LYCEE D'EXCELLENCE BILLES
CLASSE 1ère S1 ANNEE SCOLAIRE 2020 - 2021

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N°4 - JANVIER 2021
DUREE 02 HEURES

Exercice 1 (07 Pts)

On considère la correspondance f : IR → IR

$$x \mapsto f(x) = x + \sqrt{x^2 - x}$$

1) f est-elle une application ? Justifier votre réponse
2) Soit g la restriction de f dans $[1, +\infty[$.
   a) Justifier que g est une application.
   b) g est-elle injective, surjective, bijective ?
3) Soit h l'application définie par h : $[1, +\infty[\to [1, +\infty[$

$$x \mapsto h(x) = x + \sqrt{x^2 - x}$$

   a) Montrer que h est bijective
   b) Déterminer sa bijection réciproque

Exercice 2 (08 Pts)

NB : Les questions 1) et 2) suivantes sont indépendantes

1) Soit ABC un triangle équilatéral de côté *m*, I est le barycentre de (B, 4) et (A, 1) et J le barycentre de (C, 2) et (A, 3) .
   a) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AC}$ en fonction de *m*.
   b) Prouver que les droites (IJ) et (AC) sont perpendiculaires.
   c) Soit *a*, *b*, *c* trois réels. On désigne par K le barycentre de (A, *a*) et (B, *b*) et par L celui de (A, *a* + *b* — *c*) et (C, *c*) .
   Montrer que les droites (KL) et (AC) sont orthogonales si et seulement si *b* = 2*c* .
2) Soit ABC un triangle isocèle tel que: AB =AC = 5 et BC = 6 .
   a) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 7$
   b) Soit G le barycentre de { (A , 2) (B , 3) (C , 3) } . Construire G et montrer que AG = 3.
   c) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tel que $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{AM} = -10$
   d) Déterminer et construire l'ensemble (F) des points M du plan tel que $2MA^2 - 3MB^2 = 141$

Exercice 3 (05 Pts)

Soit ABC un triangle direct non aplati.

1) Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \pi[2\pi]$
2) Les angles $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \; et \; (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$ ont respectivement comme mesures en radians $\frac{-59\pi}{6}$ et $\frac{25\pi}{3}$
   Déterminer la mesure principale de chacun de ces deux angles puis construire le triangle ABC.

Bonne inspiration !