ЗАДАЧИ ЗА ЗАДЪЛЖИТЕЛНА САМОПОДГОТОВКА

ПО

Увод в програмирането

Калин Георгиев kalin@fmi.uni-sofia.bg

15 ноември $2018\,$ г.

Съдържание

1	y_{B0}	од, основи и примери	3
	1.1	Основни примери	3
	1.2	Променливи, вход и изход, логически и аритметични опе-	
		рации, условен оператор	3
	1.3	Цикли	4
	1.4	Машини с неограничени регистри	5
2	Типове и функции		
	2.1	Прости примери за функции	8
	2.2	Елементарна растерна графика	8
3	Цикли, масиви и низове		
	3.1	Цикли II	13
	3.2	Цикли и низове	14
	3.3	Матрици и вложени цикли	16

Някои от задачите по-долу са решени в сборника [1] Mагdалuна Tоdороbа, Π етp Aрмянов, Π етp Aрмянов, Π етpаuетpалu

1 Увод, основи и примери

1.1 Основни примери

- 1.1. Превърнете рожденната си дата шестнадесетична, в осмична и в двоична бройни системи.
- 1.2. Как бихте кодирали вашето име само с числа? Измислете собствено представяне на символни константи чрез редици от числа и запишете името си в това представяне.

Разгледайте стандартната ASCii таблица (http://www.asciitable.com/) и запишете името си чрез серия от ASCii кодове.

1.2 Променливи, вход и изход, логически и аритметични операции, условен оператор

- 1.3. Задача 1.6.[1] Да се напише програма, която по зададени навършени години намира приблизително броя на дните, часовете, минутите и секундите, които е живял човек до навършване на зададените години.
- 1.4. Задача 1.7.[1] Да се напише програма, която намира лицето на триъгълник по дадени: а) дължини на страна и височина към нея; б) три страни.
- 1.5. Задача 2.7.[1] Да се напише програма, която въвежда координатите на точка от равнина и извежда на кой квадрант принадлежи тя. Да се разгледат случаите, когато точката принадлежи на някоя от координатните оси или съвпада с центъра на координатната система.
- 1.6. Задача 1.14.[1] Да се запише булев израз, който да има стойност истина, ако посоченото условие е вярно и стойност лъжа, в противен случай:
 - а) цялото число р се дели на 4 или на 7;
 - б) уравнението $ax^{2} + bx + c = 0 (a \neq 0)$ няма реални корени;
 - в) точка с координати (a, b) лежи във вътрешността на кръг с радиус 5 и център (0, 1); г) точка с координати (a, b) лежи извън кръга с център (c, d) и радиус f;
 - г) точка принадлежи на частта от кръга с център (0, 0) и радиус 5 в трети квадрант;
 - д) точка принадлежи на венеца с център (0, 0) и радиуси 5 и 10;
 - е) х принадлежи на отсечката [0, 1];
 - ж) x е равно на $\max \{a, b, c\}$;

- з) x е различно от max { a, b, c};
- и) поне една от булевите променливи х и у има стойност true;
- к) и двете булеви променливи х и у имат стойност true;
- л) нито едно от числата а, b и с не е положително;
- м) цифрата 7 влиза в записа на положителното трицифрено число р;
- н) цифрите на трицифреното число m са различни;
- o) поне две от цифрите на трицифреното число m са равни помежду си;
- п) цифрите на трицифреното естествено число х образуват строго растяща или строго намаляваща редица;
- р) десетичните записи на трицифрените естествени числа x и y са симетрични;
- с) естественото число х, за което се знае, че е по-малко от 23, е просто.
- 1.7. Задача 2.12.[1] Да се напише програма, която проверява дали дадена година е високосна.

