Держапольский Юрий Витальевич

1. Найти сумму ряда. $\sum\limits_{1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{x^n}$

2. Найти сумму ряда. $\sum\limits_{0}^{\infty}(n^{2}+2n-1)x^{n+1}$

3. Разложить в ряд Тейлора в точке 0 $f(x) = \ln(1+x-12x^2)$

4. Исследовать на равномерную сходимость параметризованное семейство функций f(x,y) на множестве X при $y \to y_0$. $f(x,y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}, \quad X = (0;4), \quad y \to 0$

5. Вычислить с помощью дифференцирования по параметру собственный интеграл.

 $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \arctan\left(a\sqrt{1-\mathsf{tg}^2\,x}\right) dx$

6. Применяя интегрирование под знаком интеграла, вычислить. $\int\limits_0^1 \cos \left(\ln \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{x^b - x^a}{\ln x} \, dx$

7. Найти область сходимости несобственного интеграла
$$\int\limits_{0}^{\infty}x^{3}e^{-px^{2}}\,dx$$

$$\int_{0}^{\pi/2} \frac{\cos^2 2x - e^{-4x^2}}{x^a \lg x} \, dx$$

$$\int_{1}^{\infty} \frac{\cos x}{(2x - \cos \ln x)^a} \, dx$$

10. Исследовать на равномерную сходимость интегралы на множестве E.

$$\int_{0}^{\infty} \frac{x \, dx}{1 + (x - a)^4} \, dx \quad E = (-\infty; b), b > 0$$

11. Исследовать на равномерную сходимость интегралы на множестве E.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(ae^x) \, dx \quad E = (0, 1)$$

12. Доказать равенство
$$\lim_{a \to +0} \int_{0}^{\infty} e^{-ax} \sin x \, dx = 1$$
