In[2190]:=

```
(*Лабораторная работа 3
 Вариант 8
 Самута Даниил
 Гр. 221703*)

(*Задание 1*)

(*n=6*)
Clear[f];
очистить
```

$$f[x\_] = ⅇ^{2*x-\frac{2*x^2}{7}} * \text{ArcTan}\left[\frac{3*x^5}{14} + \frac{5}{6}\right] \text{(*зададим функцию согласно варианту*)}$$

арктангенс

Out[2191]=

$$ⅇ^{2\,x-\frac{2\,x^2}{7}}\ \text{ArcTan}\left[\frac{5}{6}+\frac{3\,x^5}{14}\right]$$

In[2192]:=

$$a = 0;\ b = 6;\ n = 6;\ h = \frac{b-a}{n};$$

In[2193]:=

```
data = N[Table[{a + i * h, f[a + i * h]}, {i, 0, n}]]
       ·· таблица значений
 (*посчитаем значения функции на отрезке [0,n], разделя отрезок на равные части]*)
```

Out[2193]=

```
{{0., 0.694738}, {1., 4.4902}, {2., 25.0988},
 {3., 47.849}, {4., 48.2917}, {5., 27.3243}, {6., 8.71884}}
```

In[2194]:=

```
Buff[x_] = 1;
 L[x_] = 0;
```

In[2196]:=

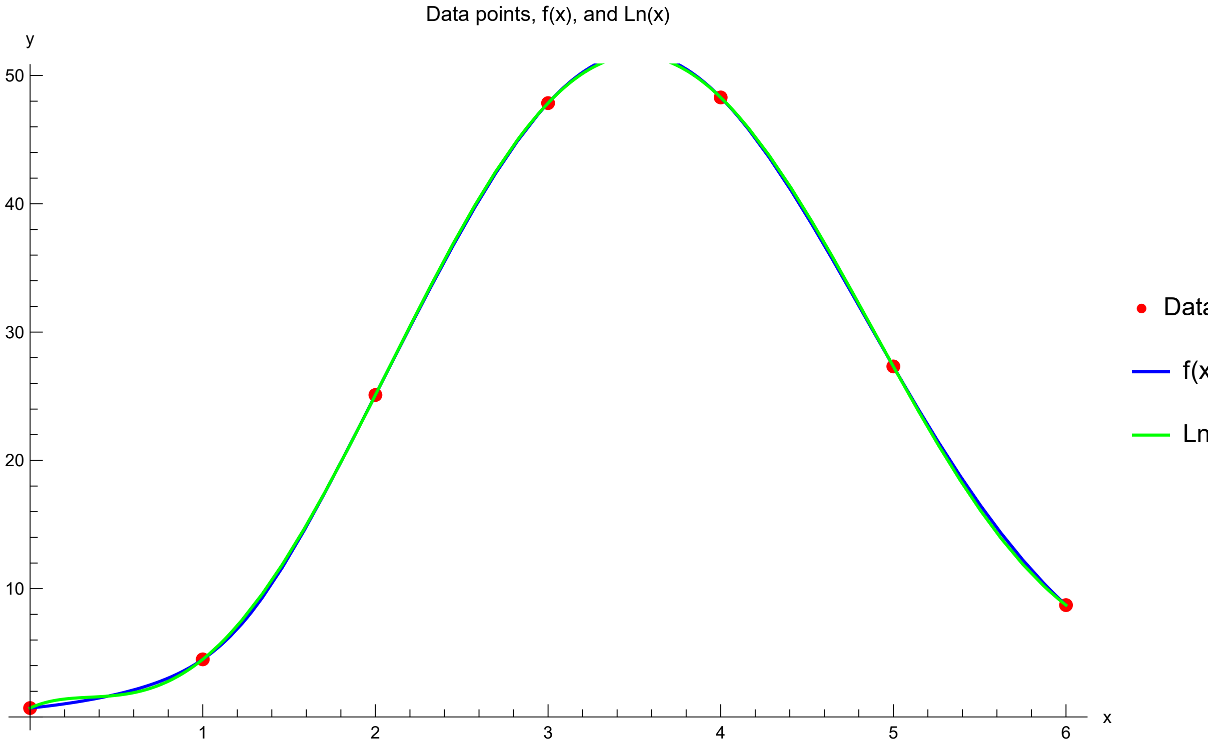
```
(*строим интерполяционный многочлен Лагранжа*)
sum = 0;
For[i = 1, i ≤ n + 1, i++,
цикл ДЛЯ
 proizv = 1;
 Buff[x_] = 1;
 For[j = 1, j ≤ n + 1, j++,
 цикл ДЛЯ
  If[
  условный оператор
   i == j, Continue[];
           продолжить
  ];
  Buff[x_] = Buff[x] * (x - data[[j, 1]]);
  proizv = proizv * (data[[i, 1]] - data[[j, 1]]);
 ];
 summand = data[[i, 2]] / proizv;
 L[x_] = (L[x] + Buff[x] * summand);
]
```

In[2198]:=

In[2199]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок··· ⌊диаграмма разб···  ⌊стиль графика ⌊кр···  ⌊легенды графика
 Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
 ⌊график функции           ⌊стиль графика ⌊синий ⌊легенды графика
 Plot[L[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Ln(x)"}],
 ⌊график функции           ⌊стиль графика ⌊зелё···  ⌊легенды графика
 AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and Ln(x)", ImageSize → Large]
 ⌊обозначения на осях        ⌊пометка графика                          ⌊размер изоб··· ⌊крупный
```

Out[2199]=



In[2200]:=

```
Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];(*создаем массив для конечных разностей*)
⌊массив
```

In[2201]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++,
⌊цикл ДЛЯ
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]
  ⌊цикл ДЛЯ
  (*Определим элементы массива dif,которые соответствуют пустым клеткам таблицы*)
 ];
```

In[2202]:=

```
For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data⟦i + 1, 2⟧];
⌊цикл ДЛЯ
(*заполняем первый столбик таблицы значениями функции в точках с отрезка*)
```

In[2203]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++, (*Считаем конечные разности*)
цикл ДЛЯ
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
  цикл ДЛЯ
   dif[i, k] = dif[i + 1, k - 1] - dif[i, k - 1]
  ]
 ];
```

In[2204]:=

```
tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
      массив
```

In[2205]:=

```
PaddedForm[TableForm[tab], {6, 5}] (*получаем таблицу конечных разностей*)
форма числ··· табличная форма
```

Out[2205]//PaddedForm=

```
 0.69474    3.79546    16.81320   -14.67170   -9.77726    35.12340   -37.59460
 4.49020    20.60860    2.14151   -24.44890   25.34610   -2.47121
 25.09880   22.75010  -22.30740    0.89723   22.87490
 47.84900    0.44274  -21.41020   23.77220
 48.29170  -20.96740    2.36199
 27.32430  -18.60540
 8.71884
```

In[2206]:=

```
    x - a
t = ─────; pn1[x_] = dif[0, 0];
      h
p[t_] = 1(*строим первый интерполяционный многочлен Ньютона pn1(x)*)
```

Out[2206]=

```
1
```

In[2207]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
 p[t_] = p[t] * (t - k + 1);
                  dif[0, k]
 pn1[x_] = pn1[x] + ───────── * p[t]
                     k!
]
```

In[2208]:=

```
pn1[x]
```

Out[2208]=

$$0.694738 + 3.79546\, x + 8.40658\, (-1 + x)\, x - 2.44528\, (-2 + x)\, (-1 + x)\, x - 0.407386\, (-3 + x)\, (-2 + x)\, (-1 + x)\, x + 0.292695\, (-4 + x)\, (-3 + x)\, (-2 + x)\, (-1 + x)\, x - 0.0522147\, (-5 + x)\, (-4 + x)\, (-3 + x)\, (-2 + x)\, (-1 + x)\, x$$

In[2209]:=

```
pn1[x_] = Simplify[pn1[x]]
          упростить
```

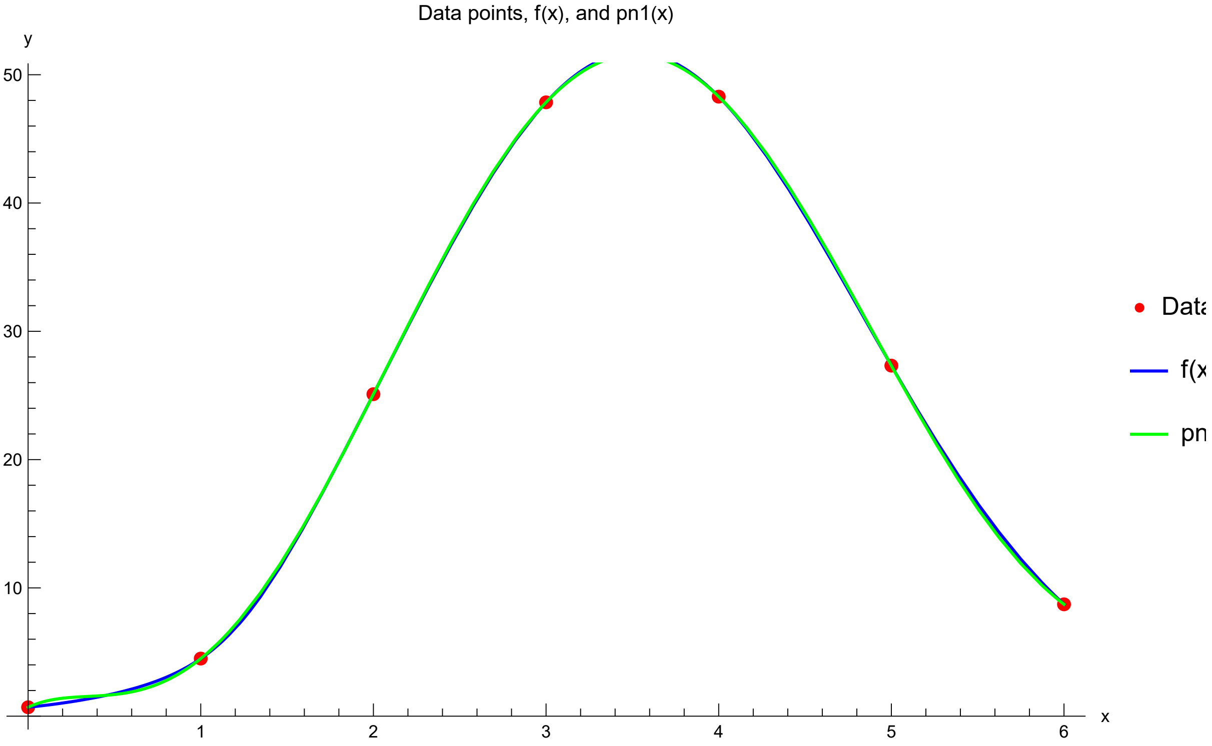
Out[2209]=

$$0.694738 + 6.23309\, x - 17.6804\, x^2 + 21.9917\, x^3 - 7.77259\, x^4 + 1.07592\, x^5 - 0.0522147\, x^6$$

In[2210]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯ ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика
 Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
 ⌊график функции         ⌊стиль графика ⌊синий ⌊легенды графика
 Plot[pn1[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Green, PlotLegends → {"pn1(x)"}],
 ⌊график функции           ⌊стиль графика ⌊зелё⋯ ⌊легенды графика
 AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and pn1(x)", ImageSize → Large]
 ⌊обозначения на осях    ⌊пометка графика                              ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2210]=