1.3 Цикли

- 1.8. Задача 1.20.[1] Да се напише програма, която по въведени от клавиатурата цели числа х и к $(k \ge 1)$ намира и извежда на екрана k-тата цифра на х. Броенето да е отдясно наляво.
- 1.9. Задача 2.40.[1] Да се напише програма, която (чрез цикъл for) намира сумата на всяко трето цяло число, започвайки от 2 и ненадминавайки п (т.е. сумата $2+5+8+11+\ldots$).
- 1.10. Задача 2.44.[1] Дадено е естествено число n $(n \ge 1)$. Да се напише програма, която намира броя на тези елементи от серията числа $i^3+13\times i\times n+n^3$, i=1,2,...,n, които са кратни на 5 или на 9.
- 1.11. За въведени от клавиатурата естествени числа n и k, да се провери и изпише на екрана дали n е точна степен на числото k.

Упътване: Разделете променливата п на променливата к "колкото пъти е възможно" и проверете дали п достига единица или някое друго число след края на процеса. Използвайте добре подбрано условие за for цикъл, оператора % за намиране на остатък при целочислено деление, и оператора за целочислено деление /.

1.4 Машини с неограничени регистри

Дефиницията на Машина с неогрничени регистри по-долу е взаимствана от учебника [2] А. Дичев, И. Сосков, "Теория на програмите", Издателство на СУ, София, 1998.

"Машина с неограничени регистри" (или МНР) наричаме абстрактна машина, разполагаща с неограничена памет. Паметта на машината се представя с безкрайна редица от естествени числа m[0], m[1], ..., където $m[i] \in \mathcal{N}$. Елементите m[i] на редицата наричаме "клетки" на паметта на машината, а числото i наричаме "адрес" на клетката m[i].

МНР разполага с набор от инструцкии за работа с паметта. Всяка инструкция получава един или повече параметри (операнди) и може да предизвика промяна в стойността на някоя от клетките на паметта. Инструкциите на МНР за работа с паметта са:

- 1) ZERO n: Записва стойността 0 в клетката с адрес n
- 2) INC
 ${\tt n}:$ Увеличава с единица стойността, записана в клетката с адрес
 n
- 3) моче х у: Присвоява на клетката с адрес y стойността на клетката с адрес x

"Програма" за МНР наричаме всяка последователност от инструкции на МНР и съответните им операнди. Всяка инструкция от програмата индексираме с поредния ѝ номер. Изпълнението на програмата започва от първата инструкция и преминава през всички инструкции последователно, освен в някои случаи, опиани по-долу. Изпълнението на програмата се прекратвя след изпълнението на последната ѝ инструкция. Например, след изпълнението на следната програма:

```
0: ZERO 0
1: ZERO 1
2: ZERO 2
3: INC 1
4: INC 2
5: INC 2
```

Първите три клетки на машината ще имат стойност 0, 1, 2, независимо от началните им стойности.

Освен инструкциите за работа с паметта, МНР притежават и една инструкция за промяна на последователноста на изпълнение на програмата:

- 4) JUMP х: Изпълнението на програмата "прескача" и продължава от инструкцията с пореден номер x. Ако програмата има по-малко от x+1 инструкции, изпълнението ѝ се прекратява
- 5) ЈИМР х у z: Ако съдържанията на клетките x и y съвпадат, изпълнението на програмата "прескача" и продължава от инструкцията с пореден номер z. В противен случай, програмата продължава със следващата инструкция. Ако програмата има по-малко от z+1 инструкции, изпълнението ѝ се прекратява

Например, нека изпълнето на следната програма започва при стойности на клиетките на паметта 10,0,0,...:

```
0: JUMP 0 1 5
```

1: INC 1

2: INC 2

3: INC 2

4: JUMP 0

След приключване на програмата, първите три клетки на машината ще имат стойности 10, 10, 20.

- 1.12. Нека паметта на МНР е инициалирана с редицата m,n,0,0,... Да се напише програма на МНР, след изпълнението на която клетката с адрес 2 съдържа числото m+n.
- 1.13. Нека паметта на МНР е инициалирана с редицата m,n,0,0,... Да се напише програма на МНР, след изпълнението на която клетката с адрес 2 съдържа числото $m \times n$.
- 1.14. Нека паметта на МНР е инициалирана с редицата m,n,0,0,... Да се напише програма на МНР, след изпълнението на която клетката с адрес 2 съдържа числото 1 тогава и само тогава, когато m>n и числото 0 във всички останали случаи.

