Série : Barycentre

Barycentre de deux points

Exercice 1

Traduire chacun des énoncés ci-dessous par une égalité vectorielle.

a. G est barycentre de {(A , –2), (B , 1)} ;
b. F est barycentre de {(D , 3 (C , 1)} ;
c. A est barycentre de {(B , – 3), (B , 5)} ;
d. I est isobarycentre des points A et B.

Exercice 2

1. Traduire chaque égalité vectorielle en langage de barycentre.

a. $3\,\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} = \vec{O}$; b. $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = \vec{O}$;
c. $7\overrightarrow{EG} - 5\overrightarrow{EC} = \vec{O}$; d. $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HF} = \vec{O}$.

Exercice 3

Dans chacun des cas ci-dessous écrire A comme barycentre de B et C affectés de coefficients à préciser.

a. $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{O}$; b. $\overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{BC}$;
c. $\overrightarrow{CA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{CB}$; d. $\overrightarrow{CB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 4

Dans chacun des cas ci-dessous construire le barycentre G des points pondérés (A, a), (B, b).

a. AB = 4 cm, a = 3 et b = – 1.
b. AB = 6 cm, a = 2 et b = 3.
c. AB = 7,5 cm, a = – 4 et b = 1.
d. AB = 5 cm, a = –3 et b = – 1.
e. AB = 7 cm, a = –10 et b = – 10.
f. AB = 6 cm, a = $\frac{1}{4}$ et b = 1.

Exercice 5

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M et N sont tels que :

$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ **(1)** et $\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{DN} = \vec{0}$ **(2)**.

1. Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ en utilisant **(1)**. Placer M.
2. Trouver les réels α et β pour que M soit barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β).
3. Exprimer $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$ en utilisant **(2)**. Placer N.
4. Trouver les réels α ' et β ' pour que N soit barycentre des points pondérés (C, α ') et (D, β ').
5. Justifier que le quadrilatère NCMA est un parallélogramme et que O est le milieu de [MN].
2. Déterminer puis construire l'ensemble (D)

Exercice 6

Soit A et B deux points tels que AB = 4 cm.

1. Déterminer puis construire l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que :
$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 6$.
2. Déterminer puis construire l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que :
$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = \|-\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\|$.

Exercice 7

Soit E et F deux points tels que EF = 5,4 cm.

1. Déterminer puis construire l'ensemble (C) des points M du plan tels que :
$\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = 7$.
2. Déterminer puis construire l'ensemble (D) des points M du plan tels que :
$\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB}\|$.

Exercice 8

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 8 cm et BA = 5 cm. Soit I le milieu de [BC].

1. Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BA}$ et montrer que F est le barycentre des points A et B pondérés par
des réels que l'on déterminera.
2. P étant un point du plan, réduire (en justifiant) chacune des sommes suivantes :

$$\frac{1}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$$
$$-\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB}$$
$$2\overrightarrow{PB} - 2\overrightarrow{PA}$$

3. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :
$$\left\|\frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}\right\| = \|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\|.$$
4. Déterminer et représenter l'ensemble des points N du plan vérifiant :
$$\|\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}\| = \|2\overrightarrow{NB} - 2\overrightarrow{NA}\|.$$

Exercice 9

Soit ABC un triangle tels que AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 4,5 cm.

1. Déterminer puis construire l'ensemble (C) des points M du plan tels que :
$\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = BC$.

Exercice 14

Soit ABC un triangle et I le milieu de [BC]. Soit G des points M du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MC}\|.$$

3. Déterminer puis construire l'ensemble (Δ) des points M tels que les vecteurs $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}$ soient colinéaires.

Barycentre de trois points

Exercice 10

Soit ABC un triangle tels que $AB = 5$ cm, $AC = 6$ cm et $BC = 4{,}5$ cm.

Construire :

1. G barycentre des points pondérés (A , 1), (B , 2) et (C , 3).
2. H barycentre des points pondérés (A , –2), (B ,1) et (C , 2).
3. K barycentre des points pondérés (A ,–2), (B ,1) et (C , – 3).
4. O isobarycentre des points A, B et C.

Exercice 11

Soit ABCD un parallélogramme.

1. Définir A comme barycentre des points B, C et D affectés de coefficients à préciser.
2. Soit G le barycentre des points (A ,1), (B , 1) et (D , 2).

a. Ecrire le vecteur $\overrightarrow{CG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

b. Ecrire plus simplement le vecteur $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Exercice 12

Soit A, B, C et D quatre points.

Pour tout point M du plan déterminer une écriture simplifiée de chacune des sommes vectorielles ci-dessous.

1. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$;
2. $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$;
3. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$;
4. $-\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$.

Exercice 13

Soit un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4$ cm et $AC = 6$ cm.

1. Placer le point G tel que : $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
   Calculer AG.
2. Démontrer que G est le barycentre de A, B, C affectés de coefficients que l'on précisera.
3. déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $\|-\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 10$.
Montrer que (E) passe par C et A.

le barycentre de (A, −1), (B, 2) et (C, 2).

1. Montrer que G appartient à la droite (AI).
2. Soit H le symétrique de A par rapport à B.
Montrer que C, G et H sont alignés

Exercice 15

Soit ABC un triangle. On considère I le barycentre de (A , 2) et (C , 1) ; J le barycentre de (A ; 1) et (B ; 2) et K le barycentre de (C , 1) et (B , – 4).

1. Montrer que B est le barycentre de (K , 3) et (C , 1).
2. En déduire le barycentre de (A , 2), (K , 3) et (C , 1).
3. Montrer que J est le milieu de [IK].

Exercice 16

Dans un triangle ABC on définit I le barycentre de (B, 2), (C, 1), J le barycentre de (A , 3), (C , 2) et K le barycentre de (A , 3) et (B , 4).

1. Faire une figure.
2. En considérant G le barycentre de (A, 3), (B, 4) et (C, 2), montrer que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont concourantes en G.

Exercice 17

Soit ABC un triangle et I, J et K les points définis par : I est le milieu de [AB] ; $\overrightarrow{JC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JA}$; $\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{BC}$.

1. Déterminer les coefficients pour lesquels I est le barycentre de (A, a), (B, b), J celui de (A , a'), (C , c) et K celui de (B , b'), (C , c').
2. Démontrer que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes en un point à préciser.

Exercice 18

1. Construire un triangle ABC tel que $AC = 12$ cm, $BA = 10$ cm et $CB = 8$ cm puis placer le barycentre G de (A, 1), (B, 2) et (C, 1).
2. Déterminer et représenter l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que :
$\|\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = AC$.
3. Soit (E_2) l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\|$.

a) Montrer que B appartient à (E_2).

b) Déterminer et représenter l'ensemble (E_2).

4. Déterminer et représenter l'ensemble (E_3) des points M du plan tels que :
$\|\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$.