Desarrollo de software: ABB, AVL-tree y B-tree

Diego Campusano, Norton Irarrázabal, Nicolás García, Maycol González y Gerardo Carvajal.

27 de septiembre de 2018

Índice

1. Introducción

En este presente trabajo daremos a conocer los algoritmos asociados a los ABB (Árbol de Búsqueda Binaria), AVL-tree (ABB balanceado) y B-tree(Árbol B).

Comenzando con el árbol de búsqueda binaria, haremos un profundo análisis a su efectiva capacidad para insertar, eliminar y realizar búsquedas en una cantidad no muy grande de datos, su deficiencia a la hora de realizar operaciones en numerosos datos y su costo relacionado, con esto podremos compararlo con los otros dos arboles, que poseen un cierto beneficio por su estructura, pero un costo adicional al tener más operaciones relacionadas, como rotaciones o divisiones internas. Estos últimos logran conseguir un balance que afecta positivamente al árbol, al momento de realizar determinadas operaciones

Ahora para los AVL, no se trata de árboles perfectamente equilibrados, pero sí lo son como para que su comportamiento sea lo bastante bueno como para usarlos, ya que los ABB no garantizan tiempos de búsqueda óptimos.
El algoritmo para mantener un árbol AVL equilibrado se basa en re equilibrados locales, de modo que no es necesario explorar todo el árbol después de cada inserción o borrado.

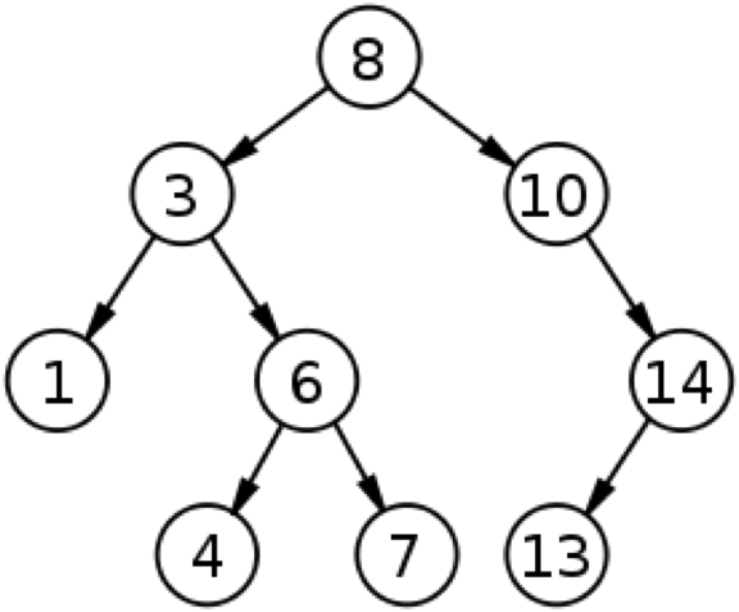
La búsqueda de estructura de datos más eficiente no cesa, y siempre existen oportunidades de encontrar nuevas estructura de datos con mejores prestaciones, de esta manera aparece el árbol B-Tree que es una estructura balanceada de búsqueda, diseñada para trabajar bien en discos u otros dispositivos de almacenamiento secundarios, puesto que ayudan a reducir las operaciones de I/O; muchas bases de datos utilizan este tipo de árbol o sus variantes para almacenar la información.

2. Análisis de un Árbol de Búsqueda Binaria (ABB)

- Definición: Un árbol de búsqueda binario ABB, es aquel que en cada nodo puede tener como mucho grado 2,es decir, un máximo de dos hijos. Los hijos suelen denominarse hijo izquierdo e hijo a la derecho, estableciéndose de esta forma un orden en el posicionamiento de los mismos Se puede resumir en que es un árbol binario que cumple que el subárbol izquierdo de cualquier nodo (si no está vacío) contiene valores menores que el que contiene dicho nodo, y el subárbol derecho (si no está vacío) contiene valores mayores. Un árbol perfectamente equilibrado tiene el mismo número de nodos en el subárbol izquierdo que en el subárbol derecho. En un árbol binario equilibrado, el peor desempeño de insertar un dato es O(log2n) , donde n es el número de nodos en el árbol. Para calcular la altura del arbol debemos calcular log2n, y del mismo modo esta formula representa el número máximo de comparaciones que insertar necesitará hacer mientras busca el lugar apropiado para insertar un nodo nuevo.

