



# Modelagem Matemática de Processos Industriais – Parte 1

## **Controle de Processos Industriais (CPI)**

Departamento de Engenharia de Controle e Automação  
Instituto de Ciência e Tecnologia – UNESP – Campus Sorocaba

**Prof. Dr. Dhiego Fernandes Carvalho**

dhiego.fernandes@unesp.br

# Objetivos

---

- **Compreender a Modelagem de Processos Industriais:** entender a importância da modelagem de processos na engenharia de controle e como ela é usada para representar sistemas físicos.
- **Entender a Transformada de Laplace:** compreender o conceito da Transformada de Laplace, como ela é usada para simplificar a solução de equações diferenciais e a sua aplicação na análise de sistemas de controle.
- **Aprender sobre a Função de Transferência:** aprender o que é uma função de transferência, como ela é derivada usando a Transformada de Laplace, e o que ela representa no contexto de um sistema de controle.
- **Aplicar a Teoria a Exemplos Práticos:** aplicar a função de transferência a exemplos práticos de sistemas de controle
- **Aprender os diferentes tipos de entradas:** aprender quais são os diferentes tipos de entradas que existem e aplicá-las a exemplos práticos de controle de processos.

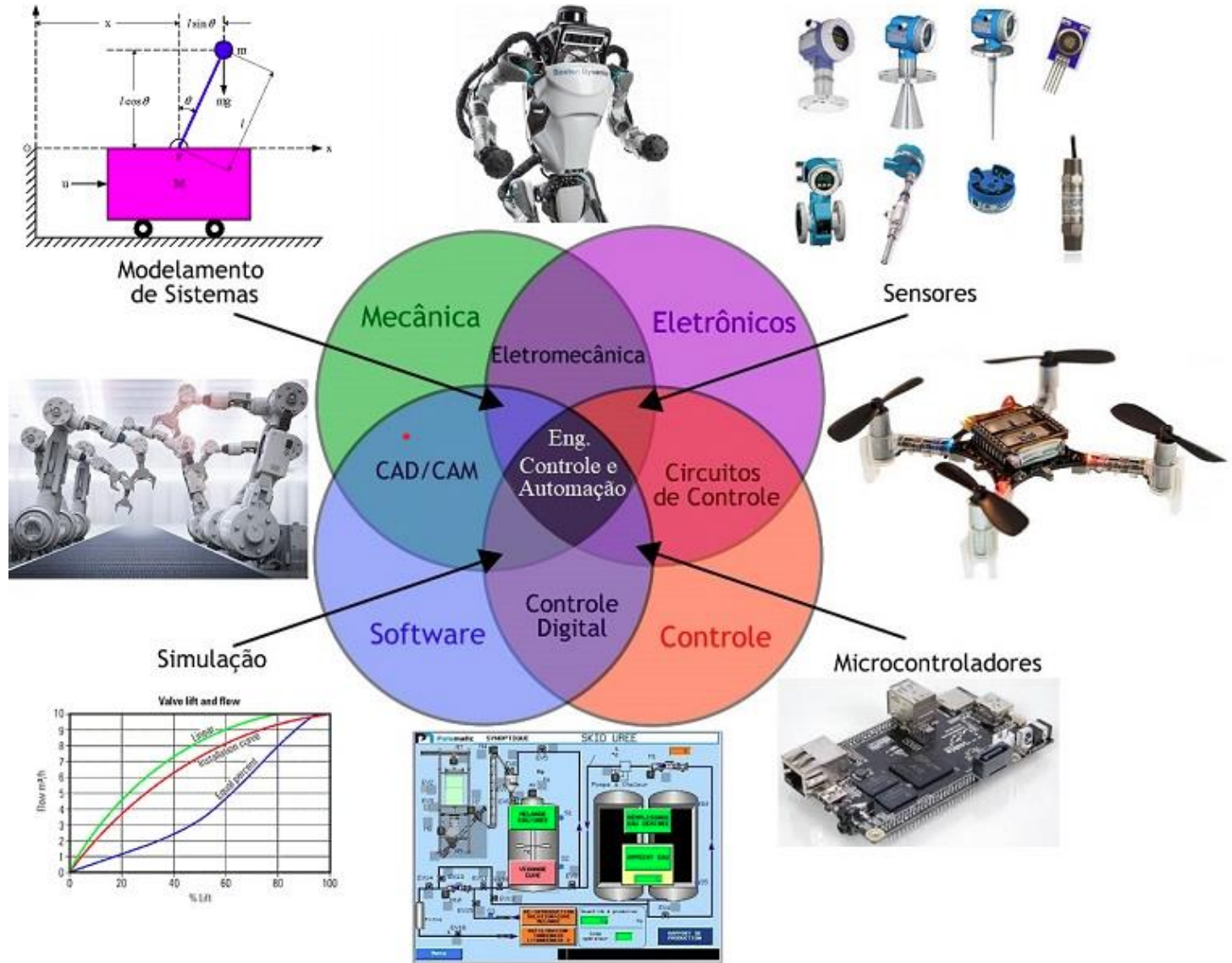
# Índice

---

- Introdução
- Transformada de Laplace
- Função de Transferência
- Exemplos Práticos
- Entradas de Controle de Processo

# Introdução

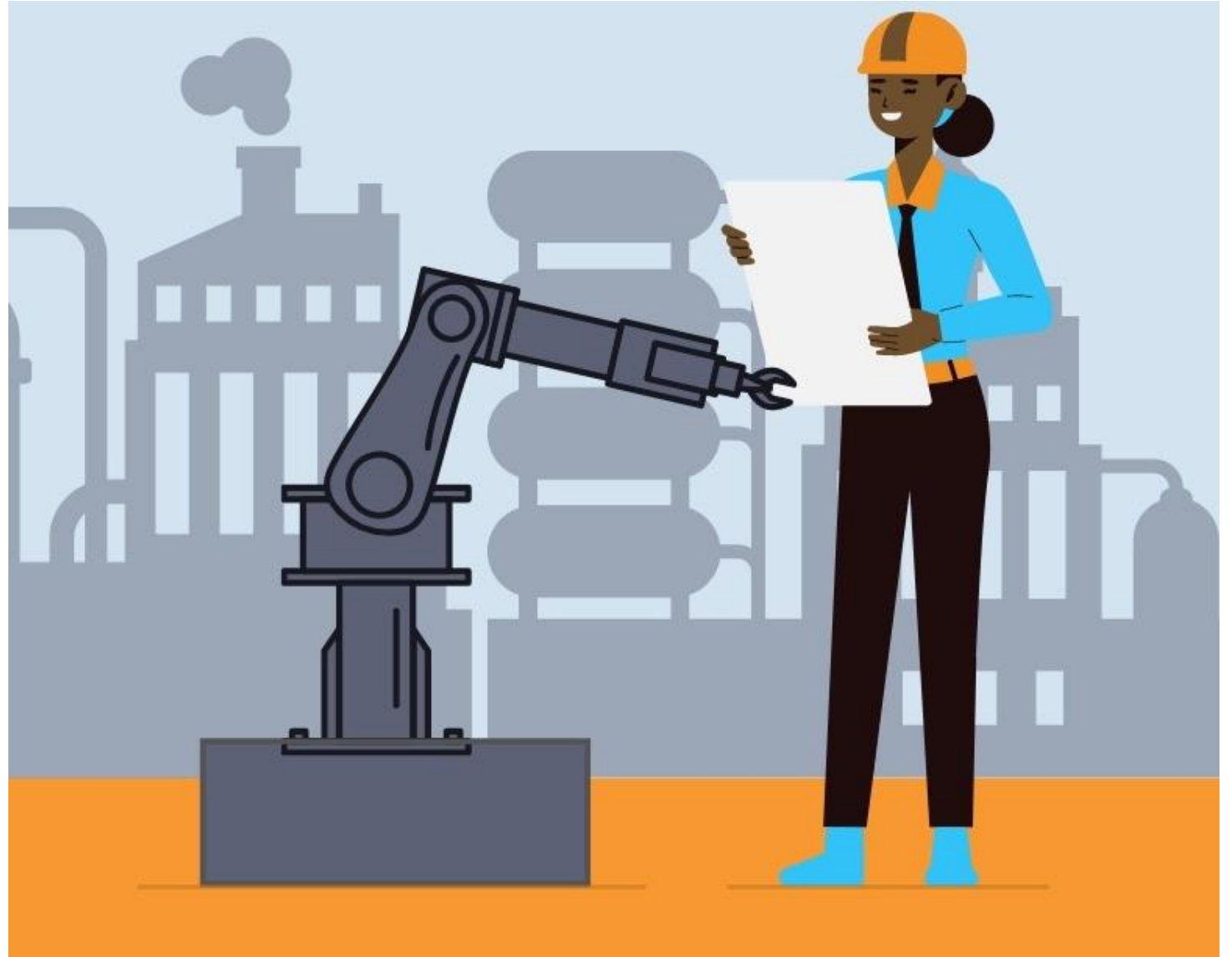
- A modelagem de processos industriais é um campo de estudo fascinante e fundamental em muitas disciplinas de engenharia.
- Ela desempenha um papel vital na análise e design de sistemas de controle em uma ampla variedade de indústrias.



# Introdução

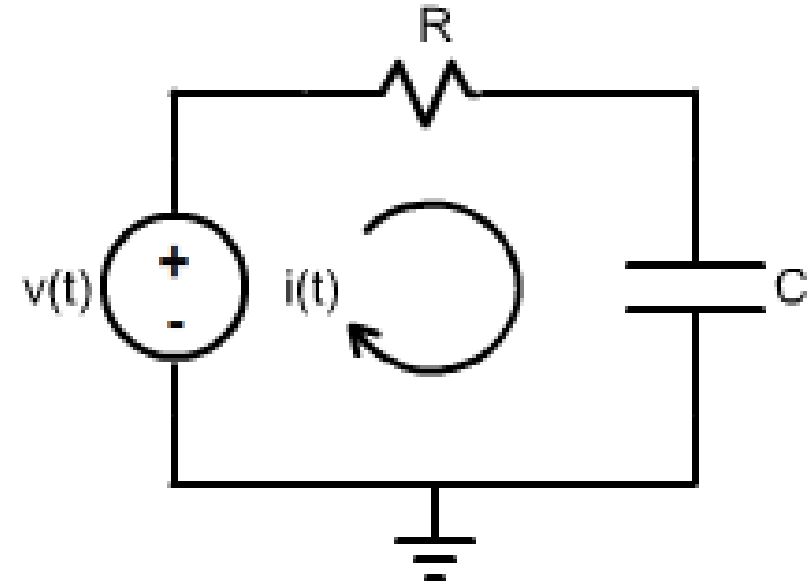
---

- Um sistema envolve muitas variáveis interconectadas que afetam umas às outras de maneiras não lineares e dinâmicas.
- Os sistemas reais geralmente incluem incertezas e distúrbios que podem afetar seu comportamento.



# Introdução

- Os sistemas físicos são geralmente representados por um conjunto de equações diferenciais, que são derivadas a partir de princípios físicos fundamentais.
- Pode-se usar as leis de Newton para modelar a dinâmica de um carro ou aeronave.



$$RC \frac{dv_c}{dt} + V_c = v(t)$$

Onde:

- $V(t)$  é a tensão de entrada
- $V_c$  é a tensão do capacitor
- $R$  é a resistência
- $C$  é o capacitância

# Introdução

---

- A função de transferência é uma representação no domínio da frequência de um sistema descrito por uma equação diferencial.
- A função de transferência nos dá uma visão valiosa de como o sistema se comporta em resposta a diferentes entradas de frequência.

$$G(s) = \frac{U(s)}{X(s)}$$

Onde:

$U(s)$ : saída do sistema

$X(s)$ : entrada do sistema

$s$ : variável complexa



# Transformada de Laplace

---

- A Transformada de Laplace é uma técnica matemática poderosa usada para simplificar a análise de sistemas dinâmicos, particularmente aqueles descritos por equações diferenciais.





