МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)

Департамент математического и компьютерного моделирования

ОТЧЁТ

к лабораторной работе №1 по дисциплине
«Математическое и копмьютерное моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент гр.
Б9121-01.03.02сп
Держапольский Ю.В. ________
(Ф.И.О.) *(подпись)*

asd ________
(Ф.И.О.) *(подпись)*

« 30 » марта 2024 г.

г. Владивосток

2024

Содержание

1. Введение

В этой лабораторной работе мы будем пытаться решать диффуры, генерировать псевдо-случайные числа и не умирать.

2. Построение математической модели

Главной характеристикой любого нагревателя является температура. При включении нагревателя температура со временем растёт. Значит нужно найти зависимость температуры от времени: $T(t)$, где $[T] = $ К, $[t] = $ сек.

Во время процесса нагревания изменяется количество теплоты тела на ΔQ (Дж). Его можно выразить формулой:

$$\Delta Q = cm\Delta T,$$

где c – удельная теплоёмкость тела $\left(\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}\right)$, m – масса тела (кг), ΔT - изменение температуры.

С другой стороны, поскольку наш нагревательный прибор работает от электричества, можно выразить количество теплоты иначе:

$$\Delta Q = P\Delta t,$$

где P – мощность (Вт), Δt – изменение времени.

Предположим, что окружающая температура постоянная и равна T_0, и поэтому будет происходить охлаждение, в зависимости от площади и общей конструкции нагревателя. Добавим слагаемое: $-kS(T - T_0)\Delta t$, где S – площадь (м^2), k - коэффициент, который зависит от конструкции.

Также будем учитывать тепловое излучение, которое происходит в результате нагревания, используя закон Стефана–Больцмана: $-\sigma S(T^4 - T_0^4)\Delta t$, где $\sigma \approx 5.68 \cdot 10^{-8} \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}^4}$ – постоянная Стефана–Больцмана.

В итоге получаем:

$$cm\Delta T = P\Delta t - kS(T - T_0)\Delta t - \sigma S(T^4 - T_0^4)\Delta t.$$

Делим обе части на $cm\Delta t$ и совершаем предельный переход при $\Delta t \to 0$:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P - kS(T - T_0) - \sigma S(T^4 - T_0^4)}{cm}$$

Получили дифференциальное уравнение, которое описывает поведение температуры нагревателя.

2.1. Модель с терморегулятором

В реальном мире целесообразно ограничить максимальную температуру. Для этого введём функцию «переключатель», которая по достижении максимальной температуры T_{max} отключит нагреватель, и после чего по достижении температуры включения T_{min} снова включит его.

$$H(T, T_{max}, T_{min}) = \begin{cases} 0, T > T_{max}, \\ 1, T < T_{min}. \end{cases}$$

Добавляя в уравнение:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P \cdot H(T, T_{max}, T_{min}) - kS(T - T_0) - \sigma S(T^4 - T_0^4)}{cm}$$

3. Анализ модели

Исследуем дифференциальное уравнение на устойчивость.

$$\frac{dT}{dt} = 0 \implies P - kS(T - T_0) - \sigma S(T^4 - T_0^4) = 0$$

4. Заключение

В этой лабораторной работе мы решили ещё пожить после решения диффуров, и генерерации псевдо-случайных числел.