LYCEE D'EXCELLENCE BILLES
CLASSE 1ère S1 **ANNEE SCOLAIRE 2021 - 2022**

COMPOSITION DE MATHEMATIQUES 1er SEMESTRE - MARS 2022
DUREE 04 HEURES

Exercice 1 (05 Pts)

Les questions 1), 2) et 3) suivantes sont indépendantes.

1) Déterminer le domaine de définition Df de la fonction f définie par ;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{E(x)-1} & si\ x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x^2-2x}}{|x-1|-2} & si\ x > 1 \end{cases}$$ ou E(x) désigne la partie entière de x

2) Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 1$
   a) Soient α et β deux nombres réels et g la fonction définie par :
      $g(X) = f(\alpha + X) + \beta$. Exprimer $g(X)$ en fonction de X.
   b) Déterminer les réels α et β pour que g soit impaire.
   c) En déduire que la courbe Cf admet un centre de symétrie à préciser
3) Soit f la fonction définie par $f(x) = cos^2 3x + sin^2 2x$
   a) Linéariser $cos^2 3x$ et $sin^2 2x$
   b) En déduire que f est périodique et déterminer sa période.

Exercice 2 (05 Pts)

Les questions 1), 2), 3) et 4) suivantes sont indépendantes.

1) Déterminer les mesures principales des angles de mesures $\frac{65\Pi}{6}$ et $\frac{77\Pi}{3}$ puis représenter ces angles sur le cercle trigonométrique.

2) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \frac{-\Pi}{6}[2\Pi]$

3) a) Calculer $(\cos^2 x + \sin^2 x)^3$ de deux façons .
   b) Détermine l'expression de $\sin^2 2x$ en fonction de cos4x.
   c) En déduire que $\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8}\cos 4x$.

4) Résoudre dans I les inéquations suivantes

a) $\boldsymbol{cos2x} \leq -\frac{1}{2}$, I=IR ; **b)** $\boldsymbol{sin2x} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$, $I = [0; 2\pi[$

Exercice 3 **(05 Pts)**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1+\sqrt{x^2-1}}{1-\sqrt{x^2-1}}$

a) Déterminer son ensemble de définition D.

b) Résoudre dans IR l'équation $f(x) = y$ où y est paramètre réel.

L'application $f : D \to IR$ est – elle injective ? Surjective ?

c) Déterminer deux parties E et F de IR les plus grands possibles pour que l'application

$$\begin{array}{l} g : E \to F \\ x \to g(x) = f(x) \end{array}$$ soit bijective.

Définir alors g^{-1}

Exercice 4 **(05 Pts)**

On considère l'équation (E) : sin3x = - sin2x

1°)-a) Résoudre cette équation dans IR, puis dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$

b) Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

2°)-a) Démontrer que sin3x = sinx ($4\cos^2 x$ – 1).

-b) En déduire que l'équation (E) est équivalente à : sinx ($4\cos^2 x$ + 2cosx -1) = 0.

-c) Parmi les solutions trouvées pour (E) , lesquelles sont aussi solutions de l'équation $4\cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0$?

3°)-a) On pose X = cosx. Résoudre $4X^2 + 2X - 1 = 0$

-b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{2\pi}{5}$ *et* $\cos\frac{4\pi}{5}$

Bonne inspiration !