# Transformada de Laplace

---

- A Transformada de Laplace de uma função  $f(t)$ , onde  $t$  é o tempo, é definida como:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

Onde:

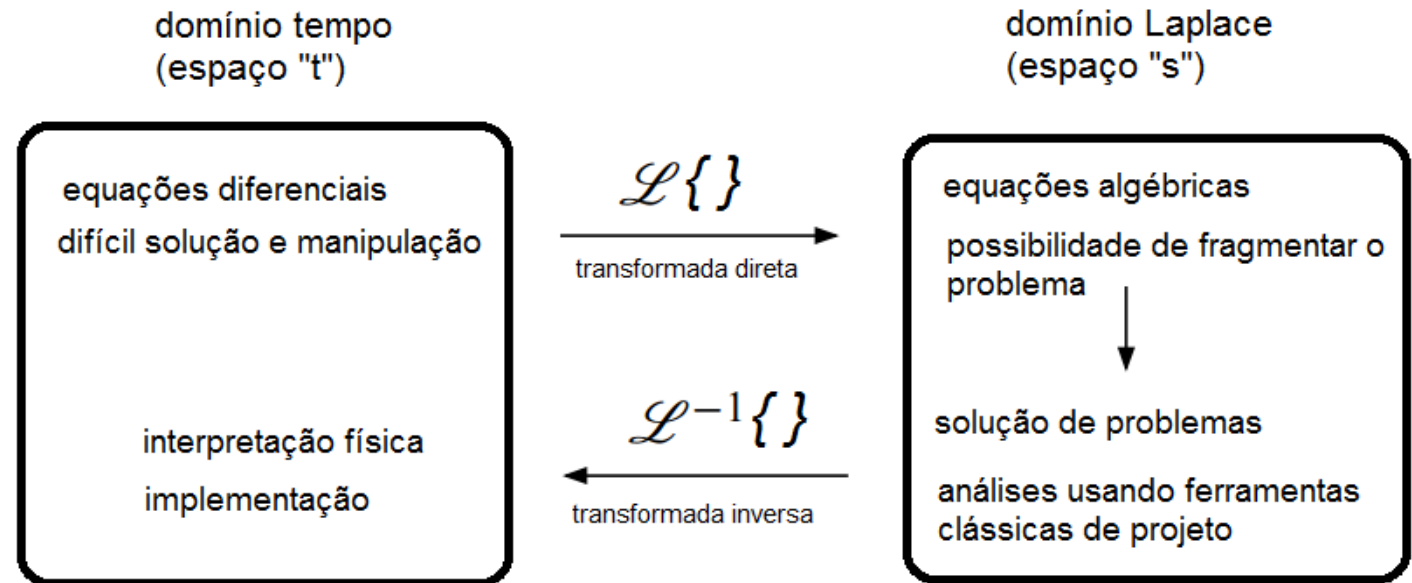
- $s = \sigma + j\omega$ , com  $\sigma$  e  $\omega$  sendo a parte real e imaginária de  $s$ , respectivamente.
- $e^{-st}$  é a função de peso exponencial, onde  $e$  é a base do logaritmo natural.
- A integral é uma integral de valor impróprio que se estende de zero a infinito.



LAPLACE

# Transformada de Laplace

- Quando aplicada a equações diferenciais, ela transforma a equação diferencial em uma equação algébrica.
- A transformada nos permite analisar como o sistema descrito pela função responde a diferentes frequências de entrada.



# Tabelas da Transformada de Laplace

Transformada de Laplace mais comuns

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$ (impulso ou delta)	1
$\mu(t)$ (degrau unitário)	$\frac{1}{s}$
$r(t) = t$ (rampa)	$\frac{1}{s^2}$
$e^{\mp at}$	$\frac{1}{s \pm a}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\text{sen}(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\frac{t^n}{n!}$ ( $n$ inteiro positivo)	$\frac{1}{s^{n+1}}$
$t e^{\mp at}$	$\frac{1}{(s \pm a)^2}$
$\frac{t^n e^{\mp at}}{n!}$ ( $n$ inteiro positivo)	$\frac{1}{(s \pm a)^{n+1}}$

$f(t)$	$F(s)$
$t \cos(\omega t)$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$t \text{sen}(\omega t)$	$\frac{2\omega s}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$e^{\mp at} \cos(\omega t)$	$\frac{s \pm a}{(s \pm a)^2 + \omega^2}$
$e^{\mp at} \text{sen}(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s \pm a)^2 + \omega^2}$
$\frac{e^{at} - e^{bt}}{a - b}$ ( $a \neq b$ )	$\frac{1}{(s - a)(s - b)}$
$\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b - a}$ ( $a \neq b$ )	$\frac{1}{(s + a)(s + b)}$
$\frac{ae^{\mp at} - be^{\mp bt}}{a - b}$ ( $a \neq b$ )	$\frac{s}{(s \pm a)(s \pm b)}$

Propriedades da Transformada de Laplace

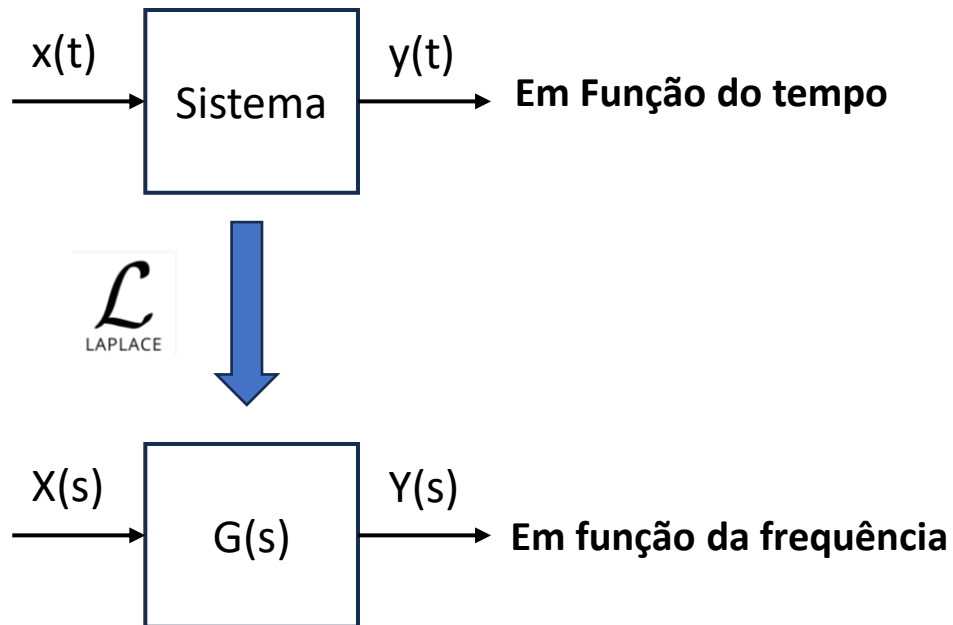
$f(t)$	$F(s)$
$A f(t)$ ( $A = \text{constante}$ )	$A F(s)$
$f_1(t) \pm f_2(t)$	$F_1(s) \pm F_2(s)$
$f(at)$ ( $a > 0$ )	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
$f(t - t_0)\mu(t - t_0)$ ( $t_0 \geq 0$ )	$e^{-t_0 s} F(s)$
$e^{\mp at} f(t)$	$F(s \pm a)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0)$

$f(t)$	$F(s)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$s^2 F(s) - sf(0) - \left[\frac{df(t)}{dt}\right]_{t=0} =$ $= s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} \left[\frac{d^{k-1} f(t)}{dt^{k-1}}\right]_{t=0}$
$\int f(t) dt$	$\frac{F(s)}{s} + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^0 f(t) dt$
$\int_0^t f_1(t - \lambda) f_2(\lambda) d\lambda$ (integral de convolução)	$F_1(s) F_2(s)$

$f(0^+)$ (teorema do valor inicial)	$\lim_{s \rightarrow \infty} \{sF(s)\}$
$f(\infty)$ (teorema do valor final)	$\lim_{s \rightarrow 0} \{sF(s)\}$

# Função de Transferência

- A função de transferência de um sistema é uma representação matemática que relaciona a saída de um sistema à sua entrada no domínio da frequência.
- Ela é uma ferramenta muito poderosa na análise e design de sistemas em vários campos da engenharia, especialmente na engenharia de controle.



*Função de Transferência*

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

Onde:

- $Y(s)$ : a saída do sistema
- $X(s)$ : a entrada do sistema
- $s$ : variável complexa

# Função de Transferência

- A função de transferência é a Transformada de Laplace da saída do sistema dividida pela Transformada de Laplace da entrada do sistema, assumindo todas as condições iniciais iguais a zero.

$$a \frac{dy^2}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = du$$

Onde:

- $y(t)$  é a saída do sistema,
- $u(t)$  é a entrada do sistema,
- $a, b, c$  e  $d$  são constantes.

$\mathcal{L}$   
LAPLACE



$$s^2Y(s) + bsY(s) + cY(s) = dU(s)$$

Onde:

- $Y(s)$  é a Transformada de Laplace  $y(t)$
- $U(s)$  é a Transformada de Laplace de  $u(t)$ .

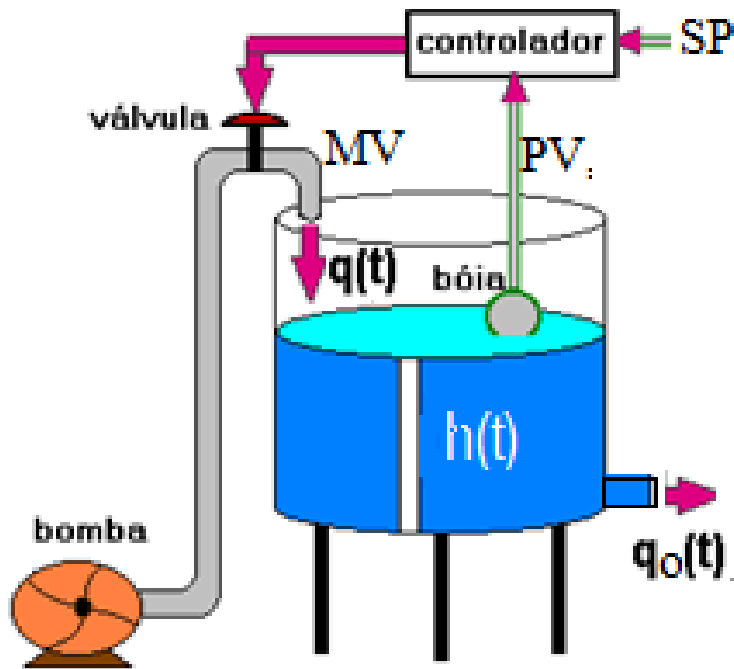
Função de  
Transferência



$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{d}{as^2 + bs + cd}$$

## Exemplos Práticos

- Considera-se um simples tanque com entrada e saída de líquido para o controle de nível do líquido no tanque.



### Modelo do Sistema:

- A: Tanque com área da seção transversal ( $m^2$ ).
- $h(t)$ : o nível de líquido no tanque (em metros).
- $q(t)$ : A vazão de entrada de líquido no tanque ( $m^3/s$ ).
- $q_o(t)$ : A vazão de saída no tanque ( $m^3/s$ ).

