UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Engenharia de Controle e Automação

Modelagem de Processos Industriais – Parte 2

Controle de Processos Industriais (CPI)

Departamento de Engenharia de Controle e Automação
Instituto de Ciência e Tecnologia – UNESP – Campus Sorocaba

Prof. Dr. Dhiego Fernandes Carvalho

dhiego.fernandes@unesp.br

Objetivos

- Modelar Sistemas em Malha Aberta
- Levantar Parâmetros de Sistemas em Malha Aberta
- Modelar Sensores e Atuadores
- Entender o que é o atraso e saber como modelá-lo.
- Modelar Sistemas em Malha Fechada

Índice

Introdução

- Um Processo Industrial é representado por uma equação diferencial no domínio do tempo.
- Para a Análise e Modelagem de Processos Industriais é interessante simplificar essas equações diferenciais em uma equação algébrica → Função de Transferência.

$$\mathbf{a}\frac{\boldsymbol{dy^2}}{\boldsymbol{dt^2}} + \boldsymbol{b}\frac{\boldsymbol{d_y}}{\boldsymbol{d_t}} + \boldsymbol{cy} = \boldsymbol{du}$$

Onde:

- $y(t)$ é a saída do sistema,
- $u(t)$ é a entrada do sistema,
- a, b, c e d são constantes.

$\mathcal{L}$

LAPLACE

$$\boldsymbol{s^2Y(s) + bsY(s) + cY(s) = dU(s)}$$

Onde:

- $Y(s)$ é a Transformada de Laplace $y(t)$
- $U(s)$ é a Transformada de Laplace de $u(t)$.

Função de Transferência

$$\boldsymbol{H(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = \frac{d}{as^2+bs+cd}}$$

Introdução

- Os parâmetros da Função de Transferência informa como um sistema responde a mudanças, ou quão oscilatório ele pode ser em certas condições.

Sistema de Primeira Ordem

$$G(s) = \frac{P(s)}{T(s)} = \frac{K}{\tau s+1}$$

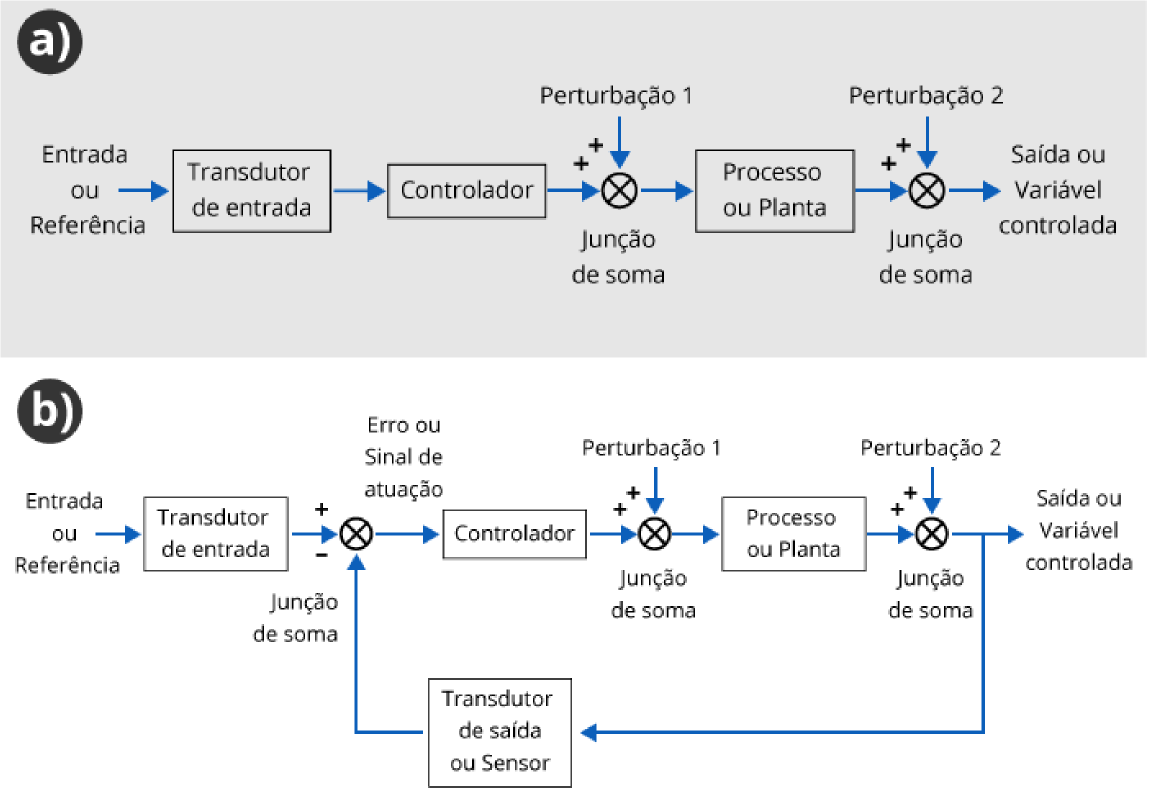
1. **Ganho Estacionário (*K*)**: ganho do sistema
2. **Constante de Tempo (*τ*)**: descreve a rapidez com que a variável do sistema (variável controlada) responde a mudanças na entrada.

Introdução

- Para um processo industrial atinja um *setpoint* rapidamente sem oscilar muito, é necessário entender os parâmetros da sua função de transferência.
- Por exemplo: um robô siga um caminho específico suavemente, os parâmetros da função de transferência são a chave.