3. Características

- Un árbol de búsqueda binaria es un árbol binario que almacena en cada uno una llave o valor
- El valor de la raíz es menor que los valores almacenados en el lado derecho
- El valor de la raíz es mayor que todos los valores almacenados en el lado izquierdo del nodo



4. Tipos de Recorridos

- Se puede hacer un recorrido de un árbol en profundidad o en anchura. Los recorridos en anchura son por niveles, se realiza horizontalmente desde la raíz a todos los hijos antes de pasar a la descendencia de alguno de los hijos. El coste de recorrer el ABB es O(n), ya que se necesitan visitar todos los vértices. El recorrido en profundidad lleva al camino desde la raíz hacia el descendiente más lejano del primer hijo y luego continúa con el siguiente hijo. Como recorridos en profundidad tenemos inorden, preorden y postorden. Una propiedad de los ABB es que al hacer un recorrido en profundidad inorden obtenemos los elementos ordenados de forma ascendente.
- PreOrden: raíz-izquierda-derecha
- InOrden: izquierda-raíz-derecha
- PosOrden:izquierda-derecha-raíz

5. Operaciones básicas

- inserción: cuando se inserta un nuevo nodo en el árbol hay que tener en cuenta que cada nodo no puede tener más de dos hijos La inserción es similar a la búsqueda y se puede dar una solución tanto iterativa como recursiva. Si tenemos inicialmente como parámetro un árbol vacío se crea un nuevo nodo como único contenido el elemento a insertar. Si no lo está, se comprueba si el elemento dado es menor que la raíz del árbol inicial con lo que se inserta en el subárbol izquierdo y si es mayor se inserta en el subárbol derecho.

```
TREE-INSERT(T, z)
 1  y ← NIL
 2  x ← root[T]
 3  while x ≠ NIL
 4      do y ←  x
 5         if key[z] < key[x]

 6            then x ← left[x]
 7            else x ← right[x]
 8  p[z] ← y
 9  if y = NIL
10     then root[T] ← z              ✣ Tree T was empty
11     else if key[z] < key[y]
12             then left[y] ← z
13             else right[y] ← z
```

- búsqueda: el algoritmo comprara el elemento a buscar con la raíz, si es menor continua la búsqueda por la rama izquierda, si es mayor continua por la derecha, este procedimiento se realiza recursivamente hasta que encuentre el nodo o hasta que llegue al final del árbol Cabe destacar que la búsqueda en este tipo de árboles es muy eficiente, representa una función logarítmica. El máximo número de comparaciones que necesitaríamos para saber si un elemento se encuentra en un árbol binario de búsqueda estaría entre [log2(N+1)] y N, siendo N el número de nodos.

```
TREE-SEARCH (x, k)
1  if x= NIL or k = key[x]
2     then return x
3  if k < key[x]
4     then return TREE-SEARCH(left[x], k)
5     else return TREE-SEARCH(right[x], k)
```

- Borrar:La operación de borrado no es tan sencilla como las de búsqueda e inserción. Existen varios casos a tener en consideración:
  - Borrar un nodo sin hijos o nodo hoja: simplemente se borra y se establece a nulo el apuntador de su padre.
  - Borrar un nodo con un subárbol hijo: se borra el nodo y se asigna su subárbol hijo como subárbol de su padre.
  - Borrar un nodo con dos subárboles hijo: la solución está en reemplazar el valor del nodo por el de su predecesor o por el de su sucesor en inorden y posteriormente borrar este nodo. Su predecesor en inorden será el nodo más a la derecha de su subárbol izquierdo (mayor nodo del subárbol izquierdo), y su sucesor el nodo más a la izquierda de su subárbol derecho (menor nodo del subárbol derecho). En la siguiente figura se muestra cómo existe la posibilidad de realizar cualquiera de ambos reemplazos:

```
TREE-DELETE(T, z)
 1  if left[z] = NIL or right[z] = NIL
 2      then y ← z
 3      else y ← TREE-SUCCESSOR(z)
 4  if left[y] ≠ NIL
 5      then x ← left[y]
 6      else x ← right[y]
 7  if x ≠ NIL
 8      then p[x] ← p[y]
 9  if p[y] = NIL
10      then root[T] ← x
11      else if y = left[p[y]]
12              then left[p[y]] ← x
13              else right[p[y]] ← x
14  if y ≠ z
15      then key[z] ← key[y]
16           copy y's satellite data into z
17  return y
```

- Mínimo y máximo: Para encontrar el valor mínimo en un ABB se debe buscar en los hijos izquierdos hasta llegar al final del árbol,de modo contrario para encontrar un máximo se debe llegar al final del árbol por el lado derecho

```
TREE-MINIMUM (x)
1  while left[x] ≠ NIL
2       do x ← left[x]
3  return x

TREE-MAXIMUM(x)
1  while right[x] ≠ NIL
2       do x ← right[x]
3  return x
```

6. Aspectos técnicos del Desarrollo

- En primera instancia se pidió implementar un ABB en el lenguaje de programación Java,en este ABB se debe implementar un CRUD(excepto update),e ingresar la cantidad de 10.000 datos y ver como el árbol se comporta.