Aplicando o princípio de Torricelli:  $V = \sqrt{2gh(t)}$

Sendo  $q_o(t)$  o produto de  $V$  e a (A) Área do Orifício de Saída:

$$q_o(t) = A\sqrt{2gh(t)}$$

Onde  $K = A\sqrt{2g}$  é uma constante de proporcionalidade que depende da área do orifício e da aceleração gravitacional.

$$\text{Tem-se: } q_o(t) = K\sqrt{h(t)}$$



# Controle de Nível de Tanque (linearização)

---

- A função  $q_o(t) = K\sqrt{h(t)}$  é não linear, pois o termo  $\sqrt{h(t)}$  não satisfaz as propriedades de superposição e homogeneidade.
- Equações não lineares são difíceis de analisar diretamente, especialmente quando se trata de prever o comportamento do sistema ou projetar controladores.
- A linearização transforma a equação não linear em uma forma linear, que é muito mais fácil de trabalhar usando as técnicas de controle padrão.
- Linearizar a equação diferencial em torno de um ponto de operação  $h_0$  é uma técnica comum para simplificar a análise de sistemas não lineares.

# Controle de nível de tanque

Usando o princípio da conservação da massa.

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q(t) - q_o(t)$$

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q(t) - K \sqrt{h(t)}$$

Linearização no ponto  $h_0$ :

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_{in}(t) - \left( K\sqrt{h_0} + \frac{K}{2\sqrt{h_0}}(h(t) - h_0) \right)$$

---

**Transformada de Laplace (linearizada):**

*todas as condições iniciais iguais a zero*

$\mathcal{L}$   
LAPLACE

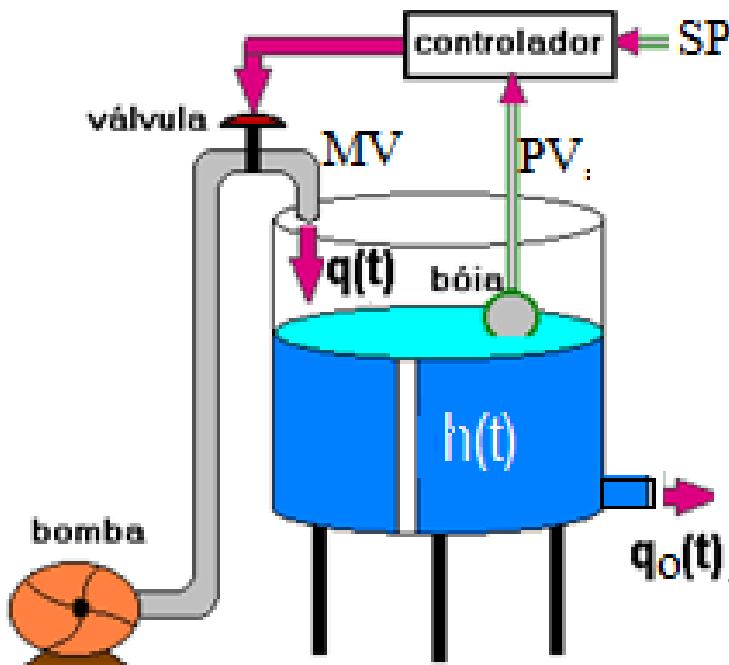
$$AsH(s) + \frac{c}{2\sqrt{h_0}}H(s) = Q(s) + K\sqrt{h_0} - \frac{c}{2\sqrt{h_0}}h_0$$

Onde:

- $H(s)$  é a Transformada de Laplace de  $h(t)$ .
  - $Q(s)$  é a Transformada de Laplace de  $q(t)$ .
  - $h_0$  é ponto de operação desejado para o nível do tanque
- 

**A função de transferência (linearizada) é :**

$$G(s) = \frac{Q(s)}{H(s)} = \frac{1}{As + \frac{K}{2\sqrt{h_0}}} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad \text{onde: } \tau = \frac{2A\sqrt{h_0}}{K}$$



# Controle de Temperatura de um Tanque

---

- Um tanque contendo água com uma temperatura  $T(t)$ .
- Um aquecedor elétrico fornece uma potência  $P(t)$  (em watts).
- O tanque perde calor para o ambiente a uma taxa proporcional à diferença de temperatura entre a água e o ambiente.



# Controle de Temperatura de um Tanque



**Equação Diferencial:** O balanço de energia no tanque pode ser descrito pela seguinte equação diferencial:

$$mc_p \frac{T(t)}{dt} = P(t) - K(T(t) - T_{amb})$$

Onde:

- $m$  é a massa de água no tanque em kg.
- $c_p$  é o calor específico da água em J/kg.°C.
- $K$  é o coeficiente de perda de calor para o ambiente em W/°C.
- $T_{amb}$  é a temperatura ambiente (assumida constante) em °C ou K.
- $P(t)$  é a potência do termostato em Watts
- A capacidade térmica do tanque e do aquecedor são desprezíveis em comparação com a da água.
- O coeficiente de perda de calor para o ambiente é constante

# Controle de Temperatura de um Tanque



**Equação Diferencial:**

$$mc_p \frac{T(t)}{dt} = P(t) - K(T(t) - T_{amb})$$

---

**Transformada de Laplace:**



$$sT(s) - T(0) = \frac{P(s)}{mc_p} - \frac{K}{mc_p} T(s)$$

$$T(s) = \frac{1}{mc_p s + K} \times P(s)$$

---

**Função de Transferência:**

$$G(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{1}{mc_p s + K} = \frac{K}{mc_p s + \frac{1}{K}}$$

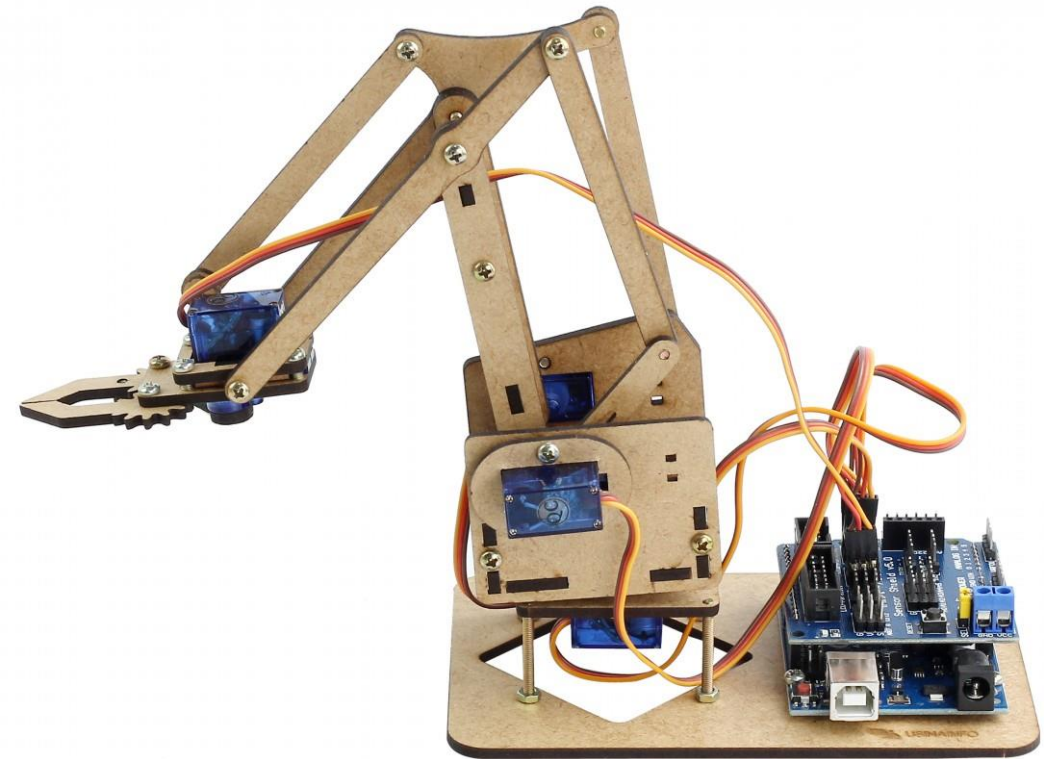
Onde:

- $K$  representa a influência das perdas de calor para o ambiente.
- $\tau = mc_p$  , quanto tempo o sistema leva para alcançar aproximadamente 63,2% de sua variação total em resposta a uma mudança na entrada.

# Servomotor

---

- Um servomotor é um motor que pode ser posicionado em diferentes ângulos ou posições por meio de comandos de controle.
- A dinâmica de um servomotor pode ser modelada como um sistema de segunda ordem devido à presença de inércia (massa do rotor) e amortecimento (atrito e resistência elétrica).





# Servomotor

---

- **Modelagem:** A equação diferencial que descreve a dinâmica de um servomotor é:

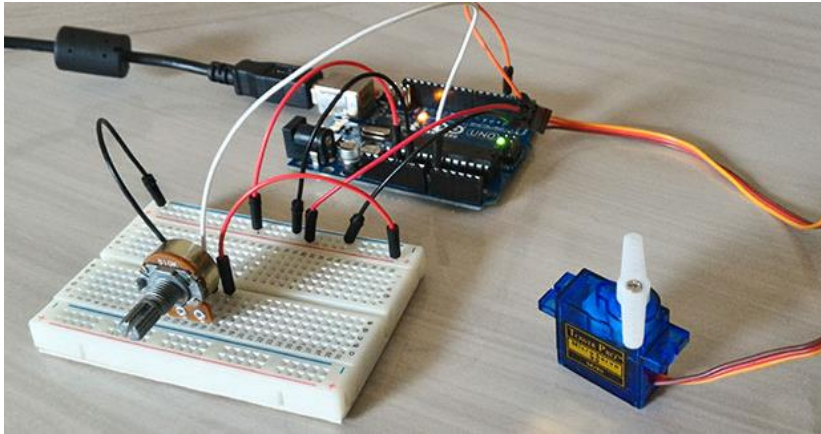
$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} = Ku(t)$$

Onde:

- $\theta(t)$  é a posição angular do motor em função do tempo.
- $J$  é a inércia do rotor em  $kg.m^2$ .
- $B$  é o coeficiente de amortecimento em  $N.m.s/rad$  (representa as forças de atrito).
- $K$  é a constante do motor em  $N.m/Volt$  ou  $rad/s/Volt$ .
- $u(t)$  é a entrada de controle, como a tensão aplicada ao motor em Volts.



