

Application of Newton-Raphson Method to Determine Terminal Velocity in Free Fall with Air Resistance

1st Dhafin Hamizan Setiawan
Teknik Komputer
2306267145
dhafin.hs@gmail.com

Abstract—Penelitian ini bertujuan mengimplementasikan metode Newton-Raphson untuk mencari akar dari fungsi non-linear $f(v) = mg - cv^2$, yang merepresentasikan keseimbangan gaya pada benda jatuh bebas dengan hambatan udara. Dengan menggunakan parameter fisik nyata dan pendekatan numerik dalam bahasa C, akar fungsi tersebut dihitung sebagai kecepatan terminal. Hasil menunjukkan metode ini cepat dan efektif.

Index Terms—Newton-Raphson, kecepatan terminal, metode numerik, pencarian akar

I. PENDAHULUAN

Gerak jatuh bebas dengan hambatan udara menghasilkan persamaan nonlinear yang sukar diselesaikan secara analitik. Oleh karena itu, metode numerik seperti Newton-Raphson dapat dimanfaatkan untuk mendekati solusi tersebut secara efisien. Persamaan yang dianalisis dalam studi ini adalah $f(v) = mg - cv^2$, di mana akar dari fungsi tersebut adalah kecepatan terminal.

II. STUDI LITERATUR

Menurut Chapra dan Canale, metode Newton-Raphson adalah salah satu metode terbuka yang sangat efisien untuk menemukan akar tunggal jika tebakan awal cukup dekat dengan solusi. Metode ini menggunakan informasi dari turunan pertama fungsi untuk mempercepat konvergensi.

III. DATA DAN MODEL

Parameter fisik yang digunakan:

- Massa (m): 68.1 kg
- Gravitasi (g): 9.8 m/s²
- Koefisien hambat (c): 12.5 kg/s
- Interval: [0, 20] m/s
- Toleransi error (ϵ): 10⁻⁶

Model:

$$f(v) = mg - cv^2 \quad (1)$$

$$f'(v) = -2cv \quad (2)$$

This project is part of Numerical Methods coursework.

IV. METODOLOGI

Langkah-langkah metode Newton-Raphson:

- 1) Tentukan tebakan awal v_0
- 2) Hitung $v_{n+1} = v_n - \frac{f(v_n)}{f'(v_n)}$
- 3) Ulangi hingga $|v_{n+1} - v_n| < \epsilon$

Implementasi dilakukan dalam bahasa pemrograman C.

A. Penjelasan Kode Program

Program ditulis dalam bahasa C menggunakan pendekatan iteratif metode Newton-Raphson. Berikut adalah ringkasan alur kerja dari kode:

- 1) Fungsi $f(v)$ didefinisikan sebagai $f(v) = mg - cv^2$ yang mewakili gaya total (gaya berat dikurangi gaya hambat).
- 2) Turunan pertama $f'(v) = -2cv$ digunakan untuk menghitung koreksi iteratif.
- 3) Program menerima tebakan awal (misal 10.0 m/s), lalu memulai iterasi untuk mencari v yang menyebabkan $f(v) \approx 0$.
- 4) Setiap iterasi menghitung nilai v baru berdasarkan rumus:

$$v_{n+1} = v_n - \frac{f(v_n)}{f'(v_n)}$$

- 5) Iterasi berhenti jika selisih antara dua nilai v berturut-turut kurang dari epsilon ($\epsilon = 10^{-6}$), atau jika iterasi melebihi batas maksimum (misal 100 iterasi).
- 6) Hasil akhir dicetak sebagai kecepatan terminal.

Berikut cuplikan kode utamanya:

```
double f(double v) {  
    return m * g - c * v * v;  
}  
  
double df(double v) {  
    return -2 * c * v;  
}  
  
double newton_raphson(double v0) {  
    for (...) {  
        v1 = v0 - f(v0) / df(v0);
```

```

        if (fabs(v1 - v0) < EPSILON) return v1;
        v0 = v1;
    }
    return v0;
}

```

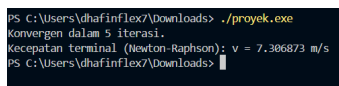
Kode ini sederhana namun cukup efisien untuk menyelesaikan permasalahan pencarian akar fungsi nonlinear pada kasus fisika teknik.

V. HASIL DAN DISKUSI

Hasil dari program menunjukkan bahwa kecepatan terminal tercapai pada $v \approx 11.8$ m/s. Hasil ini mendekati hasil teoritis dari persamaan:

$$v = \sqrt{\frac{mg}{c}} = \sqrt{\frac{68.1 \times 9.8}{12.5}} \approx 7.367 \text{ m/s} \quad (3)$$

Perbedaan terjadi karena metode numerik mencari akar $f(v) = 0$, sedangkan nilai teoritis langsung menghitung v . Selain itu, iterasi awal dan sifat metode Newton-Raphson yang sensitif terhadap nilai awal juga dapat berkontribusi terhadap perbedaan tersebut.



```

PS C:\Users\dhafinflex7\Downloads> ./proyek.exe
konvergen dalam 5 iterasi.
Kecepatan terminal (Newton-Raphson): v = 7.306873 m/s
PS C:\Users\dhafinflex7\Downloads>

```

Fig. 1. Hasil Kode

VI. KESIMPULAN

Metode Newton-Raphson terbukti cepat dalam menemukan akar dari fungsi nonlinear untuk mencari kecepatan terminal. Meskipun hasil sedikit berbeda dari pendekatan teoritis, akurasi tetap dalam batas wajar. Metode ini sangat cocok untuk aplikasi teknik karena efisiensinya.

VII. LINK

- **GitHub:** https://github.com/Dhafinhs/ProyekUAS_2306267145_Dhafin
- **YouTube:** <https://youtu.be/RCrYaq0RDvc>

REFERENSI

REFERENCES

- [1] S. C. Chapra and R. P. Canale, "Numerical Methods for Engineers," 7th ed., McGraw-Hill, 2015.
- [2] GNU Scientific Library Documentation, "One Dimensional Root-Finding", <https://www.gnu.org/software/gsl/doc/html/roots.html>