

ЗАДАЧИ ЗА ЗАДЪЛЖИТЕЛНА САМОПОДГОТОВКА

ПО

Увод в програмирането

email: kalin@fmi.uni-sofia.bg

27 октомври 2018 г.

Съдържание

1	Увод, основи и примери	3
1.1	Основни примери	3
1.2	Променливи, вход и изход, логически и аритметични операции, условен оператор	3
1.3	Цикли	4
1.4	Машины с неограничени регистри	5
2	Типове и функции	8
2.1	Прости примери за функции	8
2.2	Елементарна растерна графика	8
3	Цикли, масиви и низове	12
3.1	Цикли II	12
3.2	Цикли и низове	13

Някои от задачите по-долу са решени в сборника [1] *Магдалина Тодорова, Петър Армянов, Дафина Петкова, Калин Георгиев, "Сборник от задачи по програмиране на C++. Първа част. Увод в програмирането"*. За задачите от сборника е посочена номерацията им от сборника.

1 Увод, основи и примери

1.1 Основни примери

- 1.1. Превърнете рожденната си дата шестнадесетична, в осмична и в двоична бройни системи.
- 1.2. Как бихте кодирали вашето име само с числа? Измислете собствено представяне на символни константи чрез редици от числа и запишете името си в това представяне.

Разгледайте стандартната ASCII таблица (<http://www.asciitable.com/>) и запишете името си чрез серия от ASCII кодове.

1.2 Променливи, вход и изход, логически и аритметични операции, условен оператор

- 1.3. Задача 1.6.[1] Да се напише програма, която по зададени навършени години намира приблизително броя на дните, часовете, минутите и секундите, които е живял човек до навършване на зададените години.
- 1.4. Задача 1.7.[1] Да се напише програма, която намира лицето на триъгълник по дадени: а) дължини на страна и височина към нея; б) три страни.
- 1.5. Задача 2.7.[1] Да се напише програма, която въвежда координатите на точка от равнина и извежда на кой квадрант принадлежи тя. Да се разгледат случаите, когато точката принадлежи на някоя от координатните оси или съвпада с центъра на координатната система.
- 1.6. Задача 1.14.[1] Да се запише булев израз, който да има стойност истина, ако посоченото условие е вярно и стойност - лъжа, в противен случай:
 - а) цялото число p се дели на 4 или на 7;
 - б) уравнението $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ няма реални корени;
 - в) точка с координати (a, b) лежи във вътрешността на кръг с радиус 5 и център $(0, 1)$; г) точка с координати (a, b) лежи извън кръга с център (c, d) и радиус f ;
 - г) точка принадлежи на частта от кръга с център $(0, 0)$ и радиус 5 в трети квадрант;
 - д) точка принадлежи на венеца с център $(0, 0)$ и радиуси 5 и 10;
 - е) x принадлежи на отсечката $[0, 1]$;
 - ж) x е равно на $\max \{a, b, c\}$;

- з) x е различно от $\max \{ a, b, c \}$;
- и) поне една от булевите променливи x и y има стойност true;
- к) и двете булеви променливи x и y имат стойност true;
- л) нито едно от числата a , b и c не е положително;
- м) цифрата 7 влиза в записа на положителното трицифрено число p ;
- н) цифрите на трицифреното число m са различни;
- о) поне две от цифрите на трицифреното число m са равни помежду си;
- п) цифрите на трицифреното естествено число x образуват строго растяща или строго намаляваща редица;
- р) десетичните записи на трицифрените естествени числа x и y са симетрични;
- с) естественото число x , за което се знае, че е по-малко от 2^3 , е просто.

1.7. Задача 2.12.[1] Да се напише програма, която проверява дали дадена година е високосна.

1.3 Цикли

1.8. Задача 1.20.[1] Да се напише програма, която по въведени от клавиатурата цели числа x и k ($k \geq 1$) намира и извежда на екрана k -тата цифра на x . Броенето да е от дясно наляво.

