

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N°6 - AVRIL 2022
DURÉE 02 HEURE

EXERCICE 1 (08 points)

Bintou et Lamine font partie d'une classe de 07 garçons et 11 filles.

Cette classe doit choisir quatre de ses élèves pour constituer un groupe de travail.

1°) Dénombrer les choix possibles pour constituer ce groupe de travail.

2°) Dénombrer les groupes de travail :

a) Contenant Bintou et Lamine ;

b) Contenant Bintou ou Lamine .

c) Contenant deux filles et deux garçons ;

d) contenant au moins un garçon.

3°) Les groupes de travail sont désormais dotés de bureaux formés chacun d'un Président, d'un Trésorier, d'un Secrétaire et d'un Animateur. Dénombrer les groupes de travail :

a) Ou` Bintou est Présidente et Lamine est membre ;

b) Contenant Bintou et Lamine ;

c) Contenant au moins un garçon.

PROBLEME (12 points)

A) – On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1+x)(1+e^{1-x})$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2cm

1°) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 1 - xe^{1-x}$.

Déduire des variations de g le signe de $g(x)$ sur \mathbb{R}

2°) a) Etudier les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

b) Etudier la nature de chaque branche infinie de (C) .

c) Etudier les variations de f , et montrer que f admet une application réciproque f^{-1} , définie sur \mathbb{R} . f^{-1} est-elle dérivable en 4 ?

d) Etudier la position de (C) par rapport à sa tangente au point d'abscisse 1.

e) Construire dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) les courbes (C) et (C') ; (C') étant la courbe représentative de f^{-1} , ainsi que les droites Δ et Δ' d'équation respectives $y = x + 1$ et $y = x - 1$

B) 1) Montrer que l'on a $f(x) = x$ et seulement si : $x < -1$ et $\ln(-1-x) - x + 1 = 0$

2) Etudier la fonction $h :]-\infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \ln(-1-x) - x + 1$$

En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet une solution réelle unique α .

Bon travail !