



Mathématiques

Devoir de vacances

Classe de 2^{nde} SA - SB

Décembre 2022

Exercice 1

1) Ecrire les expressions suivantes à l'aide des puissances entières de nombres premiers.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{25^2 \times 3^4}{15^3} & \text{b) } B &= \frac{(-6)^5 \times 9^{-3}}{-2^3 \times 3^4} \\ \text{c) } C &= \frac{28^7 \times 63^{-4} \times 98^5}{81^2 \times (-42)^5} & \text{d) } D &= \left(\left(\frac{-2}{3} \right)^2 \right)^6 \times \left(\frac{3^{-2}}{5} \right)^3 \\ \text{e) } E &= \frac{10^2 \times 3^2}{8 \times 5^2} \div \sqrt{\frac{2^5 \times 3^9}{6}} & \text{e) } F &= \frac{(0,6)^2 \times 12^5 \times 54^3}{9^2 \times 5^3 \times (0,8)^3 \times (0,4)^4} \end{aligned}$$

2) Ecrire G sous la forme $a^m \times b^n \times c^p$ où $m, n, p \in \mathbb{Z}$:

$$G = \frac{(a^3 \times b)^{-2} \times a^8 \times (b^3 \times c^5)^2 \times ac}{(a^3 c^{-2})^3 b^7}$$

Exercice 2

Exprimer les réels suivants sans radical ou sans valeur absolue :

$$\begin{aligned} A &= |\pi - \sqrt{2}| ; B = |2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}| ; C = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} ; \\ D &= \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + 4|5 - \sqrt{3}|. \end{aligned}$$

Exercice 3

Simplifier les écritures des nombres réels suivants :

$$A = \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2} - \sqrt{2(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2} ;$$

Exercice 4

- 1) Calcule le réel $(2 - \sqrt{6})^2$
- 2) Soit le réel $x = \sqrt{\sqrt{6} - 2\sqrt{-1} + \sqrt{6}} - \sqrt{\sqrt{6} + 2\sqrt{-1} + \sqrt{6}}$.
- a) Déterminer le signe de x.
- b) Calculer x^2 . En déduire l'écriture simplifiée de x.

Exercice 5

Soit n un entier naturel.

- 1) Montrer que : $\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.
- 2) En déduire un calcul simple de :
- $$1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}.$$

Exercice 6

Sur une droite (Δ) , munie d'un repère (O, I) placer les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives :

$$2 ; -3 ; \sqrt{2} ; 3 + \sqrt{2} \text{ et } 1 - \sqrt{2}.$$

- 1) Calculer les distances AB, AC, CD, IC et IE.
- 2) Déterminer les points M de la droite (Δ) tels que $AM = 5$.

Exercice 7

Soit (D) une droite graduée, A et B deux points de (D) d'abscisses respectives 2 et -3.

Déterminer l'ensemble des points M de (D) tels que :

- a) $d(A, M) = d(B, M)$;
- b) $d(A, M) \leq 3$;
- c) $d(B, M) > 4$. $\frac{1}{2}$

Exercice 8

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et les inéquations suivantes :

- a) $|2x - 4| = \sqrt{3} - 1$ b) $|\sqrt{3}x - \frac{1}{2}| = x$
- c) $x - 1 = |2x - 1|$ d) $|\frac{3}{2}x - 5| = |-x + \frac{2}{3}|$
- e) $|x + 1| \leq \frac{1}{2}$ f) $|x + 1| > \frac{1}{2}$
- g) $2 \leq |2x + 5|$ h) $2 \leq |2x + 5|$
- i) $3|2 - x| + 2|5 - x| = 7$ j) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2x + 3$

Exercice 9

Soit A, B et C trois points non alignés. On définit les points M, N et P par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CA} \text{ et } \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CB}.$$

- 1) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{MP} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 2) En déduire que les points M, N et P sont alignés et que N est le milieu de [MP].
- 3) Construire les points Q et R tels que $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CR} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CB}$.
- 4) Démontrer que les droites (MN) et (QR) sont parallèles.

Exercice 10

Soit ABC un triangle tels que $AB = 4$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 4,5$ cm.

- 1) Déterminer puis construire l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 3$.
- 2) Déterminer puis construire l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MC}\|$.
- 3) Déterminer puis construire l'ensemble (E_3) des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\|$.
- 4) Déterminer puis construire l'ensemble (E_4) des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$.