

Résumé

La durée de cet exam est de 2h. Les documents de cours, TD et de TP sont autorisés. Les 2 parties sont totalement indépendantes, et doivent être rédigés sur deux copies séparées.

1 Partie 1

1.1 Réduction d'une chaîne de Freeman

Dans cette partie, nous allons étudier une transformation qui peut être appliquée sur la chaîne de Freeman qui décrit un contour. Cette opération, appelée réduction, sera ici appliquée sur des chaînes déterminées pour un code en connexité 8. La réduction de chaîne consiste à éliminer dans la chaîne des paires de codes correspondant à des directions "inverses", ainsi qu'à remplacer des paires de codes par un seul code équivalent.

Par exemple, considérons la chaîne "7107542". Les codes "0" et "4" correspondent à des directions opposées, ainsi que les directions "1" et "5". Une première étape de réduction fournit donc la chaîne "772". On constate qu'il n'est pas nécessaire que les codes de directions inverses soient successifs dans la chaîne pour qu'on puisse les enlever.

Pour continuer la réduction, on peut remplacer des paires de codes par un seul code équivalent. Dans la chaîne "772", la combinaison "72" peut être remplacée par le seul code "0", du fait qu'un déplacement "bas-droite" associé à un déplacement "haut" peut être ramené à un seul déplacement "droite". Comme dans le premier cas, il n'est pas nécessaire que les codes soient consécutifs pour appliquer l'opération de réduction.

Quand la chaîne ne peut plus être transformée ni par suppression de codes opposés, ni par remplacement de paires de codes, on obtient la *chaîne réduite* associée au contour.

1. Déterminez les chaînes de Freeman décrivant les contours représentés sur les deux images de la figure 1. Dans les deux cas, le contour est parcouru dans le sens horaire, et le pixel origine est marqué par une croix dans l'image.
2. Réduisez les chaînes associées à ces deux contours ; Quel autre contour décrit la chaîne réduite obtenue pour le premier contour ?
3. En déduire les utilisations potentielles de l'opération de réduction de chaîne.

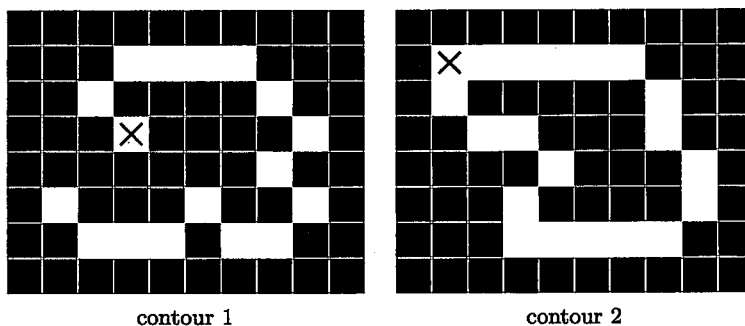


FIGURE 1 – contours dans une image binaire

1.2 Moments d'un carré

Calculer les moments centrés jusqu'à l'ordre 2 (μ_{00} , μ_{10} , μ_{01} , μ_{20} , μ_{11} et μ_{02}) d'un carré de 3×3 pixels défini dans une image binaire. En déduire ses moments centrés normalisés, également jusqu'à l'ordre 2.

2 Partie 2 : arrimage en orbite

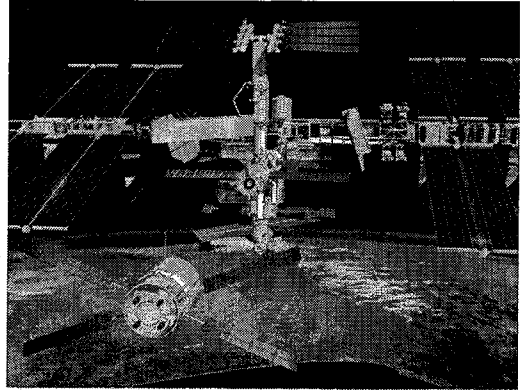
Position du problème

On souhaite équiper un véhicule spatial d'un dispositif automatique destiné à contrôler la vitesse d'approche pour l'arrimage avec la station spatiale internationale (ISS) en orbite autour de la terre. Ce système est fondé sur l'utilisation de capteurs de distance.