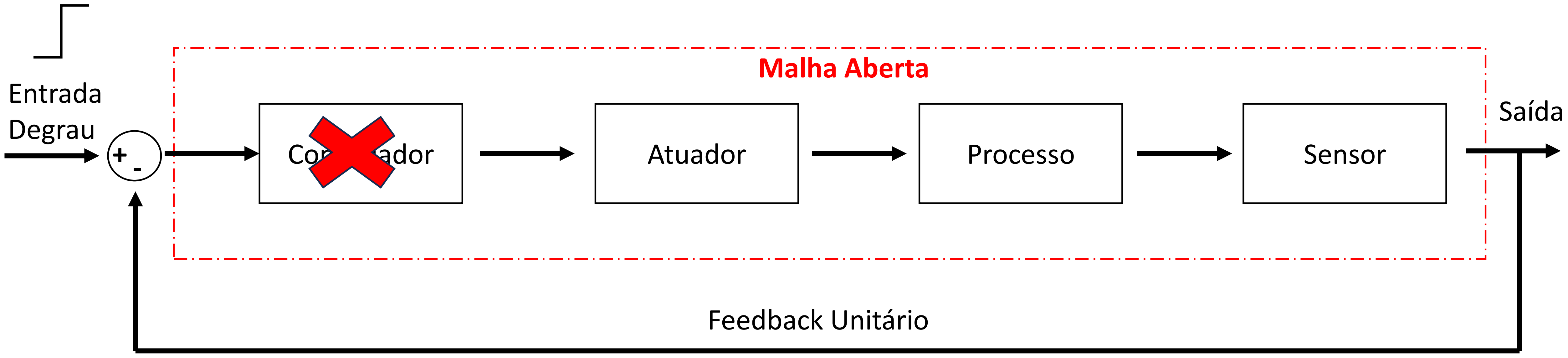
Modelagem em Malha Aberta

- O levantamento de parâmetros é geralmente realizado em um sistema de malha aberta:
  - **Simplicidade e Clareza**: o sistema é mais simples de analisar porque não há feedback.
  - **Base para Design do Controlador**: é crucial entender o comportamento da planta em malha aberta para que o controlador possa ser projetado adequadamente.

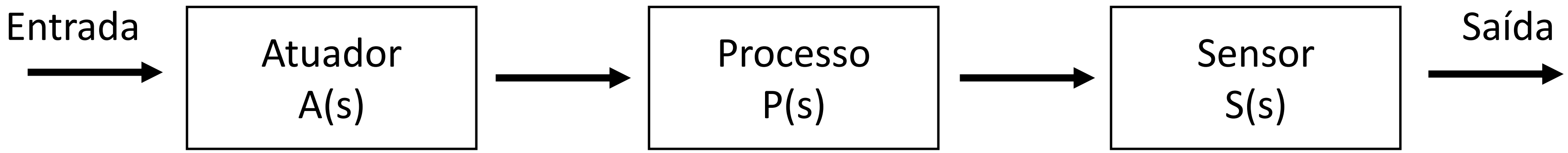


Modelagem em Malha Aberta

- O Controlador é frequentemente desprezado ou considerado separadamente, porque a análise em malha aberta se concentra no comportamento intrínseco do sistema sem a influência do feedback.



Modelagem em Malha Aberta



$$\boldsymbol{G_{open}(s) = P(s) \times A(s) \times S(s)}$$

Considerando:

- $P(s)$ é a função de transferência do Processo
- $A(s)$ é a função de transferência do Atuador.
- $S(s)$ é a função de transferência do Sensor.

Desprezando atuadores e sensores

- Pode-se desprezar os atuadores e sensores (no caso se eles forem ideais).
- A função de transferência em malha aberta seria apenas a função de transferência da planta:

$$\boldsymbol{G_{open}(s) = P(s)}$$

Sistema de controle de temperatura de um tanque de água em MA

- Sua função de Transferência:

$$P(s) = \frac{1}{mcps + K}$$

Se *A*(*s*) e *S*(*s*) forem ideais (ou desprezá-los)

$$G_{open}(s) = \frac{1}{mcps+K}$$

Se *A*(*s*) e *S*(*s*) não forem ideais

$$G_{open}(s) = \frac{1}{mcps + K} \times A(s) \times S(s)$$

Levantamento de Parâmetros em Malha Aberta

- Considerando os atuadores e sensores como ideais, pode-se levantar os parâmetros dos Processos em Malha Aberta.
- Será estudado Processos de Primeira e Segunda Ordem.