# Servomotor



**Equação Diferencial:**

$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} = Ku(t)$$

---

**Transformada de Laplace:**

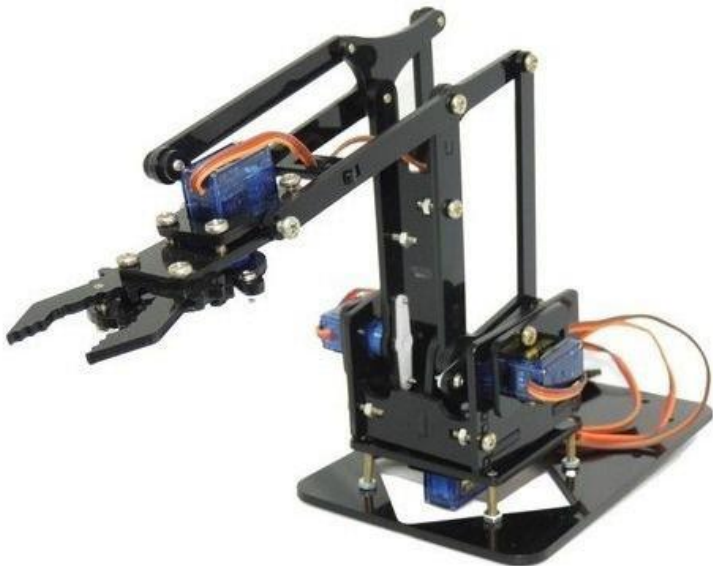
$$\mathcal{L} \quad \Theta(s) = \frac{K}{Js^2 + Bs} U(s)$$

---

**Função de Transferência:**

$$G(s) = \frac{K}{Js^2 + Bs}$$

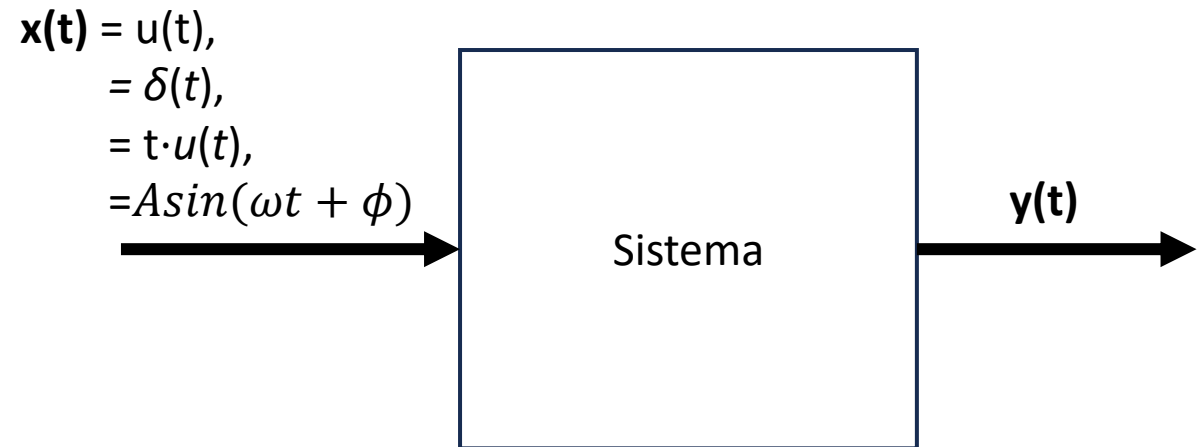
Sendo  $w_n = \sqrt{\frac{K}{J}}$  e  $\zeta = \frac{B}{2\sqrt{KJ}}$ , a frequência natural e coeficiente de amortecimento.



# Entradas de Controle de Processo

A análise de sistemas de controle envolve frequentemente avaliar a resposta do sistema a diferentes tipos de entradas. As entradas mais comuns usadas para essa análise são:

1. **Degrau:**  $u(t)$
2. **Impulso:**  $\delta(t)$
3. **Rampa:**  $t \cdot u(t)$
4. **Entradas sinusoidais:**  $A \sin(\omega t + \phi)$



# Entrada Degrau

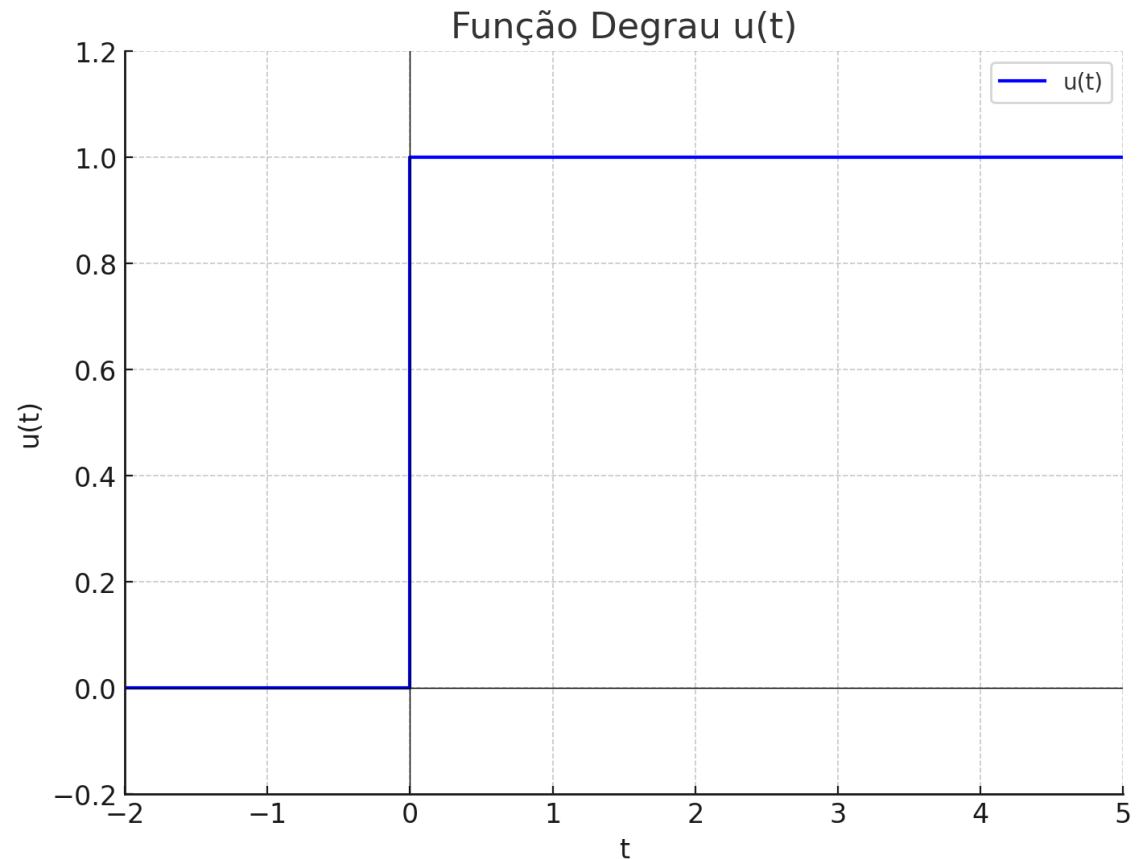
- Matematicamente, a entrada degrau unitário é definida como:

$$\begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ 1 & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$

- A transformada de Laplace da função degrau com amplitude A é:

$$L\{u(t)\} = \frac{1}{s} \text{ ou } L\{A \cdot u(t)\} = \frac{A}{s}$$

- Onde é A é altura da função degrau.



# Entrada degrau

- **Para o controle de temperature com entrada degrau, vamos considerar:**

- Massa de água: 10kg (volume de 10 L)
- Calor específico da água:  $c_p=4186 \text{ J/(kg}\cdot\text{°C)}$
- Temperatura ambiente:  $T_a=25^\circ\text{C}$
- Constante de proporcionalidade:  $K=100\text{W/}^\circ\text{C}$
- Potências do aquecedor: 3000W, 4000W e 5000W

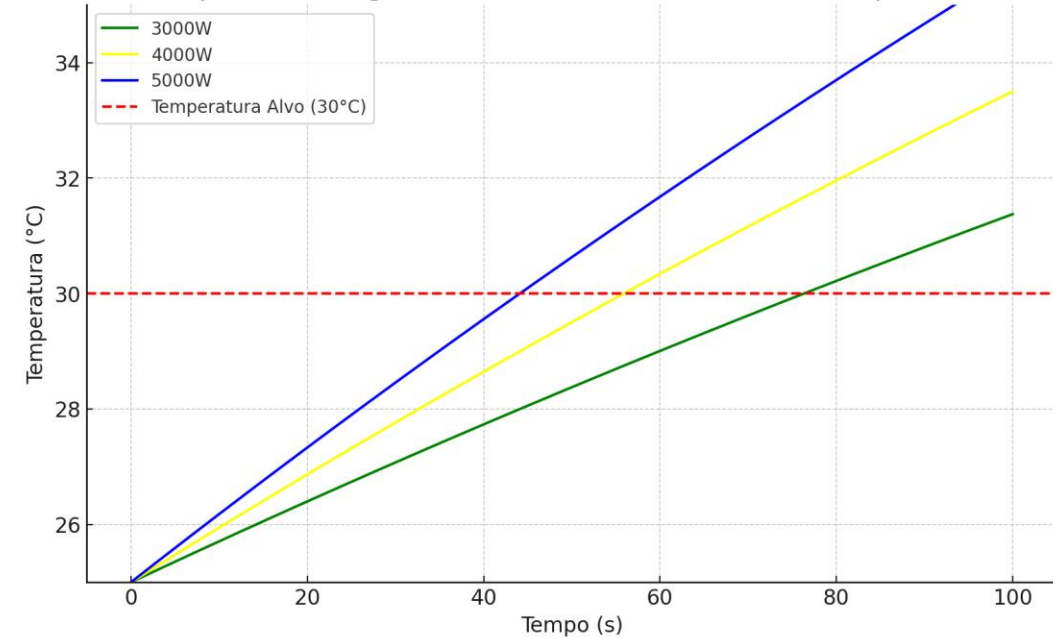
## Equação Diferencial:

$$mc_p \frac{T(t)}{dt} = P(t) - K(T(t) - T_{amb})$$

## Função de Transferência:

$$G(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{1}{mc_p s + K} = \frac{1}{41860s + 100}$$

Resposta ao Degrau do Sistema de Controle de Temperatura



$$\text{Entrada Degrau: } u(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ A & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \rightarrow L\{A \cdot u(t)\} = \frac{A}{s}$$

# Entrada Degrau

Valores das constantes usadas no controle de nível de tanque:

- Área da base do tanque (A): 5 m<sup>2</sup>
- Coeficiente de vazão de saída (C): 2
- Altura desejada (h<sub>0</sub>): 1 metro
- Vazão de Entrada: 0.5, 1 e 1.5 m<sup>3</sup>/s

## Equação Diferencial

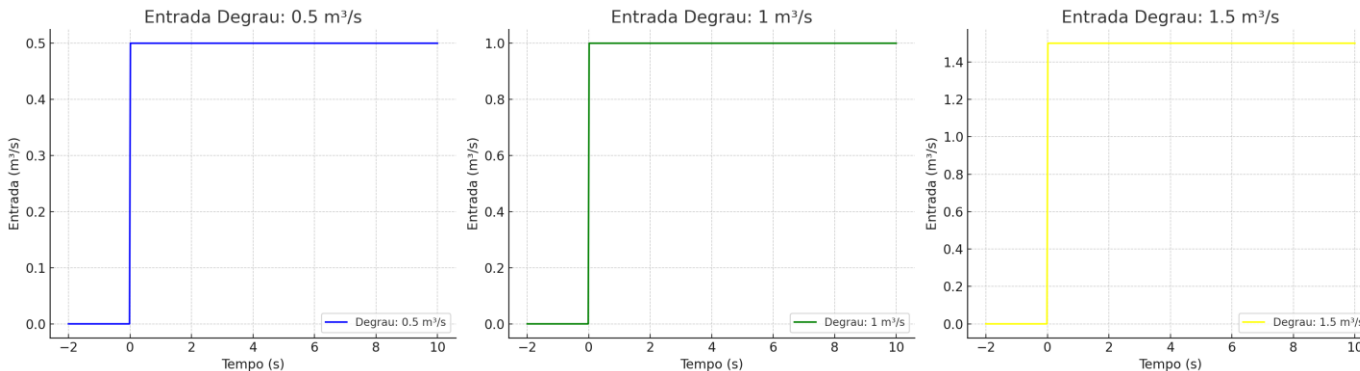
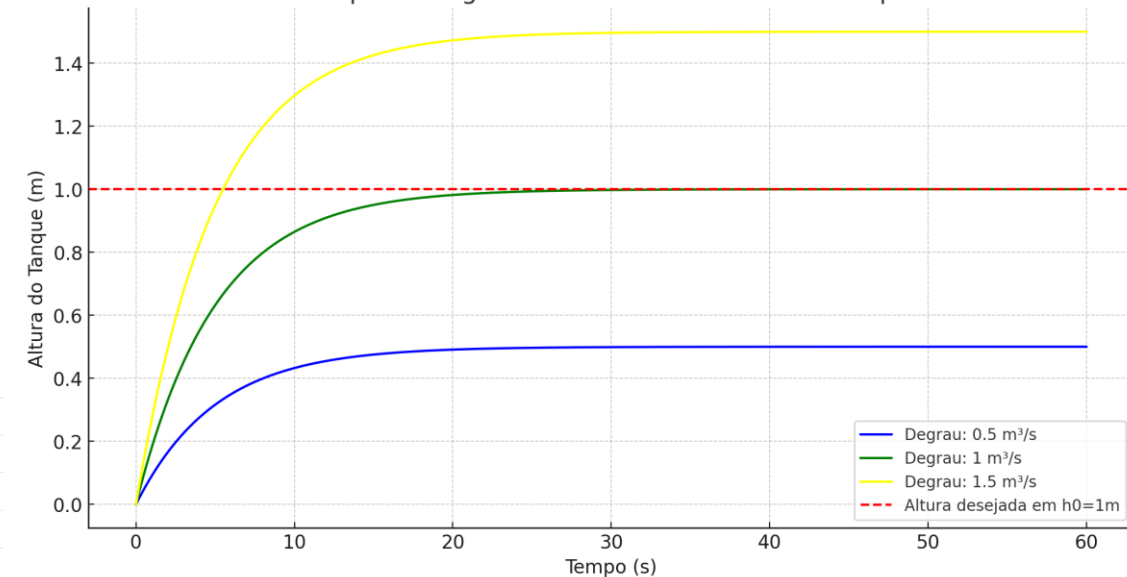
Linearização no ponto h<sub>0</sub>:

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_{in}(t) - \left( C\sqrt{h_0} + \frac{C}{2\sqrt{h_0}}(h(t) - h_0) \right)$$

A função de transferência (linearizada) é :

$$G(s) = \frac{Q(s)}{H(s)} = \frac{1}{As + \frac{C}{2\sqrt{h_0}}} = \frac{1}{5s+1}$$

Resposta Degrau ao Controle de Nível de Tanque



$$\text{Entrada Degrau: } u(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ A & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \rightarrow L\{A \cdot u(t)\} = \frac{A}{s}$$



# Entradas de Controle de Processo

Valores das constantes do servomotor:

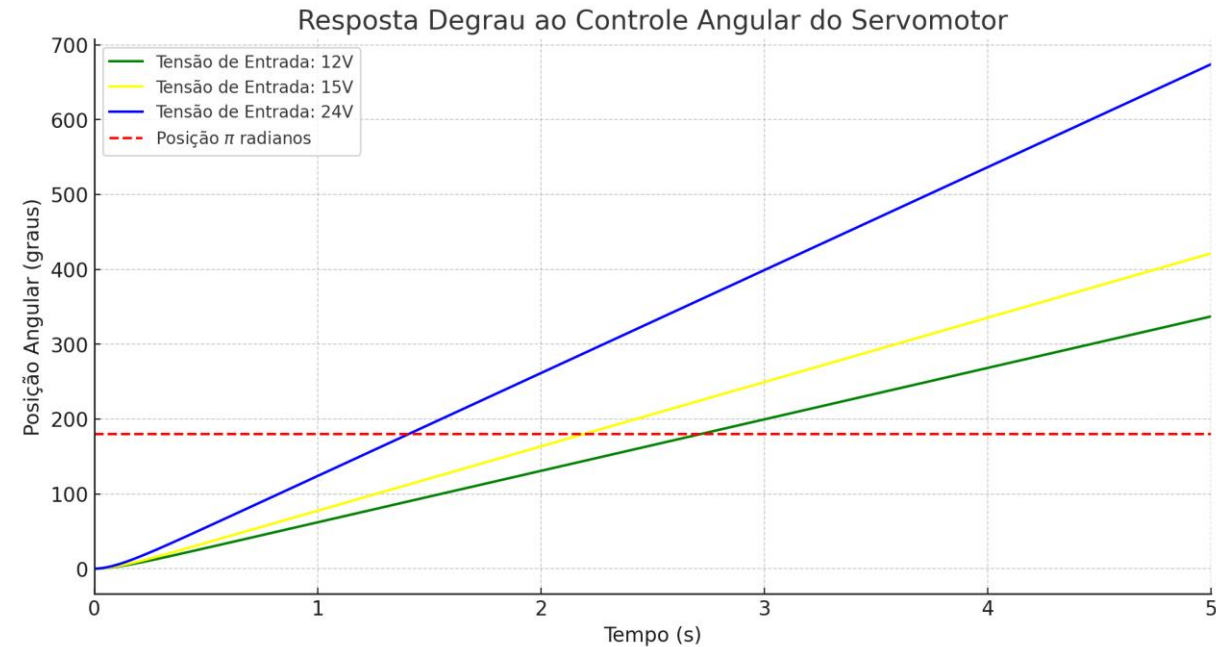
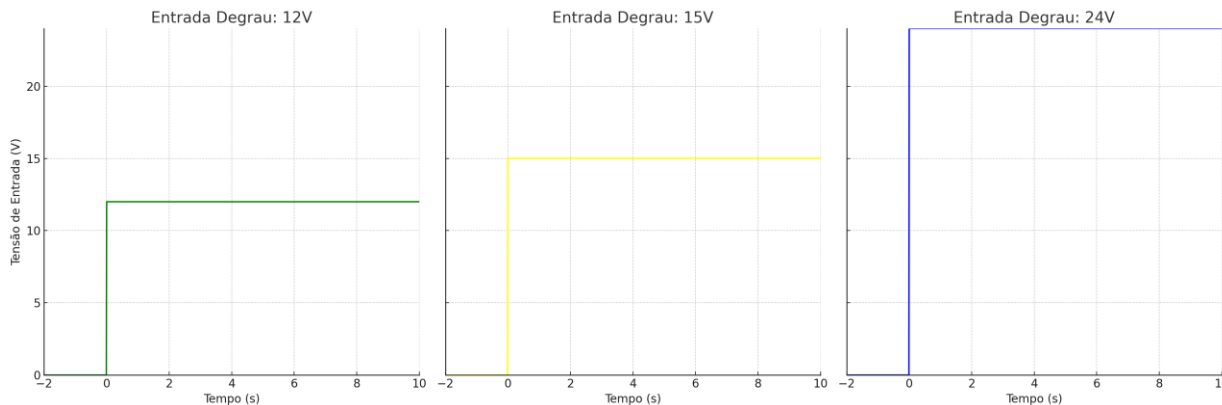
- Momento de inércia:  $J=0.5 \text{ kg.m}^2$  e o
- Amortecimento viscoso:  $B= 5 \text{ N.m.s/rad}$ .
- Contante do Motor:  $K=0.5$
- Entradas Degrau: 12V, 15V e 24V

**Equação Diferencial:**

$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} = Ku(t)$$

**Função de Transferência:**

$$G(s) = \frac{K}{Js^2 + Bs} = \frac{0.5}{0.5s^2 + 5s}$$

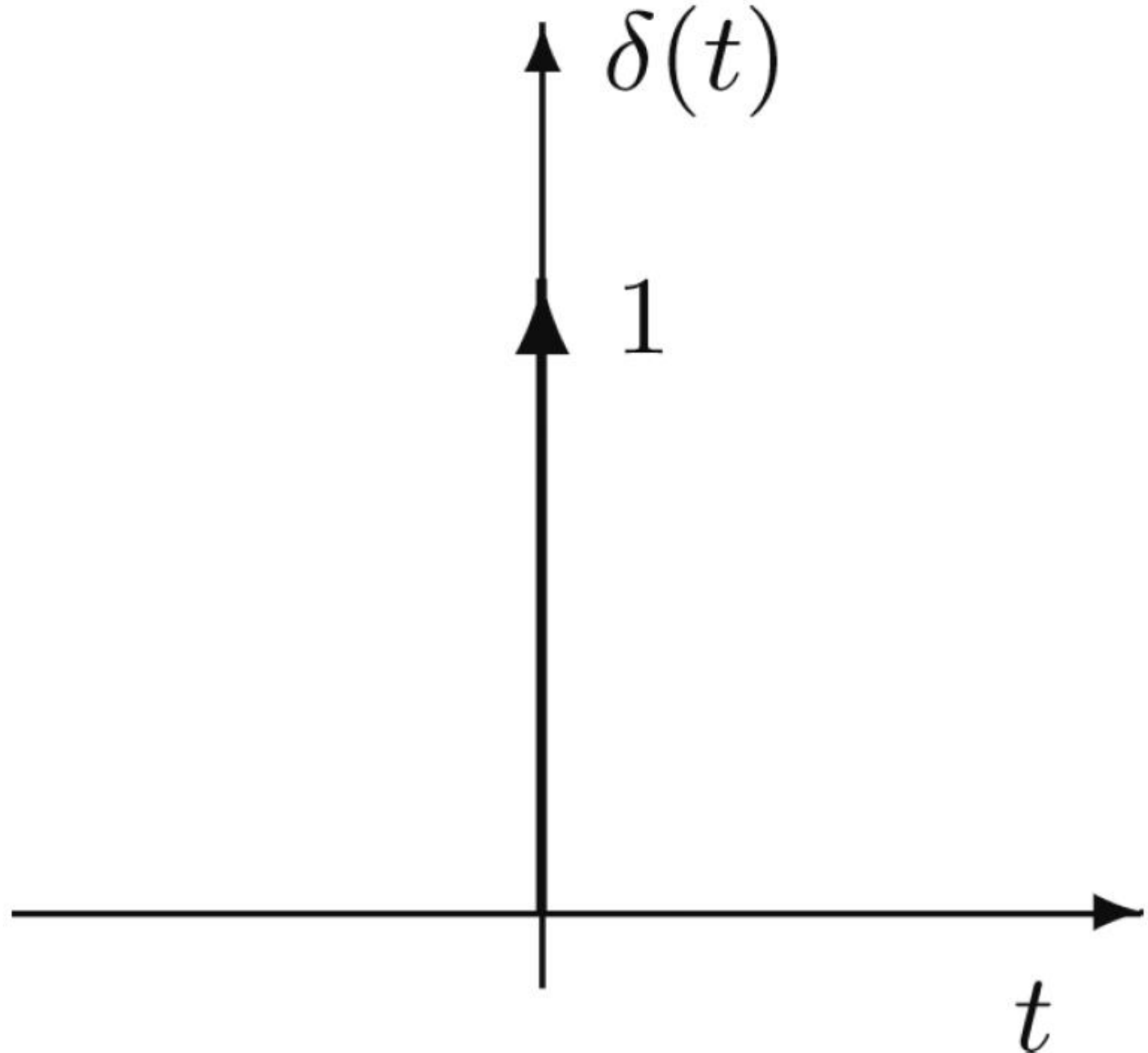


$$\text{Entrada Degrau: } u(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ A & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \rightarrow L\{A \cdot u(t)\} = \frac{A}{s}$$