Упътване: На Фигура 1 (а) е показана блок схема на програма, изпозлваща само операторите =, ==, ++ и if, която намира в променливата result сумата на променливите a_0 и a_1 . a_0 и a_1 считаме за дадени. Променливата count се иницилиаира с 0, а result - с a_0 . В цикъл се добавя по една единица към count и result дотогава, докато count достигне стойността на a_1 . По този начин, към result се добавят a_1 на брой единици, т.е. стойността ѝ се увеличава с a_1 спрямо налчалната ѝ стойност a_0 .

На Фигура 1 (b) е показана същата програма, като операторите от първата са заменени със сътответните им инструцкии на МНР. Резултатът от



(а)Програма за сумиране на числата a_0 и a_1 с изпозлване само на операторите =, ==, ++ и if.

(b) Програма за сумиране на клетките m[0] и m[1] с инструкции на МНР.

Фигура 1: Блок схеми на програма за сумиране на числа

програмата се получава в клетката m[2], а за брояч се ползва клетката m[3]. На блок схемата са дадени поредните номера на инструкциите в окончателната програмата на MHP:

0:MOVE 0 2

1:ZERO 3

2:JUMP 1 3 6

3:INC 2

4:INC 3

5:JUMP 3

2 Типове и функции

2.1 Прости примери за функции

- 2.1. Задача 4.12.[1] Да се напише булева функция, която проверява дали дата, зададена в следния формат: dd.mm.yyyy е коректна дата от грегорианския календар.
- 2.2. Задача 4.25.[1] Да се дефинира процедура, която получава целочислен параметър n и база на бройна система $k \leq 16$. Процедурата да отпечатва на екрана представянето на числото n в системата с база k.
- 2.3. Задача 2.57.[1] Да се напише булева функция, която проверява дали сумата от цифрите на дадено като параметър положително цяло число е кратна на 3.
- 2.4. Задача 2.81.[1] Едно положително цяло число е съвършено, ако е равно на сумата от своите делители (без самото число). Например, 6 е съвършено, защото 6=1+2+3; числото 1 не е съвършено. Да се напише процедура, която намира и отпечатва на екрана всички съвършени числа, ненадминаващи дадено положително цяло число в параметър \mathbf{n} .

2.2 Елементарна растерна графика

Следните задачи да се решат с показаните на лекции графични примитиви, базирани на платформата за компютърни игри SDL2. За целта е необходимо да инсталирате SDL2 на компютъра си и да настроите средата си за програмиране така, че да свърже SLD2 с вашия проект. Информация за това можете да намерите на сайта на платформата. Задачите можете да решите с помощта на всяка друга билиотека, поддържаща примитивите за рисуване на точки и отсечки.

Примерната програма от лекции използва файла mygraphics.h, който можете да намерите в хранилището на курса:

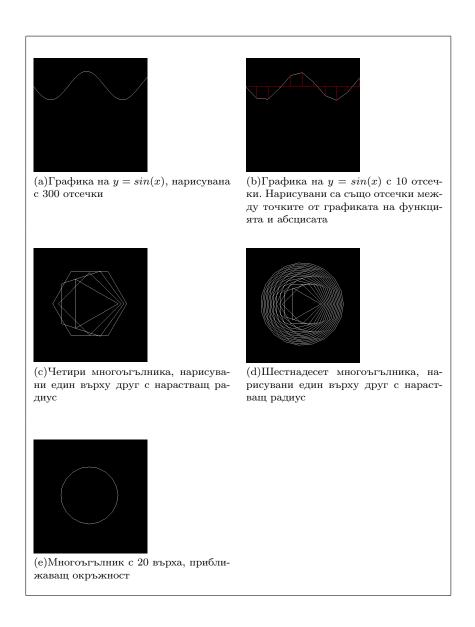
```
#include "mygraphics.h"
```

Mygraphics "обвива" библиотеката SLD2 и дефинира следните лесни за използване макроси:

- setColor (r,g,b): Дефинира цвят на рисуване с компоненти $r,g,b \in [0,255]$. Например, белият цвят се задава с (255, 255, 255), червеният с (255, 0,0) и т.н.
- drawPixel(x,y): Поставя една точка на екранни коррдинати (x,y).