  1. Estructura de Nodo implementada

```
class nodoArbol {

        arbolBusquedaBinaria hd;
        arbolBusquedaBinaria hi;
        private int numero;

        public nodoArbol(){
            hd = null;
            hi = null;
            numero = 0;
        }
        public int getNumero() {
            return numero;
        }
        public void setNumero(int numero) {
            this.numero = numero;
        }

    }
```

  2. Estructura de Árbol implementada

```
public class arbolBusquedaBinaria {
    private nodoArbol raiz;

    public arbolBusquedaBinaria() {
        @SuppressWarnings("unused")
        nodoArbol raiz = new nodoArbol();
    }
```

  Esta estructurta fue planteada de este modo ya que solo se usaron enteros como 'clave' en los árboles utilizados , a modo de hacer mas simple la implementación y uso de estos.

- Diagrama de Clase


API`s
ABB
nodoArbol
+hd: arbolBusquedaBinaria
+hi: arbolBusquedaBinaria
-numero: int
+nodoArbol()
+int getNumero()
+setNumero(int Numero)
arbolBusquedaBinaria
-raiz: nodoArbol
+arbolBusquedaBinaria()
+insertar(int numero)
+boolean estaVacio()
+arbolBusquedaBinaria busqueda(int numero)
+boolean existeDato(int numero)
+int alturaDelAbb()
+int min()
+int max()
+boolean esHoja()
+eliminarDato(int numero)
+preOrdenAbb()
+posOrdenAbb()
+inOrdenAbb()

7. Análisis del arbol AVL

Definición. Un árbol AVL es un árbol binario de búsqueda que cumple con la condición de que la diferencia entre las alturas de los subárboles de cada uno de sus nodos es, como mucho 1, es decir balanceado.

Recordamos que un árbol binario de búsqueda consiste en que cada nodo cumple con que todos los nodos de su subárbol izquierdo son menores que la raíz y todos los nodos del subárbol derecho son mayores que la raíz.

El tiempo de las operaciones sobre un árbol binario de búsqueda son O(log n) promedio, pero el peor caso es O(n), donde n es el número de elementos.

La propiedad de equilibrio que debe cumplir un árbol para ser AVL asegura que la profundidad del árbol sea O(log(n)), por lo que las operaciones sobre estas estructuras no deberán recorrer mucho para hallar el elemento deseado.

El tiempo de ejecución de las operaciones sobre estos árboles es, a lo sumo O(log(n)) en el peor caso, donde n es la cantidad de elementos del árbol. Sin embargo, y como era de esperarse, esta misma propiedad de equilibrio de los árboles AVL implica una dificultad a la hora de insertar o eliminar elementos. Ya que es probable que estas operaciones afecten la propiedad de equilibrio.

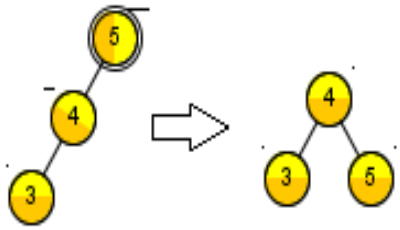
Por lo que se efectúan operaciones sobre el árbol conocidas como rotaciones, que nos ayudan a conservar el órden y a restaurar la propiedad de equilibrio de el árbol AVL.

Factor de equilibrio o propiedad de equilibrio : $FE = altura\ subarbol\ derecho - altura\ sub\ arbol\ izquierdo.$

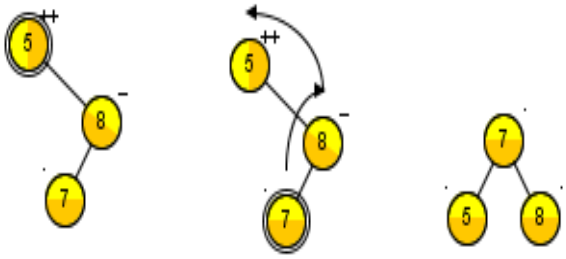
Se usan 4 tipos de rotaciones.