1.9. Задача 2.40.[1] Да се напише програма, която (чрез цикъл for) намира сумата на всяко трето цяло число, започвайки от 2 и ненадминавайки n (т.е. сумата $2 + 5 + 8 + 11 + \dots$).

1.10. Задача 2.44.[1] Дадено е естествено число n ($n \geq 1$). Да се напише програма, която намира броя на тези елементи от серията числа $i^3 + 13 \times i \times n + n^3$, $i = 1, 2, \dots, n$, които са кратни на 5 или на 9.

1.11. За въведени от клавиатурата естествени числа n и k , да се провери и изпише на екрана дали n е точна степен на числото k .

Упътване: Разделете променливата n на променливата k “колкото пъти е възможно” и проверете дали n достига единица или някое друго число след края на процеса. Използвайте добре подбрано условие за for цикъл, оператора % за намиране на остатък при целочислено деление, и оператора за целочислено деление /.

1.4 Машини с неограничени регистри

Дефиницията на Машина с неограничени регистри по-долу е взаймствана от учебника [2] А. Дичев, И. Сосков, “Теория на програмите”, Издателство на СУ, София, 1998.

“Машина с неограничени регистри” (или МНР) наричаме абстрактна машина, разполагаща с неограничена памет. Паметта на машината се представя с безкрайна редица от естествени числа $m[0], m[1], \dots$, където $m[i] \in \mathcal{N}$. Елементите $m[i]$ на редицата наричаме “клетки” на паметта на машината, а числото i наричаме “адрес” на клетката $m[i]$.

МНР разполага с набор от инструкции за работа с паметта. Всяка инструкция получава един или повече параметри (операнди) и може да предизвика промяна в стойността на някоя от клетките на паметта. Инструкциите на МНР за работа с паметта са:

- 1) ZERO n : Записва стойността 0 в клетката с адрес n
- 2) INC n : Увеличава с единица стойността, записана в клетката с адрес n
- 3) MOVE $x \ y$: Присвоява на клетката с адрес y стойността на клетката с адрес x

“Програма” за МНР наричаме всяка последователност от инструкции на МНР и съответните им операнди. Всяка инструкция от програмата индексирате с поредния ѝ номер. Изпълнението на програмата започва от първата инструкция и преминава през всички инструкции последователно, освен в някои случаи, описани по-долу. Изпълнението на програмата се прекратява след изпълнението на последната ѝ инструкция. Например, след изпълнението на следната програма:

```
0: ZERO 0
1: ZERO 1
2: ZERO 2
3: INC 1
4: INC 2
5: INC 2
```

Първите три клетки на машината ще имат стойност 0, 1, 2, независимо от началните им стойности.

Освен инструкциите за работа с паметта, МНР притежават и една инструкция за промяна на последователността на изпълнение на програмата:

- 4) **JUMP x :** Изпълнението на програмата “прескача” и продължава от инструкцията с пореден номер x . Ако програмата има по-малко от $x + 1$ инструкции, изпълнението ѝ се прекратява
- 5) **JUMP x y z :** Ако съдържанията на клетките x и y съвпадат, изпълнението на програмата “прескача” и продължава от инструкцията с пореден номер z . В противен случай, програмата продължава със следващата инструкция. Ако програмата има по-малко от $z + 1$ инструкции, изпълнението ѝ се прекратява

Например, нека изпълнението на следната програма започва при стойности на клетките на паметта 10,0,0,...:

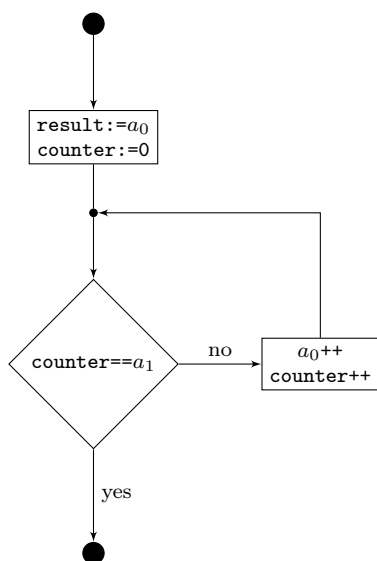
```
0: JUMP 0 1 5
1: INC 1
2: INC 2
3: INC 2
4: JUMP 0
```

След приключване на програмата, първите три клетки на машината ще имат стойности 10, 10, 20.

