Taller de práctica Prueba 2

1. Un fabricante de bombillas eléctricas afirma que el 90 % de sus bombillas duran más de 1000 horas. Si se seleccionan 10 bombillas al azar, responda las siguientes preguntas.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 8 duren más de 1000 horas?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que cuando mucho 2 duren más de 1000 horas?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que 1, 2 o 9 duren más de 1000 horas?

2. La cantidad de llamadas telefónicas que recibe una central telefónica es en promedio 2 llamadas por minuto, responda las siguiente preguntas.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 3 minutos se reciban exactamente 2 llamadas?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 7 minutos se reciban al menos 4 llamadas?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 5 minutos se reciban a lo más 3 llamadas?

3. El riesgo porcentual real de incumplimiento de un determinado tipo de crédito puede ser considerado como una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} k[1-(x-3)^2] & 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

   a) Determine el valor de k.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que el riesgo de incumplimiento sea mayor a 2.7 %?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que el riesgo de incumplimiento sea menor a 3.2 %?

   d) ¿Cuál es la probabilidad de que el el riesgo de incumplimiento esté entre 2.3 % y 3.8 %?

   e) Determine una expresión para $P(X \leq x)$.

4. Una familia de funciones de densidad de probabilidad que ha sido utilizada para aproximar la distribución del ingreso, el tamaño de la población de una ciudad y el tamaño de firmas es la familia Pareto. La familia tiene dos parámetros, k y θ, ambos > 0 y la función de densidad de probabilidad es

$$f(x;k,\theta) = \begin{cases} \dfrac{k\theta^k}{x^{k+1}} & x \geq \theta \\ 0 & x < \theta \end{cases}$$

   Verifique que el área total bajo la curva es igual a 1.

5. Al derivar las siguiente funciones obtendrá un función de densidad de probabilidad; obtenga dicha función y verifique las condiciones de una *fdp* en cada caso.

   a) $F(x) = \dfrac{x^2}{4}$, $0 \leq x \leq 2$

   b) $F(x) = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$, $-\infty < x < \infty$

   c) $F(x) = e^{-e^{-x}}$, $-\infty < x < \infty$

   d) $F(x) = 1 - e^{-x}$, $0 < x < \infty$

Ejercicios extras de distribución Possion y Binomial

1. Una central telefónica recibe en promedio 4 llamadas por hora. Supón que el número de llamadas por hora sigue una distribución **Poisson**.

   Sea $X \sim \text{Poisson}(\lambda = 4)$, donde X es el número de llamadas en una hora.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen **entre 2 y 5 llamadas**, inclusive?
   Es decir, calcula $P(2 \leq X \leq 5)$.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora y media lleguen **entre 1 y 3 llamadas**, inclusive?
   Es decir, calcula $P(1 \leq X \leq 3)$.

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen **menos de 3 llamadas** en 45 minutos?
   Es decir, calcula $P(X < 3)$.

   d) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen **más de 6 llamadas**?
   Es decir, calcula $P(X > 6)$.

2. En una fábrica, el 10 % de los productos fabricados tienen algún defecto. Se selecciona una muestra aleatoria de 15 productos.

   Sea $X \sim \text{Binomial}(n = 15, p = 0.10)$, donde X representa el número de productos defectuosos en la muestra.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar **entre 2 y 4 productos defectuosos**, inclusive?
   Es decir, calcula $P(2 \leq X \leq 4)$.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar **a lo más 3 productos defectuosos**?
   Es decir, calcula $P(X \leq 3)$.

   c) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar **al menos 1 producto defectuoso**?
   Es decir, calcula $P(X \geq 1)$.