LYCEE D'EXCELLENCE BILLES
CLASSE 1ère S1 **ANNEE SCOLAIRE 2021 - 2022**

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES N°1 - NOVEMBRE 2021
DUREE 03 HEURES

EXERCICE 1 **(06 Pts)**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\sqrt{3x^2-5x+2}=-x+4$

b) $|2x^2+5x-3|\leq x+3$

c) $\sqrt{x^2+5x-6}\geq x+6$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes :

1. $\begin{cases} x+y=\frac{1}{2} \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=-1 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ xy=-2 \end{cases}$

EXERCICE 2 **(04 Pts)**

Déterminer les réels a, b et c de telle sorte que le polynôme
$P(x) = x^5 - 2x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx + c$ soit factorisable par $Q(x) = (x^2 - 1)(x - 3)$. En déduire la factorisation de P(x).

EXERCICE 3 **(10 Pts)**

1°)On considère le polynôme g (x) = $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + a$
Déterminer les nombres réels a, b, c, d sachant que les divisions euclidiennes de g(x) par x-1, x+1 , x -2 et x+2 donnent respectivement pour restes : 0, 20, -1 et 99.

2°) Soit le polynôme $P(x) = x^4-5x^3+8x^2-5x+1$

a) Vérifier que pour tout x ≠0, $P\left(\frac{1}{X}\right)=\frac{1}{X^4}$P(x)

b) En déduire que si α est une racine de P, alors α est non nul et $\frac{1}{\alpha}$ est aussi une racine de P.

c) Déterminer une racine évidente de P(x) puis résoudre l'équation P(x) = 0

3) Un polynôme P de degré n est dit « réciproque » lorsque :

Pour tout réel x ≠0, $P\left(\frac{1}{X}\right)=\frac{1}{X^n}$P(x)

a) Vérifier que $P(x) = x^4-5x^3+8x^2-5x+1$ est un polynôme réciproque de degré 4

b) En utilisant le changement de variable $t=x+\frac{1}{x}$ résoudre l'équation P(x) = 0 et retrouver les résultats de la question 2°)-c).

4) –a)A partir de la définition d'un polynôme réciproque donnée à la question 3), trouver la forme générale des polynômes réciproques de degré 5.

b) Soit f(x) est un polynôme réciproque de degré 5

c) Montrer que –1 est une racine de f(x).

d) Montrer qu'alors chercher les autres racines de f(x) revient à chercher les racines d'un polynôme réciproque de degré 4.

Bonne inspiration !