In[2211]:=

```
Np[x_] = InterpolatingPolynomial[data, x](*строим интерполяционный
         ⌊интерполяционный многочлен
  многочлен Ньютона Np(x) с помощью функции InterpolatingPolynomial*)
                                            ⌊интерполяционный многочлен
```

Out[2211]=

$$8.71884 + (-6. + x) (1.33735 + (-4.79357 + (-2.15098 + (0.638371 + (0.188265 - 0.0522147 (-2. + x)) (-5. + x)) (-1. + x)) (-3. + x)) (0. + x))$$

In[2212]:=

```
Np[x_] = Simplify[Np[x]]
         ⌊упростить
```

Out[2212]=

$$0.694738 + 6.23309 x - 17.6804 x^2 + 21.9917 x^3 - 7.77259 x^4 + 1.07592 x^5 - 0.0522147 x^6$$

In[2213]:=

```
f[2.4316](*Считаем значения всех фугкций/многочленов в точке 2.4316*)
L[2.4316]
pn1[2.4316]
Np[2.4316]
```

Out[2213]=

```
36.288
```

Out[2214]=

```
36.4334
```

Out[2215]=

```
36.4334
```

Out[2216]=

```
36.4334
```

In[2217]:=

```
R[x_] = Abs[f[x] - Np[x]] (*функция погрешности интерполирования многочленом Ньютона*)
        абсолютное значение
```

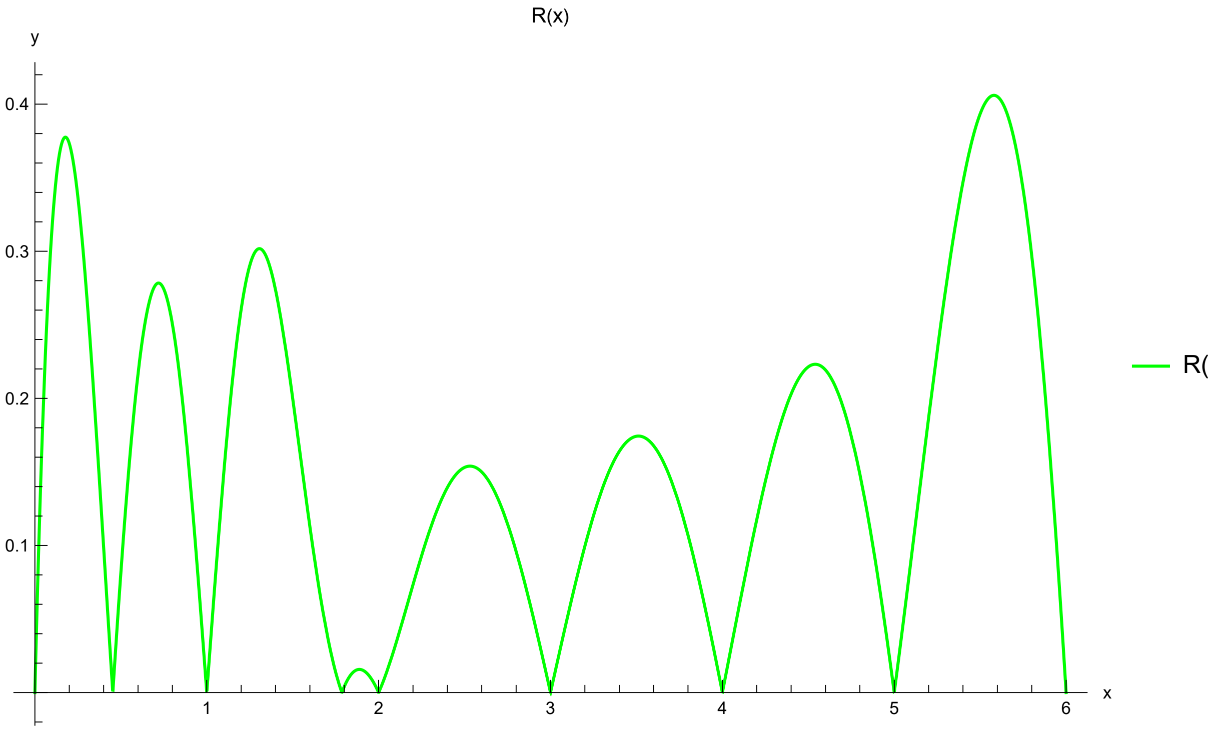
Out[2217]=

$$\mathrm{Abs}\left[-0.694738-6.23309\,x+17.6804\,x^2-21.9917\,x^3+7.77259\,x^4-1.07592\,x^5+0.0522147\,x^6+e^{2x-\frac{2x^2}{7}}\,\mathrm{ArcTan}\left[\frac{5}{6}+\frac{3x^5}{14}\right]\right]$$

In[2218]:=

```
Show[Plot[R[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Green, PlotLegends → {"R(x)"}],
пок⋯ график функции         стиль графика зелё⋯   легенды графика
 AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "R(x)", ImageSize → Large]
 обозначения на осях     пометка графика       размер изоб⋯ крупный
```

Out[2218]=



In[2219]:=

```
(*находим максимум погрешности R(x)на отрезке [0,6]
 с помощью функции FindMaximum пакета Mathematica*)
                         найти максимум
FindMaximum[R[x], {x, 0, n}]
найти максимум
```

Out[2219]=

```
{0.377551, {x → 0.177576}}
```

In[2220]:=

```
(*n=10*)
a = 0; b = 6; n = 10; h = (b - a) / n;
data = N[Table[{a + i * h, f[a + i * h]}, {i, 0, n}]]
       ··· таблица значений
DataForSplain = data(*сохранил данные для 4 задания*)
```

Out[2221]=

```
{{0., 0.694738}, {0.6, 2.11037}, {1.2, 6.85994},
 {1.8, 19.8499}, {2.4, 35.5054}, {3., 47.849}, {3.6, 51.616},
 {4.2, 45.1195}, {4.8, 32.0584}, {5.4, 18.5322}, {6., 8.71884}}
```

Out[2222]=

```
{{0., 0.694738}, {0.6, 2.11037}, {1.2, 6.85994},
 {1.8, 19.8499}, {2.4, 35.5054}, {3., 47.849}, {3.6, 51.616},
 {4.2, 45.1195}, {4.8, 32.0584}, {5.4, 18.5322}, {6., 8.71884}}
```

In[2223]:=

```
Buff[x_] = 1;
 L[x_] = 0;
```

In[2225]:=

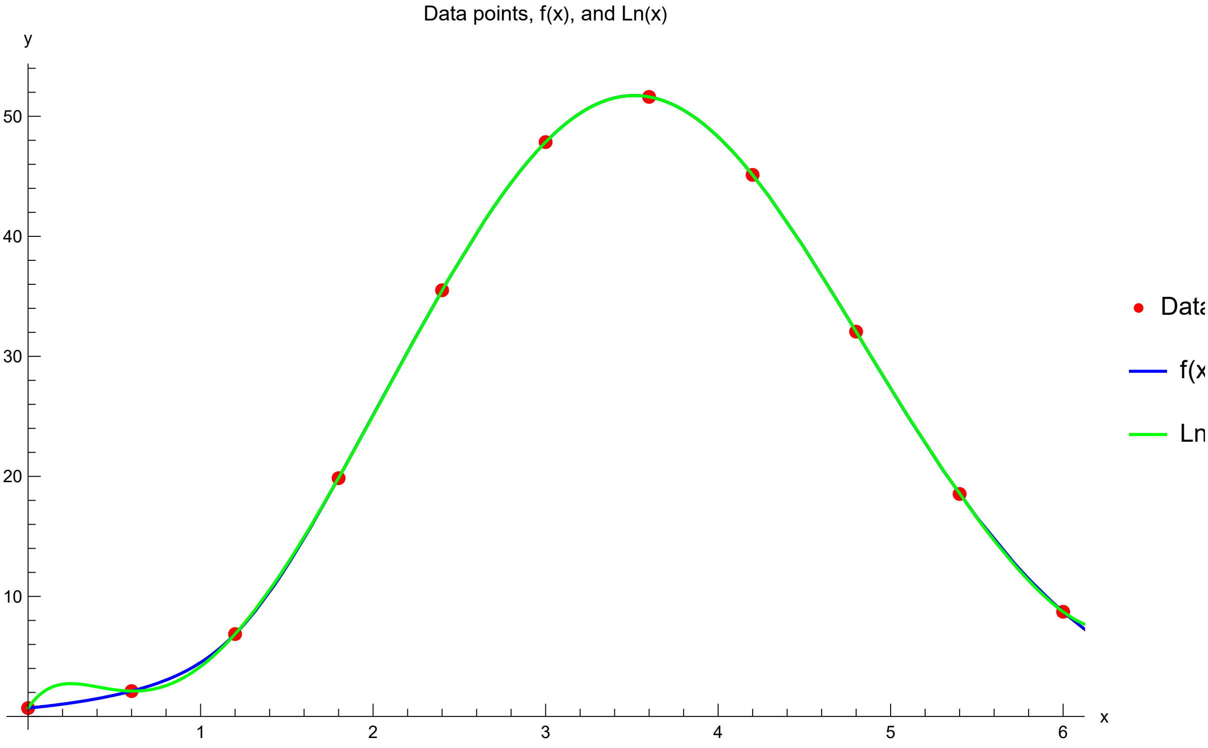
```
(*строим интерполяционный многочлен Лагранжа*)
sum = 0;
For[i = 1, i ≤ n + 1, i++,
цикл ДЛЯ
 proizv = 1;
 Buff[x_] = 1;
 For[j = 1, j ≤ n + 1, j++,
 цикл ДЛЯ
  If[
  условный оператор
   i == j, Continue[];
         продолжить
  ];
  Buff[x_] = Buff[x] * (x - data[[j, 1]]);
  proizv = proizv * (data[[i, 1]] - data[[j, 1]]);
 ];
 summand = data[[i, 2]] / proizv;
 L[x_] = (L[x] + Buff[x] * summand);
]
```

In[2227]:=

In[2228]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯  ⌊стиль графика ⌊кр⋯  ⌊легенды графика
 Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
 ⌊график функции          ⌊стиль графика ⌊синий ⌊легенды графика
 Plot[L[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Ln(x)"}],
 ⌊график функции          ⌊стиль графика ⌊зелё⋯  ⌊легенды графика
 AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and Ln(x)", ImageSize → Large]
 ⌊обозначения на осях     ⌊пометка графика                           ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2228]=



In[2229]:=

```
Clear[dif];
⌊очистить
Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];(*создаем массив для конечных разностей*)
⌊массив
```

In[2231]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++,
⌊цикл ДЛЯ
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]
  ⌊цикл ДЛЯ
  (*Определим элементы массива dif,которые соответствуют пустым клеткам таблицы*)
 ];
```

In[2232]:=

```
For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data⟦i + 1, 2⟧];
цикл ДЛЯ
(*заполняем первый столбик таблицы значениями функции в точках с отрезка*)
```

In[2233]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++, (*Считаем конечные разности*)
цикл ДЛЯ
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
  цикл ДЛЯ
   dif[i, k] = dif[i + 1, k - 1] - dif[i, k - 1]
  ]
 ];
```

In[2234]:=

In[2235]:=

```
tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
      массив
```

In[2236]:=

```
PaddedForm[TableForm[tab], {10, 9}] (*получаем таблицу конечных разностей*)
форма числ⋯ табличная форма
```