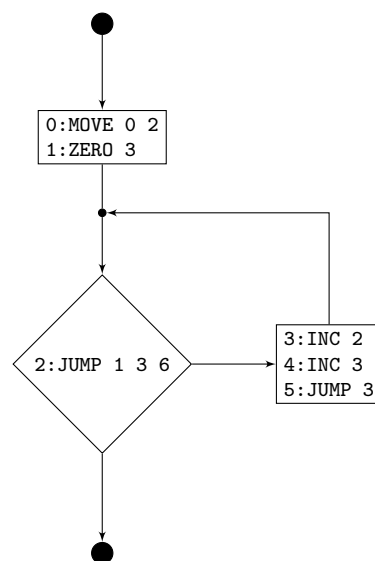
- 1.12. Нека паметта на МНР е инициализирана с редицата $m, n, 0, 0, \dots$. Да се напише програма на МНР, след изпълнението на която клетката с адрес 2 съдържа числото $m + n$.
- 1.13. Нека паметта на МНР е инициализирана с редицата $m, n, 0, 0, \dots$. Да се напише програма на МНР, след изпълнението на която клетката с адрес 2 съдържа числото $m \times n$.
- 1.14. Нека паметта на МНР е инициализирана с редицата $m, n, 0, 0, \dots$. Да се напише програма на МНР, след изпълнението на която клетката с адрес 2 съдържа числото 1 тогава и само тогава, когато $m > n$ и числото 0 във всички останали случаи.

Упътване: На Фигура 1 (а) е показана блок схема на програма, използваща само операторите `=`, `==`, `++` и `if`, която намира в променливата **result** сумата на променливите a_0 и a_1 . a_0 и a_1 считаме за дадени. Променливата **count** се инициализира с 0, а **result** - с a_0 . В цикъл се добавя по една единица към **count** и **result** дотогава, докато **count** достигне стойността на a_1 . По този начин, към **result** се добавят a_1 на брой единици, т.е. стойността ѝ се увеличава с a_1 спрямо началната ѝ стойност a_0 .

На Фигура 1 (b) е показана същата програма, като операторите от първата са заменени със съответните им инструкции на МНР. Резултатът от



(a) Програма за сумиране на числата a_0 и a_1 с използване само на операторите $=$, $==$, $++$ и if .



(b) Програма за сумиране на клетките $m[0]$ и $m[1]$ с инструкции на МНР.

Фигура 1: Блок схеми на програма за сумиране на числа

програмата се получава в клетката $m[2]$, а за брояч се ползва клетката $m[3]$. На блок схемата са дадени поредните номера на инструкциите в окончателната програмата на МНР:

```

0:MOVE 0 2
1:ZERO 3
2:JUMP 1 3 6
3:INC 2
4:INC 3
5:JUMP 3
  
```

2 Типове и функции

2.1 Прости примери за функции

- 2.15. Задача 4.12.[1] Да се напише булева функция, която проверява дали дата, зададена в следния формат: dd.mm.уууу е коректна дата от грегорианския календар.
- 2.16. Задача 4.25.[1] Да се дефинира процедура, която получава целочислен параметър n и база на бройна система $k \leq 16$. Процедурата да отпечатва на екрана представянето на числото n в системата с база k .
- 2.17. Задача 2.57.[1] Да се напише булева функция, която проверява дали сумата от цифрите на дадено като параметър положително цяло число е кратна на 3.
- 2.18. Задача 2.81.[1] Едно положително цяло число е свършено, ако е равно на сумата от своите делители (без самото число). Например, 6 е свършено, защото $6 = 1+2+3$; числото 1 не е свършено. Да се напише процедура, която намира и отпечатва на екрана всички свършени числа, ненадминаващи дадено положително цяло число в параметър n .

