Modulo di Young e di Coulomb

Francesco Giuliano Rossi

Indice

1 Modulo di Young

Per misurare il modulo di Young si usa il principio della leva ottica. Il filo sarà attaccato al blocco, e avvolto attorno un cilindro, e poi attaccato a una massa. Sul cilindro è uno specchio e c'è una sorgente luminosa dall'altra parte. Se metto masse sul piattello, il filo si allunga, ruotando sull'asse e gira il cilindro di un certo angolo θ, allora la sorgente luminosa anche si sposterà. Questa variazione di angolo si potrà misurare vedendo il cambiamento su una parete.
ΔL sarà una funzione di h $\Delta L = f(h)$. Per farlo nel modo più semplice possibile, vogliamo che l'altezza della lampada e l'altezza dello specchio sono alla stessa altezza all'inizio. Quando ruoto il cilindro, ruota anche lo specchio. Quando io ruoto lo specchio, rispetto alla normale, il raggio riflesso avrà un angolo α. Per angoli e parte di ottica guarda ipad Teoria LDF. Risultato è che scale factor è di 200. Per l'errore, guardiamo $\Delta[\Delta L] = \frac{R_c}{2d}\Delta h]$ e per la propagazione dell'errore

$$\frac{\Delta[\Delta L]}{\Delta l} = \frac{\Delta R_c}{R} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h}$$

e si fa un errore su h di circa $0.5 * 10^-4$, e l'errore su $\Delta L = \frac{1}{200}\Delta h\ 5 * 10^-6$
Con il setup che abbiamo, ritornando alla equazione per σ si ha che

$$\begin{cases} \Delta L = R_c\alpha = R_c 1/2 tan & -1\frac{h}{d} \\ F = & Mg \\ S_F = & \pi(D - F/2)^2 \end{cases}$$

e ci permette di ricavare il modulo di Young E in funzione di quantità misurabili

$$E = \frac{8gL}{\pi R_c D_f^2}\frac{M}{tan^-1\frac{h}{d}} \tag{1}$$

e per piccoli angoli si può usare l'approssimazione $tan\alpha\ \alpha$. Tuttavia, Tutto il mio filo si allunga, ma non tutto ruota il cilindro. La lunghezza di $L = L_t + \pi R_c$, dove L_t è la parte del filo che tocca il cilindro e l'altra componente è quella che fa girare il cilindro. Per il diametro del filo si usano vari punti diversi e si prende la media vogliamo che filo non scorre sul cilindro, quindi dobbiamo verificare ogni volta di non avere deformazione o scorrimento ogni volta. Setup iniziale con piattello e poi qualche massa per avere tensione 150grammi messi in più (perché misuriamo allungamenti relativi). Una rotazione di 1 mm equivale a 20 mm sulla scala. Nella stima di $\frac{\Delta E}{E}$ non è diverso usare l'andamento semplificato rispetto alla formula completa perché ho 1 o 2 max cifre significative nella scrittura dell'errore, è uguale usare le formule

$$\frac{Md}{h}\text{si può anche usare}\frac{M}{\arctan\frac{h}{d}} \tag{2}$$

fino a quando l'approssimazione è valida?
se prendiamo

$$|\frac{\tan\alpha-\alpha}{\alpha}|\text{e sappiamo che}E\propto\frac{1}{\arctan\frac{h}{d}\text{e che}\Delta L=R_c\alpha}\implies\alpha=\frac{1}{2}\arctan\frac{h}{d} \tag{3}$$

sviluppando in serie di taylor, ci risulta che

$$|\tan\alpha|=|\frac{\alpha^3}{3}|\text{ricordando che}\alpha=\frac{h}{d}\implies=|\frac{\frac{h}{d}^2}{3}|<\frac{\Delta h}{h} \tag{4}$$

