LYCEE D'EXCELLENCE BILLES
CLASSE 1ère S1 **ANNEE SCOLAIRE 2020 - 2021**

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N°2 - DECEMBRE 2020
DUREE 02 HEURES

Exercice 1 (08 Pts)

On considère le polynôme $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a$

1) Déterminer les nombres réels a, b et c sachant que les divisions euclidiennes de P(x) par x-2, x-1 et x+1 donnent respectivement pour restes 0, 18, et -18.
2) Soit le polynôme $P(x) = -10x^4 + 9x^3 + 20x^2 + 9x - 10$
3) Déduire de 1) une racine évidente de P(x).
4) a) Montrer que si α est une racine de P(x), alors α est non nul et $\frac{1}{\alpha}$ est aussi une racine de P(x).
   b) En déduire une deuxième racine de P(x)
5) Résoudre dans IR l'équation P(x) = 0
6) En utilisant le changement de variable $X = x + \frac{1}{x}$, montrer qu'on peut retrouver les résultats de la question 5).

Exercice 2 (06 Pts)

1) Résoudre dans IR^3 par la méthode du pivot de Gauss le système : $\begin{cases} 4x + 2y + z = 5 \\ 9x + 3y + z = 1 \\ -x - y - z = -1 \end{cases}$
2) En déduire un polynôme P(x) de degré 2 tel que la division euclidienne par x-2, x-3 et x-1 donne respectivement comme restes 5, 1 et 1.
3) Résoudre dans IR^3 le système : $\begin{cases} -x + 2y + z = 3 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ -4x - 6y + 2z = -2 \end{cases}$

Exercice 3 (06 Pts)

1) Résoudre dans IR^2 le système $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^3 + y^3 = 7 \end{cases}$
2) Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes

   a) $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = x^2 + 3x - 7$ (Poser $X = x^2 + 3x - 1$
   b) $\sqrt{x^2 - x - 1} \leq x + 5$
   c) $\sqrt{2x^2 - x} \geq 2x - 3$

Bonne inspiration !