Out[2236]//PaddedForm=

```
 0.694738276     1.415633955     3.333935304     4.906488380    -10.481414720    10.
 2.110372231     4.749569259     8.240423684    -5.574926345    -0.402530897     1.1
 6.859941490    12.989992940     2.665497339    -5.977457241     0.712936137     2.8
19.849934430    15.655490280    -3.311959902    -5.264521105     3.577409756     1.8
35.505424720    12.343530380    -8.576481007    -1.687111349     5.386232344    -2.9
47.848955100     3.767049374   -10.263592360     3.699120996     2.400074790    -4.3
51.616004470    -6.496542981    -6.564471360     6.099195786    -1.920945116
45.119461490   -13.061014340    -0.465275574     4.178250670
32.058447150   -13.526289920     3.712975096
18.532157230    -9.813314819
 8.718842414
```

In[2237]:=

```
    x - a
t = ─────; pn1[x_] = dif[0, 0];
      h
p[t_] = 1(*строим первый интерполяционный многочлен Ньютона pn1(x)*)
```

Out[2237]=

```
1
```

In[2238]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++,
⌊цикл ДЛЯ
 p[t_] = p[t] * (t - k + 1);
 pn1[x_] = pn1[x] + dif[0, k]/k! * p[t]
]
```

In[2239]:=

```
pn1[x_] = Simplify[pn1[x]]
              ⌊упростить
```

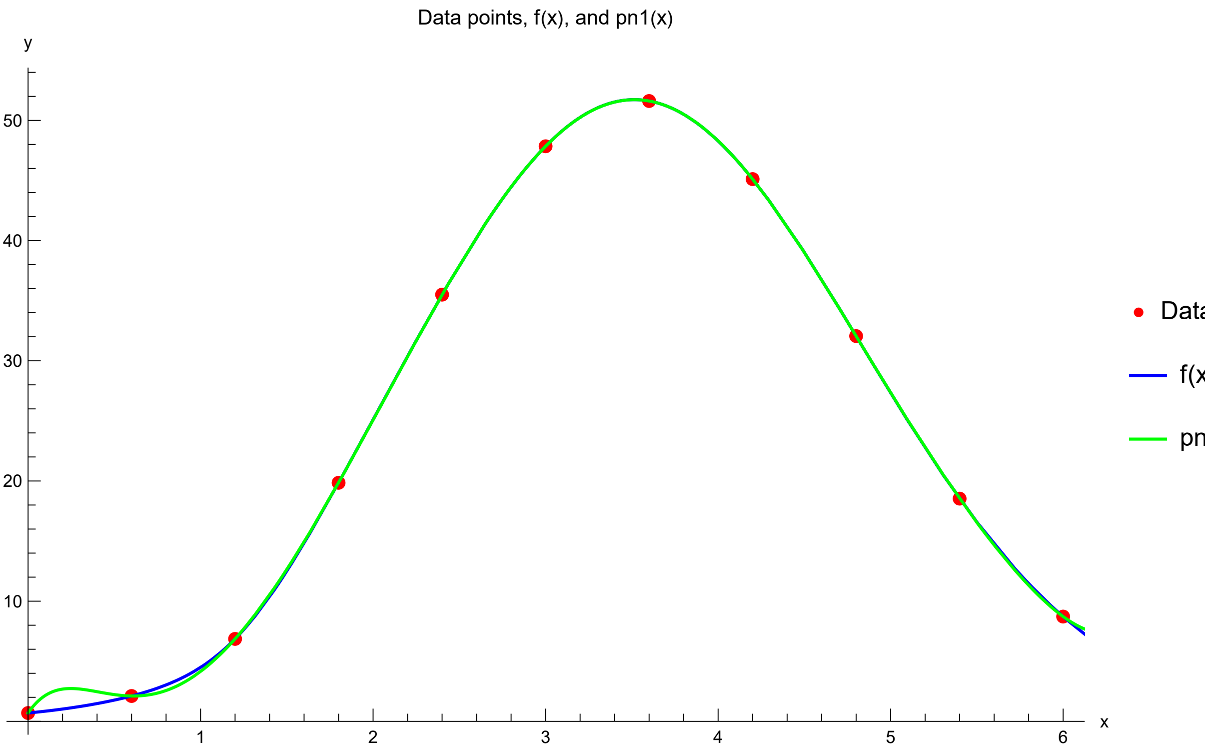
Out[2239]=

$$0.694738 + 20.9618\,x - 73.3036\,x^{2} + 104.474\,x^{3} - 72.426\,x^{4} + 30.971\,x^{5} - 8.57071\,x^{6} + 1.50135\,x^{7} - 0.157772\,x^{8} + 0.00891435\,x^{9} - 0.00020273\,x^{10}$$

In[2240]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯ ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика
 Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
 ⌊график функции          ⌊стиль графика ⌊синий ⌊легенды графика
 Plot[pn1[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Green, PlotLegends → {"pn1(x)"}],
 ⌊график функции              ⌊стиль графика ⌊зелё⋯ ⌊легенды графика
 AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and pn1(x)", ImageSize → Large]
 ⌊обозначения на осях     ⌊пометка графика                         ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2240]=



In[2241]:=

```
Np[x_] = InterpolatingPolynomial[data, x](*строим интерполяционный
         интерполяционный многочлен
  многочлен Ньютона Np(x) с помощью функции InterpolatingPolynomial*)
                                            интерполяционный многочлен
```

Out[2241]=

```
8.71884 + (-6. + x) (1.33735 + (-4.79357 +
        (-2.22324 + (0.68901 + (-0.0152643 + (-0.0625542 + (-0.0000301747 + (-0.00135929 +
                          (0.00295409 - 0.00020273 (-1.8 + x)) (-4.2 + x)) (-2.4 + x))
                   (-0.6 + x)) (-5.4 + x)) (-4.8 + x)) (-1.2 + x)) (-3. + x)) (0. + x))
```

In[2242]:=

```
Np[x_] = Simplify[Np[x]]
         упростить
```

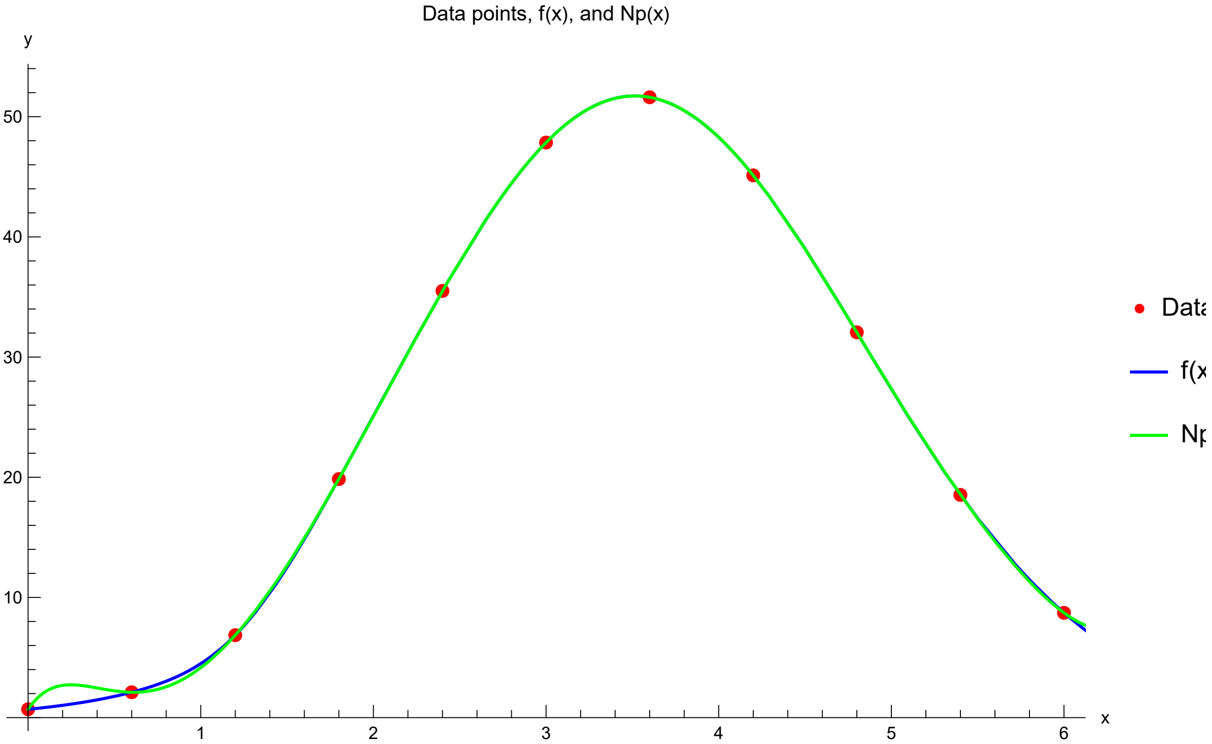
Out[2242]=

```
0.694738 + 20.9618 x - 73.3036 x^2 + 104.474 x^3 - 72.426 x^4 + 30.971 x^5 -
 8.57071 x^6 + 1.50135 x^7 - 0.157772 x^8 + 0.00891435 x^9 - 0.00020273 x^10
```

In[2243]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
пок··· диаграмма разб···  стиль графика кр···  легенды графика
 Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
 график функции                 стиль графика синий  легенды графика
 Plot[Np[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Np(x)"}],
 график функции                  стиль графика зелё···  легенды графика
 AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and Np(x)", ImageSize → Large]
 обозначения на осях             пометка графика                              размер изоб··· крупный
```

Out[2243]=



In[2244]:=

```
(*!графики, если использовать встроенную функцию*)
```

In[2245]:=

In[2246]:=

```
f[2.4316](*Считаем значения всех фугкций/многочленов в точке 2.4316*)
L[2.4316]
pn1[2.4316]
Np[2.4316]
```

Out[2246]=

```
36.288
```

Out[2247]=

```
36.2906
```

Out[2248]=

```
36.2906
```

Out[2249]=

```
36.2906
```

In[2250]:=

```
R[x_] = Abs[f[x] - Np[x]](*функция погрешности интерполирования многочленом Ньютона*)
```