- Rotación Simple a la derecha: Se usa cuando el subárbol izquierdo de un nodo sea 2 unidades mas alto que el derecho, es decir que este cargado a la izquierda.FE (= -2)
- Rotación Simple a la izquierda: Se usa cuando subárbol derecho de un nodo sea 2 unidades mas alto que el izquierdo, es decir que este cargado a la derecha. (FE=2)
- Rotación Doble a la derecha: Si FE>1 y su hijo derecho tiene signo -. Esto es el equivalente a i: aplicar rotación simple a la derecha. ii: aplicar rotación simple a la izquierda.
- Rotación Doble a la izquierda: Si FE<-1 y su hijo izquierdo tiene signo +. i: aplicar rotación simple a la izquierda. ii: aplicar rotación simple a la derecha.

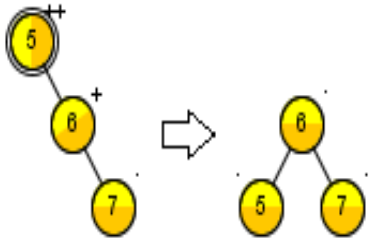
8. Ejemplos



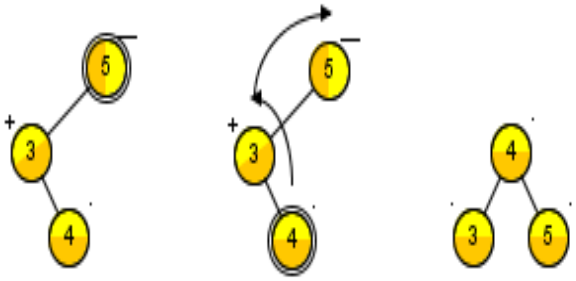
Rotación simple a la derecha.



Rotacion doble a la derecha.



Rotacion simple a la izquierda.



Rotacion doble a la izquierda.

9. Implementación arbol AVL

El arbol avl se elaboro en Eclipse Jee Oxygen es una plataforma de software compuesto por un conjunto de herramientas de programación de código abierto multiplataforma para desarrolladores java.

Pueden existir diversas formas de implementar un árbol AVL. Sin embargo, la implementación que yo hice para los nodos del arbol AVL es la siquiente:

```
public class Nodo_arbol_AVL {
        int Valor, FE;
        Nodo_arbol_AVL hijoizquierdo,hijoderecho;

        public Nodo_arbol_AVL (int Valor1) {
                this.Valor=Valor1;
                this.FE=0;
                this.hijoizquierdo=null;
                this.hijoderecho=null;
        }
}
```

Los nodos pueden tener muchos mas datos ya sean String, int, double etc... Sin embargo por simplicidad solo usaremos un dato de tipo entero, ahora si lo queremos con mas datos bastaría con incorporar otra variable.

Cada nodo tendrá su propio factor de equilibrio, para poder evaluar el balance del árbol AVL. Ademas de un hijo izquierdo y un hijo derecho de su misma clase.