# Entrada Impulso

---

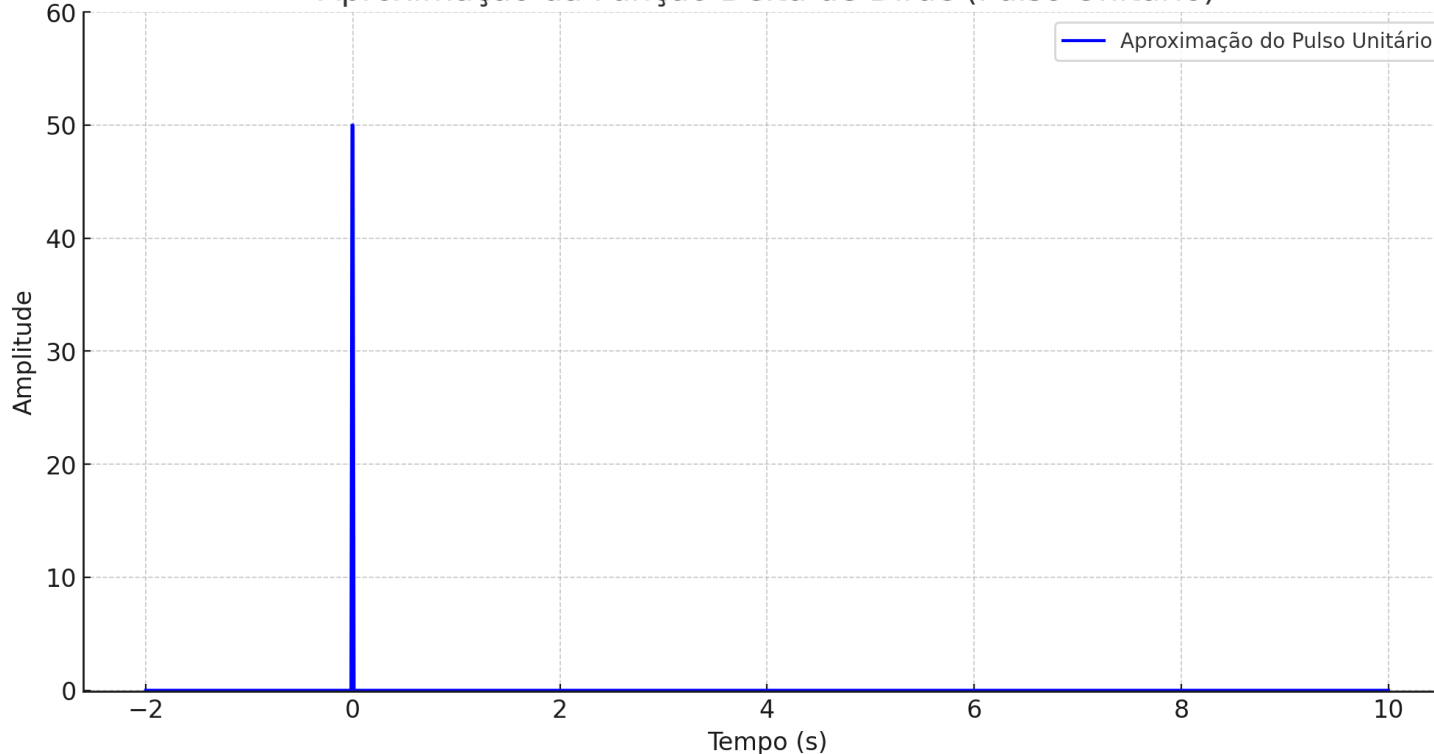
- **Caracterização de sistemas:** qualquer entrada arbitrária pode ser considerada como uma superposição de muitos impulsos unitários. Assim, conhecendo a resposta ao impulso, podemos prever a resposta do sistema a qualquer entrada.
- **Modelagem de eventos abruptos e breves:** a entrada pulso é usada para modelar eventos que acontecem abruptamente em um curto espaço de tempo, como um choque ou batida.
- **Convolução:** A convolução de uma função com a função delta de Dirac resulta na própria função.



# Entrada Impulso

- A função delta de Dirac é uma função que é zero em todos os lugares, exceto na origem, onde é infinitamente alta, de modo que sua integral total seja igual a um (magnitude).

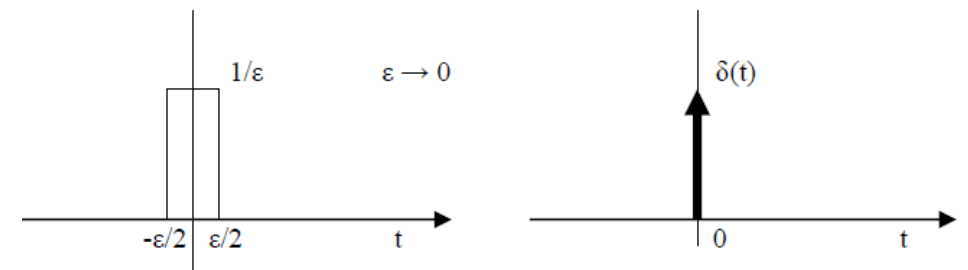
Aproximação da Função Delta de Dirac (Pulso Unitário)



$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{se } t = 0 \\ 0 & \text{se } t > 0 \end{cases} \quad L\{\delta(t)\} = 1$$

- A magnitude da entrada impulso é sempre 1, sabendo que a sua amplitude é 50 (figura ao lado), então a largura do pulso será 0.02 segundos.

$$\text{Largura de Pulso} = \frac{\text{Magnitude}}{\text{Altura}}$$



# Entrada Impulso

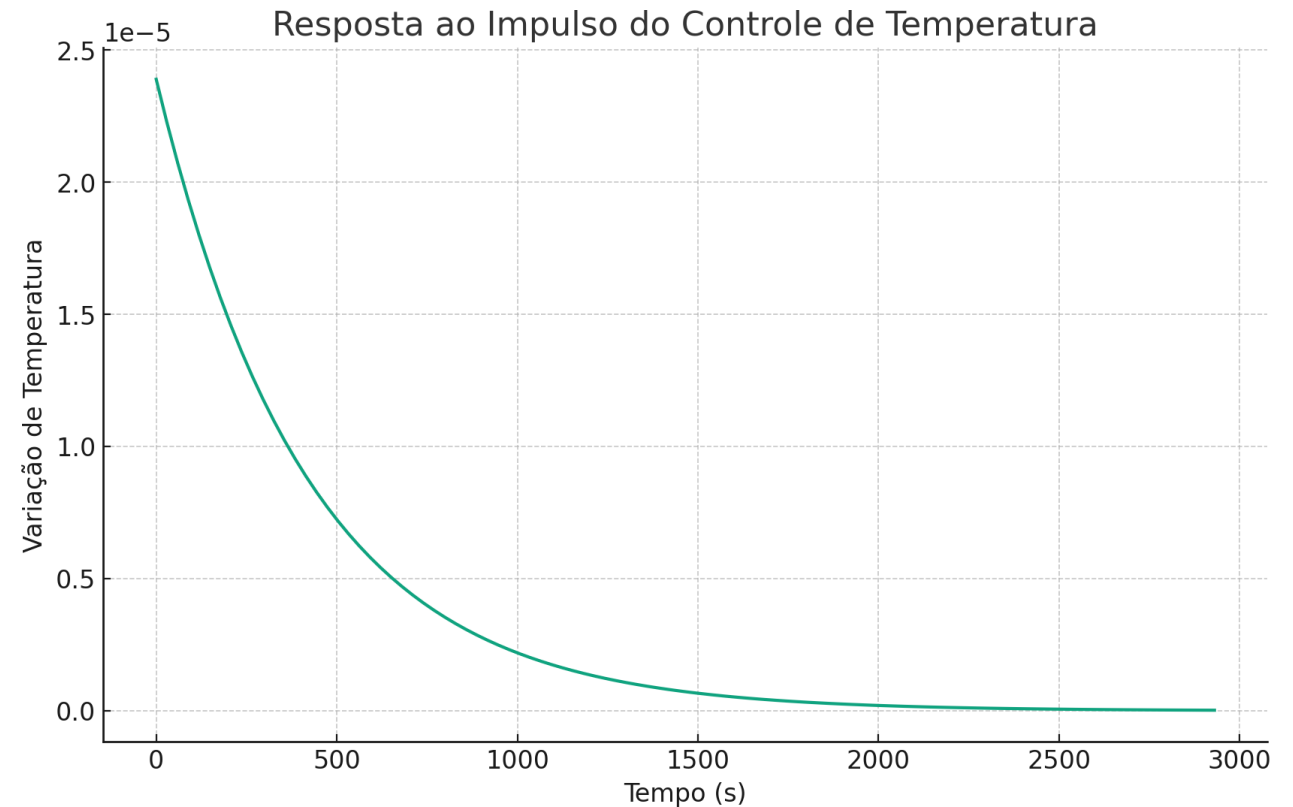
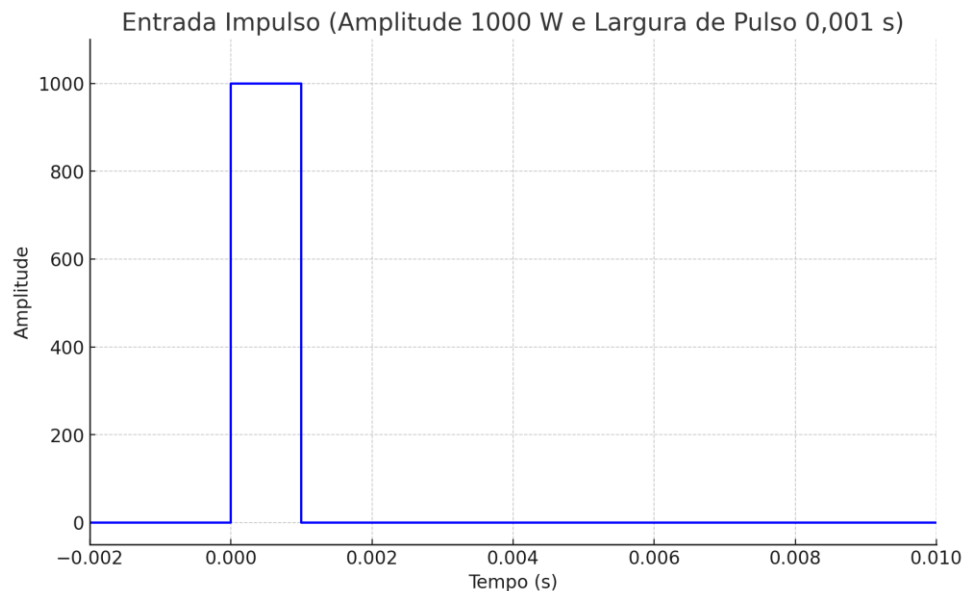
## Constantes do Controle de Temperatura:

- Massa de água no tanque ( $m$ ): 10,0 kg
- Calor específico da água ( $cp$ ): 4,186 kJ/kg.K
- Coeficiente de transferência de calor ( $\alpha$ ): 100 W/m<sup>2</sup>.K
- Temperatura ambiente ( $Ta$ ): 25,0 °C

*Função de Transferência do Controle de Temperatura:*

$$G(s) = \frac{1}{41860s+100}$$

**Entrada Impulso:**  $\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{se } t = 0 \\ 0 & \text{se } t > 0 \end{cases} \rightarrow L\{\delta(t)\} = 1$



# Entrada Rampa

- Uma **entrada rampa** é uma função do tempo que cresce linearmente a partir de  $t=0$ .
- Ela é frequentemente utilizada em análises de sistemas de controle e em simulações para avaliar a resposta de um sistema a uma taxa de variação constante da entrada.

