

**DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N°5 - FEVRIER 2022**  
**DUREE : 02 HEURES**

**EXERCICE 1 (04 Pts)**

- 1) a) Déterminer la mesure principale d'un angle orienté dont  $\frac{49\pi}{3}$  est une mesure.  
b) En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{49\pi}{3}$  et  $\sin \frac{49\pi}{3}$  puis représenter cet angle sur le cercle trigonométrique.
- 2) a) Déterminer la mesure principale d'un angle orienté dont  $\frac{-55\pi}{6}$  est une mesure.  
b) En déduire les valeurs exactes de  $\cos(\frac{-55\pi}{6})$  et  $\sin(\frac{-55\pi}{6})$  puis représenter cet angle sur le cercle trigonométrique.

**EXERCICE 2 (04 Pts)**

1. Démontrer que  $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$
2. Montrer que pour tout réel  $x$  :  
$$\cos^2(x + \frac{\pi}{4}) - \cos^2(3x + \frac{\pi}{3}) = \sin(4x + \frac{7\pi}{12})\sin(2x + \frac{\pi}{12}).$$

**EXERCICE 3 (08 Pts)**

- 1-) Démontrer que pour tout réel  $x$  :
- a-)  $\cos^4 x = \frac{1}{8}\cos 4x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{3}{8}$  ;    b-)  $\sin^4 x = \frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{3}{8}$  .
- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  : a)  $3\cos x - \sqrt{3}\sin x + \sqrt{6} = 0$  ,    b)  $4\sin^2 2x - 4\sqrt{3}\sin 2x + 3 = 0$
- 3) Résoudre dans  $D$  les inéquations suivantes :
- a)  $(2\cos x - \sqrt{3})(2\sin x - 1) \leq 0$  ,  $D = ]-\pi; \pi]$  ;
- b)  $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x \geq 0$  ,  $D = [0; 2\pi[$  ;

**EXERCICE 4 : (04 Pts)**

$ABC$  est un triangle,  $(C)$  le cercle circonscrit à ce triangle et  $M$  un point du plan. Soient  $E$ ,  $F$  et  $G$  les projetés orthogonaux respectifs du point  $M$  sur les droites  $(AB)$ ,  $(AC)$  et  $(BC)$ . Démontrer que les points  $E$ ,  $F$  et  $G$  sont alignés si et seulement si

$M$  appartient au cercle  $(C)$ . La droite passant par les points  $E$ ,  $F$  et  $G$  est appelée droite de Simson du triangle  $ABC$  relativement à  $M$ .

*Bonne Chance !*