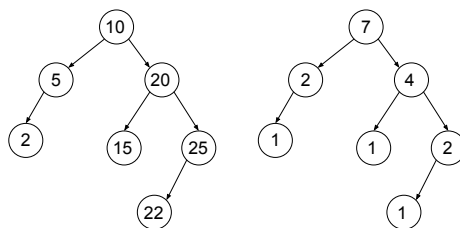


ЗАДАЧИ ЗА ЗАДЪЛЖИТЕЛНА
САМОПОДГОТОВКА
ПО
Структури от данни и програмиране
Двоични дървета 3

email: kalin@fmi.uni-sofia.bg

8 ноември 2017 г.

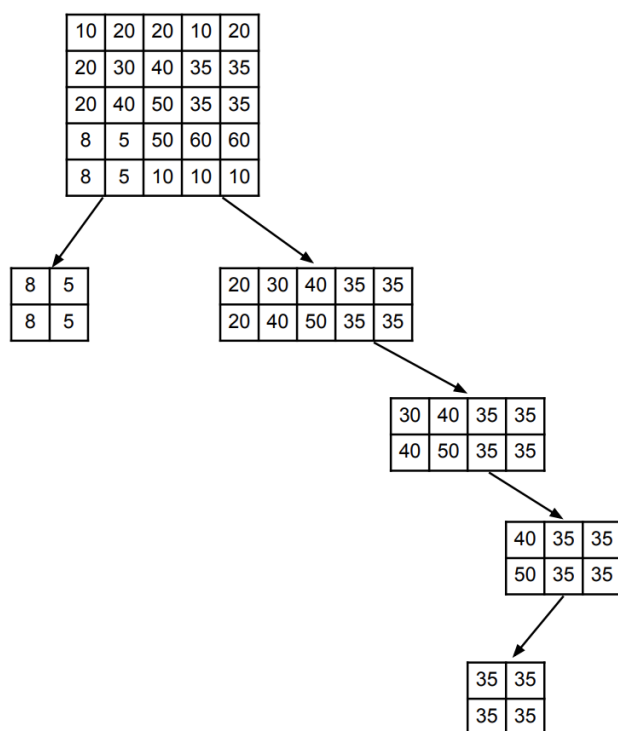
1. Дадено е двоично дърво. Да се напише функция, проверяваща дали има поне две различни нива от дървото, чиито множества от елементи съвпадат.
2. Да се реализира метод `bool BTree<T>::isBOT()`, който проверява дали двоичното дърво е наредено.



Фигура 1. Примерно дърво и същото дърво, стойностите на чиито възли са заместени с размера на съответното им поддърво.

3. Стойността на всеки възел V в дадено двоично дърво от числа да се замени с броя на всички елементи на поддървото, на което V е корен. Вж. фигура 1. При операцията всеки от възлите да бъде посетен най-много веднъж.
4. Нека е дадена матрица от цели числа $A_{M \times N}$ с елементи $(a_{i,j})$. “Лява” подматрица на A наричаме такава подматрица $A'_{M' \times N'}$ на A ,

всеки елемент на която е по-малък от $a_{0,0}$. “Дясна” подматрица на A наричаме такава подматрица $A'_{M' \times N'}$ на A , всеки елемент на която е по-голям от $a_{0,0}$.



Фигура 2. Наредено дърво от матрици.

По матрицата A да се построи двоично дърво T със следните свойства:

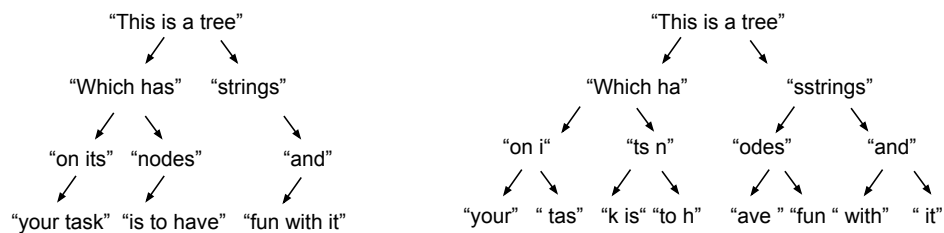
- Коренът на T съдържа матрицата A .
- Нека v е произволен възел от дървото T , съдържащ матрица X . Ако X има поне една лява подматрица с размер поне 2×2 , то левият наследник на X съдържа най-голямата (по брой елементи) лява подматрица на X . Ако има повече от една лява подматрица с максимален брой елементи, то левият наследник на v е произволна една от тях. Ако X няма лява подматрица с размер поне 2×2 , то v няма ляв наследник.

- Аналогичното свойство за десния наследник на v и най-голямата дясна подматрица (подматрици) на X .

На фигура 2 е изобразено едно такова дърво.

- Да се избере подходящо представяне на матрици и на двоично дърво с матрици по върховете.
- Да се дефинира функция за построяване на дърво по горното правило по дадена матрица за корена му.
- Да се отпечата дървото чрез Graphviz. Повече информация за отпечатване на матрици като елемент на дървото може да се намери в документацията на Graphviz.

- Дадено е дърво с низове по върховете. Дървото да се балансира по следния начин:



Фигура 3. Примерно дърво от низове преди и след балансирането.

- Резултатното дърво има същия брой нива като изходното.
- Всяко k -то ниво на резултатното дърво да съдържа точно 2^k елемента (считаме, че коренът е на ниво 0).
- Нека s_k е низът, получен при конкатенацията на всички низове на ниво k на изходното дърво, обхождани от ляво надясно. Нека дължината на низа е n_k символа. i -тият пореден елемент на нивото k в резултатното дърво да съдържа i -тата поредна последователност от $\lceil n_k/2^k \rceil$ на брой символи на s_k , освен най-десния, който съдържа последните “останали” символи от s_k .

На фигура 3 са илюстрирани примерно изходно дърво и резултатът от балансирането му по горното правило. Всички елементи на ниво 1, освен последния, съдържат по $8 = \lceil 16/2 \rceil$ символа. Всички елементи на ниво 2, освен последния, съдържат по $4 = \lceil 14/4 \rceil$ символа и т.н.

Упътване: предварително намерете вектора $(s_0, s_1, \dots, s_{h-1})$ и го използвайте за балансирането.