Dobbiamo avere che $h^3 < 3d\Delta h \implies h < \sqrt[3]{3d\Delta h}$ e visto che d 1 m e Δh 10^{-3}, e quindi $h < \frac{\sqrt[3]{3}}{10}$ e quindi se h è maggiore di 14 cm non possiamo usare l'approssimazione $\tan\alpha$ α.
Visto che il modulo di Young è cmposto da due parti:

$$E_i=\frac{8gLd}{\pi R_C D_f^2}*\frac{M_i}{h_i} \tag{5}$$

dove $A=\frac{8gLd}{\pi R_C D_f^2}$ e $B=\frac{M_i}{h_i}$

2 Modulo di Coulomb

——Prendiamo un cavo di acciaio e provochiamo una torsione, quindi applichiamo un certo momento M con un angolo di rotazione θ. Questa rotazione lo possiamo vedere come una rotazione di angolo θ nella faccia più bassa rispetto a quella più alta. Se si apre il cilindro, si ottiene un parallelepipedo, che ha circonferenza come base e lunghezza come altezza. Dopo la torsione, si vede che la faccia inferiore ha un angolazione θ rispetto a quella più sopra e questo ϕ corrisponde a un certo $r\theta$. Così si può usare la relazione $\frac{\Delta L}{L}=\frac{r\theta}{L}$. Quindi la torsione può essere visto come una applicazione di sforzi di taglio che ruotano un oggetto.

Quando applichiamo le forze, si giunge una posizione di equilibrio, e visto che il materiale ha proprietà elastiche, ha una forza di richiamo. Le coppie di forze sono applicate sulla base inferiore.
Per il cilindro, si ha che

$$\sigma=\frac{dF}{2\pi r dr}=G\frac{\Delta L}{L}=G\frac{r\theta}{L}\implies dF\ G\frac{2\pi r^2\theta}{L}dr \tag{6}$$

Per ottenere il momento della forza $dM=rxdF$ integriamo su tutto il raggio del filo e si ottiene che $dM=\frac{\pi G}{2}\frac{R^4}{L}\theta$ da cui definiamo $k=G\frac{\pi r^4}{2L}$ e si introduce il modulo di Coulomb $\mu=\frac{\pi G}{2}\implies M=\mu\frac{R^4}{L}\theta$. Dopo che si toglie il momento

esterno, il cavo inizia a oscillare con moto armonico, quindi si deve misurare il periodo del moto armonico.
Per il momento torcente: $\mu = 4\pi^2 \frac{LI}{R^4} \frac{1}{T^2}$ che passa per il centro del indicatore attaccato al filo di acciaio
Immaginiamo di avere due corone circolari che hanno entrambi diametro esterno, interno, altezza, e massa. Vogliamo calcolare il momento d'inerzia rispetto all'asse di simmetria (quello passante per il centro). Per definizione di momento d'inerzia $I = \int_{\Delta m} r^2_{perpendicolare} dm$. Inoltre, per definizione si ha che $dm = \rho dV$ e $dV = h2\pi r dr$ quindi mettendo tutto insieme si ha che

$$I \ \rho H 2\pi \int_{R_i}^{R_e} r^3 dr = \frac{\rho H \pi}{2}(R_e^4 - R_i^4) \tag{7}$$

sappiamo che $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi(R_e^2 - R_i^2)H}$ e allora sostituendo nell'equazione prima si ha che:

$$\begin{cases} I = R_i^2) + \frac{M}{\pi(R_e^2 - R_i^2)H} \frac{H\pi}{2}(R_e^2 \\ I = R_i^2) + \frac{M}{2}(R_e^2 \end{cases}$$

Il problema è che il cavo di acciaio non è perfettamente circolare, e quindi il momento risulterebbe

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{IL}{\mu R^4} \implies T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{\mu R^4}(I_i + I_p + I_{ef}) \tag{8}$$

e per risolvere questo problema, facciamo come il pendolo dove calcoliamo I per varie masse, per quando è scarico, e poi facciamo la differenza così μ risulta $\mu 4\pi^2 \frac{I_i L}{R_f^4(I_i^2 - T_{i,0}^2)}$ ——