Levantamento de Parâmetros de Sistemas de Primeira em MA

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

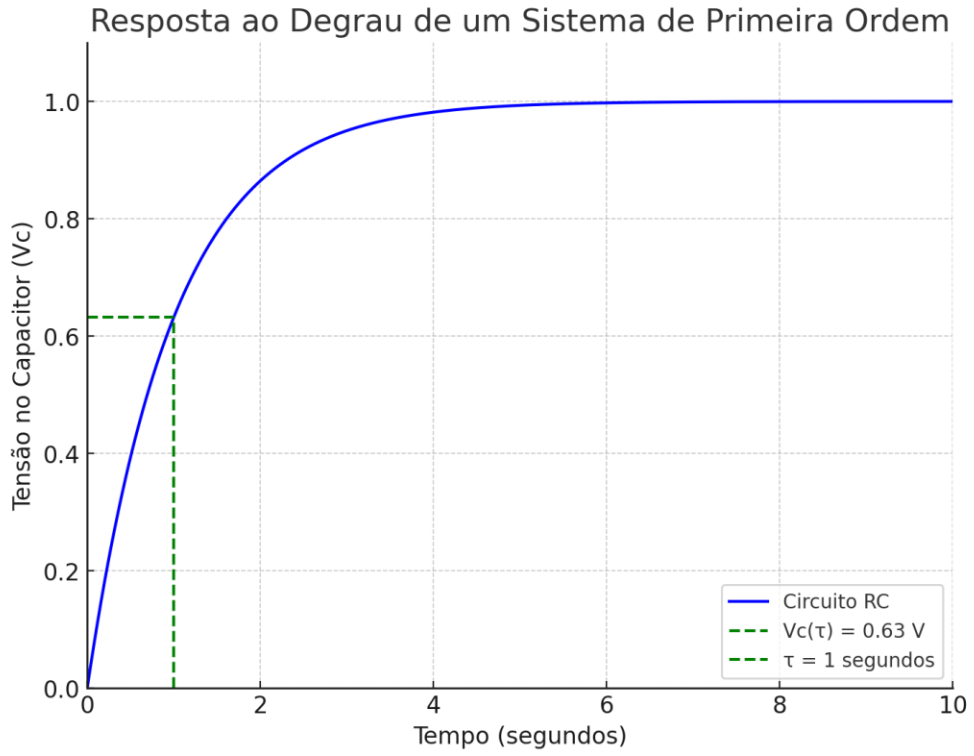
- **Ganho (K):** Representa a magnitude da resposta do sistema.
- **Constante de Tempo (τ):** Para um sistema de primeira ordem, τ é o tempo necessário para a resposta atingir aproximadamente 63,2% de sua variação total em resposta a uma entrada em degrau.

Levantamento de Parâmetros de um Circuito RC em série

Quando uma tensão em degrau é aplicada ao circuito $V_i(t)$, a tensão no capacitor $V_c(t)$ varia com o tempo de acordo com a carga e descarga do capacitor através do resistor.

Função de Transferência

$$G(s) = \frac{Vc(s)}{Vi(s)} = \frac{1}{RCs+1} = \frac{1}{s+1}$$



Onde:
- *R* é a resistência (1 ohm).
- *C* é a capacitância (1 faraday).
- A constante de tempo τ é dada por $\tau = RC$.
- O Ganho é 1

Levantamento de Parâmetros de Sistemas de Segunda Ordem em MA

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- **Ganho (K):** A magnitude da resposta do sistema.
- **Frequência Natural (ω_n):** Está relacionada à rapidez com que o sistema oscilaria na ausência de amortecimento. **Fator de Amortecimento (ζ):** Descreve o grau de amortecimento no sistema.
    - Um sistema superamortecido tem ζ>1,
    - Um sistema criticamente amortecido tem ζ=1,
    - Um sistema subamortecido tem ζ<1.

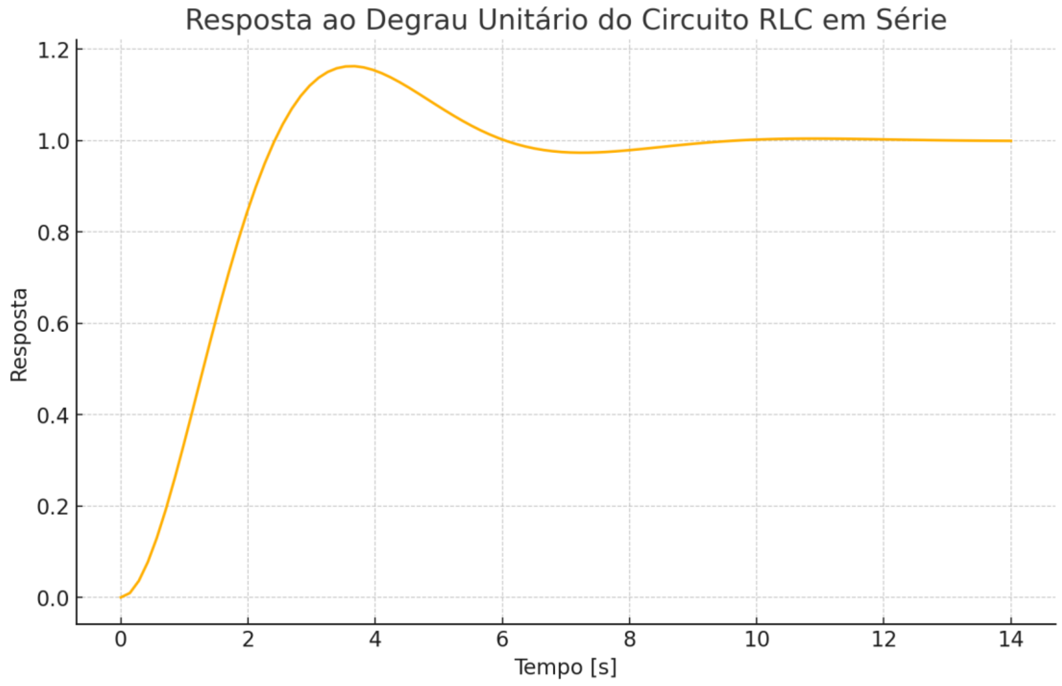
Levantamento de Parâmetros de um Circuto RLC em série

Função de Transferência

$$G(s) = \frac{Vc(s)}{Vi(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

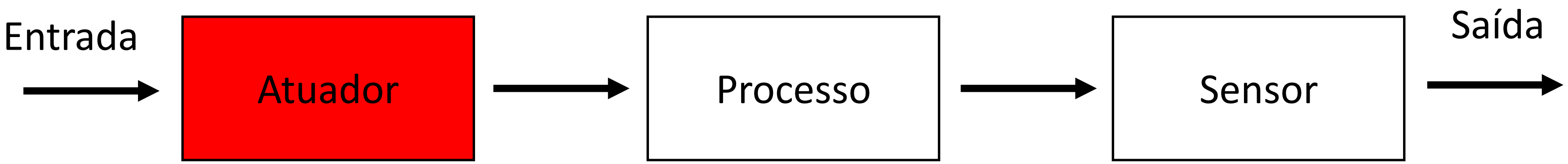
Onde:

- R é a resistência (1 ohm).
- C é a capacitância (1 faraday).
- L é o indutor (1 Henry).
- K é o ganho (1)
- A frequência natural não amortecida: $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ = 1.0 rad/s .
- O fator de amortecimento: $\zeta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = 0.5$



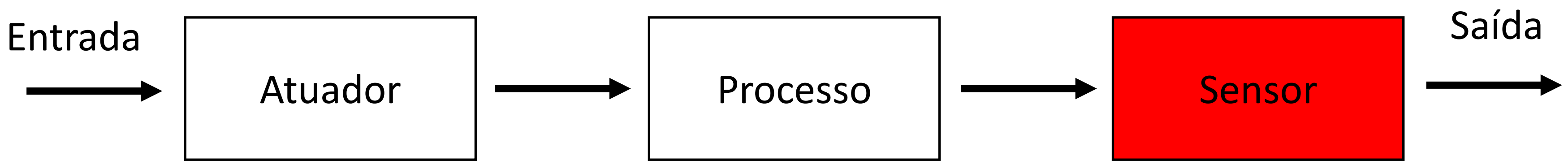
Modelagem de Sensores e Atuadores

- Atuadores são dispositivos que convertem um sinal de controle em uma ação física.
- Eles são os "músculos" de um sistema de controle, permitindo que o sistema afete o processo ou o ambiente que está controlando.
- Exemplos: motores elétricos, válvulas de controle, cilindros pneumáticos e hidráulicos etc.



Modelagem de Sensores e Atuadores

- Sensores são dispositivos que convertem uma grandeza física em um sinal elétrico.
- Eles são os "olhos" e "ouvidos" de um sistema de controle, fornecendo feedback sobre o estado atual do processo.
- Exemplos: sensores de proximidade, pressão, temperatura, fluxo, acelerômetros, giroscópios etc.



Modelagem de Sensores e Atuadores

- Geralmente, os sensores e atuadores podem ser modelados como uma função de transferência de primeira ordem:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Onde:

- K é o ganho estático. No sensor, isso pode representar a relação entre a grandeza física medida e a saída do sensor No atuador, pode representar a relação entre o sinal de comando e a ação resultante.
- τ é a constante de tempo.

Modelagem de Sensores

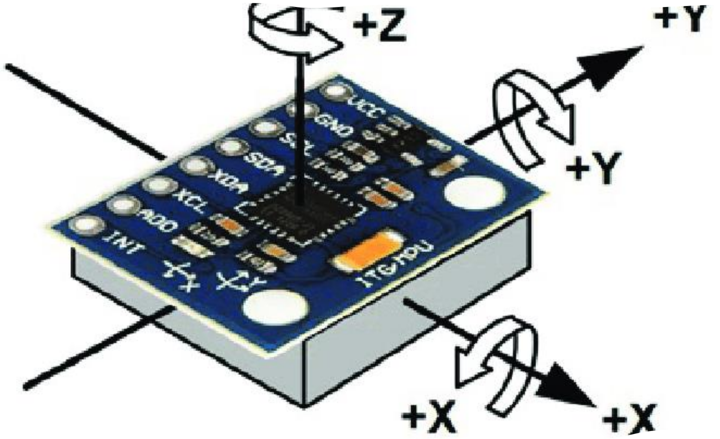
- Um sensor de temperatura que produza uma saída de 0,05 V por grau Celsius e tenha uma constante de tempo de 0,1 segundos.

$$G_{sensor}(s) = \frac{0,05}{0,1s+1}$$

- Saída do Sensor: 0 – 10 V
- Faixa de Medição do Sensor: -50° a + 150° C
- $K = \frac{10-0}{150-(-50)} = \frac{10}{200} = 0,05\ V/°C$
- τ é 0,1 segundos

Constante de tempo dos Sensores

- **Sensores de Temperatura (Termopares, RTDs):** Geralmente entre 0,1 a 1 segundo para sensores padrão.
- **Sensores de Pressão:** Normalmente de 0,05 a 0,2 segundos.
- **Sensores de Posição (Encoders, Potenciômetros):** na ordem de milissegundos ou até menor.
- **Sensores Acelerômetros e Giroscópios**: Geralmente na faixa de 0,001 a 0,01 segundos.



O Ganho dos Sensores

- Um ganho maior significa que uma pequena variação na temperatura resulta em uma variação maior na saída de tensão.
- Se o sistema usa um ADC de 10 bits com uma faixa de 0 a 10 V, a menor mudança detectável seria $\frac{10V}{2^{10}} = 0{,}00977\,V$. O ganho de 0,05 V/°C seria capaz de detectar mudanças de aproximadamente 0,2°C.
- Isso pode melhorar a resolução do sistema do conversor ADC, pois ele tem uma resolução limitada.

