

SERIE D'EXERCICES DE MATHEMATIQUES N°3 - JANVIER 2022
APPLICATIONS

EXERCICE 1

Parmi les fonctions suivantes, préciser celles qui sont des **applications** (justifier les réponses):

1) $f : [0 ; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ 2) $h : [0 ; 2] \rightarrow \mathbb{R}$ 3) $k :]-\infty ; 3[\rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x},$ $x \mapsto \frac{x+1}{x-2}$ $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{3-x}}$

EXERCICE 2

2) Soit f la correspondance définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 - 1}}{1 - \sqrt{x^2 - 1}}$

- a) f est-elle une application ?
b) Déterminer le plus grand ensemble D telle que $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ soit une application.
b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = y$ où y est paramètre réel.

L'application $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ est-elle injective ? Surjective ?

- c) Déterminer deux parties E et F de \mathbb{R} les plus grands possibles pour que l'application

$g : E \rightarrow F$ soit bijective.
 $x \mapsto g(x) = f(x)$

Définir alors g^{-1}

EXERCICE 3

On considère l'application $f : \mathbb{R} \setminus \{3/2\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x-1}{2x-3}$$

- a) f est-elle une application bijective ?
b) Montrer que f est bijection de $\mathbb{R} \setminus \{3/2\}$ vers un ensemble B qu'on précisera. Déterminer h^{-1}

EXERCICE 4

On considère les applications f et g définies par

$$f : \mathbb{R} \rightarrow]-\infty, -1[$$
$$x \mapsto f(x) = x - \sqrt{x^2 + 2x + 2}$$

$$g :]-\infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$$

et

$$x \mapsto g(x) = \frac{x^2}{2x+2}$$

- 1) Montrer que f et g sont bijectives ?
5) Déterminer la réciproque f^{-1} de f .
b) A-t-on $f^{-1} = g$?