

# Taller de práctica Examen

## Parte 1

1. Suponga que la edad (en años) de las personas de una determinada ciudad distribuye  $N(\mu = 28, \sigma^2 = \text{Desconocida})$ . Si para una muestra de 120 personas, la varianza de la edad es de 28 años, calcule la probabilidad de que el valor promedio muestral de la edad se encuentre entre 27 y 29 años. Escriba todo el procedimiento de cálculo y las propiedades utilizadas. Utilice la tabla adecuada de las que se presentan a continuación.

Tabla 1: Distribución t-student, df = 28

Cuantil	Probabilidad
-2.828427	0.0043
-2.070197	0.0239
0.000000	0.5000
1.828427	0.9609
1.828427	0.9609
2.070197	0.9761
2.728427	0.9946
4.656854	1.0000
5.566854	1.0000

Tabla 2: Distribución t-student, df = 119

Cuantil	Probabilidad
-2.828427	0.0027
-2.070197	0.0203
0.000000	0.5000
1.828427	0.9650
1.828427	0.9650
2.070197	0.9797
2.728427	0.9963
4.656854	1.0000
5.566854	1.0000

2. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 67 proveniente de una población normal con desviación estándar  $\sigma = 3.05$ . Calcular la probabilidad de que la varianza muestral  $s^2$  sea como mínimo 8.21? Utilice la tabla adecuada de las que se presentan a continuación.

Tabla 3: Distribución Ji-Cuadrado, df = 66

Cuantil	Probabilidad
55.24886	0.1754
56.24816	0.2016
58.24886	0.2597
58.54886	0.2689
59.24886	0.2910

Tabla 4: Distribución Ji-Cuadrado, df = 65

Cuantil	Probabilidad
55.24886	0.1996
56.24816	0.2279
58.24886	0.2895
58.54886	0.2992
59.24886	0.3223

3. Suponga, que el porcentaje de desempleo anual sigue una distribución normal con media 8.19% y varianza 2.43. Si se toma una muestra de 87 registros anuales, calcule la probabilidad de que el promedio muestral del porcentaje de desempleo anual sea a lo sumo de 8.01 %. Especifique, la variable estudio, propiedad utilizada (y sus condiciones), datos del enunciado, la tabla a utilizar (5 o 6) y la probabilidad a calcular.

Tabla 5: Distribución t-student, df = 86

Cuantil	Probabilidad
-2.0701	0.0207
-1.4042	0.0819
-1.0770	0.1422
1.4042	0.9181
2.1701	0.9836

Tabla 6: Distribución Normal (0,1)

Cuantil	Probabilidad
-2.0701	0.0192
-1.4042	0.0801
-1.0770	0.1407
1.4042	0.9199
2.1701	0.9850

4. Considerando los datos de la pregunta anterior, calcule la probabilidad de que la varianza muestral sea cuando menos 2.77. Utilice la tabla adecuada de las que se presentan a continuación (7 o 8).

Tabla 7: Distribución Ji-Cuadrado, df = 86

Cuantil	Probabilidad
97.0329	0.8046
98.0329	0.8233
101.0152	0.8717
101.9152	0.8841
102.7152	0.8944

Tabla 8: Distribución Ji-Cuadrado, df = 88

Cuantil	Probabilidad
97.0329	0.7608
98.0329	0.7820
101.0152	0.8380
101.9152	0.8526
102.7152	0.8649

5. Los datos que a continuación se dan son las edades de 19 estudiantes de una determinada universidad: 19, 20, 21, 21, 24, 21, 20, 25, 17, 23, 28, 29, 27, 25, 25, 28, 20, 25, 31; con una desviación estándar muestral de 3.8472. Las edad de los estudiantes de dicha universidad es una variable aleatoria normal con media de 22 años.
- Calcule la probabilidad de que la media muestral de las edades de los estudiantes sea mayor a 20.3 años. Utilice la tabla 9 o 10 para calcular las probabilidades.
  - Calcule la probabilidad de que la media muestral de las edades de los estudiantes sea cuando mucho 23.41 años, considerando que la desviación estándar poblacional es de 3.922 años. Utilice la tabla 9 o 10 para calcular las probabilidades.
  - Vuelva a realizar el ítem *a)* calculando manualmente la desviación estándar muestral (debería ser la misma a la señalada en el enunciado), y utilizando la tabla 9 o 10 para calcular las probabilidades. **(ejercicio solo para ADP)**

Tabla 9: Distribución t-student, df = 18

Cuantil	Probabilidad
-2.333934	0.0157
-2.070100	0.0266
-1.926109	0.0350
-1.077000	0.1479
1.926109	0.9650
2.333934	0.9843

Tabla 10: Distribución Normal (0,1)

Cuantil	Probabilidad
-2.07010	0.0192
-1.92611	0.0270
-1.56707	0.0585
-1.07700	0.1407
1.56707	0.9415
1.92611	0.9730

## Parte 2 (No aplica para ADP)

- El error de medición de un proceso de control de gestión en la peligrosidad de residuos está dado por la siguiente función de distribución acumulada.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -2 \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{32} \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) & -2 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

Escriba la función de densidad de probabilidad, y calcule  $E(X)$  y  $Var(X)$ .

- Considere una variable aleatoria  $X$  con la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = k(1 - [x - 3]^2), 2 \leq x \leq 4$$

Determine el valor de  $k$ , y calcule  $E(X)$  y  $Var(X)$ .

- Considere las siguiente funciones de densidad de probabilidad.

a) Determine el valor de  $k$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2} e^{-1/x} & x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

b) Determine el valor de  $k$  previamente. Calcule la esperanza y varianza.

$$f(x) = k(\theta + 1)x^\theta, \quad 0 \leq x \leq k$$

con  $\theta \geq 0$  una constante.

4. Considere la siguiente función de distribución acumulada, con  $\lambda > 0$ .

$$F(x) = -\lambda x e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} + 1, \quad 0 \leq x < \infty$$

Determine la función de densidad de probabilidad, y calcule  $E(X)$  y  $Var(X)$ .

5. La función  $f(x)$  es una función de densidad de probabilidad.

$$f(x) = a e^{-2x/3}, \quad 0 \leq x < \infty$$

Determine el valor de  $a$ , y calcule  $E(X)$  y  $Var(X)$ .