2.2 Елементарна растерна графика

Следните задачи да се решат с показаните на лекции графични примитиви, базирани на платформата за компютърни игри SDL2. За целта е необходимо да инсталирате SDL2 на компютъра си и да настроите средата си за програмиране така, че да свърже SDL2 с вашия проект. Информация за това можете да намерите на сайта на платформата. Задачите можете да решите с помощта на всяка друга библиотека, поддържаща примитивите за рисуване на точки и отсечки.

Примерната програма от лекции използва файла `mygraphics.h`, който можете да намерите в хранилището на курса:

```
#include "mygraphics.h"
```

`Mygraphics` “обвива” библиотеката SDL2 и дефинира следните лесни за използване макроси:

- `setColor (r,g,b)`: Дефинира цвят на рисуване с компоненти $r, g, b \in [0, 255]$. Например, белият цвят се задава с $(255, 255, 255)$, червеният с $(255, 0, 0)$ и т.н.
- `drawPixel(x,y)`: Поставя една точка на екранни кординати (x, y) .

- `drawLine (x1,y1,x2,y2)`: Рисува отсечка, свързваща точките с екранни координати (x_1, y_1) и (x_2, y_2) .
- `updateGraphics()`: Извиква се веднъж в края на програмата, за да се изобрази нарисуваното с горните примитиви.

2.19. По дадени екранни координати (x, y) на горния ляв ъгъл на квадрат, дължина на страната a на квадрата и число n :

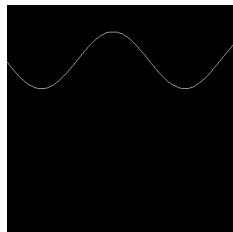
- Да се нарисува квадратна матрица от $n \times n$ квадрата със страна a/n , изпълваща дадения квадрат.
- Квадратите от горното условие да се заменят с триъгълниците, образувани от пресичането на диагоналите им.

2.20. Да се нарисуват програмно следните фигури:

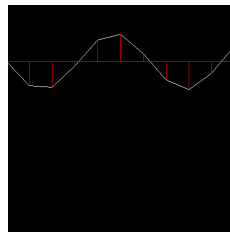
- Равностранен триъгълник
- Равностранен шестоъгълник
- Равностранен многоъгълник по дадени координати на пресечната точка на симетралите му (център), брой страни n и разстояние от центъра до върховете r . При какви стойности на n фигурата наподобява окръжност?
- Логаритмична крива
- Елипса с център дадени (x, y) и радиуси дадени r_1 и r_2

Упътване за решаване на задачите:

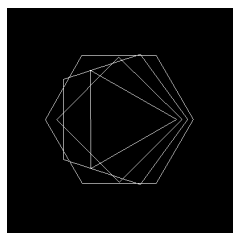
- Примерно решение на задачата за чертане на графика на функцията $y = \sin(x)$: Рисуват се отсечки между последователни точки от графиката на функцията, като всяка следваща точка се получава като увеличаваме стойността на аргумента x с числото `stepX`. Тъй като $\sin(x) \in [-1, 1]$, ако директно визуализираме точките на получените по този начин координати $(x, \sin(x))$, те ще са “сгъстени” около правата $y = 0$ и резултатът няма да е добър. Поради това, координатите на получените точки от кривата се умножават по `scaleX` и `scaleY` съответно, $(x.scaleX, \sin(x).scaleY)$, за да се “разпъне” графиката по двете оси. (Вж. Фигура 2)