- drawLine (x1,y1,x2,y2): Рисува отсечка, свързваща точките с екранни координати (x_1, y_1) и (x_2, y_2) .
- updateGraphics(): Извиква се веднъж в края на програмата, за да се изобрази нарисуваното с горните примитиви.
- 2.5. По дадени екранни координати (x, y) на горния ляв ъгъл на квадрат, дължина на страната a на квадрата и число n:
 - Да се нарисува квадратна матрица от $n \times n$ квадрата със страна a/n, изпълваща дадения квдрат.
 - Квадратите от горното условие да се заменят с тригъгълниците, образувани от пресичането на диагоналите им.
- 2.6. Да се нарисуват програмно следните фигури:
 - Равностранен триъгълник
 - Равностранен шестоъгълник
 - Равностранен многоъгълник по дадени координати на пресечната точка на симетралите му (център), брой страни n и разстояние от центъра до върховете r. При какви стойности на n фигурата наподобява окръжност?
 - Логаритмична крива
 - Елипса с център дадени (x,y) и радиуси дадени r_1 и r_2

Упътване към задачата за чертане на графика на функцията y=sin(x): Рисуват се отсечки между последователни точки от графиката на функцията, като всяка следваща точка се получава като увеличаваме стойността на аргумента x с числото step X. Тъй като $sin(x) \in [-1,1]$, ако директно визуализираме точките на получените по този начин координати (x,sin(x)), те ще са "сгъстени" около правата y=0 и резултатът няма да е добър. Поради това, координатите на получените точки от кривата се умножават по scale X и scale Y съответно, (x.scale X,sin(x).scale Y), за да се "разпъне" графиката по двете оси. (Вж. Фигура 2)



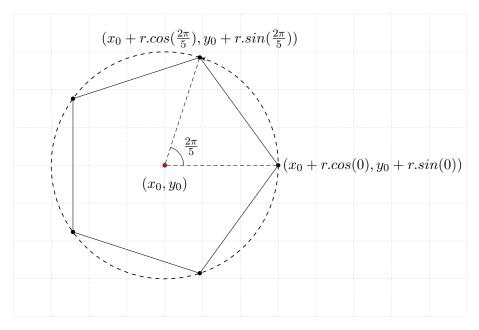
Фигура 2: Примерни резултати от решенията на някои задачи

```
const double //scaleX: коефициент на скалиране по X
             scaleX = 40.0,
             //у0: ордината на началната точка
            y0 = 100,
             //scaleY: коефициент на скалиране по Y
             scaleY = 50.0,
             //stepX: стъпка за нарастване на аргумента
             stepX = 0.05;
            //nsegments: брой сегменти от кривата
const int nsegments = 300;
for (int i = 0; i < nsegments; i++)</pre>
     double x = scaleX*i*stepX,
           xnext = scaleX*(i+1)*stepX,
                = y0+scaleY*sin(stepX*i),
           ynext = y0+scaleY*sin(stepX*(i+1));
     drawLine (x,y,xnext,ynext);
}
```

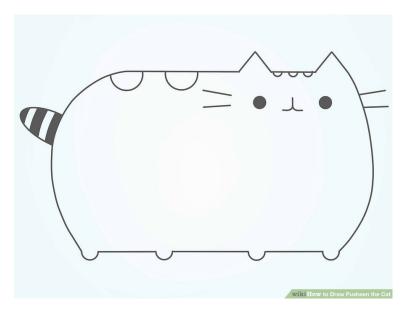
Упътване към задачата за чертане на многоъгълник: Върховете на мнгоъгълника получаваме, като започнем с точката с координати (x+radius,y) и получаваме всяка следваща точка като "завъртим" предишната около (x,y) с $2\pi/n$ радиана, където n е броят на върховете на многоъгълника. Получените по този начин точки се съединияват с отсечки. (Вж. Фигура 2 и Фигура 3.)

