FORMULAIRE :Géométrie dans l'espace : Droites- Plans -Sphère

Notions	Définition/Propriétés
Sphère	• Sphère de centre I et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tel que IM = r • Equation réduite de la sphère de centre $I(x_0, y_0, z_0)$ et rayon r dans l'espace muni d'un repère orthonormal : $(x - x_0)^2+(y - y_0)^2+(z - z_0)^2 = r^2$ • Equation cartésienne d'une sphère dans l'espace muni d'un repère orthonormal est de la forme : $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$
Positions relatives d'une sphère et d'un plan	L'intersection d'un plan (P) et d'une sphère de centre I et de rayon r est : • un cercle si $d(I,(P)) < r$; • un point si $d(I,(P)) = r$; • l'ensemble vide si $d(I,(P)) > r$
Plan médiateur	• Le plan médiateur du segment [AB] est le plan orthogonal à [AB] passant par le milieu de [AB]. • L'ensemble des points M tels que MA = MB est le plan médiateur du segment [AB].
Surface de niveaux	Dans l'espace soit A et B deux points. L'ensemble des points M tels que : • $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = k$ (k réel) est un plan perpendiculaire à H à (AB) tel que $\overline{AH} = \frac{k}{AB}$; • $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$ est le pan passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{AB}$; • $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$ est soit l'ensemble vide, soit une sphère de centre le milieu de [AB] ; • $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est la sphère de diamètre [AB] ; • $\frac{MA}{MB} = k$, $(k > 0, \neq 1)$ est la sphère de diamètre [IJ], où I et J sont barycentres respectifs des systèmes {(A,1), (B, k)} et {(A,1), (B, -k)} ; • $MA^2 - MB^2 = k$, est un plan orthogonal à (AB). ($MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} - AB^2$) ; • $aMA^2 + bMB^2 = k$; a, b réels $a+b \neq 0$ est soit l'ensemble vide, soit une sphère de centre G barycentre du système {(A,a), (B, b)}, soit le singleton {G}.
Positions relatives de deux droites	Soit les droites (D)(A, $\vec{u}$) et (D')(A', $\overrightarrow{u'}$). Les droites (D) et (D') sont : • parallèles si $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont colinéaires ; • sécantes si les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont coplanaires ($[\overrightarrow{AA'}, \vec{u}, \overrightarrow{u'}] = 0$) ; • non coplanaires si les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ ne sont pas coplanaires. • orthogonales si $\vec{u}$ et et $\overrightarrow{u'}$ sont orthogonaux.
Positions relative d'une droite et d'un plan	• si une droite (D) est parallèle à une droite (D') d'un plan alors elle est parallèle à ce plan. • Si une droite (D) est parallèle à un plan (P) alors il existe au moins une droite (D') de ce plan parallèle à cette droite. • Une droite (D) et un plan (P) sont parallèles si et seulement si tout vecteur directeur de (D) est un vecteur de ce plan. • On dit qu'une droite et un plan (P) sont orthogonaux si (D) est orthogonale à toutes les droites de ce plan. • Une droite (D) et un plan (P) sont orthogonaux si et seulement si, (D) est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan. • Une droite (D) et un plan (P) sont orthogonaux si et seulement si tout vecteur directeur de (D) est un vecteur normal du plan (P).
Positions relatives de deux plans	Soit (P) un plan passant par A et vecteur normal $\vec{n}$, (P') un plan passant par B et vecteur normal $\overrightarrow{n'}$. Les plans (P) et (P') sont : • parallèles si et seulement si $\vec{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ sont colinéaires ; • sécants si et seulement si $\vec{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas sont colinéaires ; • orthogonaux si et seulement si $\vec{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ sont orthogonaux. **NB : L'intersection de deux plans sécants est une droite.**