Tarea 5: Integración numérica

Varela Mancilla Dhyna Guadalupe
dvarela2611@gmail.com

17 de abril de 2018

Cada nombre de cada programa fue asignado por el número de problema seguido por el inciso y un nombre general que los identifica.

Sumas de Riemman

Las sumas de Riemann son un método para aproximar el área total bajo una curva.Si el límite existe, es posible calcular la integral de Riemann. Las sumas serán calculadas dado un intervalo [a,b].
Si $a < x_0 < .... < x_{n-1} < x_n < b$ es una partición de $a \leq x \leq b$

Sumas inferiores: $\Sigma_{i=1}^{n} f(xi)\Delta x$

[1]

$S_{inf} \leq Area$

$\Delta x = \frac{b-a}{n}$

[2]

Sumas superiores: $\Sigma_{i=1}^{n} f(xi)\Delta x$

[3]

$S_{sup} \geq Area$

Problema 1:

Programa **1riemann.f90**: Se calculó la integral $\int 3x^2[sen(x) + cos(2x)]dx$ por medio de sumas de riemann. La integral va de 1 a 4, con h=0.001. Utlizando la ecuación [2], con $\Delta x = h$, se despejó a n para poder encontrar el número de intervalos a utilizar. Posteriormente se utilizaron las ecuaciones [1] y [3]. El resultadó obtenido al utilizar **1riemann.f90** fue:
$\int_1^4 3x^2[sen(x) + cos(2x)]dx$=<u>24.757</u>

Resolvemos la integral:
$\int_1^4 3x^2[sen(x) + cos(2x)]dx$
=3 $\int_1^4 x^2[sen(x) + cos(2x)]dx$
=3 $\int_1^4 x^2sen(x) + x^2cos(2x)dx$
=3 $\int_1^4 x^2sen(x)dx$ +3 $\int_1^4 x^2cos(2x)dx$

Tomamos a $f = x^2$, $df = 2xdx$ y
$dg = sen(x)$, $g = -cos(x)$
Sustituimos:
=$-3x^2(cos(x))_1^4$+6 $\int_1^4 xcos(x)dx$+3 $\int_1^4 x^2cos(2x)dx$
=3$(cos(1) - 16cos(4))$+6 $\int_1^4 xcos(x)dx$+3 $\int_1^4 x^2cos(2x)dx$

Ahora, tomamos $f = x$, $df = dx$ y
$dg = cos(x)$, $g = sen(x)$
Sustituimos:
=3$(cos(1) - 16cos(4))$-6$(sen(1) - 4sen(4))$-6 $\int_1^4 sen(x)dx$
+3 $\int_1^4 x^2cos(2x)dx$
=3$(cos(1) - 16cos(4))$-6$(sen(1) - 4sen(4))$ +6$(cos(4) - 6cos(1))$+3 $\int_1^4 x^2cos(2x)dx$

Tomamos a $f = x^2$, $df = 2xdx$ y
$dg = cos(2x)$, $g = 1/2sen(2x)$
Sustituimos:
=$-6cos(1) + 3(cos(1) - 16cos(4)) + 6cos(4) - 6(sen(1) - 4sen(4)) + \frac{3}{2}x^2sen(2x)_1^4 - 3\int_1^4 xsen(2x)dx$
=$-6cos(1) + 3(cos(1) - 16cos(4)) + 6cos(4) - 6(sen(1) - 4sen(4)) + 24sen(8) - \frac{3sen(2)}{2} - 3\int_1^4 xsen(2x)dx$

Tomamos a $f = x$, $df = dx$ y
$dg = sen(2x)$, $g = -1/2cos(2x)$
=$-6cos(1) + 3(cos(1) - 16cos(4)) + 6cos(4) - \frac{3sen(2)}{2} - 6(sen(1) - 4sen(4)) + 24sen(8) - \frac{3xcos(2x)}{2}\Big|_1^4 - \frac{3}{2}\int_1^4 cos(2x)dx$

=$-6cos(1) + 3(cos(1) - 16cos(4)) + 6cos(4) - \frac{3sen(2)}{2} - 6(sen(1) - 4sen(4)) + 24sen(8) + 6cos(8) - \frac{3cos(2)}{2} - \frac{3}{2}\int_1^4 cos(2x)dx$