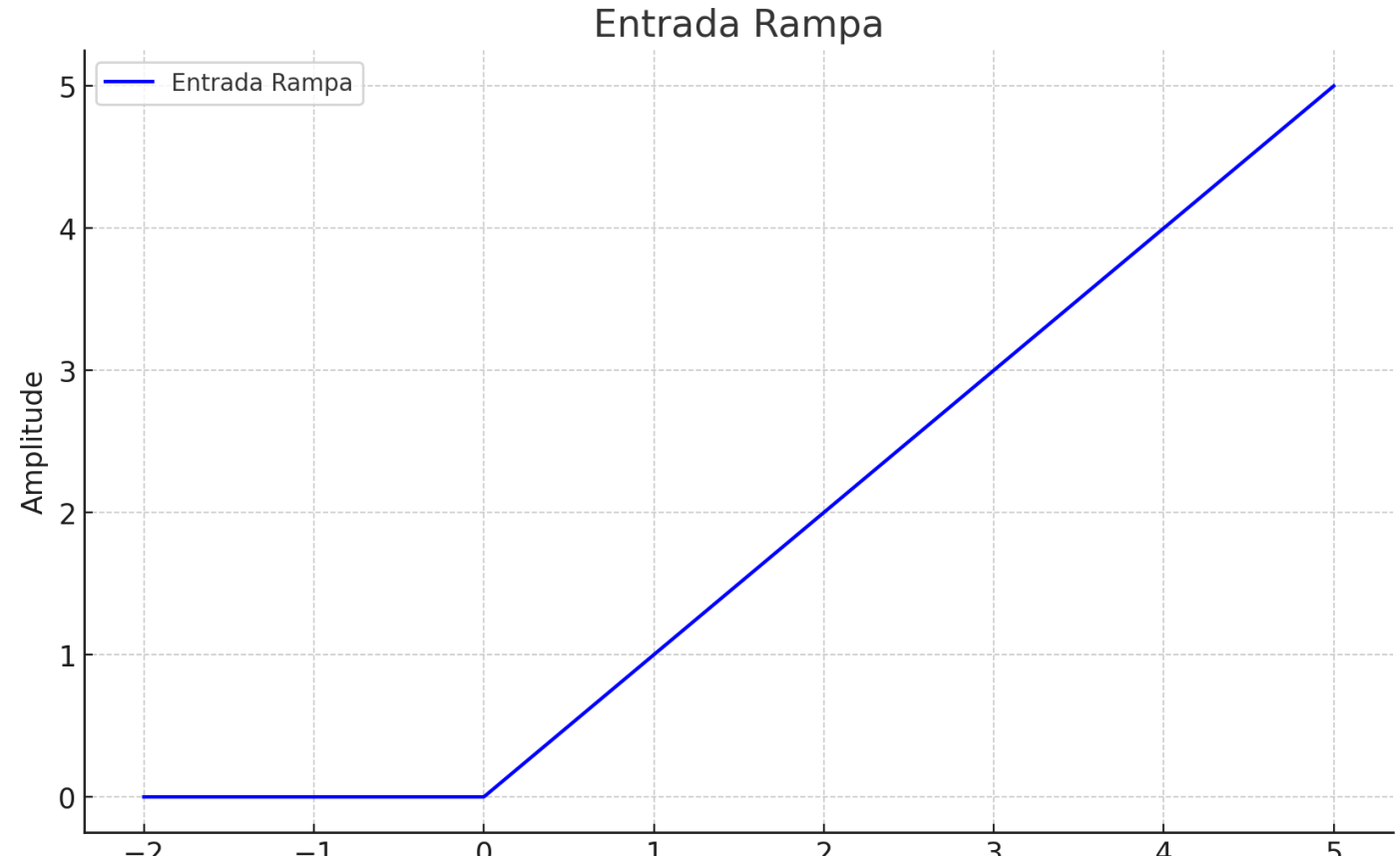
$$r(t) = t \cdot u(t)$$

Onde:

- $u(t)$  é a função degrau unitário.

Transformada de Laplace:

$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$



# Entrada Rampa

- A inclinação pode ser alterada multiplicando-se a função rampa por uma constante.

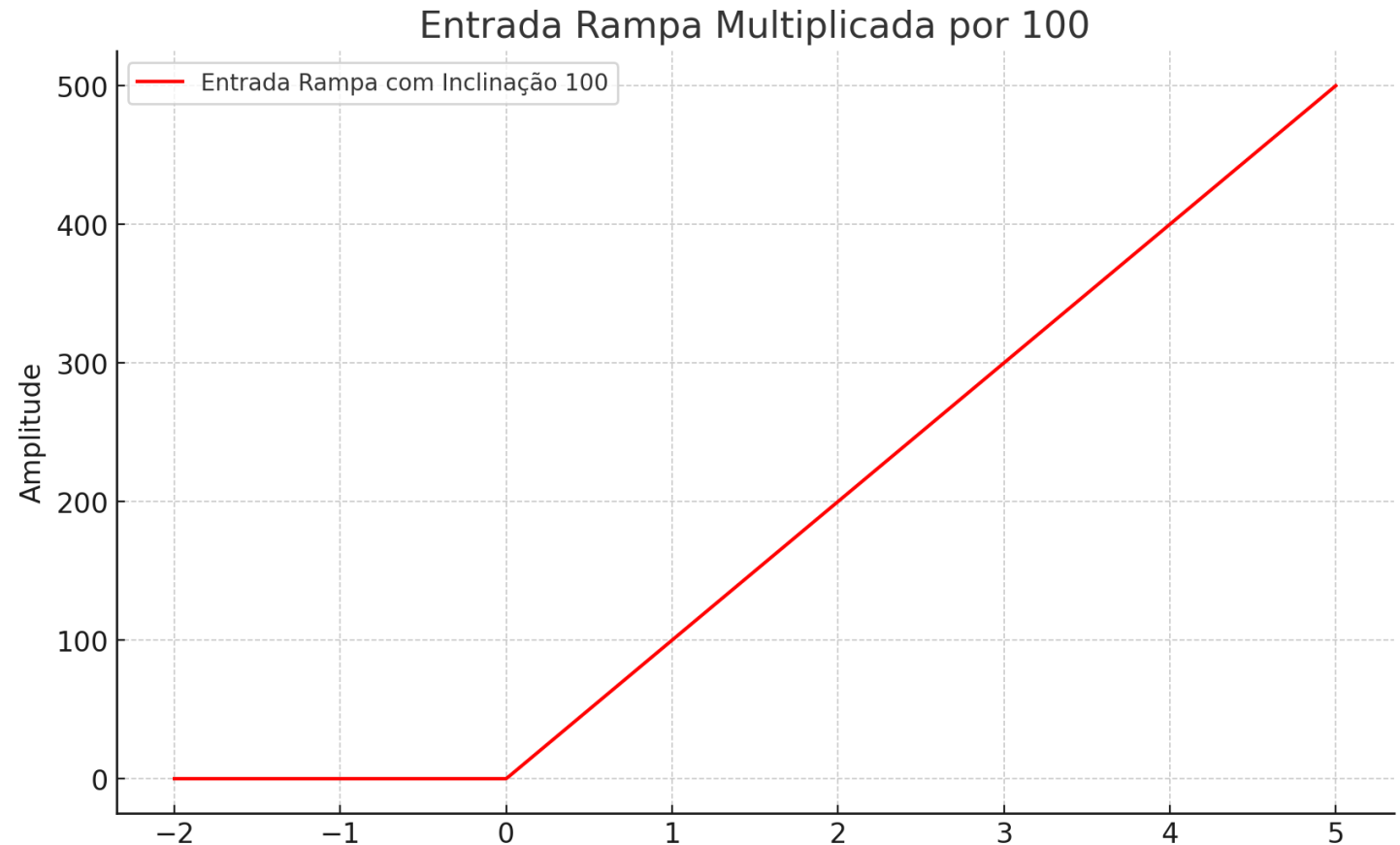
Em função do tempo:

$$r(t) = A \cdot t \cdot u(t)$$

Transformada de Laplace:

$$R(s) = \frac{A}{s^2}$$

- A resposta de um sistema a uma entrada rampa pode revelar coisas como erros de estado estacionário, capacidade do sistema de seguir entradas variáveis e muito mais.



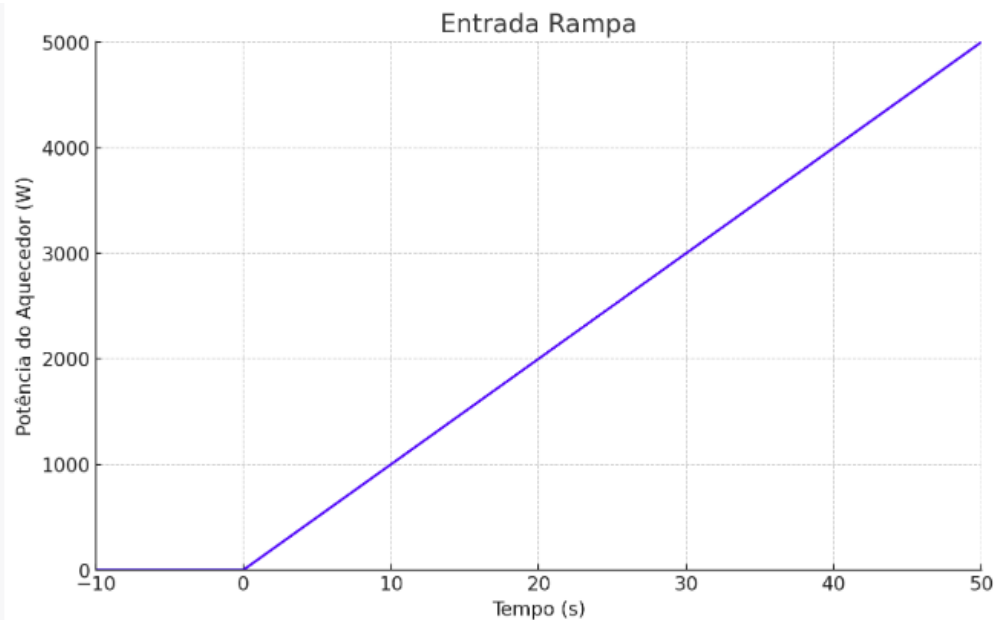


# Entrada Rampa

*Função de Transferência do Controle de Temperatura:*

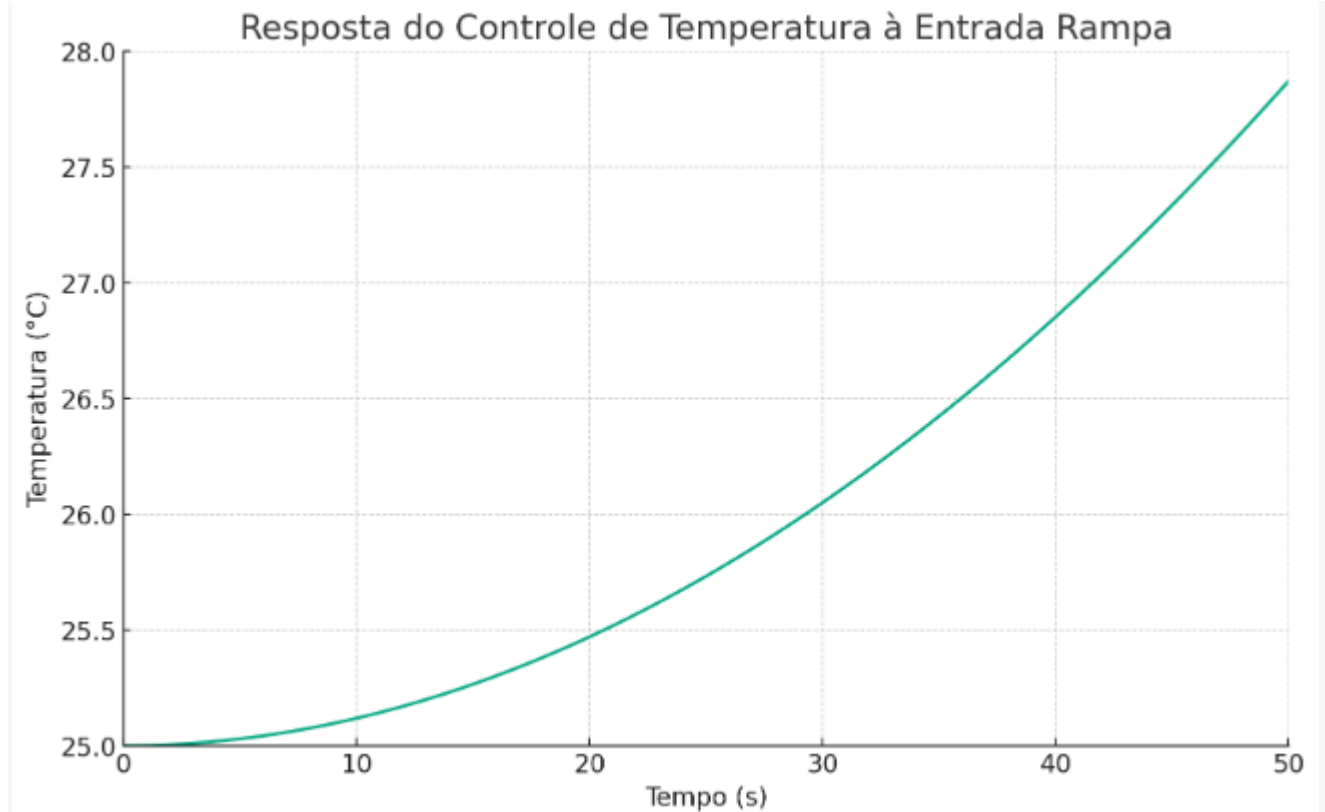
$$G(s) = \frac{1}{41860s+100}$$

Entrada Rampa:  $r(t) = A \cdot t \cdot u(t) \rightarrow R(s) = \frac{100}{s^2}$



## Constantes do Controle de Temperatura:

- Massa de água no tanque ( $m$ ): 10,0 kg
- Calor específico da água ( $cp$ ): 4,186 kJ/kg.K
- Coeficiente de transferência de calor ( $\alpha$ ): 1,0 W/K
- Temperatura ambiente ( $Ta$ ): 25,0 °C