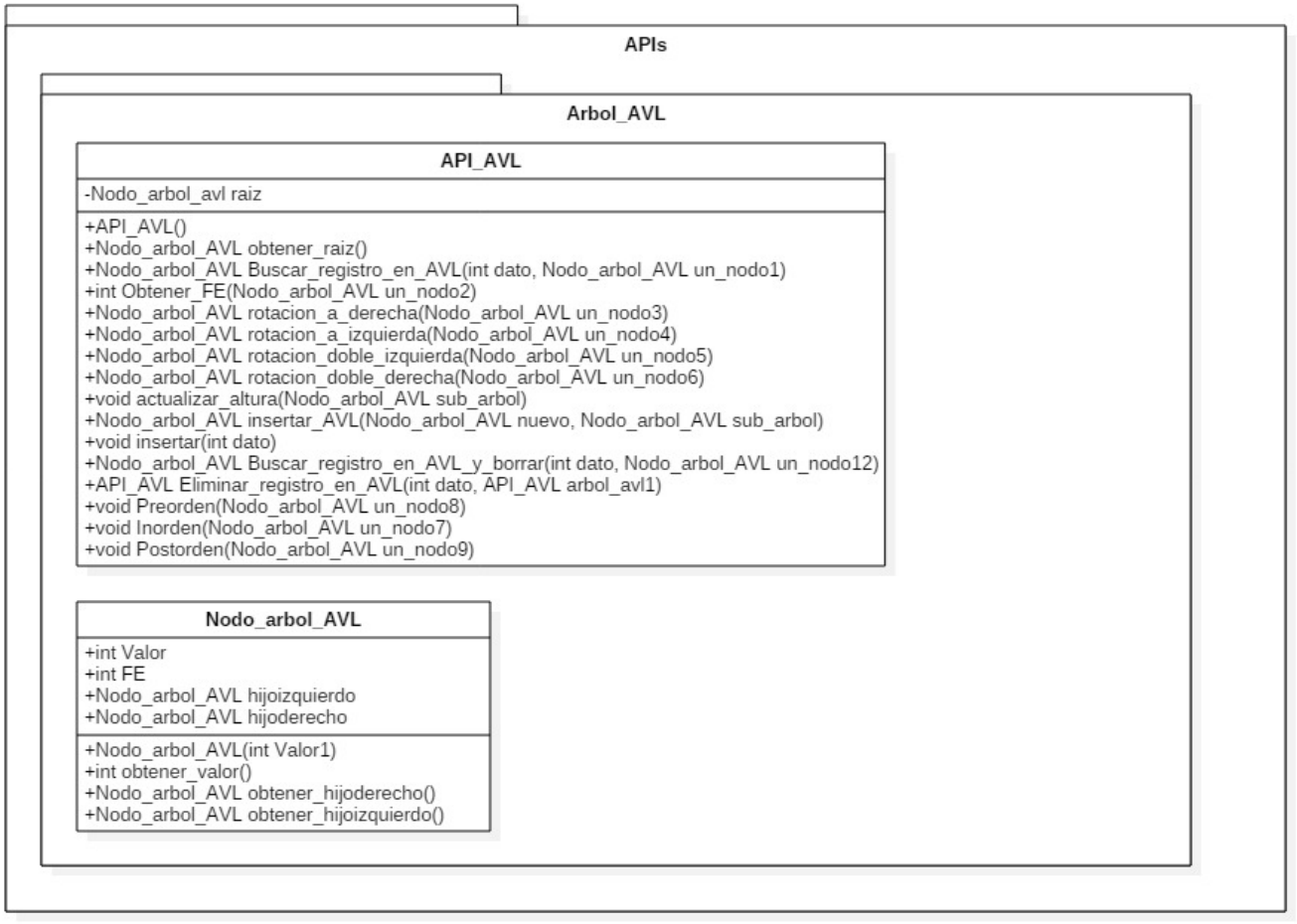
Ahora el árbol AVL lo defini como API_AVL y este tendrá solamente el nodo raíz.

```
public class API_AVL{
        private Nodo_arbol_AVL raiz;

        public API_AVL() {
                raiz=null;
        }
}
```

Ahora recordemos que cada una de estas clases tiene múltiples métodos y por consiguiente, incorpore diagramas UML y el Javadoc en donde podrán encontrar todo el detalle.

10. Diagrama UML



11. Javadoc Generado sin errores

```
<terminated> Javadoc Generation
Loading source files for package APIs.Arbol_AVL...
Constructing Javadoc information...
Standard Doclet version 1.8.0_162
Building tree for all the packages and classes...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\API_AVL.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\Nodo_arbol_AVL.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\package-frame.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\package-summary.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\package-tree.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\constant-values.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\class-use\Nodo_arbol_AVL.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\class-use\API_AVL.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\APIs\Arbol_AVL\package-use.html...
Building index for all the packages and classes...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\overview-tree.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-1.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-2.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-3.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-4.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-5.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-6.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-7.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index-files\index-8.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\deprecated-list.html...
Building index for all classes...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\allclasses-frame.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\allclasses-noframe.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\index.html...
Generating C:\Users\Dante\eclipse-workspace\Tarea_2_daa\doc\help-doc.html...
```

12. Muestra del Javadoc 1

APIs.Arbol_AVL

Class API_AVL

java.lang.Object
    APIs.Arbol_AVL.API_AVL

public class **API_AVL**
extends java.lang.Object

Constructor Summary

Constructors

Constructor and Description
`API_AVL()`

Method Summary

All Methods | **Instance Methods** | **Concrete Methods**

Modifier and Type	Method and Description
void	`actualizar_altura(Nodo_arbol_AVL sub_arbol)` Actualizar altura
Nodo_arbol_AVL	`Buscar_registro_en_AVL_y_borrar(int dato, Nodo_arbol_AVL un_nodo12)` Buscar un registro y borrarlo, uso recursivo
Nodo_arbol_AVL	`Buscar_registro_en_AVL(int dato, Nodo_arbol_AVL un_nodo1)` Buscar y Leer un dato en el arbol AVL, uso recursivo
API_AVL	`Eliminar_registro_en_AVL(int dato, API_AVL arbol_avl1)` Eliminar registro en arbol AVL

