

Контрольная работа по решению уравнений и систем уравнений

Держапольский Юрий Витальевич

Группа Б9121-01.03.02сп

Задание 1

Выписать формулу метода Ньютона для поиска корня нелинейного уравнения. Начальное приближение к корню определить графически. Оценить априорно число итераций, необходимое для достижения точности $\varepsilon = 0.00001$:

$$e^x - 2x - 2 = 0$$

Решение

Формула метода Ньютона: $\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} = x - \frac{e^x - 2x - 2}{e^x - 2}$

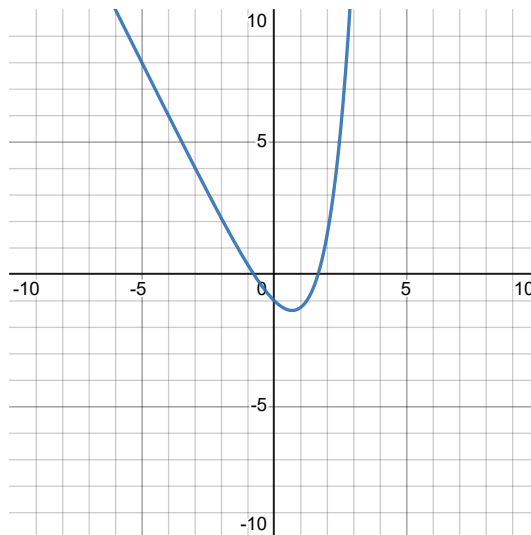


Рис. 1: График функции

Возьмём для поиска положительный корень $x^* \approx 1.678437 \dots$ и начальное приближение $x_0 = 2$. Оценим число итераций.

Используем оценку $|x_n - x^*| \leq \left| \frac{\varphi''(x^*)}{2} (x_{n-1} - x^*)^2 \right|$. Последовательно применяя оценку, получим: $|x_n - x^*| \leq \left| \left(\frac{\varphi''(x^*)}{2} \right)^{2^n - 1} (x_0 - x^*)^{2^n} \right| \leq 10^{-5}$.

Откуда можно найти $n \geq 3.1$. Значит что 4-мя итерациями мы найдём корень с точностью до $\varepsilon = 10^{-5}$.