Modelagem de Sensores e Atuadores

- Suponha que você tenha um motor que tenha uma velocidade constante de 100 rpm por volt aplicado e uma constante de tempo de 1 segundos.

$$G_{atuador}(s) = \frac{100}{0{,}1s+1}$$

- Saída do Motor: 0 – 1000 rpm
- Entrada do Motor: 0 a 10 V
- $K = \frac{1000-0}{10-0} = \frac{1000}{10} = 100\ RPM/V$
- τ é 0,1 segundo

Constante de Tempo dos Atuadores

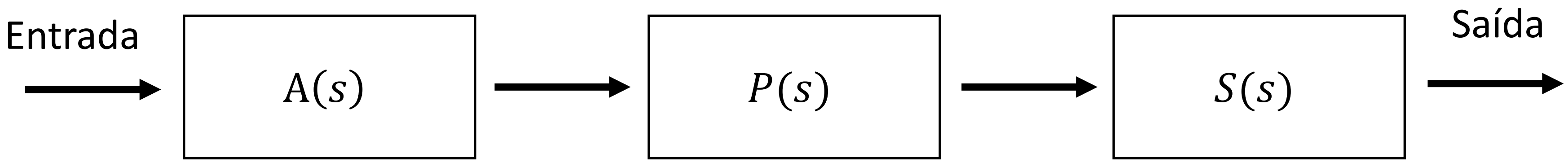
- **Motores Elétricos (DC, AC):** pequenos motores DC podem ter τ na faixa de 10 a 100 milissegundos. Os maiores podem ter τ na faixa de 0,5 a 2 segundos.
- **Atuadores Pneumáticos:** usados em válvulas ou cilindros podem ter τ entre 0,1 a 0,5 segundos.
- **Atuadores Hidráulicos:** podem ter τ entre 0,05 a 0,3 segundos.
- **Válvulas de Controle (Pneumáticas ou Elétricas)**: as pequenas podem ter τ na faixa de 50 a 200 milissegundos. As maiores podem ter τ na faixa de 1 a 2 segundos.

Ganho nos Atuadores

- Um ganho maior no motor permite que ele alcance rapidamente uma velocidade elevada com uma pequena variação na tensão aplicada. Ex: aplicações que exigem mudanças rápidas.

Quando pode desprezar a modelagem do sensor e atuador?

- Sistema com tempo de resposta muito lento comparado ao sensor e atuador, ou atuador e sensor muito rápidos comparados ao sistema.
- Simplificação da Modelagem Inicial: muitas vezes na fase inicial é importante ter uma compreensão básico do sistema.
- Muitas vezes considera-se na modelagem apenas os ganhos dos atuadores e sensores.



Modelagem de Sensores e Atuadores

O processo (controle de temperatura): P$(s) = \frac{1}{mc_{ps}+K}$, o sensor: S$(s) = \frac{K_s}{\tau_s + 1}$, o atuador: $a(s) = \frac{K_a}{\tau_a+1}$

$$\xrightarrow{\text{Entrada}} \boxed{\mathrm{A}(s)} \longrightarrow \boxed{P(s)} \longrightarrow \boxed{S(s)} \xrightarrow{\text{Saída}}$$

$$G_{open}(s) = A(s) \times P(s) \times S(s)$$

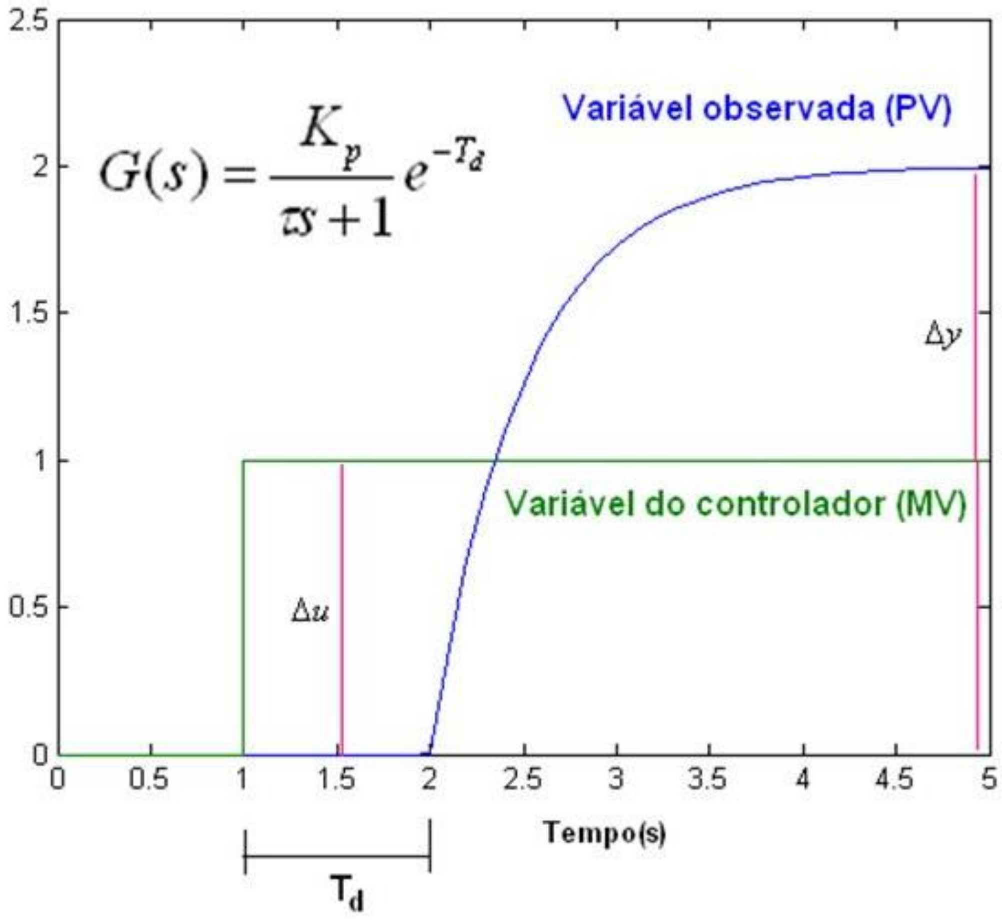
Modelo de Primeira Ordem dos atuadores e sensores: $G_{open}(s) = \frac{1}{mc_{ps}+K} \cdot \frac{K_a}{\tau_a+1} \cdot \frac{K_s}{\tau_s+1}$

Apenas os Ganhos dos sensores e atuadores: $G_{open}(s) = \frac{1}{mc_{ps}+K} . K_s . K_a$

Desprezar os atuadores e sensores: $G_{open}(s) = \frac{1}{mc_{ps}+K}$

O atraso

- O atraso nos processos, referido como "tempo morto" ou "atraso puro", é um fenômeno comum em muitos sistemas de controle.
- Esse atraso representa o tempo que leva para uma mudança na entrada de um sistema começar a afetar a saída.