- 2.7. Да се нарисува програмно котката Pusheen на Фигура 4 (вж. [3]).
- 2.8. (*) Следната задача илюстрира метода на трапеците (Trapezoidal rule) за приближено изчисление на определени интеграли:

Да се нарисуват програмно координатни оси на евклидова координатна система с даден център в екранните координати (x,y). Да приемем,



Фигура 3: Рисуване на петоъгълник чрез намиране на 5 равноотдалечени точки по окръжността с радиус r и център (x_0,y_0)



Фигура 4: Pusheen the cat. Фигурата е от [3]

че в програмата е дефинирана функция double f (double x), за която знаем, че е дефинирана за всяка стойност на x.

- Да се изобрази графиката на фукцията спрямо нарисувана координатна система
- Да се приближи чрез трапеци с дадена дължина на основата δ фигурата, заключена между видимата графика на фигурата и абсцисата
- Да се визуализират така получените трапеци
- Да се изчисли сумата от лицата на така получените трапеци
- ullet Да се експериментра с различни дефиниции на функцията f

3 Цикли, масиви и низове

3.1 Цикли II

Където не е посочено изрично, под "редица от числа $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ " по-долу се разбира последователност от n числа, въведени от стандартния вход. Задачите да се решат $\delta e s$ използването на масиви.

- 3.1. Задача 3.1. [1] Да се напише програма, която въвежда редица от n цели числа ($1 \le n \le 50$) и намира и извежда минималното от тях.
- 3.2. Задача 3.2. [1] Да се напише програма, която въвежда редицата от п $(1 \le n \le 50)$ цели числа $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ и намира и извежда сумата на тези елементи на редицата, които се явяват удвоени нечетни числа.
- 3.3. Задача 3.3. [1] Да се напише програма, която намира и извежда сумата от положителните и произведението на отрицателните елементи на редицата от реални числа $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ $(1 \le n \le 20)$.
- 3.4. Задача 3.7. [1] Да се напише програма, която изяснява има ли в редицата от цели числа $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ $(1 \le n \le 100)$ поне два последователни елемента с равни стойности.
- 3.5. Задача 3.8. [1] Да се напише програма, която проверява дали редицата от реални числа $a_0, a_1, ..., a_{n-1} \ (1 \le n \le 100)$ е монотонно растяща.
- 3.6. Задача 3.15. [1] Да се напише програма, която въвежда реланите вектори $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ и $b_0, b_1, ..., b_{n-1}$ ($1 \le n \le 100$), намира скаларното им произведение и го извежда на екрана.
- 3.7. Задача 3.10. [1] Да се напише програма, която за дадена числова редица $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ $(1 \le n \le 100)$ намира дължината на най-дългата ѝ ненамаляваща подредица $a_i, a_{i+1}, ..., a_{i+k}$ $(a_i \le a_{i+1} \le ... \le a_{i+k})$.

3.2 Цикли и низове

Където не е посочено изрично, под "редица от символи $s_0, s_1, ..., s_{n-1}$ $(1 \le n \le 100)$ $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ " по-долу се разбира символен низ с дължина n, въведен от клавиатурата в масив от тип char [255].