# Entrada Senoidal (ou Sinusoidal)

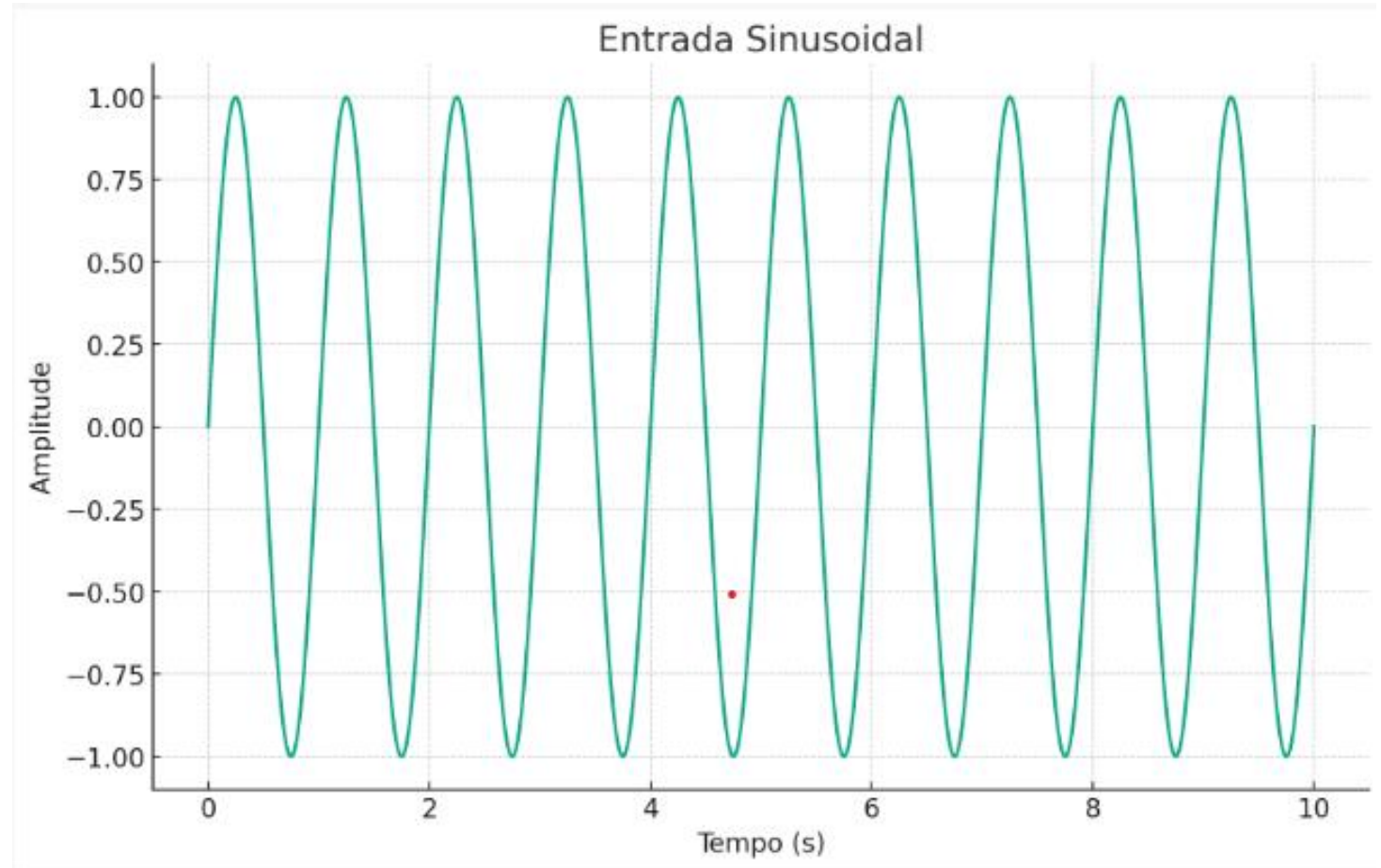
- Elas são caracterizadas por oscilações regulares e repetitivas.

Em função do tempo:

$$x(t) = A \sin(2\pi f t + \phi)$$

Onde:

- $A$  é a amplitude da onda sinusoidal.
- $f$  é a frequência da onda sinusoidal (Hertz).
- $\phi$  é a fase da onda sinusoidal (em radianos), representando um deslocamento horizontal da onda.
- $t$  é a variável de tempo.



# Entrada Senoidal

---

A transformada de Laplace da entrada sinusoidal:

$$x(t) = A \sin(2\pi f t + \phi) \rightarrow X(s) = L\{A \sin(2\pi f t + \phi)\}$$

↓

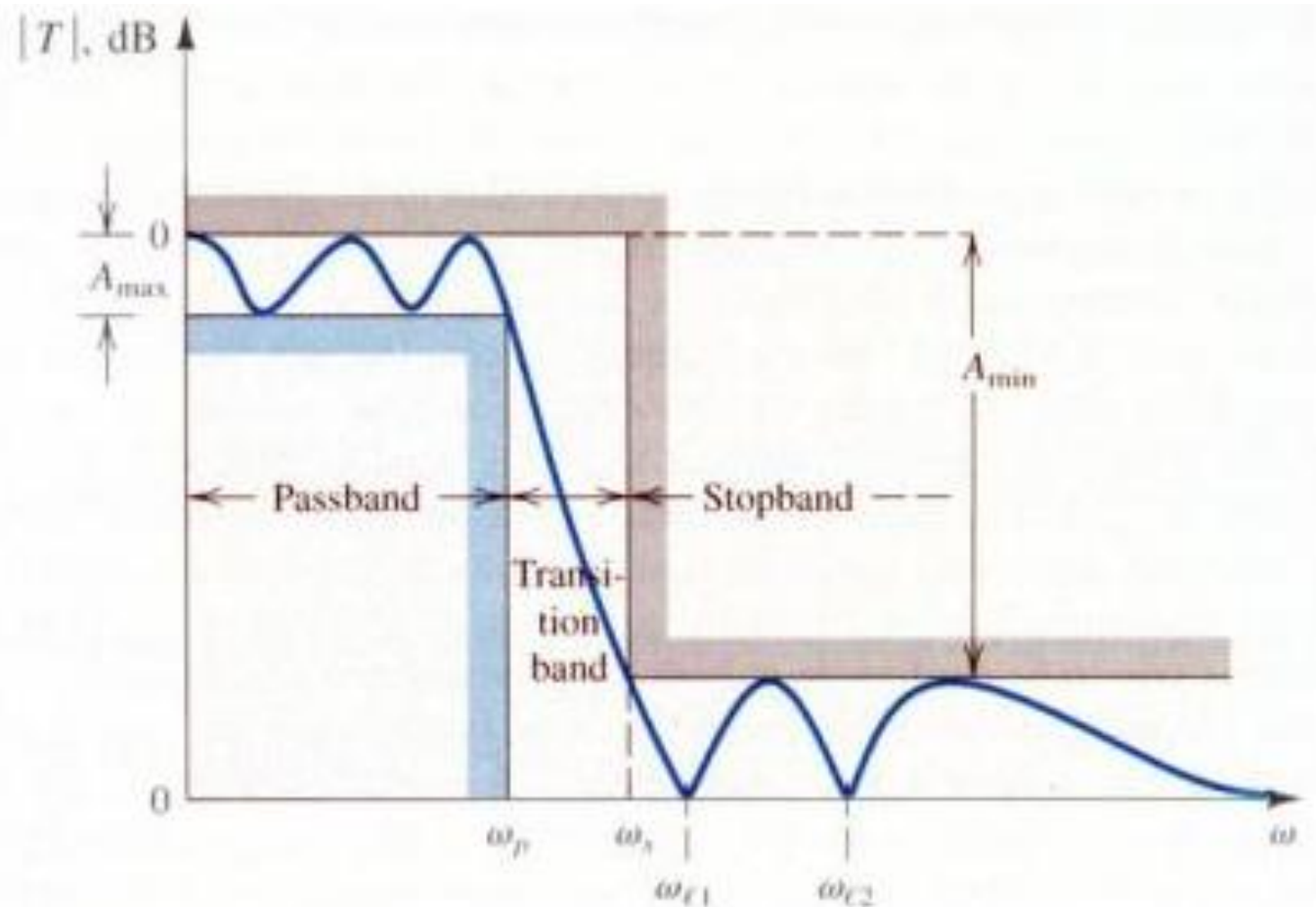
$$X(s) = A \left( \frac{\omega \sin(\phi)}{(s^2 + \omega^2)} - \frac{s \cos(\phi)}{(s^2 + \omega^2)} \right)$$

↓

$$X(s) = A \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}, \text{ se } \phi = 0$$

# Entrada Senoidal

- As entradas sinusoidais são ferramentas fundamentais para analisar como um sistema responde a diferentes frequências. Isso é essencial para entender o comportamento em frequência de sistemas e para projetar filtros, amplificadores e controladores.



# Conclusões

---

- Nesta aula foi ensinado o que é transformada de Laplace, que é a função que passa do domínio do tempo para frequência.
- Foi explicado que a Transformada de Laplace é usada para criar a função de transferência, muito usado na modelagem de processos.
- Foi demonstrado vários exemplos práticos de controle de processos. Para cada exemplo foi dada a modelagem matemática usando equações diferenciais e suas respectivas funções de transferência.
- Através dos vários tipos de entradas (degrau, impulso, rampa e sinusoidal), foi possível fazer a análise da resposta dos exemplos práticos de controle de processo.
- Na próxima aula será dada a parte de modelagem de um sistema de controle em malha fechada.

# Exercícios

---

- Existe algum processo de controle que você queira modelar matematicamente? Faça a sua modelagem matemática.
- Através do programas em python ([controle de nível de tanque](#) e o [controle de temperatura do tanque](#)) no Google Colab, faça a análise dos diferentes tipos de resposta a cada sistema.
- Usando como base esses programas no Google Colab, utilize o processo de controle que você modelou e crie um programa que faça a análise da resposta para diferentes tipos de entrada.

# DÚVIDAS?

---