Лабораторная работа №1 по дисциплине «Дифференциальные уравненеия»

Держапольский Юрий Витальевич

6 марта 2023 г.

Содержание

1 Введение

Вееление здесь

2 Задание 1: Вычислить неорпеделённый интеграл

2.1 Постановка задачи

Найти следующий интеграл с подробным описанием всех действий:

$$\int \sin \sqrt[3]{t+1}\ dt$$

2.2 Решение

$$\int \sin \sqrt[3]{t+1}\ dt = \circledast \left| \begin{array}{l} \sqrt[3]{t+1} = x \\ t = x^3 - 1 \\ dt = 3x^2 dx \end{array} \right| \circledast = \int 3x^2 \sin x\ dx =$$

$$= -3 \int x^2\ d(\cos x) =$$

$$= -3 \left(x^2 \cos x - \int \cos x\ d\left(x^2\right) \right) =$$

$$= -3x^2 \cos x + 6 \left(\int x \cos x\ dx \right) =$$

$$= -3x^2 \cos x + 6 \left(\int x\ d(\sin x) \right) =$$

$$= -3x^2 \cos x + 6 \left(x \sin x - \int \sin x\ dx \right) =$$

$$= -3x^2 \cos x + 6x \sin x + 6 \cos x + C =$$

$$= 6\sqrt[3]{t+1} \sin \sqrt[3]{t+1} + 3 \left(2 - (t+1)^{\frac{2}{3}} \right) \cos \sqrt[3]{t+1} + C$$

Ответ:

$$\int \sin \sqrt[3]{t+1}\, dt = 6\sqrt[3]{t+1} \sin \sqrt[3]{t+1} + 3 \left(2 - (t+1)^{\frac{2}{3}} \right) \cos \sqrt[3]{t+1} + C$$

3 Задание 2: Численно вычислить интеграл

3.1 Постановка задачи

Четыремя методами численно вычислить следующий интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. Реализацию решения проводить на языке «Go»:

$$\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t^2+1}\,dt$$

3.2 Решение

Точное значение: $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t^2+1}\,dt \approx -0.643767$

1. Метод левых прямоугольников

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{k=0}^{n-1} f\left(x_k\right)\cdot\Delta x, \quad x_k \in [a,b],\ \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

Найденное значение:

$$\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t^2+1}\,dt \approx$$

Код программы:

```
asdasdasd
```

2. Метод правых прямоугольников

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{k=1}^{n} f\left(x_k\right) \cdot \Delta x, \quad x_k \in [a,b],\ \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

Найденное значение:

$$\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t^2+1}\,dt \approx$$

Код программы:

```
asdasdasd
```

3. Метод центральных прямоугольников

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{x_k + x_{k+1}}{2}\right) \cdot \Delta x, \quad x_k \in [a,b],\ \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

Найденное значение:

$$\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t^2+1}\,dt \approx$$

Код программы:

```
asdasdasd
```

4. Метод трапеций

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f\left(x_k\right) + f\left(x_{k+1}\right)}{2} \cdot \Delta x, \quad x_k \in [a,b],\ \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

Найденное значение:

$$\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t^2+1}\,dt \approx$$

Код программы:

```
asdasdasd
```

4 Задание 3: Решить уравнения

4.1 Постановка задачи

Для следующих дифференциальных уравнений определить тип и найти общее решение с помощью программ компьютерной математики:

1. $r' = -\dfrac{5\theta + 3r + 2}{3\theta - 11r - 6}$

2. $\dfrac{1 - \dot{u}}{1 + \dot{u}} \operatorname{tg}(t - u - 1) = 2t + 2u + 8$

3. $\dot{y} = \dfrac{1}{t \cdot \cos y + \sin 2y}$

4. $t\dot{u} - u^2 = 2u + 1$

4.2 Решение

1. $r' = -\dfrac{5\theta + 3r + 2}{3\theta - 11r - 6}$

   Тип уравнения: Обычное дифференциальное уравнение 1 порядка

   Общее решение: $r(\theta) = \dfrac{3(\theta - 2)}{11} \pm \dfrac{i\sqrt{C - 2(\frac{5\theta^2}{2} + 2\theta) - \frac{9}{11}(\theta - 2)^2}}{\sqrt{11}}$

2. $\dfrac{1 - \dot{u}}{1 + \dot{u}} \operatorname{tg}(t - u - 1) = 2t + 2u + 8$

   Тип уравнения: Обычное дифференциальное уравнение 1 порядка (?)

   Общее решение:

3. $\dot{y} = \dfrac{1}{t \cdot \cos y + \sin 2y}$

Тип уравнения: Обычное дифференциальное уравнение 1 порядка

Общее решение: $y(t) = \pm \arcsin\left(\frac{1}{2}\left(\mp 2W\left(e^{-\frac{t}{2}-1}C\right) \pm t \pm 2\right)\right)$

4. $t\dot{u} - u^2 = 2u + 1$

   Тип уравнения: Уравнение с разделяющимися переменными.
   Общее решение: $u = -\dfrac{\ln(t) + 1 + C}{\ln(t) + C}$

5 Заключение

aslhdakjshdkjsadasdsd