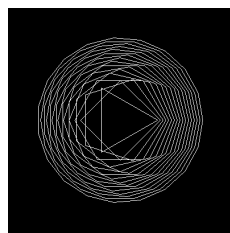
(a)Графика на $y = \sin(x)$, нарисувана с 300 отсечки



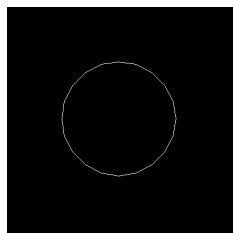
(b)Графика на $y = \sin(x)$ с 10 отсечки. Нарисувани са също отсечки между точките от графиката на функцията и абсцисата



(c)Четири многоъгълника, нарисувани един върху друг с нарастващ радиус



(d)Шестнадесет многоъгълника, нарисувани един върху друг с нарастващ радиус



(e)Многоъгълник с 20 върха, приближаващ окръжност

Фигура 2: Примерни резултати от решенията на някои задачи

```

const double //scaleX: коефициент на скалиране по X
            scaleX = 40.0,
            //y0: ордината на началната точка
            y0 = 100,
            //scaleY: коефициент на скалиране по Y
            scaleY = 50.0,
            //stepX: стъпка за нарастване на аргумента
            stepX = 0.05;
            //nsegments: брой сегменти от кривата
const int nsegments = 300;

for (int i = 0; i < nsegments; i++)
{
    double x      = scaleX*i*stepX,
           xnext  = scaleX*(i+1)*stepX,
           y      = y0+scaleY*sin(stepX*i),
           ynext  = y0+scaleY*sin(stepX*(i+1));
    drawLine (x,y,xnext,ynext);
}

```

- Примерно решение на задачата за чертане на многоъгълник: Върховете на многоъгълника получаваме, като започнем с точката с координати $(x + radius, y + radius)$ и получаваме всяка следваща точка като “завъртим” предишната около (x, y) с $2\pi/n$ радиана, където n е броят на върховете на многоъгълника. Получените по този начин точки се съединяват с отсечки. (Вж. Фигура 2)

2.21. Да се нарисува програмно котката Pusheen на Фигура 3 (вж. [3]).

2.22. (*) Следната задача илюстрира метода на трапеците (Trapezoidal rule) за приближено изчисление на определени интеграли:

Да се нарисуват програмно координатни оси на евклидова координатна система с даден център в екранните координати (x, y) . Да приемем, че в програмата е дефинирана функция `double f (double x)`, за която знаем, че е дефинирана за всяка стойност на x .

- Да се изобрази графиката на функцията спрямо нарисувана координатна система
- Да се приближи чрез трапеци с дадена дължина на основата δ фигурата, заключена между видимата графика на фигурата и абсцисата
- Да се визуализират така получените трапеци
- Да се изчисли сумата от лицата на така получените трапеци
- Да се експериментира с различни дефиниции на функцията f



Фигура 3: Pusheen the cat. Фигурата е от [3]

3 Цикли, масиви и низове

3.1 Цикли II

Където не е посочено изрично, под “редица от числа a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ” по-долу се разбира последователност от n числа, въведени от стандартния вход. Задачите да се решат *без* използването на масиви.

- 3.23. Задача 3.1. [1] Да се напише програма, която въвежда редица от n цели числа ($1 \leq n \leq 50$) и намира и извежда минималното от тях.
- 3.24. Задача 3.2. [1] Да се напише програма, която въвежда редицата от n ($1 \leq n \leq 50$) цели числа a_0, a_1, \dots, a_{n-1} и намира и извежда сумата на тези елементи на редицата, които се явяват удвоени нечетни числа.
- 3.25. Задача 3.3. [1] Да се напише програма, която намира и извежда сумата от положителните и произведението на отрицателните елементи на редицата от реални числа a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ($1 \leq n \leq 20$).
- 3.26. Задача 3.7. [1] Да се напише програма, която изяснява има ли в редицата от цели числа a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$) поне два последователни елемента с равни стойности.
- 3.27. Задача 3.8. [1] Да се напише програма, която проверява дали редицата от реални числа a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$) е монотонно растяща.