абсолютное значение

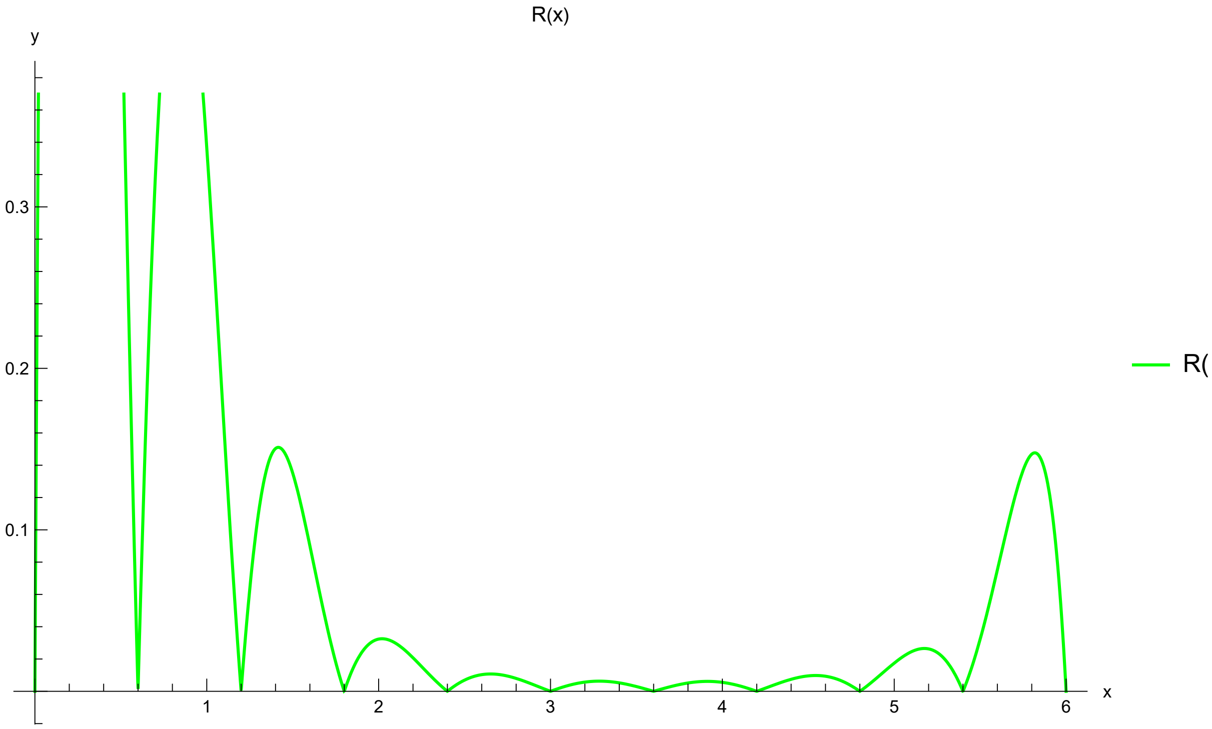
Out[2250]=

$$\text{Abs}\Big[-0.694738-20.9618\,x+73.3036\,x^{2}-104.474\,x^{3}+72.426\,x^{4}-30.971\,x^{5}+8.57071\,x^{6}-1.50135\,x^{7}+0.157772\,x^{8}-0.00891435\,x^{9}+0.00020273\,x^{10}+e^{2\,x-\frac{2\,x^{2}}{7}}\,\text{ArcTan}\Big[\frac{5}{6}+\frac{3\,x^{5}}{14}\Big]\Big]$$

In[2251]:=

```
Show[Plot[R[x], {x, 0, 6}, PlotStyle → Green, PlotLegends → {"R(x)"}],
пок··· график функции        стиль графика зелё···  легенды графика
 AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "R(x)", ImageSize → Large]
 обозначения на осях        пометка графика        размер изоб··· крупный
```

Out[2251]=



In[2252]:=

```
(*находим максимум погрешности R(x)на отрезке [0,6]
 с помощью функции FindMaximum пакета Mathematica*)
                    найти максимум
FindMaximum[R[x], {x, 0, 6}]
найти максимум
```

Out[2252]=

```
{1.65976, {x → 0.202919}}
```

In[2253]:=

```
(*Вывод: результат интерполирования будет лучше при большем числе узлов интерполяции,
однако результат может зависеть и от выбора функции*)
```

In[2254]:=

In[2255]:=

In[2256]:=

```
(*Задание 2*)
n = 6
cheb[x_] = Cos[(π * (2 * x + 1))/(2 * n + 2)] (*Многочлен Чебышева*)
           косинус
```

Out[2256]=

```
6
```

Out[2257]=

```
Cos[1/14 π (1 + 2 x)]
```

In[2258]:=

```
Clear[data]
очистить
data = N[Table[{(a + b)/2 + (b - a)/2 * cheb[i], f[(a + b)/2 + (b - a)/2 * cheb[i]]}, {i, 0, n}]]
         таблица значений

(*Считаем значения функции на отрезке [0, n] с неравноотстоящими точками*)
data = Reverse[data]
       расположить в обратном порядке
```

Out[2259]=

```
{{5.92478, 9.69196}, {5.34549, 19.6446}, {4.30165, 43.205}, {3., 47.849},
 {1.69835, 17.2571}, {0.654506, 2.32508}, {0.0752163, 0.806216}}
```

Out[2260]=

```
{{0.0752163, 0.806216}, {0.654506, 2.32508}, {1.69835, 17.2571},
 {3., 47.849}, {4.30165, 43.205}, {5.34549, 19.6446}, {5.92478, 9.69196}}
```

In[2261]:=

In[2262]:=

```
Clear[dif]
очистить
Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}] (*Создаем массив для разделенных разностей*)
массив
```

Out[2263]=

```
{{dif[0, 0], dif[0, 1], dif[0, 2], dif[0, 3], dif[0, 4], dif[0, 5], dif[0, 6]},
 {dif[1, 0], dif[1, 1], dif[1, 2], dif[1, 3], dif[1, 4], dif[1, 5], dif[1, 6]},
 {dif[2, 0], dif[2, 1], dif[2, 2], dif[2, 3], dif[2, 4], dif[2, 5], dif[2, 6]},
 {dif[3, 0], dif[3, 1], dif[3, 2], dif[3, 3], dif[3, 4], dif[3, 5], dif[3, 6]},
 {dif[4, 0], dif[4, 1], dif[4, 2], dif[4, 3], dif[4, 4], dif[4, 5], dif[4, 6]},
 {dif[5, 0], dif[5, 1], dif[5, 2], dif[5, 3], dif[5, 4], dif[5, 5], dif[5, 6]},
 {dif[6, 0], dif[6, 1], dif[6, 2], dif[6, 3], dif[6, 4], dif[6, 5], dif[6, 6]}}
```

In[2264]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]
  цикл ДЛЯ
 ];(*Определим элементы массива dif,которые соответствуют пустым клеткам таблицы*)
```

In[2265]:=

```
For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data⟦i + 1, 2⟧];
⌊цикл ДЛЯ
(*заполняем первый столбик таблицы значениями функции в точках с отрезка*)
```

In[2266]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++, (*Считаем разделенные разности*)
⌊цикл ДЛЯ

 For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
 ⌊цикл ДЛЯ

                  dif[i + 1, k - 1] - dif[i, k - 1]
  dif[i, k] = ─────────────────────────────────── ;
                data⟦i + k + 1, 1⟧ - data⟦i + 1, 1⟧
 ]
]
```

In[2267]:=

In[2268]:=

```
tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}]
      ⌊массив
```

Out[2268]=

```
{{0.806216, 2.62195, 7.19778, -1.12024, -0.663922, 0.310254, -0.0594004},
 {2.32508, 14.3049, 3.92131, -3.92626, 0.971204, -0.0372121, },
 {17.2571, 23.5023, -10.3983, 0.629643, 0.775086, , },
 {47.849, -3.56774, -8.10195, 3.90549, , , }, {43.205, -22.5708, 3.32077, , , , },
 {19.6446, -17.1808, , , , , }, {9.69196, , , , , , }}
```

In[2269]:=

```
PaddedForm[TableForm[tab], {6, 5}](*получаем таблицу разделенных разностей*)
⌊форма числ··· ⌊табличная форма
```

Out[2269]//PaddedForm=

```
 0.80622     2.62195     7.19778    -1.12024    -0.66392     0.31025    -0.05940
 2.32508    14.30490     3.92131    -3.92626     0.97120    -0.03721
17.25710    23.50230   -10.39830     0.62964     0.77509
47.84900    -3.56774    -8.10195     3.90549
43.20500   -22.57080     3.32077
19.64460   -17.18080
 9.69196
```

In[2270]:=

```
Pnr[x_] = tab⟦1, 1⟧;
Q[x_] = 1;
```

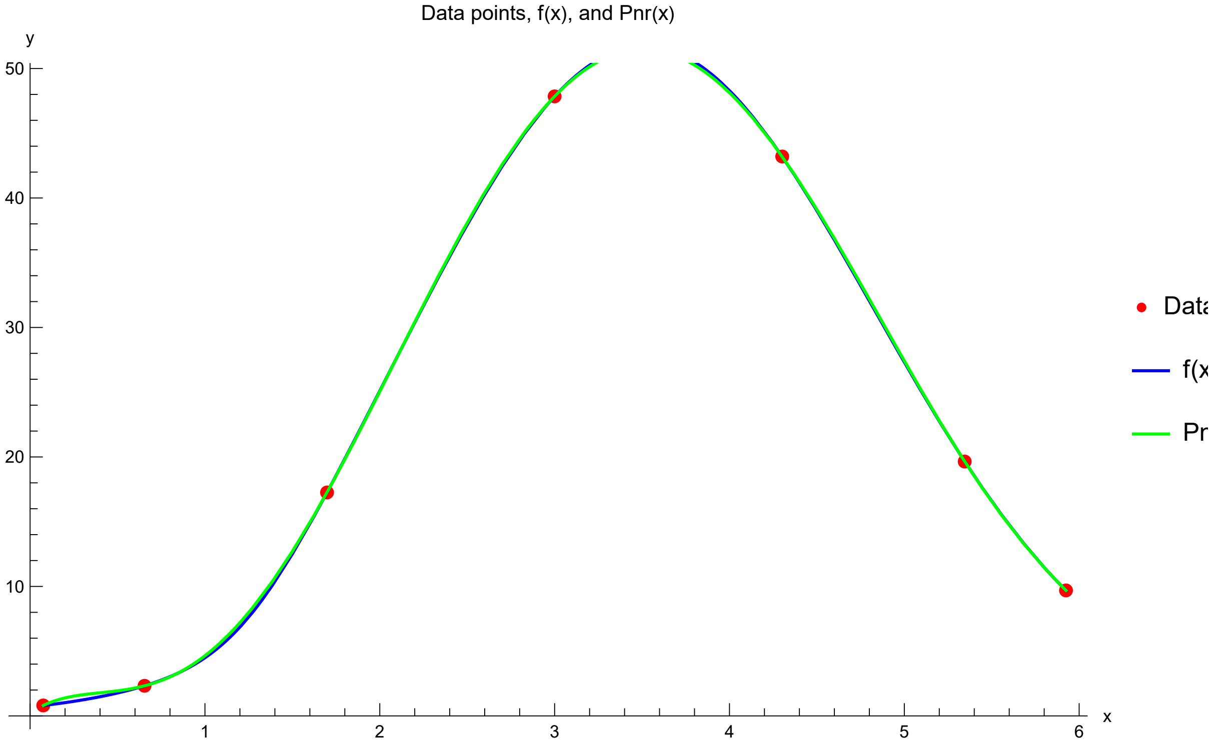
In[2272]:=

```
For[i = 2, i ≤ n + 1, i++, (*Строим интерполяционный многочлен Ньютона*)
⌊цикл ДЛЯ
  Q[x_] = 1;
  For[k = 1, k ≤ i - 1, k++,
  ⌊цикл ДЛЯ
   Q[x_] = Q[x] * (x - data⟦k, 1⟧);
  ];
  Q[x_] = Q[x] * tab⟦1, i⟧;
  Pnr[x_] = Pnr[x] + Q[x];
 ];
```

In[2273]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯ ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика
 Plot[f[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]}, PlotStyle → Blue,
 ⌊график функции ⌊минимум ⌊всё        ⌊максимум ⌊всё        ⌊стиль графика ⌊синий
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Pnr[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]},
  ⌊легенды графика          ⌊график функции  ⌊минимум ⌊всё       ⌊максимум ⌊всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Pnr(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  ⌊стиль графика ⌊зелё⋯ ⌊легенды графика         ⌊обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), and Pnr(x)", ImageSize → Large]
 ⌊пометка графика                              ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2273]=