O atraso (fórmula)

- O tempo morto é frequentemente denotado por L ou $\theta \; ou \; T_d$. Se $u(t)$ é a entrada do sistema, a saída $y(t)$ após um atraso L será:

$$\boldsymbol{y(t) = u(t - L)}$$

- No domínio da frequência:

$$\boldsymbol{G_{delay}(s) = e^{-Ls}}$$

- Portanto, a função de transferência de um processo com tempo morto é:

$$\boldsymbol{G(s) = P(s) \cdot G_{delay}(s)}$$

$$\boldsymbol{G(s) = P(s) \cdot e^{-Ls}}$$

O atraso (aproximação)

- Quando se tem um atraso puro, é introduzido uma função exponencial no domínio *s*, que não pode ser representada como uma função de transferência de polinômios (racional).
- Por tal razão, aproximações são usadas no atraso, como a de Pade.

Aproximação de Pade de Primeira Ordem

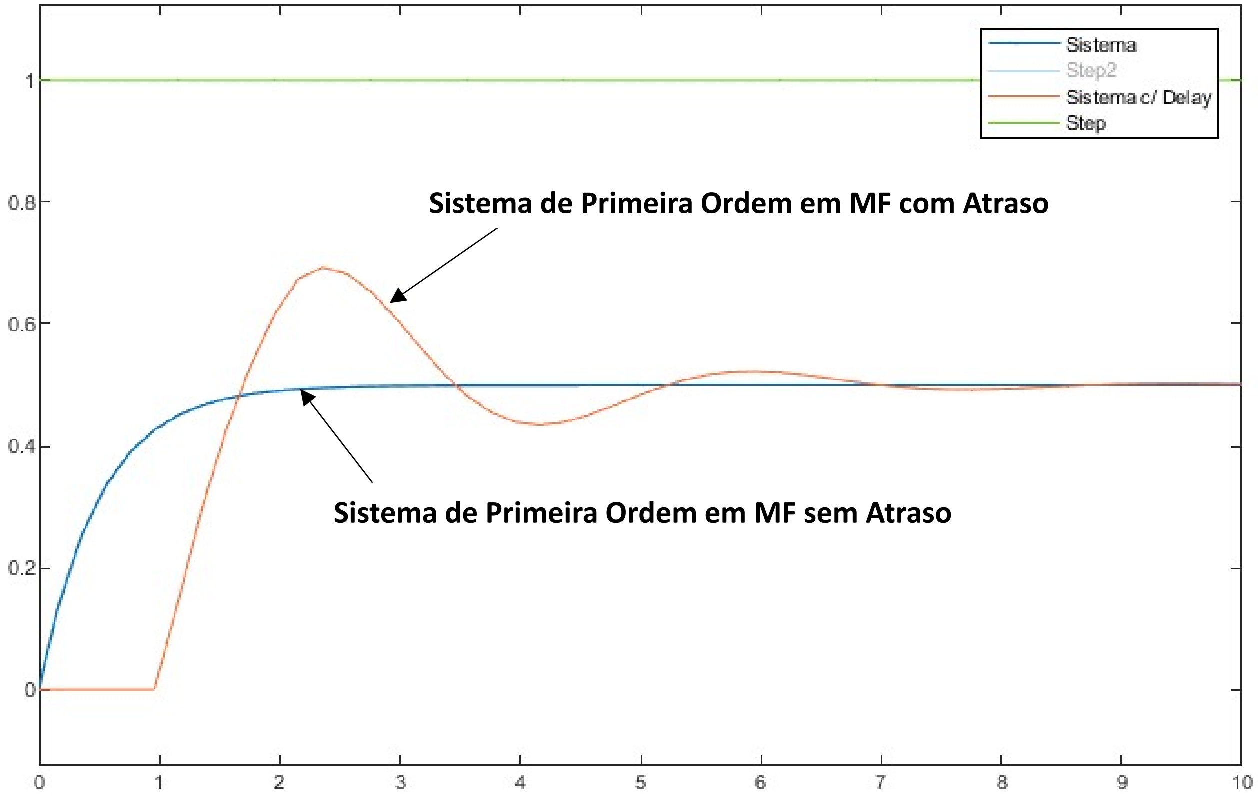
$$e^{-T_d s} \approx \frac{1-\frac{T_d s}{2}}{1+\frac{T_d s}{2}}$$

Aproximação de Pade de Segunda Ordem

$$e^{-T_d s} \approx \frac{1-\frac{T_d s}{2}+\frac{T_d^2 s^2}{2}}{1+\frac{T_d s}{2}+\frac{T_d^2 s^2}{2}}$$

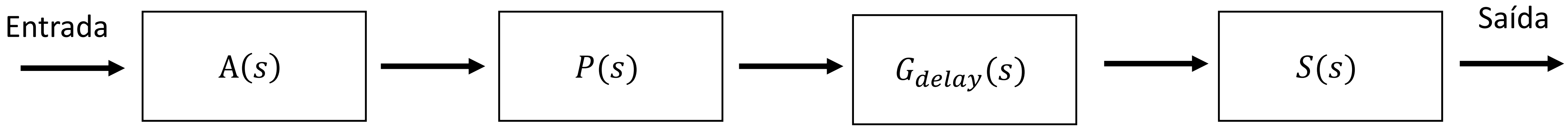
O atraso traz instabilidade

- Uatraso de transporte de T_d segundos introduz uma mudança de fase de -$2\pi f T_d$ radianos em uma frequência f. Essa fase negativa adicional reduz a margem de fase do sistema.
- Se o sistema já estiver próximo da instabilidade, a introdução de um atraso pode torná-lo instável.



