МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«Дальневосточный федеральный университет»**
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

**Департамент математического и компьютерного моделирования**

# ОТЧЁТ

к лабораторной работе №4 по дисциплине
«Математическое и копмьютерное моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»


Выполнил студент гр.
Б9121-01.03.02сп
Держапольский Ю.В. ________
*(Ф.И.О.)* *(подпись)*

Профессор д.ф.-м. н.
Пермяков М. С. ________
*(Ф.И.О.)* *(подпись)*


« 24 » мая 2024 г.

**г. Владивосток**

**2024**

# Содержание

# 1. Введение

## 2. Математическая модель

Мы изучаем перемещение тела по по вращающемуся диску. Примем за тело материальную точку с массой $m$, а угловую скорость диска – $\Omega$. Трением будем пренебрегать.

Поскольку система является неинерциальной, то на тело действует сила инерции:

$$\overrightarrow{F_i} = m\frac{d\overrightarrow{V}}{dt},$$

где $\overrightarrow{V}$ – вектор скорости.

Во вращающейся системе отсчёта наблюдателю кажется, что тела движутся по изогнутой траектории. Такой эффект называется эффектом Кориолиса. Сила Кориолиса равна:

$$\overrightarrow{F_k} = m\frac{d\overrightarrow{V}}{dt},$$

но в общем случае сила Кориолиса $\overrightarrow{F_k} \perp \overrightarrow{V}$ и равна:

$$\overrightarrow{F_k} = -2m\left[\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{V}\right].$$

Приравнивая формулы имеем:

$$m\frac{d\overrightarrow{V}}{dt} = -2m\left[\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{V}\right].$$

Преобразовывая, мы получаем систему линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega\dot{y}, \\ \ddot{y} = -2\Omega\dot{x}. \end{cases}$$

Уравнения второго порядка, значит нужно 2 начальных условия для каждого – положение и скорость:

$$\begin{cases} x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = x_1, \\ y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = y_1. \end{cases}$$

# 3. Анализ модели

Найдём первый интеграл системы.

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega\dot{y}, \\ \ddot{y} = -2\Omega\dot{x}. \end{cases} \Rightarrow \frac{\ddot{x}}{\ddot{y}} = -\frac{\dot{y}}{\dot{x}} \Rightarrow \dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} = 0.$$

Интегрируя, получаем:

$$\frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{\dot{y}^2}{2} = const.$$

Это сумма проекций кинетической энергии системы. Поскольку наша система замкнутая, то и закон сохранения энергии является справедливым. Это и подтверждает данное соотношение.

# 4. Вычислительные эксперименты

## 4.1. Алгоритм

Для реализации моделей сделаем замену переменных $\beta(t) = \dot{\alpha}(t)$, и получим систему дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{\beta} + w^2 \sin\alpha = 0, \\ \beta = \dot{\alpha}, \\ \beta(0) = \alpha_1, \quad \alpha(0) = \alpha_0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\beta} = -w^2 \sin\alpha, \\ \dot{\alpha} = \beta, \\ \beta(0) = \alpha_1, \quad \alpha(0) = \alpha_0. \end{cases}$$

Для системы данного вида можно применять различные численные методы. Уравнения с дополнительными силами аналогично приводятся к такому виду.

Для компьютерного вычисления будем использовать метод Рунге-Кутты, с помощью которого получим численное решение системы дифференциальных уравнений с заданными параметрами. После чего построим их решения и фазовые плоскости.

## 4.2. Программа

Для расчётов и визуализации был использован язык Python с библиотеками numpy и matplotlib.

## 4.3. Результаты

# 5. Заключение