On suppose que le véhicule est équipé de deux capteurs de mesure de distance :

- un télémètre laser, source d'information que nous appellerons S_1 ;
- un système radar, appelé par la suite source S_2 .

On suppose par ailleurs que les deux capteurs n'ont pas la même fiabilité. Celle-ci est définie (pour chaque capteur) par un coefficient β_i tel que : $P(\text{capteur } S_i \text{ fiable}) = \beta_i$.



Pour chacune des sources, le coefficient de fiabilité est reporté dans le tableau suivant :

β_1 (capteur S_1)	β_2 (capteur S_2)
0.9	0.8

Tab. 1 : Coefficients de fiabilité β_1 et β_2 .

Solution envisagée

On souhaite aborder le problème par la théorie des fonctions de croyance. Ainsi, les deux capteurs doivent fournir au système de contrôle d'approche une décision ('Proche' ou 'Non Proche') à partir de deux fonctions de croyance m_1 et m_2 caractérisant les informations apportées par S_1 et S_2 . Pour construire les jeux de masses à partir des mesures de distance délivrées par les capteurs, on utilise un système d'évaluation de la croyance basé sur des sous-ensembles flous caractérisés par la figure suivante :

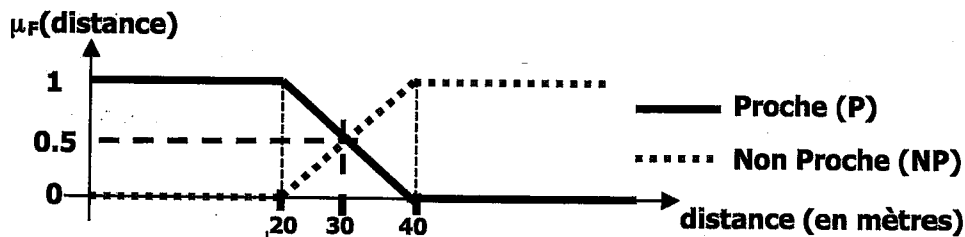


Figure 1 : Sous-ensembles flous pour construire des fonctions de croyance.

Pour une mesure de distance donnée par les deux capteurs, on peut construire des fonctions de croyance respectivement pour l'état 'Non Proche' (NP) et pour l'état 'Proche' (P). Le cadre de discernement Ω est défini par : $\Omega = \{P, NP\}$.

On peut – en s'appuyant sur les sous-ensembles flous donnés – déduire pour chaque capteur des fonctions de croyance pour toute distance. Bien évidemment, il faut tenir compte du coefficient de fiabilité associé à chaque capteur. Par exemple, pour une mesure de distance de 30 mètres fournie par S_1 (respectivement S_2), les masses de croyance pour l'état 'Proche' est de $m_1(P) = 0.50 \times \beta_1$ (respectivement $m_2(P) = 0.50 \times \beta_2$) et

pour l'état 'Non Proche' de $m_1(NP) = 0.50 \times \beta_1$ (respectivement $m_2(NP) = 0.50 \times \beta_2$). Ce qui entraîne bien évidemment que $m_1(\Omega) = 1 - \beta_1$ et $m_2(\Omega) = 1 - \beta_2$.

Dans la réalité, les deux capteurs fourniront généralement des mesures différentes (e.g. S_1 donne 21 mètres et S_2 donne 19 mètres).

Lorsque le véhicule passe d'un état 'Non Proche' à un état 'Proche', le système automatisé commande l'allumage de moteurs pour freiner le véhicule. C'est le rôle du système de commander les moteurs en s'appuyant sur la décision ('Proche' ou alors 'Non Proche') construite à partir des fonctions de croyance.

Travail demandé

1. Déterminer l'ensemble 2^a .
2. Caractériser les fonctions de croyance m_1 et m_2 en fonction de la distance mesurée par les capteurs.
3. Donner le jeu de masses m obtenu par la combinaison des jeux de masses m_1 et m_2 à l'aide de l'opérateur de Dempster pour les mesures du tableau Tab. 2.
4. Quelle serait alors la décision prise par le système pour chacun des cas du tableau Tab.2 ?

	Cas 1	Cas 2
Capteur S_1	31 mètres	38 mètres
Capteur S_2	33 mètres	41 mètres

Tab. 2 : Mesures de distance.