LYCEE D'EXCELLENCE BILLES
CLASSE 1ère S1 **ANNEE SCOLAIRE 2020 - 2021**

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N°5 - FEVRIER 2021
DUREE 02 HEURES

Exercice 1 (04 Pts)

[AB] et [CD] sont deux cordes perpendiculaires d'un cercle ζ et I leur point d'intersection. On pose E le milieu de [AD].

1. Justifier que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)[2\pi]$.
2. Montrer que $\left(\overrightarrow{EI},\overrightarrow{ED}\right)\equiv 2\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)[2\pi]$.
3. Montrer que les droites (EI) et (BC) sont perpendiculaires.

Exercice 2 (08 Pts)

NB : Les questions 1), 2) et 3) suivantes sont indépendantes

1) On pose : $A=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{2\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\ldots+\cos^2\frac{7\pi}{8}$.

a) Comparer $\cos\frac{7\pi}{8}$ et $\cos\frac{\pi}{8}$, puis $\cos\frac{6\pi}{8}$ et $\cos\frac{2\pi}{8}$, enfin $\cos\frac{5\pi}{8}$ et $\cos\frac{3\pi}{8}$.

En déduire une écriture simplifiée de A.

b) Comparer $\cos\frac{3\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{8}$, **c)** Montrer alors que $A=3$.

2) Montrer que $\cos^4 x=\frac{1}{8}(\cos 4x+4\cos 2x+3)$. En déduire $\cos^4\frac{\pi}{8}$.

3) Résoudre dans I les équations et inéquations suivantes :

a) $\cos 3x=\frac{1}{2}$, I=IR ; **b)** $\cos 3x=\sin x$; $I=\left]-\pi;\pi\right]$; **c)** $2\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x=2$, $I=[0;2\pi[$

d) $\cos 2x\leq\frac{1}{2}$, I=IR ; **e)** $\sin 2x\leq\frac{\sqrt{3}}{2}$, $I=[0;2\pi[$

Exercice 3 (08 Pts)

Une urne contient 3 boules blanches ; n boules noires, n étant un entier naturel supérieur à 2.

1. On tire simultanément 2 boules de l'urne. Déterminer, en fonction de n, le nombre de tirages :
   a) Possibles.
   b) Contenant deux boules de même couleur.
   c) Contenant deux boules de couleurs différentes.
   d) Contenant deux boules blanches.
2. On suppose désormais que n = 4 ; on procède alors à un tirage successif de 2 boules avec remise. Déterminer le nombre de tirages :
   a) Possibles.
   b) Contenant deux boules de couleurs différentes.
   c) Contenant deux boules de même couleur.
   d) Contenant deux boules noires.

Bonne inspiration !