- 3.28. Задача 3.15. [1] Да се напише програма, която въвежда реланите вектори a_0, a_1, \dots, a_{n-1} и b_0, b_1, \dots, b_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$), намира скаларното им произведение и го извежда на екрана.
- 3.29. Задача 3.10. [1] Да се напише програма, която за дадена числова редица a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$) намира дължината на най-дългата ѝ ненамаляваща подредица $a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+k}$ ($a_i \leq a_{i+1} \leq \dots \leq a_{i+k}$).

3.2 Цикли и низове

Където не е посочено изрично, под “редица от символи s_0, s_1, \dots, s_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$) a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ” по-долу се разбира символен низ с дължина n , въведен от клавиатурата в масив от тип `char` [255].

- 3.30. Задача 3.11. [1] Дадена е редицата от символи s_0, s_1, \dots, s_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$). Да се напише програма, която извежда отначало всички символи, които са цифри, след това всички символи, които са малки латински букви и накрая всички останали символи от редицата, запазвайки реда им в редицата.
- 3.31. Задача 3.13. [1] Задача 3.13. Да се напише програма, която определя дали редицата от символи s_0, s_1, \dots, s_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$) е симетрична, т.е. четена отляво надясно и отдясно наляво е една и съща.
- 3.32. Да се напише функция, която по два низа намира дължината на най-дългия им общ префикс. *Префикс на низ наричаме подниз със същото начало като дадения. Пример: празният низ и низовете “a”, “ab”, и “abc” са всички възможни префикси на низа “abc”. Дължината на най-дългия общ префикс на низовете “abcde” и “abcuwz” е 3.*
- 3.33. Да се напише функция, която в даден низ замества всички малки латински букви със съответните им големи латински букви.
- 3.34. Да се напише функция `reverse(s)`, която превръща даден низ в огледалния му образ. *Например, низът “abc” ще се преобразува до “cba”.*
- 3.35. Да се напише функция, която по даден низ s , всички букви в който са латински, извършва следната манипулация над него: Ако s съдържа повече малки, отколкото големи букви, замества всички големи букви в s с малки. В останалите случаи, всички малки букви се заместват с големи.
- 3.36. Задача 3.26. "Хистограма на символите"[1] Символен низ е съставен единствено от малки латински букви. Да се напише програма, която намира и извежда на екрана броя на срещанията на всяка от буквите на низа.

- 3.37. Да се напише булева функция, която по дадени низове s_1 и s_2 проверява дали s_2 е подниз на s_1 (Например, низът "uv" е подниз на низовете "abuvс", "uvz", "zuu" и "uv", но не е подниз на низа "uvw"). Функцията да не използва вложени цикли.
- 3.38. Задача 3.28. "Търсене на функция"[1] Дадени са два символни низа с еднаква дължина s_1 и s_2 , съставени от малки латински букви. Да се напише програма, която проверява дали съществува функция $f : char \rightarrow char$, изобразяваща s_1 в s_2 , така че $f(s_1[i]) = f(s_2[i])$ и $i = 1..дължината$ на s_1 и s_2 . Упътване: За да е възможна такава функция, не трябва в s_1 да има символ, на който съответстват два или повече различни символи в s_2 . Например, низът "aba" може да бъде изобразен в низа "zwz", но не и в низа "zww".

Литература

- [1] Магдалина Тодорова, Петър Армянов, Дафина Петкова, Калин Георгиев, “Сборник от задачи по програмиране на C++. Първа част. Увод в програмирането”
- [2] А. Дичев, И. Сосков, “Теория на програмите”, Издателство на СУ, София, 1998
- [3] Wikihow, How to Draw Pusheen the Cat, <https://www.wikihow.com/Draw-Pusheen-the-Cat>