13. Muestra del Javadoc 2

Method Detail

obtener_raiz

```
public Nodo_arbol_AVL obtener_raiz()
```

obtiene la raiz del arbol

Returns:

devuelve un nodo en este caso la raiz del arbol

Buscar_registro_en_AVL

```
public Nodo_arbol_AVL Buscar_registro_en_AVL(int dato,
                                             Nodo_arbol_AVL un_nodo1)
```

Buscar y Leer un dato en el arbol AVL, uso recursivo

Parameters:

dato - numero entero a buscar en el arbol

un_nodo1 - un nodo en el arbol avl

Returns:

retorna un nodo

Obtener_FE

```
public int Obtener_FE(Nodo_arbol_AVL un_nodo2)
```

Obtener factor de equilibrio

Parameters:

un_nodo2 - un nodo de la clase Nodo_arbol_AVL

Returns:

14. Muestra del Javadoc 3

APIs.Arbol_AVL

Class Nodo_arbol_AVL

java.lang.Object
    APIs.Arbol_AVL.Nodo_arbol_AVL

public class **Nodo_arbol_AVL**
extends java.lang.Object

Nodo del arbol AVL

Constructor Summary

Constructors

Constructor and Description
`Nodo_arbol_AVL(int Valor1)` parametros

Method Summary

All Methods | **Instance Methods** | **Concrete Methods**

Modifier and Type	Method and Description
`Nodo_arbol_AVL`	`obtener_hijoderecho()` obtener_hijoderecho
`Nodo_arbol_AVL`	`obtener_hijoizquierdo()` obtener_hijoizquierdo
`int`	`obtener_valor()` obtener_valor

15. Muestra del Javadoc 4

Method Detail

obtener_valor

```
public int obtener_valor()
```

obtener_valor

Returns:

Devuelve el dato del nodo

obtener_hijoderecho

```
public Nodo_arbol_AVL obtener_hijoderecho()
```

obtener_hijoderecho

Returns:

devuelve un nodo

obtener_hijoizquierdo

```
public Nodo_arbol_AVL obtener_hijoizquierdo()
```

obtener_hijoizquierdo

Returns:

devuelve un nodo

16. Diferencias entre algoritmos

16.1. ABB y AVL-tree

Como sabemos, los árboles binarios de búsqueda son una estructura de datos que intenta conseguir mejor tiempo de acceso a los datos en las operaciones de búsqueda/recuperación, inserción o eliminación comparado con los tiempos en estructuras lineales como arreglos y listas. El acceso a un dato es proporcional a la altura del árbol, ya que su ubicación podría ser, en el peor de los casos, en una hoja. Por lo tanto, es deseable que el ABB tenga la menor altura posible; pero esto dependerá de la secuencia en que los datos se fueron insertando en el momento de la creación del mismo. De esta forma, en el peor de los casos, la búsqueda puede llegar a tener orden de complejidad O(n), siendo que lo que buscamos es acercarnos a O(log n). La búsqueda de estructura de datos más eficiente no cesa, y siempre existen oportunidades de encontrar nuevas estructura de datos con mejores prestaciones, de esta manera aparecen el arboles B-Tree que es un árbol balanceado de búsqueda que más que todos son diseñados para trabajar bien en discos u otros dispositivos de almacenamiento secundarios, puesto que ayudan a reducir las operaciones de I/O; muchas bases de datos utilizan este tipo de árbol o sus variantes para almacenar la información.

17. Descripción Árbol-B

Los arboles b disenados para funcionar bien en discos u otros accesos directos dispositivos de almacenamiento secundario.Los arboles B son similares a los arboles red-black, pero son mejores para minimizar las operaciones de E / S de disco. Muchos sistemas de bases de datos utilizan B-trees, o variantes de B-trees, para almacenar información.

