LYCEE D'EXCELLENCE BILLES **ANNEE SCOLAIRE 2021 - 2022**
CLASSE TS2 **M. FAYE**

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N°5 - FEVRIER 2022
DUREE 02 HEURE

EXERCICE 1 (08 points)

Soit $P(z) = z^3 + 9iz^2 - (22-12i)z - 36 - 12i$

1) Montrer que $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0 puis achever la résolution de l'équation.

Soit z_1 la solution réelle et z_2 l'autre solution.

2) On pose $Z = \dfrac{1+i(\sqrt{3}-3) - z_0}{z_2 - 1 + 5i}$
   a) Montrer que $Z = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$
   b) Donner la forme trigonométrique et algébrique de Z puis en déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ *et* $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$

PROBLEME (12 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x} + \dfrac{x^2-1}{2x}$ et Cf sa courbe représentative dans le plan muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2cm).

1) Calculer les limites de *f(x)* aux bornes de son domaine de définition D_f.
2) Soit *u* la fonction définie par $u(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$
   a) Etudier le sens de variation de *u* sur son domaine de définition D_u.
   b) En déduire le signe de *u*(*x*) pour tout *x* de D_u.
3) Montrer que la dérivée *f '* de *f* a pour expression $f'(x) = \dfrac{x^2+3-2\ln x}{2x^2}$

1) Dresser le tableau de variation de f.
2) Montrer que Cf admet une asymptote oblique (Δ) dont on donnera une équation**.** Etudier la position relative de Cf et (Δ).
3) Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique x_0 comprise entre 3 et 4. Donner une valeur approchée de x_0 à 0,1 près.
4) Montrer que Cf et (Δ) se coupent en un point A dont on donnera les coordonnées.
5) Tracer Cf et (Δ) sur le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Au travail !