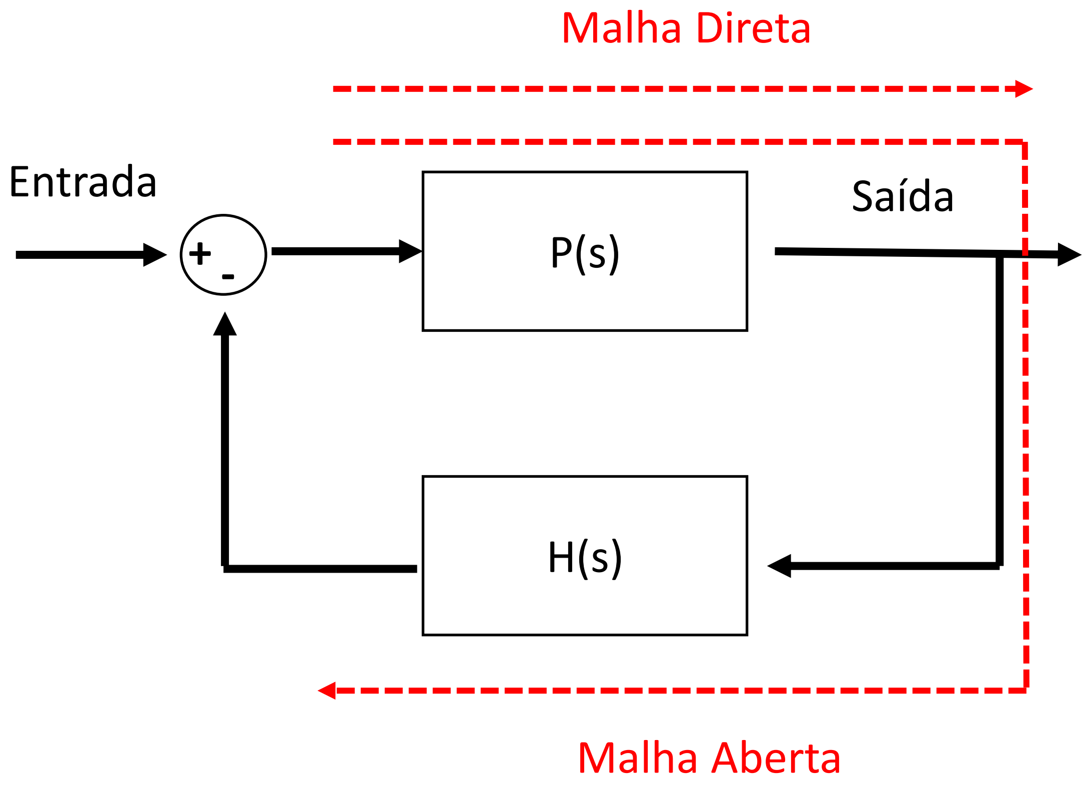
O atraso (modelagem)

- Se estiver modelando um atraso de transporte específico devido ao transporte físico de material ou sinal dentro do processo, normalmente o atraso seria incluído imediatamente antes do bloco do sensor.



Modelagem em Malha Fechada

- Imagine o seguinte a seguinte malha fechada:



Função de Transferência de Malha Fechada:

$$G_{aberta(s)} = P(s).H(s)$$

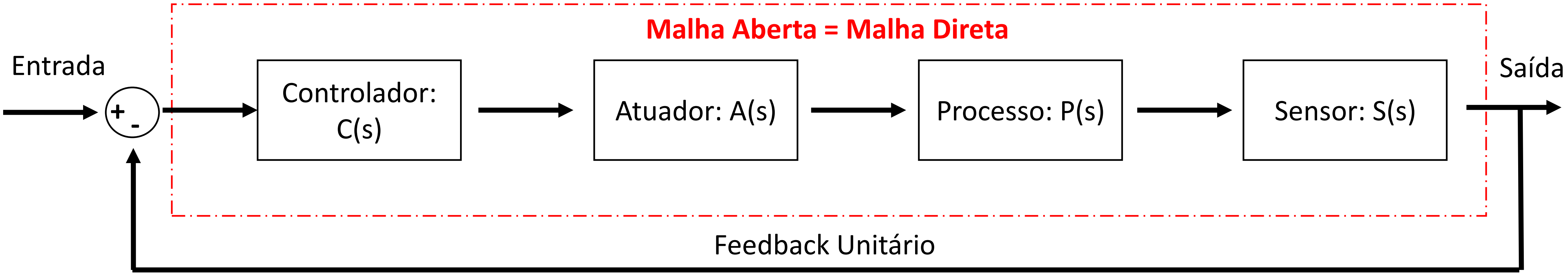
$$G_{direta(s)} = P(s)$$

$$G_{closed(s)} = \frac{P(s)}{1 + P(s).H(s)}$$

$$G_{closed(s)} = \frac{G_{direta(s)}}{1 + G_{aberta(s)}}$$

Modelagem em Malha Fechada (feedback unitário)

