# Дървета

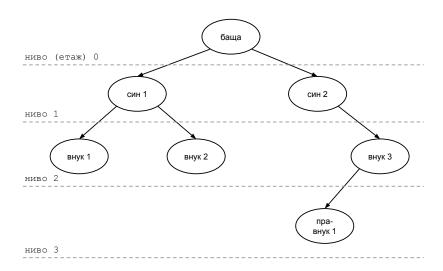
Калин Георгиев

18 август 2016 г.

Интуиция. Йерархична структура от данни



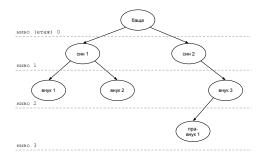
## Фамилно дърво



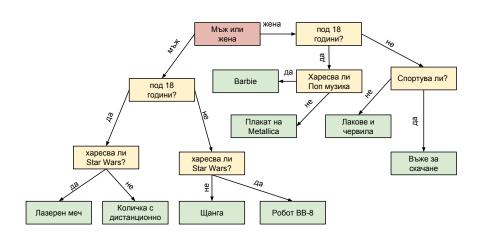


### Фамилно дърво

- родител, наследник
- корен
- листо
- път
- ниво



### **Decision Tree**



Формална дефиниция и абстракция



## Дефиниции

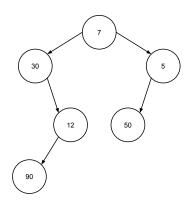
• Свързан неориентиран граф без цикли

#### Индуктивна дефиниция

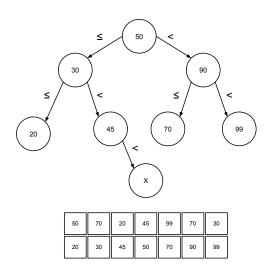
- Фиксираме елемент ()  $\notin D$  и го наричаме "празно дърво"
- Празното дърво е дърво
- Ако  $L_T$  и  $R_T$  са дървета, а x е елемент  $(x \in D)$ , то тройката (структурата)  $T = (x, L_T, R_T)$  наричаме двоично дърво T с корен x, ляво поддърво  $L_T$  и дясно поддърво  $R_T$ .



## Дърво с числа

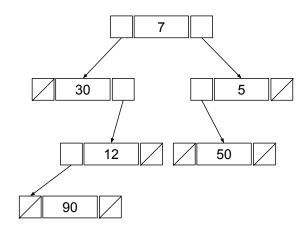


# Двоично наредено дърво



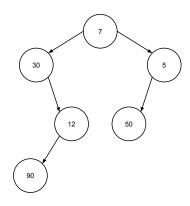
Представяне

# "Тройна кутия"

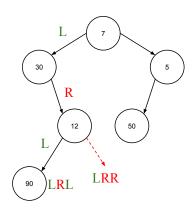


Операции

# Добавяне на елемент

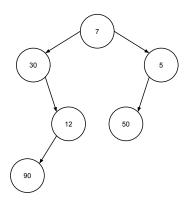


# Следа. Добавяне и намиране на елемент



Рекурсивни операции

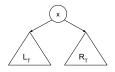
# Търсене на елемент



### Проверка за принадлежност

• Среща ли се елементът y сред елементите на дървото T?

- Празното дърво е дърво
- lacktriangle Aко  $L_T$  и  $R_T$  са дървета, а x е елемент  $(x \in D)$ , то au ройката (структурата)  $T = (x, L_T, R_T)$  наричаме двоично дърво T с  $\kappa$  с  $\kappa$  орен x, ляво поддърво  $L_T$  и дясно поддърво  $R_T$ .



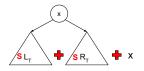
#### bool member (int y, T):

- ullet Ако дървото е празно, то y не е елемент на дървото. return false
- Ако  $T=(x,L_T,R_T)$  е непразно, то y е елемент на T, ако y==x или y е елемент на  $L_T$  или y е елемент на  $R_T$ .
- return y==root(t) || member (y, LT) || member (y,RT)

## Сума не елементите

• Каква е сумата на елементите на дървото?

- Празното дърво е дърво
- lacktriangle Aко  $L_T$  и  $R_T$  са дървета, а x е елемент  $(x \in D)$ , то au ройката  $(c\tau p y \kappa \tau y p a au a)$   $T = (x, L_T, R_T)$  наричаме двоично дърво T с  $\kappa o p e h$  x, ляво поддърво  $L_T$  и дясно поддърво  $R_T$ .