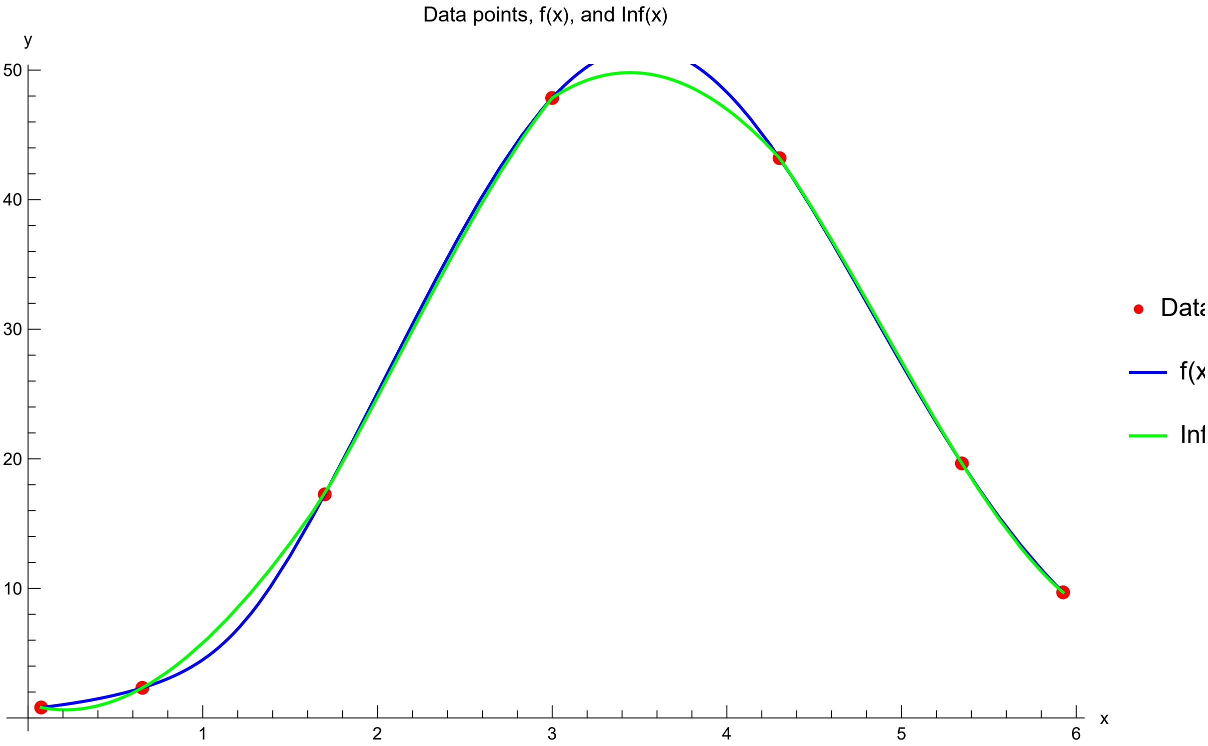
In[2274]:=

```
Inf = Interpolation[data];
      ⌊интерполировать
(*интерполирующую функцию Intf (x) n с помощью функции Interpolation*)
                                                        ⌊интерполировать
```

In[2275]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯ ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика
 Plot[f[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]}, PlotStyle → Blue,
 ⌊график функции  ⌊минимум  ⌊всё      ⌊максимум  ⌊всё       ⌊стиль графика ⌊синий
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Inf[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]},
  ⌊легенды графика        ⌊график функции    ⌊минимум  ⌊всё      ⌊максимум  ⌊всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Inf(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  ⌊стиль графика ⌊зеле⋯ ⌊легенды графика              ⌊обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), and Inf(x)", ImageSize → Large]
 ⌊пометка графика                                ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2275]=



In[2276]:=

```
(*вычисляем значения функции f (x) и построенных
  интерполяционных многочленов Pnr(x) и Inf(x)в точке x = 2,4316*)
f[2.4316]
Pnr[2.4316]
Inf[2.4316]
```

Out[2276]=

```
36.288
```

Out[2277]=

```
36.4219
```

Out[2278]=

```
35.7639
```

In[2279]:=

```
(*находим максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции*)
```

In[2280]:=

```
FindMaximum[Abs[f[x] - Pnr[x]], {x, data⟦1, 1⟧, data⟦7, 1⟧}]
найти макси··· абсолютное значение
```

Out[2280]=

```
{0.404315, {x → 0.267857}}
```

In[2281]:=

```
FindMaximum[Abs[f[x] - Inf[x]], {x, data⟦1, 1⟧, data⟦7, 1⟧}]
найти макси··· абсолютное значение
```

Out[2281]=

```
{0.554166, {x → 0.349672}}
```

In[2282]:=

```
(*n=10*)
n = 10
```

$$\texttt{cheb[x\_] = Cos}\left[\frac{\pi * (2 * x + 1)}{2 * n + 2}\right] \texttt{(*Многочлен Чебышева*)}$$

```
косинус
```

Out[2282]=

```
10
```

Out[2283]=

$$\mathrm{Cos}\left[\frac{1}{22}\,\pi\,(1 + 2\,x)\right]$$

In[2284]:=

```
Clear[data]
очистить
```

$$\texttt{data = N}\left[\texttt{Table}\left[\left\{\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} * \texttt{cheb[i]},\ f\left[\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} * \texttt{cheb[i]}\right]\right\},\ \{i, 0, n\}\right]\right]$$

```
·· таблица значений
```

Out[2285]=

```
{{5.96946, 9.10508}, {5.7289, 12.5746}, {5.26725, 21.2959}, {4.62192, 36.2538},
 {3.8452, 50.0996}, {3., 47.849}, {2.1548, 29.1928}, {1.37808, 9.93459},
 {0.732751, 2.67726}, {0.271104, 1.17029}, {0.0305357, 0.738293}}
```

In[2286]:=

```
(*Считаем значения функции на отрезке [0, n] с неравноотстоящими точками*)
data = Reverse[data]
       расположить в обратном порядке
```

Out[2286]=

```
{{0.0305357, 0.738293}, {0.271104, 1.17029}, {0.732751, 2.67726},
 {1.37808, 9.93459}, {2.1548, 29.1928}, {3., 47.849}, {3.8452, 50.0996},
 {4.62192, 36.2538}, {5.26725, 21.2959}, {5.7289, 12.5746}, {5.96946, 9.10508}}
```

In[2287]:=

```
Clear[dif]
очистить
Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}](*Создаем массив для разделенных разностей*)
массив
```

Out[2288]=

```
{{dif[0, 0], dif[0, 1], dif[0, 2], dif[0, 3], dif[0, 4],
  dif[0, 5], dif[0, 6], dif[0, 7], dif[0, 8], dif[0, 9], dif[0, 10]},
 {dif[1, 0], dif[1, 1], dif[1, 2], dif[1, 3], dif[1, 4], dif[1, 5],
  dif[1, 6], dif[1, 7], dif[1, 8], dif[1, 9], dif[1, 10]},
 {dif[2, 0], dif[2, 1], dif[2, 2], dif[2, 3], dif[2, 4], dif[2, 5],
  dif[2, 6], dif[2, 7], dif[2, 8], dif[2, 9], dif[2, 10]},
 {dif[3, 0], dif[3, 1], dif[3, 2], dif[3, 3], dif[3, 4], dif[3, 5],
  dif[3, 6], dif[3, 7], dif[3, 8], dif[3, 9], dif[3, 10]},
 {dif[4, 0], dif[4, 1], dif[4, 2], dif[4, 3], dif[4, 4], dif[4, 5],
  dif[4, 6], dif[4, 7], dif[4, 8], dif[4, 9], dif[4, 10]},
 {dif[5, 0], dif[5, 1], dif[5, 2], dif[5, 3], dif[5, 4], dif[5, 5],
  dif[5, 6], dif[5, 7], dif[5, 8], dif[5, 9], dif[5, 10]},
 {dif[6, 0], dif[6, 1], dif[6, 2], dif[6, 3], dif[6, 4], dif[6, 5],
  dif[6, 6], dif[6, 7], dif[6, 8], dif[6, 9], dif[6, 10]},
 {dif[7, 0], dif[7, 1], dif[7, 2], dif[7, 3], dif[7, 4], dif[7, 5],
  dif[7, 6], dif[7, 7], dif[7, 8], dif[7, 9], dif[7, 10]},
 {dif[8, 0], dif[8, 1], dif[8, 2], dif[8, 3], dif[8, 4], dif[8, 5],
  dif[8, 6], dif[8, 7], dif[8, 8], dif[8, 9], dif[8, 10]},
 {dif[9, 0], dif[9, 1], dif[9, 2], dif[9, 3], dif[9, 4], dif[9, 5],
  dif[9, 6], dif[9, 7], dif[9, 8], dif[9, 9], dif[9, 10]},
 {dif[10, 0], dif[10, 1], dif[10, 2], dif[10, 3], dif[10, 4], dif[10, 5],
  dif[10, 6], dif[10, 7], dif[10, 8], dif[10, 9], dif[10, 10]}}
```

In[2289]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]
  цикл ДЛЯ
 ];(*Определим элементы массива dif,которые соответствуют пустым клеткам таблицы*)
```

In[2290]:=

```
For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
цикл ДЛЯ
(*заполняем первый столбик таблицы значениями функции в точках с отрезка*)
```

In[2291]:=

```
For[k = 1, k ≤ n, k++, (*Считаем разделенные разности*)
цикл ДЛЯ
 For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
 цикл ДЛЯ
            dif[i + 1, k - 1] - dif[i, k - 1]
  dif[i, k] = ─────────────────────────────────── ;
           data⟦i + k + 1, 1⟧ - data⟦i + 1, 1⟧
 ]
]
```

In[2292]:=

```
tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}]
      массив
```

Out[2292]=

```
{{0.738293, 1.79575, 2.09132, 3.7988, -1.20931,
  -0.3544, 0.281594, -0.0874438, 0.0203146, -0.00469521, 0.00120675},
 {1.17029, 3.26431, 7.21036, 1.22991, -2.26168, 0.719787, -0.119894,
  0.018938, -0.00644038, 0.00247161, }, {2.67726, 11.246, 9.52714,
  -4.94199, 0.310902, 0.19815, -0.0252771, -0.0162123, 0.00764373, , },
 {9.93459, 24.7941, -1.67758, -3.97433, 1.08154, 0.083531, -0.106276, 0.0238157, , , },
 {29.1928, 22.0732, -11.4827, -0.465973, 1.40641, -0.378857, 0.003071, , , , },
 {47.849, 2.66283, -12.6323, 3.9114, 0.0523376, -0.367142, , , , , },
 {50.0996, -17.8258, -3.76423, 4.05422, -1.03788, , , , , , },
 {36.2538, -23.1788, 3.8727, 1.84949, , , , , , , },
 {21.2959, -18.8918, 6.36497, , , , , , , , },
 {12.5746, -14.4222, , , , , , , , , }, {9.10508, , , , , , , , , , }}
```

In[2293]:=

```
PaddedForm[TableForm[tab], {6, 5}](*получаем таблицу разделенных разностей*)
форма числ··· табличная форма
```

Out[2293]//PaddedForm=

```
 0.73829     1.79575     2.09132     3.79880    -1.20931    -0.35440     0.28159    -
 1.17029     3.26431     7.21036     1.22991    -2.26168     0.71979    -0.11989
 2.67726    11.24600     9.52714    -4.94199     0.31090     0.19815    -0.02528    -
 9.93459    24.79410    -1.67758    -3.97433     1.08154     0.08353    -0.10628
29.19280    22.07320   -11.48270    -0.46597     1.40641    -0.37886     0.00307
47.84900     2.66283   -12.63230     3.91140     0.05234    -0.36714
50.09960   -17.82580    -3.76423     4.05422    -1.03788
36.25380   -23.17880     3.87270     1.84949
21.29590   -18.89180     6.36497
12.57460   -14.42220
 9.10508
```

In[2294]:=

