**Devoir de mathématiques N°3/ TS1/ Durée 4h 16 décembre 2022**

**Exercice 1 ( 4 points)**

1. a. Ecrire sous forme exponentielle. (**0,75 pt)**

b. En déduire cos et sin . (**0,75 pt)**

1. Ecrire 1cos isin sous forme exponentielle, **. (1 pt)**
2. Ecrire sous forme algébrique. (**0,5 pt)**
3. Soit z un nombre complexe et u un nombre complexe de module 1 tels que u1.

Démontrer que est réel.  **(1 pt)**

**Exercice 2  (4,25  points)**

Dans le plan complexe muni du repère orthonormal direct (O, d’unité 2 cm, soit les points A, B, C et D d’affixes respectives =1 ; = 1+; = 1+et = 2. On désigne par (C ) le cercle de centre A et de rayon 1.

1. Montrer que B appartient à (C ). (**0,5 pt)**

2. Déterminer (. Placer le point B. (**0,5 pt+ 0,25 pt)**

3. a. Déterminer la forme exponentielle de de et celle de . (**0,5 pt x2)**

b. En déduire que les points A, B et C sont alignés. Placer le point C. (**0,5 pt+ 0,25 pt)**

4. Soit z un nombre complexe tel que z et z1. Pose z’ = 1+.

On considère les points M(z) et M’(z’).

a. Donner une interprétation géométriquement d’un argument de . (**0,5 pt)**

b. En déduire que les points A, M et M’ sont alignés si et seulement si, est un réel. (**0,75 pt)**

**Problème (11,75  points)**

**Partie A (3,5  points)**

Soit g la fonction définie par g(x) = -x3 +3x-6.

1. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation. **(1 pt + 0,5 pt)**
2. Montrer que l’équation g(x) = 0 admet une solution unique (**0,75 pt)**
3. Montrer que puis déterminer une valeur approchée de à 10-1 près. **(0,25pt+0,5 pt)**
4. Déterminer le signe de g(x) pour tout x de l’ensemble de définition de g. **( 0,5 pt)**

**Partie B** **(8,25  points)**

Soit f la fonction définie par f(x) = .

1. Etudier la dérivabilité de f. (**0,5 pt)**

2. Calculer f ’(x) pour tout x de l’ensemble de dérivabilité de f. Montrer que f ’(x)= . (**0,5 pt+25pt)**

3. Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation. **(0,5 pt + 0,75 pt)**

4. Soit (Cf) la courbe représentative de f dans un plan muni du repère orthonormal (O, ).

1. Montrer que la droite (D) d’équation y = x est asymptote à (Cf). (**0,5 pt)**
2. Préciser les autres branches infinies de (Cf). (**0,5 pt)**
3. Étudier la position relative de (Cf) par rapport à (D). (**0,75 pt)**
4. Construire (Cf) (**1, 5 pt)**

4. Soit h la restriction de f à l’intervalle ]; + [.

1. Montrer que h est une bijection de ]; + [ sur un intervalle J à déterminer. (**0,5 pt)**
2. Etudier la dérivabilité de . (**0,75 pt)**
3. Calculer h(2) et . **(0,25 pt + 0,5 pt)**
4. Construire (C’) la courbe représentative de h-1dans le plan muni du repère (O, ). (**0,5 pt)**