#### int sum (T):

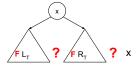
- Ако дървото е празно, то сумата на елементите е 0. return 0
- Ако  $T=(x,L_T,R_T)$  е непразно, то сумата на елементите е сбора на сумата на елементите на  $L_T$ , на сумата на елементите на  $R_T$  и на числото x.
- return root(t) + sum (LT) + sum (RT)

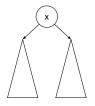


# Други прости рекурсивни операции

- Най-голям елемент в дървото
- Брой на елементитите в дървото
- Височина на дървото
- Брой на листата в дървото

- Празното дърво е дърво
- lackbox Ако  $L_T$  и  $R_T$  са дървета, а x е елемент ( $x\in D$ ), то  $\mathit{тройката}$  (структурата)  $T=(x,L_T,R_T)$  наричаме двоично дърво T с  $\mathit{корен}\ x$ , ляво поддърво  $L_T$  и дясно поддърво  $R_T$ .



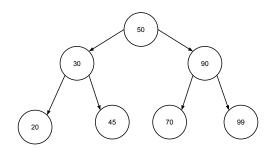


Сериализация

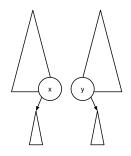
Двоични наредени дървета

Операции с двоични наредени дървета

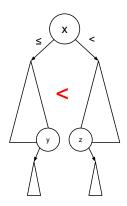
### Вмъкване



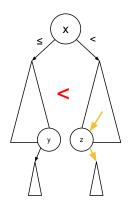
## Намиране на най-голям и най-малък елемент



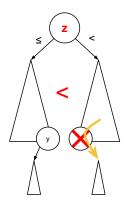
# Изтриване



# Изтриване



# Изтриване



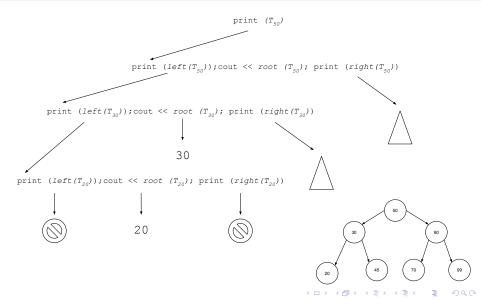
Обхождане с рекурсия VS. обхождане чрез стек

#### Отпечатване

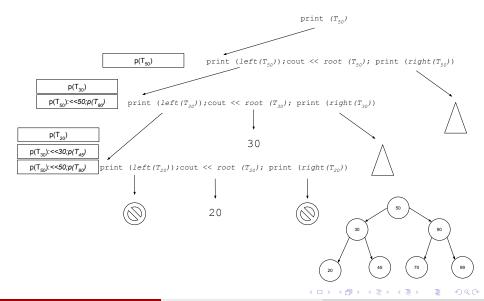
• Отпечатване с рекурсия

```
void print (t){
  if (empty (t))
    return;
  print (left (t));
  cout << root (t);
  print (right (t));
}</pre>
```

### Прецес на отпечатване



## Прецес на отпечатване



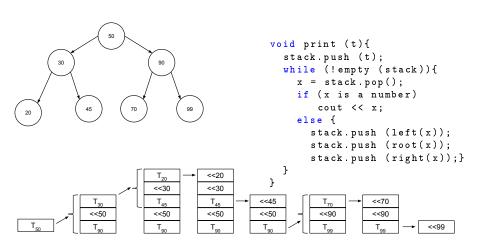
## Отпечатване чрез стек

• Отпечатване с рекурсия

```
void print (t){
   if (empty (t))
     return;
   print (left (t));
   cout << root (t);
   print (right (t));
}</pre>
```

```
void print (t){
    stack.push (t);
    while (!empty (stack)){
        x = stack.pop();
        if (x is a number)
            cout << x;
        else {
            stack.push (left(x));
            stack.push (root(x));
            stack.push (right(x));
        }
}</pre>
```

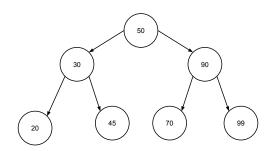
### Отпечатване чрез стек



Обхождане с с опашка



# Обхождане с опашка



Въпроси?