```
Pnr[x_] = tab⟦1, 1⟧;
Q[x_] = 1;
```

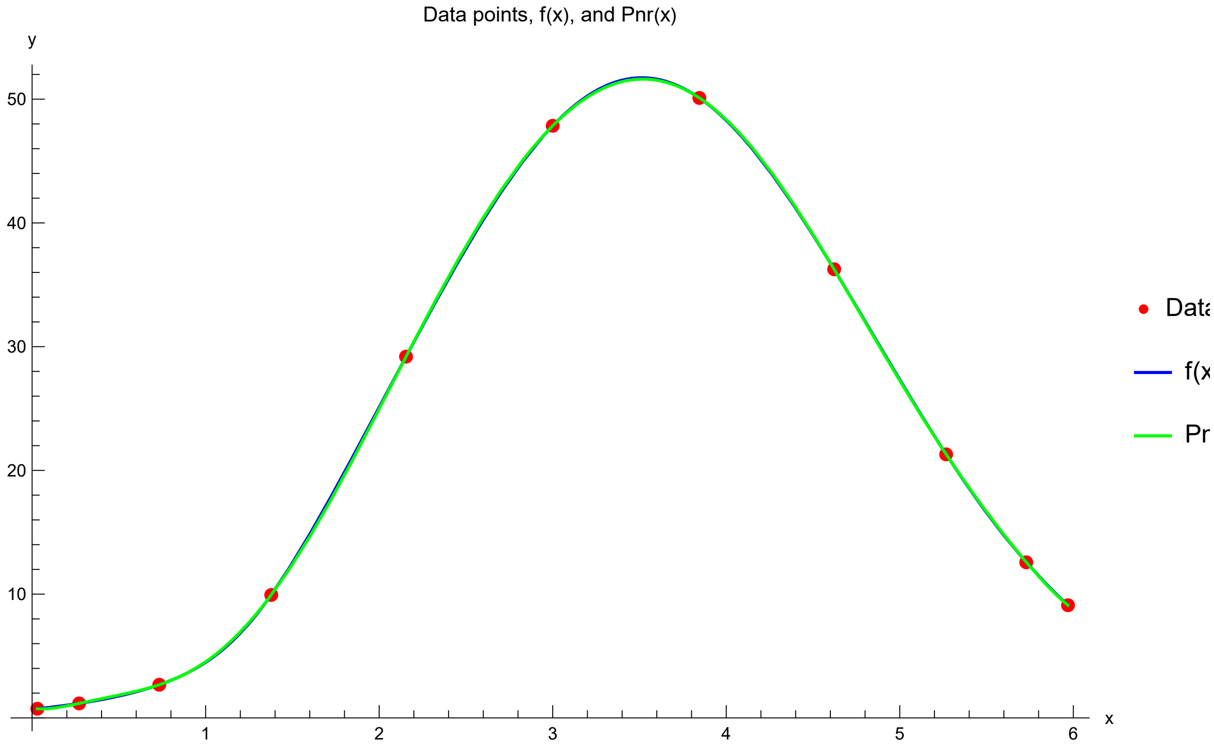
In[2296]:=

```
For[i = 2, i ≤ n + 1, i++, (*Строим интерполяционный многочлен Ньютона*)
цикл ДЛЯ
  Q[x_] = 1;
  For[k = 1, k ≤ i - 1, k++,
  цикл ДЛЯ
   Q[x_] = Q[x] * (x - data[[k, 1]]);
  ];
  Q[x_] = Q[x] * tab[[1, i]];
  Pnr[x_] = Pnr[x] + Q[x];
 ];
```

In[2297]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
пок··· диаграмма разб···  стиль графика кр···  легенды графика
 Plot[f[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]}, PlotStyle → Blue,
 график функции  минимум  всё          максимум  всё             стиль графика синий
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Pnr[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]},
  легенды графика           график функции   минимум  всё           максимум  всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Pnr(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  стиль графика зелё···  легенды графика                 обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), and Pnr(x)", ImageSize → Large]
 пометка графика                                  размер изоб··· крупный
```

Out[2297]=



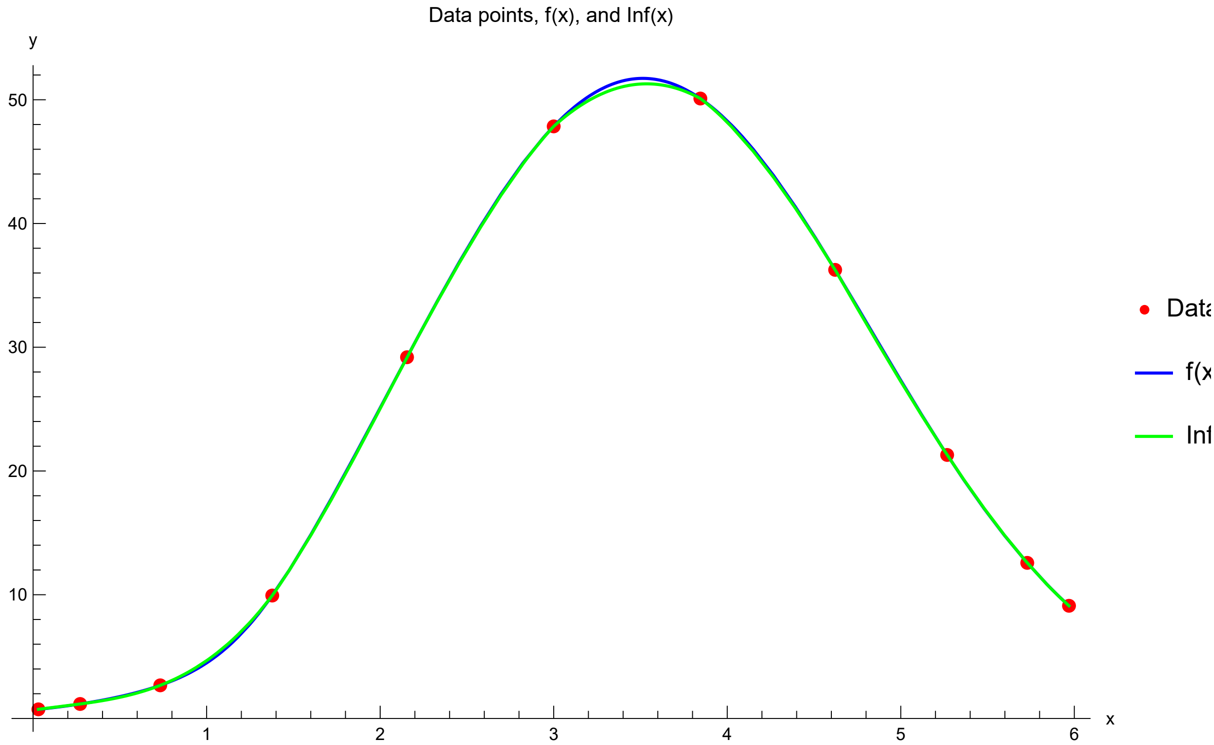
In[2298]:=

```
Inf = Interpolation[data];
      ⌊интерполировать
(*интерполирующую функцию Intf (x) n c помощью функции Interpolation*)
                                                       ⌊интерполировать
```

In[2299]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯ ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика
 Plot[f[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]}, PlotStyle → Blue,
 ⌊график функции ⌊минимум ⌊всё     ⌊максимум ⌊всё     ⌊стиль графика ⌊синий
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Inf[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]},
  ⌊легенды графика         ⌊график функции ⌊минимум ⌊всё     ⌊максимум ⌊всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Inf(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  ⌊стиль графика ⌊зелё⋯ ⌊легенды графика       ⌊обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), and Inf(x)", ImageSize → Large]
 ⌊пометка графика                              ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2299]=



In[2300]:=

```
(*вычисляем значения функции f (x) и построенных
  интерполяционных многочленов Pnr(x) и Inf(x)в точке x = 2,4316*)
f[2.4316]
Pnr[2.4316]
Inf[2.4316]
```

Out[2300]=

```
36.288
```

Out[2301]=

```
36.4431
```

Out[2302]=

```
36.2253
```

In[2303]:=

```
(*находим максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции*)
FindMaximum[Abs[f[x] - Pnr[x]], {x, data⟦1, 1⟧, data⟦7, 1⟧}]
найти макси⋯  абсолютное значение
```

Out[2303]=

```
{0.0906697, {x → 0.120976}}
```

In[2304]:=

```
FindMaximum[Abs[f[x] - Inf[x]], {x, data⟦1, 1⟧, data⟦7, 1⟧}]
найти макси⋯  абсолютное значение
```

Out[2304]=

```
{0.0230782, {x → 0.13683}}
```

In[2305]:=

In[2306]:=

```
(*Задание 3*)

(*На основе полученных результатов можно сделать выводы о зависимости погрешности
 интерполирования от числа узлов и их расположения на отрезке.Чем больше узлов
 используется для интерполяции тем точнее будет интерполяционный полином.Также выбор
 оптимального распределения узлов (равномерное или неравномерное) может влиять на
 точность интерполяции.Неравномерно распределенные узлы,такие как узлы Чебышева,
могут обеспечить более точное интерполирование в определенных случаях.*)
```

In[2307]:=

```
(*Задание 4*)
```

In[2308]:=

```
DataForSplain(*таблица значений функции f (x) в равноотстоящих точках отрезка[0,6] ,
полученной в задании 1 при n=10*)
```

Out[2308]=

```
{{0., 0.694738}, {0.6, 2.11037}, {1.2, 6.85994},
 {1.8, 19.8499}, {2.4, 35.5054}, {3., 47.849}, {3.6, 51.616},
 {4.2, 45.1195}, {4.8, 32.0584}, {5.4, 18.5322}, {6., 8.71884}}
```

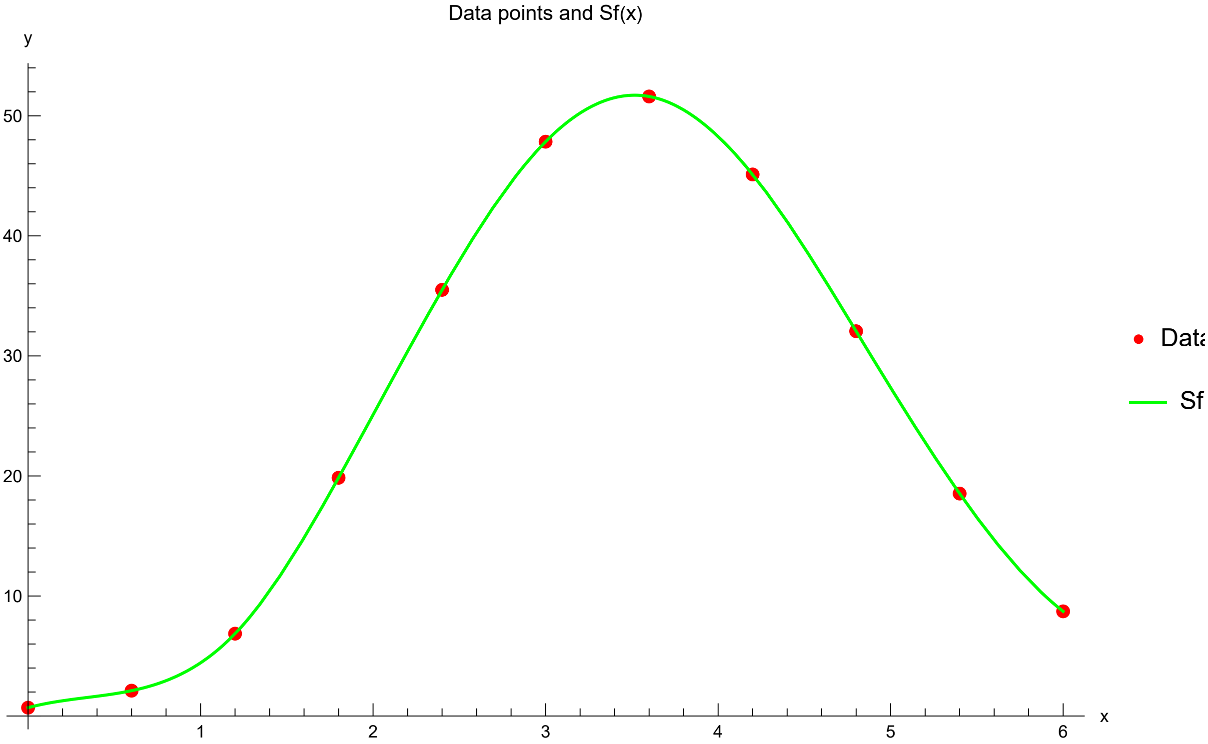
In[2309]:=

```
Sf = Interpolation[DataForSplain, Method → "Spline"];(*интерполяция
       ⌊интерполировать                 ⌊метод
 сплайном Sf (x) с помощью функции Interpolation[data,Method→“Spline”]*)
                                   ⌊интерполировать     ⌊метод
```