- 3.8. Задача 3.11. [1] Дадена е редицата от символи $s_0, s_1, ..., s_{n-1}$ ($1 \le n \le 100$). Да се напише програма, която извежда отначало всички символи, които са цифри, след това всички символи, които са малки латински букви и накрая всички останали символи от редицата, запазвайки реда им в редицата.
- 3.9. Задача 3.13. [1] Задача 3.13. Да се напише програма, която определя дали редицата от символи $s_0, s_1, ..., s_{n-1} \ (1 \le n \le 100)$ е симетрична, т.е. четена отляво надясно и отдясно наляво е една и съща.
- 3.10. Да се напише функция, която по два низа намира дължината на найдългия им общ префикс. Префикс на низ наричаме подниз със същото начало като дадения. Пример: празният низ и низовете "a", "ab", и "abс" са всички възможни префикси на низа "abc". Дължината на най-дългия общ префикс на низовете "abcde" и "abcuwz" е 3.
- 3.11. Да се напише функция, която в даден низ замества всички малки латински букви със съответните им големи латински букви.
- 3.12. Да се напише функция reverse(s), която превръща даден низ в огледалния му образ. *Например, низът "abc" ще се пребразува до "cba"*.
- 3.13. Да се напише функция, която по даден низ s, всички букви в който са латински, извъшва следната манипулация над него: Ако s съдържа повече малки, отколкото големи букви, замества всички големи букви в s с малки. В останалите случаи, всички малки букви се заместват с големи.
- 3.14. Задача 3.26. "Хистограма на символите"[1] Символен низ е съставен единствено от малки латински букви. Да се напише програма, която намира и извежда на екрана броя на срещанията на всяка от буквите на низа.
- 3.15. Да се напише булева функция, която по дадени низове s_1 и s_2 проверява дали s_2 е подниз на s_1 (*Hanpumep, низът "uv" е подниз на низовете "abuvc", "uvz", "zuv" и "uv", но не е подниз на низа "uwv".*). Функцията да не използва вложени пикли.
- 3.16. Задача 3.28. "Търсене на функция"[1] Дадени са два символни низа с еднаква дължина s_1 и s_2 , съставени от малки латински букви. Да се напише програма, която проверява дали съществува функция $f: char \to$

сhar, изобразяваща s_1 в s_2 , така че $f(s_1[i]) = f(s_2[i])$ и i=1..дължината на s_1 и s_2 . Упътване: За да е възможна такава функция, не трябва в s_1 да има сивмол, на който съответстват два или повече различни символи в s_2 . Например, низът "aba" може да бъде изобразен в низа "zwz", но не и в низа "zwu".

3.3 Матрици и вложени цикли

- 3.17. Задача 3.18. [1] Дадени са числовите редици $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ и $b_0, b_1, ..., b_{n-1}$ ($1 \le n \le 50$). Да се напише програма, която въвежда от клавиатурата двете редици и намира броя на равенствата от вида $a_i = b_j$ (i = 0, ..., n-1, j = 0, ..., n-1).
- 3.18. Задача 3.21. [1] Две числови редици си приличат, ако съвпадат множествата от числата, които ги съставят. Да се напише програма, която въвежда числовите редици $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ и $b_0, b_1, ..., b_{n-1}$ $(1 \le n \le 50)$ и установява дали си приличат.
- 3.19. Задача 3.29. [1] Дадена е квадратна целочислена матрица A от n-ти ред $(1 \le n \le 50)$. Да се напише програма, която намира сумата от нечетните числа под главния диагонал на A (без него).
- 3.20. Задача 3.45. [1] Матрицата А има седлова точка в $a_{i,j}$, ако $a_{i,j}$ е минимален елемент в і-тия ред и максимален елемент в ј-тия стълб на А. Да се напише програма, която извежда всички седлови точки на дадена матрица А с размерност $n \times m(1 \le n \le 20, 1 \le m \le 30)$.
- 3.21. Задача 3.113. (периодичност на масив). [1] Да се напише програма, която проверява дали в едномерен масив от цели числа съществува период. Например, ако масивът е с елементи 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, периодът е 3. Ако период съществува, да се изведе.
- 3.22. Да се напише програма, която въвежда от клавиатурата матриците от цели числа $A_{N\times M}$ и $B_{M\times N}$ и извежда на екрана резултатът от умножението на двете матрици.

Литература

- [1] Магдалина Тодорова, Петър Армянов, Дафина Петкова, Калин Георгиев, "Сборник от задачи по програмиране на С++. Първа част. Увод в програмирането"
- [2] А. Дичев, И. Сосков, "Теория на програмите", Издателство на СУ, София, 1998
- [3] Wikihow, How to Draw Pusheen the Cat, https://www.wikihow.com/Draw-Pusheen-the-Cat