**Devoir de mathématiques N°1/ TS1/ Durée 3h 02 novembre 2022**

**Exercice 1 (4,25 points)**

Soit les suites () et () définie sur IN\* par :

= et = .

1. a. Montrer que pour tous entiers naturels n et k tels que 1k n on a : . **(0,75 pt)**

b. En déduire que n. **(1 pt)**

c. Déterminer la limite de la suite (). **(0,75 pt)**

1. a. Démontrer que pour tout entier naturel n on a : . **(1 pt)**

b. En déduire que la suite () est convergente et préciser sa limite. **(0,75 pt)**

**Exercice 2  (5  points)**

Soit (un) la suite définie par uo = 3 et un+1 = , pour tout entier naturel.

1. a. Dans la plan muni d’un repère orthornormal O,) d’unité 2 cm, tracer la courbe de la fonction f définie sur [0 ;+ telle que un+1 = f(un) ; puis représenter graphiquement les 4 premiers termes de la suite (un) et conjecturer sur le sens de variation et la limite de cette suite. **(1,75 pt)**

2. Démontrer que pour tout entier naturel n, un . **( 1 pt)**

3. Etudier le sens de variation de la suite (un). **(1 pt)**

4. Montrer que la suite (un) est convergente puis déterminer sa limite. **(0,5 pt+0,75 pt)**

**Exercice 3  (3,75 points)** (Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes)

1. Déterminer la forme algébrique chacun des nombres complexes ci-dessous :
2. 1+3 **(0,75 pt)** ; b. **(0,5 pt)**; c. - ; **(1 pt)**
3. Soit les nombres complexes = et = ; n étant un entier naturel.
4. Montrer que est un nombre réel. **(0,75 pt)**
5. Montrer que est un nombre imaginaire pur. **(0,75 pt)**

**Exercice 4  (2,5 points)**

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul

1+2i+3+ …+ = **(1 pt)**

1. En déduire que pour tout entier naturel k non nul :

13+ …+ = et 24+ … + = . **(0,75pt)**

**Exercice 5 (4,5 points)**

Soit z un nombre complexe différent de – 2 – i .On pose ; z .

Dans le plan complexe muni du repère orthonormal direct (O,, soit le point M(z) telle que z = x+iy, x, y réels.

1. Ecrire z’ sous forme algébrique. **(1 pt)**

2. Déterminer l’ensemble (E1) des points M(z), tels que  z’ soit un réel. **(1,25 pt)**

3. Déterminer l’ensemble (E2) des points M(z), tels que  z’ soit un imaginaire pur. **(1 pt)**

4. Soit les points A, B et C d’affixes respectives -1+2i, -2-i et 5.

a. Déterminer l’affixe de point G du centre de gravité du triangle ABC. **(0,5 pt)**

b. Déterminer l’affixe du point E symétrique de B par rapport à l’axe des réels. **(0,75 pt)**