In[2310]:=

```
Show[ListPlot[DataForSplain, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разброса данных  ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика
 Plot[Sf[x], {x, Min[DataForSplain[[All, 1]]], Max[DataForSplain[[All, 1]]]},
 ⌊график функции  ⌊минимум          ⌊всё       ⌊максимум            ⌊всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Sf(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  ⌊стиль графика ⌊зелё⋯ ⌊легенды графика        ⌊обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points and Sf(x)", ImageSize → Large]
 ⌊пометка графика                     ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2310]=



In[2311]:=

```
(*вычисляем значения функции f (x) и Sf[x] в точке x = 2,4316*)
f[2.4316]
Sf[2.4316]
```

Out[2311]=

```
36.288
```

Out[2312]=

```
36.2877
```

In[2313]:=

```
(*Задание 5*)
n = 10
dataApr = DataForSplain(*таблица значений функции f (x) в
  равноотстоящих точках отрезка[0,6] ,полученной в задании 1 при n=10*)
```

Out[2313]=

```
10
```

Out[2314]=

```
{{0., 0.694738}, {0.6, 2.11037}, {1.2, 6.85994},
 {1.8, 19.8499}, {2.4, 35.5054}, {3., 47.849}, {3.6, 51.616},
 {4.2, 45.1195}, {4.8, 32.0584}, {5.4, 18.5322}, {6., 8.71884}}
```

In[2315]:=

In[2316]:=

In[2317]:=

In[2318]:=

In[2319]:=

```
a11 = n;(*ищем коэффициенты системы уравнений,
используя метод наименьших квадаратов, для многочлена вида kx+b*)
```

$$a12 = \sum_{i=1}^{n+1} \text{dataApr}[[i, 1]]$$

Out[2320]=

```
33.
```

In[2321]:=

```
a21 = a12
```

$$a22 = \sum_{i=1}^{n+1} (\text{dataApr}[[i, 1]])^{2}$$

Out[2321]=

```
33.
```

Out[2322]=

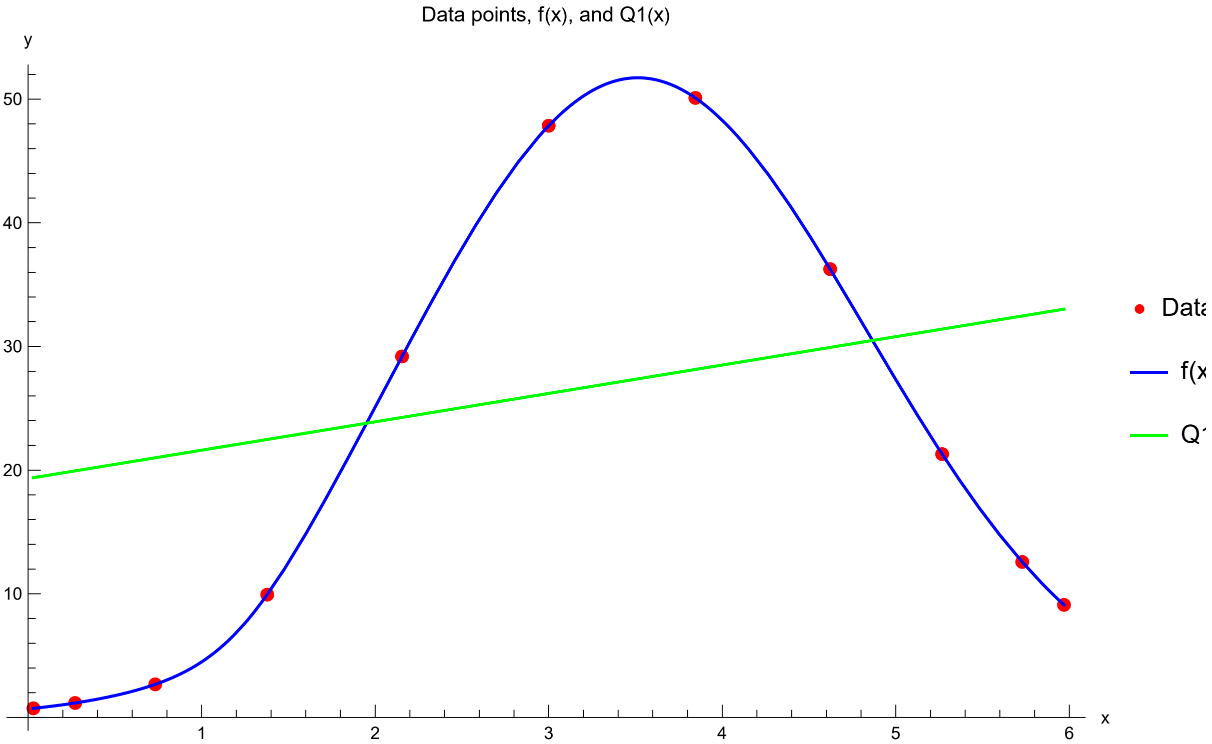
```
138.6
```

```
In[2323]:=
      n+1
b1 =  ∑  dataApr⟦i, 2⟧
      i=1
Out[2323]=
268.914
In[2324]:=
      n+1
b2 =  ∑  (dataApr⟦i, 1⟧ * dataApr⟦i, 2⟧)
      i=1
Out[2324]=
955.575
In[2325]:=
A = ( a11 a12 )
    ( a21 a22 )
Out[2325]=
{{10, 33.}, {33., 138.6}}
In[2326]:=
B = ( b1 )
    ( b2 )
Out[2326]=
{{268.914}, {955.575}}
In[2327]:=
coeffs = LinearSolve[A, B] (*найденные коэффициенты*)
         решить линейные уравнения
Out[2327]=
{{19.3184}, {2.29486}}
In[2328]:=
Q1[x_] = coeffs⟦2⟧ * x + coeffs⟦1⟧ (*многочлен, полученный  результате аппроксимации*)
Out[2328]=
{19.3184 + 2.29486 x}
```

In[2329]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
пок⋯ диаграмма разб⋯ стиль графика кр⋯ легенды графика
 Plot[f[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]}, PlotStyle → Blue,
 график функции  минимум  всё   максимум  всё   стиль графика синий
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Q1[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]},
  легенды графика   график функции  минимум  всё   максимум  всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Q1(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  стиль графика зелё⋯  легенды графика   обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), and Q1(x)", ImageSize → Large]
 пометка графика    размер изоб⋯ крупный
```

Out[2329]=



In[2330]:=

In[2331]:=

```
(*ищем коэффициенты системы уравнений,
используя метод наименьших квадаратов, для многочлена вида kx2+cx+b*)
a13 = a22
```

Out[2331]=

```
138.6
```

In[2332]:=

$$a23 = \sum_{i=1}^{n+1} dataApr[\![i, 1]\!]^3$$

Out[2332]=

```
653.4
```

In[2333]:=

```
a31 = a22
```

Out[2333]=

```
138.6
```

In[2334]:=

```
a32 = a23
```

Out[2334]=

```
653.4
```

In[2335]:=

$$a33 = \sum_{i=1}^{n+1} dataApr[[i, 1]]^4$$

Out[2335]=

```
3283.16
```

In[2336]:=

$$b3 = \sum_{i=1}^{n+1} \left(dataApr[[i, 1]]^2 * dataApr[[i, 2]]\right)$$

Out[2336]=

```
3767.86
```

In[2337]:=

```
Clear[A]
└очистить
Clear[B]
└очистить
```

In[2339]:=

$$A = \begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$

Out[2339]=

```
{{10, 33., 138.6}, {33., 138.6, 653.4}, {138.6, 653.4, 3283.16}}
```

In[2340]:=

$$B = \begin{pmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \end{pmatrix}$$

Out[2340]=

```
{{268.914}, {955.575}, {3767.86}}
```

In[2341]:=

```
coeffs = LinearSolve[A, B] (*найденные коэффициенты многочлена*)
         └решить линейные уравнения
```

Out[2341]=

```
{{-28.0351}, {41.7561}, {-5.97897}}
```

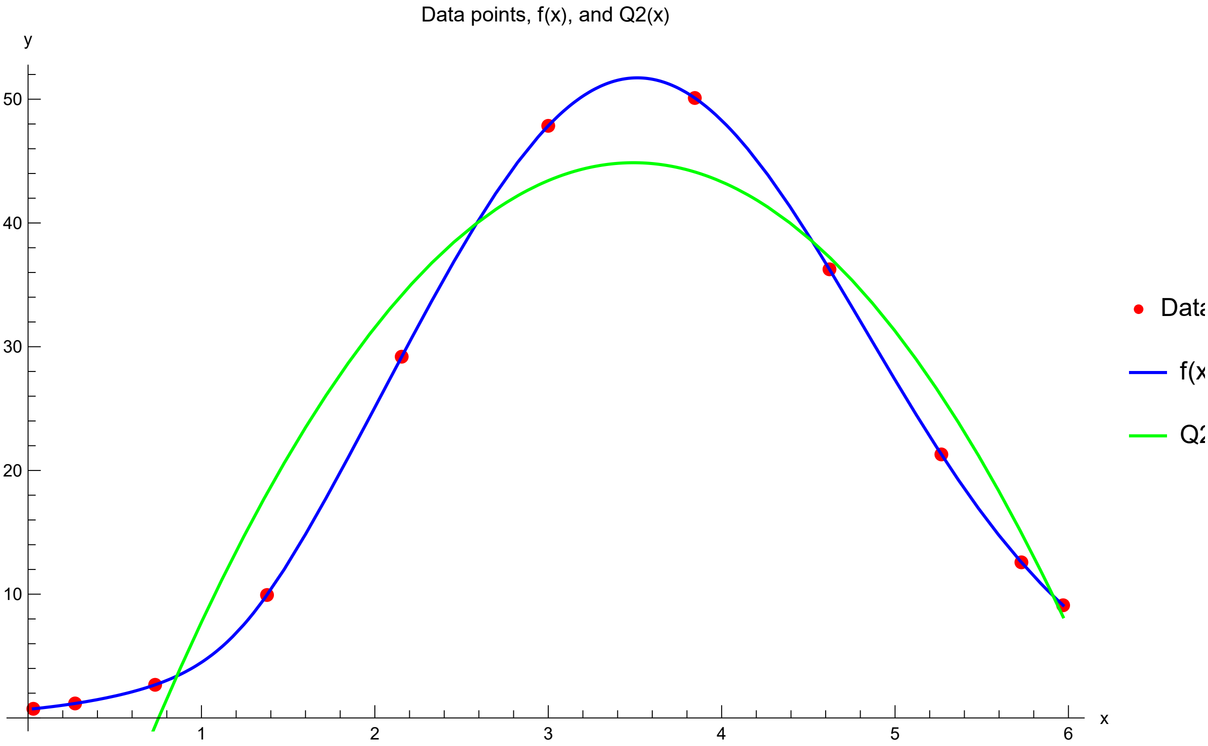
In[2342]:=

```
Q2[x_] = coeffs[[3]] * x^2 + coeffs[[2]] * x +
   coeffs[[1]] () (*многочлен, полученный  результате аппроксимации*)
```