La idea tras los arboles-B es que los nodos internos deben tener un numero variable de nodos hijo dentro de un rango predefinido. Cuando se inserta o se elimina un dato de la estructura, la cantidad de nodos hijo varía dentro de un nodo. Para que siga manteniéndose el numero de nodos dentro del rango predefinido, los nodos internos se juntan o se parten. Dado que se permite un rango variable de nodos hijo, los arboles-B no necesitan Re balancearse tan frecuentemente como los arboles binarios de búsqueda auto-balanceables. Pero, por otro lado, pueden desperdiciar memoria, porque los nodos no permanecen totalmente ocupados.

18. Características Árbol-B

Los Arboles B deben cumplir las siguientes características:

- Toda pagina tiene como máximo 2n nodos.
- Toda pagina distinta de la raíz tiene como mínimo n nodos.
- La raíz tiene como mínimo un nodo.
- Todas las paginas hojas están en el ultimo nivel.

Ademas de estas características los arboles B tienen cumplir cierto orden:

- Los nodos dentro de una pagina mantienen un orden ascendente.
- Cada nodo es mayor que los nodos situados a su izquierda.
- Cada nodo es mayor que los nodos situados a su derecha.

19. Implementan Árbol-B

En esta sección, presentamos los detalles de algunas de las operaciones básicas del los arboles B como los es crear,Buscar, eliminar e Insertar:

- Crear Árbol B: Para construir un T árbol B, primero usamos B-TREE-CREATE para crear un nodo raíz vacío y luego agregamos nuevas claves.

```
B-TREE-CREATE(T)
1  x ← ALLOCATE-NODE()
2  leaf[x] ← TRUE
3  n[x] ← 0
4  DISK-WRITE(x)
5  root[T] ← x
```

- Buscar: Buscar un árbol B es muy parecido a buscar en un arbol binario de búsqueda, excepto que en lugar de hacer un decisión de bifurcación binaria o "bidireccional.[en] cada nodo, hacemos una bifurcación de múltiples vías. decision segun el numero de hijos del nodo.

```
B-TREE-SEARCH(x, k)
1 i ← 1
2 while i ≤ n[x] and k > key_i[x]
3        do i ← i + 1
4 if i ≤ n[x] and k = key_i[x]
5     then return (x, i)
6 if leaf [x]
7     then return NIL
8     else DISK-READ(c_i[x])
9          return B-TREE-SEARCH(c_i[x], k)
```

Usando un procedimiento de búsqueda lineal, las lineas 1-3 encuentran el indice mas pequeño i tal que k ¡= key i (x), o de lo contrario, establecen i a n [x] + 1. Las lineas 4-5 comprueban si ahora hemos descubierto la clave, volviendo si tenemos Las lineas 6-9 terminan la búsqueda sin éxito (si x es una hoja) en el busque el subárbol apropiado de x, después de realizar el DISK-READ necesario en ese hijo

- Insertar: Las inserciones se hacen en los nodos hoja.

  - 1. Realizando una búsqueda en el árbol, se halla el nodo hoja en el cual debería ubicarse el nuevo elemento.
  - 2. Si el nodo hoja tiene menos elementos que el máximo numero de elementos legales, entonces hay lugar para uno mas. Inserte el nuevo elemento en el nodo, respetando el orden de los elementos.
  - 3. De otra forma, el nodo debe ser dividido en dos nodos. La división se realiza de la siguiente manera:
    - Se escoge el valor medio entre los elementos del nodo y el nuevo elemento.

- Los valores menores que el valor medio se colocan en el nuevo nodo izquierdo, y los valores mayores que el valor medio se colocan en el nuevo nodo derecho; el valor medio actúa como valor separador.
- El valor separador se debe colocar en el nodo padre, lo que puede provocar que el padre sea dividido en dos, y así sucesivamente.

```
B-TREE-INSERT(T, k)
 1  r ← root[T]
 2  if n[r] = 2t - 1
 3     then s ← ALLOCATE-NODE()
 4          root[T] ← s
 5          leaf[s] ← FALSE
 6          n[s] ← 0
 7          c1[s] ← r
 8          B-TREE-SPLIT-CHILD(s, 1, r)
 9          B-TREE-INSERT-NONFULL(s, k)
10     else B-TREE-INSERT-NONFULL(r, k)
```

Inserción normal

```
B-TREE-INSERT-NONFULL(x, k)
 1  i ← n[x]
 2  if leaf[x]
 3     then while i ≥ 1 and k < keyi[x]
 4            do keyi+1[x] ← keyi[x]
 5                  i ← i - 1
 6            keyi+1[x] ← k
 7            n[x] ← n[x] + 1
 8            DISK-WRITE(x)
 9     else while i ≥ 1 and k < keyi[x]
10            do i ← i - 1
11          i ← i + 1
12          DISK-READ(ci[x])
13          if n[ci[x]] = 2t - 1
14            then B-TREE-SPLIT-CHILD(x, i, ci[x])
15                  if k> keyi[x]
16                    then i ← i + 1
17          B-TREE-INSERT-NONFULL(ci[x], k)
```

