

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N°3 - JANVIER 2021
DURÉE : 02 HEURES

EXERCICE 1 (06 Pts)

Soit le polynôme $P(x) = -10x^4 + 9x^3 + 20x^2 + 9x - 10$

1) Calculer $P(2)$.

2) a) Montrer que si α est une racine de $P(x)$, alors α est non nul et $\frac{1}{\alpha}$ est aussi une racine de $P(x)$.

b) En déduire une deuxième racine de $P(x)$ puis mettre $P(x)$ sous forme d'un produit de trois ou quatre facteurs.

3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$

4) Déduire de la question 3), les solutions de l'équation :

$$-10(2x-1)^4 + 9(2x-1)^3 + 20(2x-1)^2 + 9(2x-1) - 10 = 0$$

5) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) \geq 0$

EXERCICE 2 (07 Pts)

1) Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions f et g suivantes.

Résoudre dans \mathbb{R} les équations irrationnelles suivantes :

$$f(x) = \sqrt{-2x^3 + 3x^2 - x}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{-2x^2+3x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{-2x-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

2) On considère les fonctions h et k définies par : $h(x) = \frac{-2x+1}{x-2}$ et $k(x) = \sqrt{-x+1}$

a) Déterminer les domaines de définition des fonctions h , k et $h \circ k$

b) Exprimer $h \circ k(x)$ en fonction de x .

c) Montrer que le point $A(2, -2)$ est centre de symétrie de C_h , courbe représentative de la fonction h .

EXERCICE 3 : (07 Pts)

1) On considère la fonction f définie par $f(x) = -x^2$

Construire sa courbe dans un repère orthonormé du plan.

2) Déterminer graphiquement $f([-1,1])$ et $f^{-1}([-1,0])$

3) On considère la fonction g définie par $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

a) Déterminer deux nombres réels a et b tels que $g(x) = f(x-a) + b$

b) En déduire la transformation permettant de construire C_g à partir de C_f puis construire C_g .

c) Soit h la fonction définie par $h(x) = |g(x)|$. Construire dans le même repère la courbe C_h .

Bonne Chance !