In[2342]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
|пок⋯ |диаграмма разб⋯ |стиль графика |кр⋯ |легенды графика
 Plot[f[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]}, PlotStyle → Blue,
 |график функции |минимум |всё |максимум |всё |стиль графика |синий
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Q2[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]},
  |легенды графика |график функции |минимум |всё |максимум |всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Q2(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  |стиль графика |зелё⋯ |легенды графика |обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), and Q2(x)", ImageSize → Large]
 |пометка графика |размер изоб⋯ |крупный
```

Out[2342]=



In[2343]:=

```
(*находим многочлены наилучшего среднеквадратичного приближения
 третьей и четвертой степеней с помощью функции Fit пакета Mathematica*)
                                                |согласовать
Q3[x_] = Fit[DataForSplain, {1, x, x^2, x^3}, x]
             |согласовать
```

Out[2343]=

$$-3.23903+8.89084\,x+5.24814\,x^{2}-1.09618\,x^{3}$$

In[2344]:=

```
Q4[x_] = Fit[DataForSplain, {1, x, x^2,  x^3, x^4}, x]
             |согласовать
```

Out[2344]=

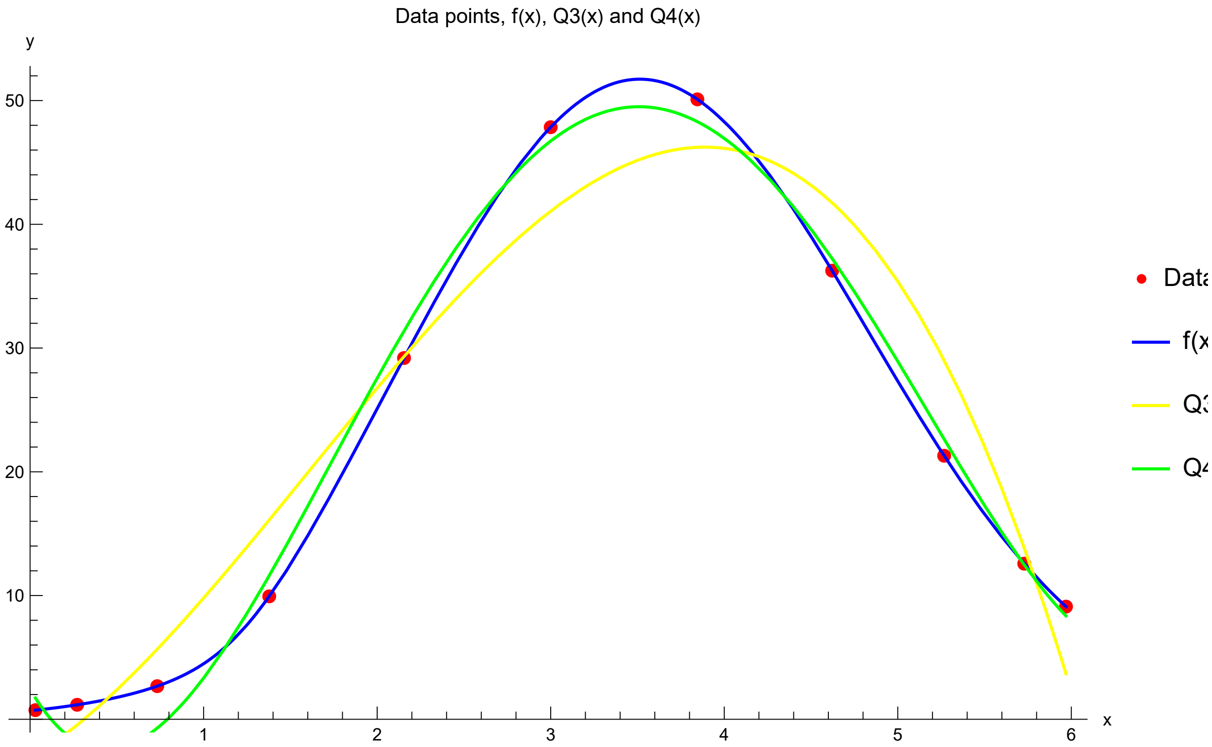
$$2.41956-23.8556\,x+32.5369\,x^{2}-8.37318\,x^{3}+0.606416\,x^{4}$$

In[2345]:=

```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}], Plot[f[x],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯ ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика              ⌊график функции
  {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
     ⌊минимум  ⌊всё        ⌊максимум ⌊всё          ⌊стиль графика ⌊синий ⌊легенды графика

 Plot[Q3[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]}, PlotStyle → Yellow,
 ⌊график функции ⌊минимум  ⌊всё        ⌊максимум ⌊всё          ⌊стиль графика ⌊жёлтый
  PlotLegends → {"Q3(x)"}], Plot[Q4[x], {x, Min[data⟦All, 1⟧], Max[data⟦All, 1⟧]},
  ⌊легенды графика          ⌊график функции ⌊минимум  ⌊всё        ⌊максимум ⌊всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Q4(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  ⌊стиль графика ⌊зелё⋯ ⌊легенды графика       ⌊обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), Q3(x) and Q4(x)", ImageSize → Large]
 ⌊пометка графика                                ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2345]=



```
In[2346]:=
(*вычисляем значения функции имногочленов в точке x=2.4316*)
f[2.4316]
Q1[2.4316]
Q2[2.4316]
Q3[2.4316]
Q4[2.4316]
Out[2346]=
36.288
Out[2347]=
{24.8986}
Out[2348]=
{38.1473}
Out[2349]=
33.6504
Out[2350]=
37.609
```

In[2351]:=

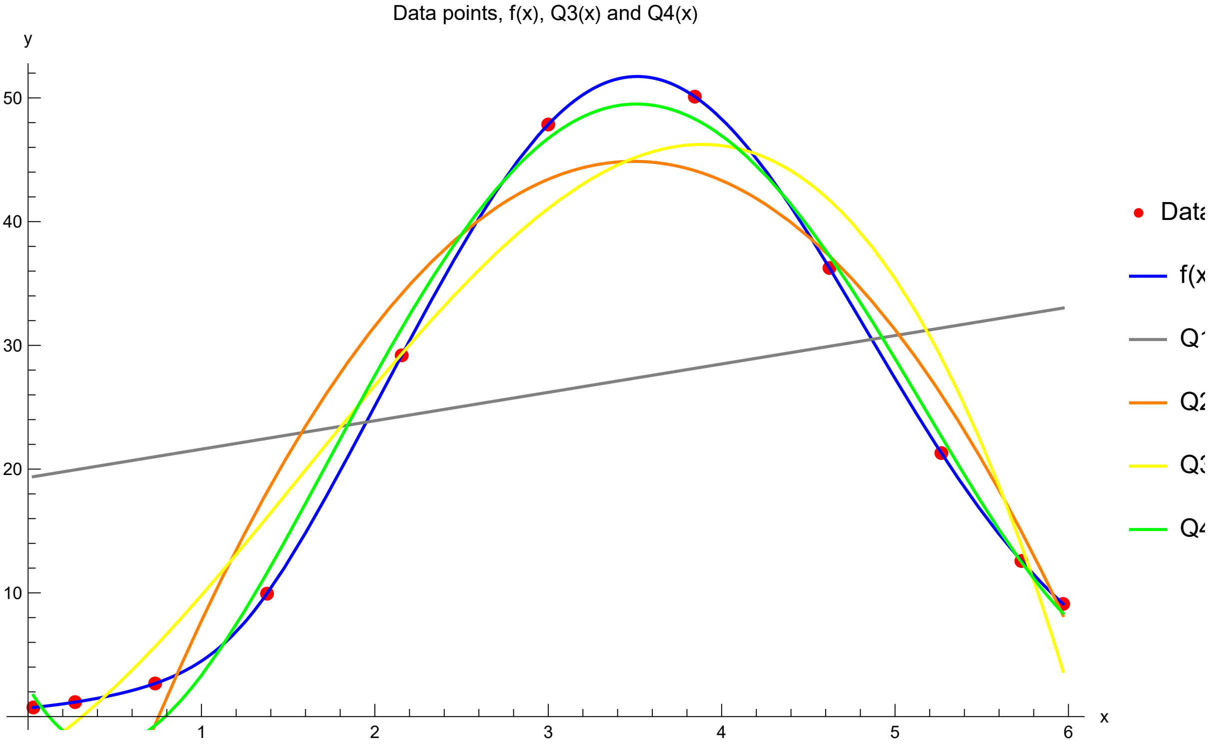
```
Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}], Plot[f[x],
⌊пок⋯ ⌊диаграмма разб⋯ ⌊стиль графика ⌊кр⋯ ⌊легенды графика              ⌊график функции
  {x, Min[data〚All, 1〛], Max[data〚All, 1〛]}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
      ⌊минимум  ⌊всё      ⌊максимум ⌊всё      ⌊стиль графика ⌊синий ⌊легенды графика

 Plot[Q1[x], {x, Min[data〚All, 1〛], Max[data〚All, 1〛]},
 ⌊график функции ⌊минимум ⌊всё      ⌊максимум ⌊всё
  PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Q1(x)"}],
  ⌊стиль графика ⌊серый ⌊легенды графика

 Plot[Q2[x], {x, Min[data〚All, 1〛], Max[data〚All, 1〛]},
 ⌊график функции ⌊минимум ⌊всё      ⌊максимум ⌊всё
  PlotStyle → Orange, PlotLegends → {"Q2(x)"}],
  ⌊стиль графика ⌊оранж⋯ ⌊легенды графика

 Plot[Q3[x], {x, Min[data〚All, 1〛], Max[data〚All, 1〛]}, PlotStyle → Yellow,
 ⌊график функции ⌊минимум ⌊всё      ⌊максимум ⌊всё        ⌊стиль графика ⌊жёлтый
  PlotLegends → {"Q3(x)"}], Plot[Q4[x], {x, Min[data〚All, 1〛], Max[data〚All, 1〛]},
  ⌊легенды графика          ⌊график функции ⌊минимум ⌊всё    ⌊максимум ⌊всё
  PlotStyle → Green, PlotLegends → {"Q4(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  ⌊стиль графика ⌊зелё⋯ ⌊легенды графика       ⌊обозначения на осях
 PlotLabel → "Data points, f(x), Q3(x) and Q4(x)", ImageSize → Large]
 ⌊пометка графика                                ⌊размер изоб⋯ ⌊крупный
```

Out[2351]=



In[2352]:=

```
(*Вывод: чем выше степень многочлена,
тем ближе к данному графику функции мы получаем приближение*)
```