- A saída do processo passa pela dinâmica do sensor antes de ser considerada como a "saída do sistema".
- A saída real do sistema é a saída do sensor. É assim que a maioria dos sistemas reais funciona.



$$G_{closed}(s) = \frac{G_{direta(s)}}{1 + G_{aberta(s)}} = \frac{C(s).A(s).P(s).S(s)}{1 + C(s).A(s).P(s).S(s)}$$

Modelagem em Malha Fechada (feedback unitário)

- É importante realçar que a equação algébrica da função de transferência em malha fechada com **feedback unitário** sempre será:

$$\boldsymbol{G_{fechada}(s) = \frac{Numerador}{Denominador + Numerador}}$$

Exemplo de Primeira Ordem:

$$G_{aberta}(s) = \frac{1}{s+1} \longrightarrow G_{fechada}(s) = \frac{1}{s+2}$$

Exemplo de Segunda Ordem:

$$G_{aberta}(s) = \frac{1}{s^2+2s+1} \longrightarrow G_{fechada}(s) = \frac{1}{s^2+2s+2}$$

Modelagem em Malha Fechada (feedback unitário)

$$G_{aberta}(s) = \frac{1}{s+1} \longrightarrow G_{fechada}(s) = \frac{1}{s+2}$$

Quando aplicamos uma entrada de degrau unitário $u(t)$ com transformada de Laplace $U(s) = \frac{1}{s}$, a saída $Y(s)$ é dada por:

$$Y_{aberta}(s) = G_{aberta}(s) \times U(s) = \frac{1}{s+1} \times \frac{1}{s}$$

$$Y_{fechada}(s) = G_{fechada}(s) \times U(s) = \frac{1}{s+2} \times \frac{1}{s}$$

Quando $s = 0$, $Y(0)$ representa o valor final da saída.

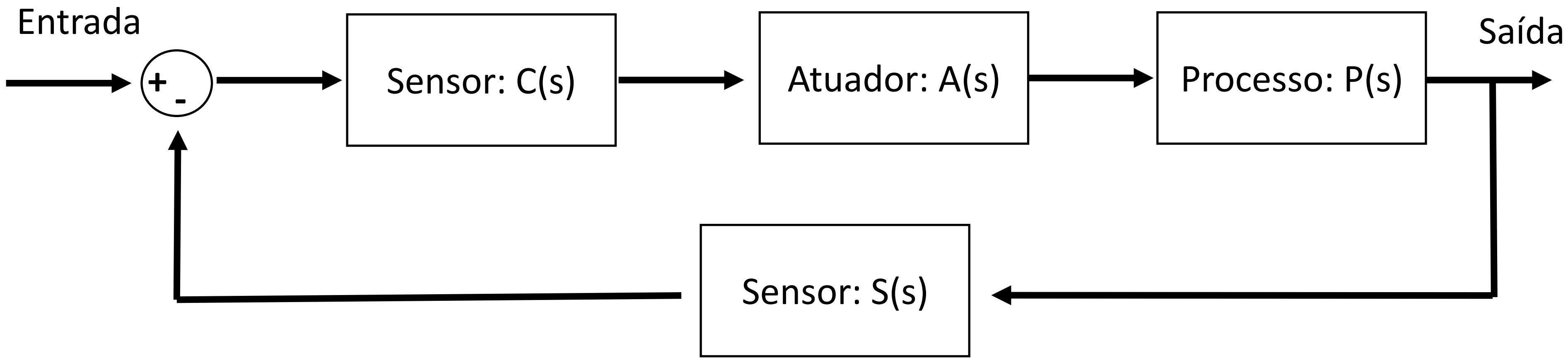
$$Y_{aberta}(0) = \frac{1}{0+1} \times 1 = 1$$

$$Y_{fechada}(0) = \frac{1}{0+2} \times 1 = 0.5$$

A realimentação muda a dinâmica do sistema, reduzindo a amplitude da resposta ao degrau.

Modelagem em Malha Fechada (sensor no feedback)

- A saída do processo é considerada como a "saída do sistema", e a saída do sensor é usada apenas para retroalimentação. Neste, a dinâmica do sensor não afeta diretamente a saída do sistema, mas ainda afeta o sinal de feedback que o controlador vê.



$$G_{closed}(s) = \frac{G_{direta(s)}}{1 + G_{aberta(s)}} = \frac{C(s).A(s).P(s)}{1 + C(s).A(s).P(s).S(s)}$$

Conclusões

- Compreensão das variáveis dos Processos Industriais de Primeira e Segunda Ordem, explorando suas características fundamentais.
- Análise do impacto dos atuadores e sensores na modelagem de processos, destacando como esses componentes influenciam o comportamento do sistema.
- Explicação sobre o efeito do atraso de tempo morto nos processos e a abordagem para determinar a função de transferência associada.
- Demonstração da modelagem de processos industriais em malha fechada, abordando tanto o cenário com feedback unitário quanto sem, destacando as diferenças e implicações de cada abordagem.

DÚVIDAS?

Exercícios

- Utilizando o código disponível no Google Colab, crie funções de sistemas de primeira ou segunda ordem. Opcionalmente, insira um atraso de tempo. Analise o comportamento do sistema em Malha Aberta e Fechada aplicando uma entrada degrau.
- Em seguida, realize a mesma simulação da função de primeira ou segunda ordem no Simulink do MATLAB. Insira o atraso de tempo e compare as diferenças de comportamento entre as simulações no Python e no Simulink.