Inserción con división de nodo

- Eliminar:La eliminación de un B-tree es análoga a la inserción, pero un poco mas complicada, porque una clave puede eliminarse de cualquier nodo, no solo una hoja, y la eliminación de un nodo interno requiere que los hijos del nodo se reorganicen. Al igual que en la inserción, debemos protegernos contra la eliminación produciendo un árbol cuya estructura viola las propiedades del árbol B. Así como tunemos que asegurarnos de que un nodo no se hace demasiado grande debido a la inserción, debemos asegurarnos de que un nodo no se vuelva demasiado pequeño durante la eliminación (excepto que la raiz tiene permitido tener menos que el numero mínimo t - 1 de teclas, aunque no esta permitido tener mas que el numero máximo 2t - 1 de teclas).

19.1. ABB y B-tree

A diferencia del ABB, el árbol B posee multicaminos, ya que cada nodo puede tener varios hijos según el grado del árbol, y es auto-balanceable por lo que todas sus hojas están en el mismo nivel, esto implica que en comparación las búsquedas son mucho más directas, Cabe recalcar también que las hojas contienen todas las claves en orden, por lo que la búsquedas son realmente efectivas. donde esta mucho más dividido la zona de claves en donde queramos buscar.

19.2. B-tree y AVL

La principal diferencia entre el ABB y el B-tree, es que este último realiza una menor cantidad de búsqueda para poder llegar a la clave solicitada, Los árboles B tienen ventajas sustanciales sobre otras implementaciones cuando el tiempo de acceso a los nodos excede al tiempo de acceso entre nodos. Este caso se da usualmente cuando

los nodos se encuentran en dispositivos de almacenamiento secundario como los discos rígidos. Al maximizar el número de nodos hijo de cada nodo interno, la altura del árbol decrece, las operaciones para balancearlo se reducen, y aumenta la eficiencia. Usualmente este valor se coloca de forma tal que cada nodo ocupe un bloque de disco, o un tamaño análogo en el dispositivo. Depende de como estén implementados estos árboles para decidir cual funciona mejor a la hora realizar operaciones

- En el peor de los casos, la altura de un árbol-B es:
- log.m N
- En el mejor de los casos, la altura de un árbol-B es:
- N

Donde M es el número máximo de hijos que puede tener un nodo.

20. Conclusión

Para culminar nuestro trabajo debemos tener en cuenta que un árbol como estructura de datos nos permite almacenar una cantidad significativa de datos de forma ordenada. Un árbol se representa con un conjunto de nodos entrelazados entre sí por medio de ramas, debemos tener en cuenta que el nodo base es único, y se le denomina raíz. En un árbol un padre puede tener varios hijos pero un hijo solo puede tener un padre, desde la raíz se puede llegar a cualquier nodo progresando por las ramas y atravesando los sucesivos niveles estableciendo así un camino.
Los arboles nacen de la necesidad de organizar la información de manera óptima, así que su importancia no es menor, ya que la velocidad de búsqueda, inserción y borrado depende mucho de una buena implementación de estas estructuras de datos. ya que para cada problemática de esta índole, siempre habrá un árbol que sea más adecuado que otro.

Referencias

l algoritmo para mantener un arbol AVL equilibrado se basa en reequilibrados locales, de modo que no es necesario explorar todo el arbol despues de cada insercion o borrado. La busqueda de estructura de datos mas eciente no cesa, y siempre existen oportunidades de encontrar nuevas estructura de datos con mejores prestaciones, de esta manera aparece el arbol B-Tree que es una estructura balanceada de busqueda, dise nada para trabajar bien en discos u otros dispositivos de almacenamiento secundarios, puesto que ayudan a reducir las operaciones de I/O; muchas bases de datos utilizan este tipo de arbol o sus variantes para almacenar la informacion. 99Árboles AVL: rua.ua.es/dspace/handle/10045/16037 Estructuras de datos : Libro CLRSL Arboles binarios de busqueda: decsai.ugr.es/jfv/ed1/tedi/cdrom/docs/arb_BB.htm Arboles B: computerscienceesmeraldas.blogspot.cl/2016/04/btreealgomassobrearboles.html