

Résumé

La durée de cet exam est de 2h. Les documents de cours, TD et de TP sont autorisés. Les 3 parties sont indépendantes, et doivent être rédigées sur 3 copies séparées.

1 Partie 1 : Matrices de co-occurrence et binarisation

On considère l'image en niveaux de gris d'une texture régulière représentée sur la figure 1. Le niveau de gris de chaque pixel varie entre 0 et 3.

0	1	2	3	0	1	2	3
3	0	1	2	3	0	1	2
2	3	0	1	2	3	0	1
1	2	3	0	1	2	3	0
0	1	2	3	0	1	2	3
3	0	1	2	3	0	1	2
2	3	0	1	2	3	0	1
1	2	3	0	1	2	3	0

FIGURE 1 – Image d'une texture régulière.

Q 1. Combien de couples de décalages doit on considérer pour calculer toutes les matrices de co-occurrence pour deux pixels immédiatement voisins en connexité 8? Calculer les matrices de co-occurrence des niveaux de gris pour les couples de décalages (0, 1) et (1, 1).

Q 2. On binarise cette image avec un seuil égal à 1, en considérant qu'un pixel de l'image résultat vaut 0 si son niveau de gris initial était *strictement* inférieur au seuil et 1 dans le cas contraire. Calculer à nouveau les matrices des co-occurrence pour les mêmes couples de décalages.

Q 3. Montrer que les matrices obtenues sur l'image binaire peuvent se déduire de celles de l'image initiale en niveaux de gris. Utiliser cette propriété pour déterminer les matrices qui seraient obtenues avec un seuil égal à 2.

2 Partie 2 : Analyse factorielle discriminante

Nous allons exécuter une analyse factorielle discriminante sur des données 2D représentées par les 2 classes suivantes composées chacune de 3 données : C1 : {(3, 2), (2, 3), (4, 1)} et C2 : {(4, 3), (4, 5), (7, 4)} représentées par la figure 2.

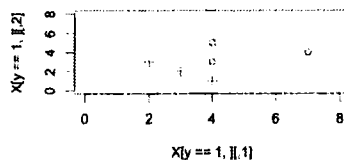


FIGURE 2 – Représentation des deux classes.

Q 4. Calculer les moyennes m_1 et m_2 des centres des classes C1 et C2.

Q 5. Calculer les matrices de co-variance S1 et S2 des classes C1 et C2.

Q 6.En déduire la matrice de co-variance intra-classe S_W .

Q 7.Calculer la matrice de co-variance inter-classe S_B .

Q 8.Etant donnée la matrice $S_W^{-1} \cdot S_B$ donnée dans le tableau 1, donner les 2 vecteurs et valeurs propres associées.

1.71	1.71
2.86	2.86

TABLE 1 – Matrice $S_W^{-1} \cdot S_B$.

Q 9.Quel est le vecteur propre à retenir pour la projection sur la droite optimale ?

Q 10.Tracer sur votre copie de manière graphique la droite optimale et projeter les points sur la droite. Quelle est votre conclusion sur la discrimination des points ainsi projetés ?

3 Partie 3 : arbres et chaînes

3.1 Classification par arbre

Q 11.Question préliminaire : donner les arbres de décisions qui expriment les fonctions booléennes suivantes :

1. $A \vee (B \wedge C)$
2. $(A \wedge B) \vee (C \wedge D)$

Q 12.On considère maintenant un problème de classification à 2 classes pour les données suivantes (4 attributs binaires) :

Classe 1	Classe 2
a=0001	e=1010
b=1111	f=0100
c=0101	g=1100
d=1011	h=0111

Utilisez le critère d'impurité entropique pour construire un arbre de décision pour ces données.

Q 13.Exprimez chaque catégorie à l'aide d'expressions logiques aussi simple que possible (c'est-à-dire avec le plus petit nombre possible de ET et de OU).

Q 14.A quelle catégorie appartiendrait l'exemple $x=0011$?

3.2 Une question de distance

Q 15.Calculez dans un tableau la distance *edit* entre les mots **estival** et **festivités**.