Tomamos a $u = 2x$, $du = 2dx$, con los límites como: $u(1) = 2$ y $u(4) = 8$
Sustituimos:
=$-6cos(1) - \frac{3cos(2)}{2} + 3(cos(1) - 16cos(4)) + 6cos(4) + 6cos(8) - \frac{3sen(2)}{2} - 6(sen(1) - 4sen(4)) + 24sen(8) - \frac{3}{4}\int_2^8 cos(u)du$
=$-6cos(1) - \frac{3cos(2)}{2} + 3(cos(1) - 16cos(4)) + 6cos(4) + 6cos(8) - \frac{3sen(2)}{2} - 6(sen(1) - 4sen(4)) + 24sen(8) - \frac{3}{4}(sen(2) - sen(8))$
=$\frac{-3}{4}(8sen(1) + sen(2) - 32sen(4) - 31sen(8) + 4cos(1) + 2cos(2) + 56cos(4) - 8cos(8)) = 24.692$
Así, $\int_1^4 3x^2[sen(x) + cos(2x)]dx$=<u>24.692</u>

Como se puede observar la diferencia entre la integral de sumas de Riemann y la obtenida paso a paso es del 0.24 %

Problema 2:

Demostración:

Tenemos que:

$f(x_0) = a + bx_0 + cx_0^2$
$f(x_1) = a + bx_1 + cx_1^2$
$f(x_2) = a + bx_2 + cx_2^2$

Despejando a, b y c:

$a = \frac{1}{x_0^2 - 2x_0x_2 + x_2^2}[x_0^2 f(x_2) + x_0x_2 f(x_2) - 4x_0x_2 f(x_1) + x_0x_2 f(x_0) + x_2^2 f(x_0)]$

$b = \frac{1}{x_0^2 - 2x_0x_2 + x_2^2}[-x_0 f x_0 - 4x_0 f(x_1) + 3x_0 f(x_2) + 3x_2 f(x_0) - 4x_2 f(x_1) + x_2 f(x_2)]$

$c = \frac{2}{x_0^2 - 2x_0x_2 + x_2^2}[f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)]$

$\Rightarrow \int_{x_0}^{x^2} (a + bx + cx)dx = a(x_2 - x_0) + \frac{b}{2}(x_2^2 - x_0^2) + \frac{c}{3}(x_2^3 - x_0^3)$

Si sustituimos los valores de a,b,c obtenemos: $\int_{x_0}^{x^2} (a + bx + cx)dx = \frac{(x_2 - x0)}{6}(f(x_0) + 4f(x_1 + f(x_2))$

Así:

$h = \frac{(x_2 - x_0)}{2}$

(de manera general $h = (x_{i+1} - xi)$

Se obtiene:

$\int_{x_0}^{x^2} (a + bx + cx)dx = \frac{h}{3}(f(x_0) + 4f(x_1 + f(x_2))$

$\Rightarrow a(x_2 - x_0) + \frac{b}{2}(x_2^2 - x_0^2) + \frac{c}{3}(x_2^3 - x_0^3) = \frac{h}{3}(f(x_0) + 4f(x_1 + f(x_2))$

Problema 3:

a+bx+cx Se separó la ecuación diferencial obteniendo: $\int xdx = \int_{15}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000}$ Así, se resolvió por el método de 1/3 de simpson la intgral: $x = \int_{15}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000}$ para encontrar la distancia a 15 m/s y posteriormente para el momento en el que se frena, se reslvió $x = \int_{0}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000}$

Programa **3sim.f90****: Calcula la integral $x = \int \frac{1200vdv}{8v^2+1000}$, el usuario tendrá que poner los límites de integración. En este caso se colocó de 15 a 30 y de 0 a 30. Obteniendo así $\int_{15}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000} = \underline{80.588}$

$\int_{15}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000} = \underline{157.81}$

-Programa **3asim.f90**: Primero, por medio del programa **si.f90** se generan los valores de la ecuación $x = \frac{1200vdv}{8v^2+1000}$ de 15 hasta 30. Posteriormente son guardados en **si.dat** y leídos en 3asim.f90 para calcular la integral de x de 15 a 30. Obteniendo así:

$\int_{15}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000} = \underline{76.140}$

-Programa **3bsim.f90**: Primero, por medio del programa **si2.f90** se generan los valores de la ecuación $x = \frac{1200vdv}{8v^2+1000}$ de 0 hasta 30. Posteriormente son guardados en **si2.dat** y leídos en 3bsim.f90 para calcular la integral de x de 0 a 30. Obteniendo así:

$\int_{0}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000} = \underline{158.002}$

Resolvemos la integral:

$x = \int_{15}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000}$

Tomamos a $u = 8v^2 + 1000$, $du = 16vdx$

$u(15) = 2800$,$u(30) = 8200$

Sustituimos:

$x = \int_{2800}^{8200} \frac{1200v}{u} \frac{du}{16v} = 75 \int_{2800}^{8200} \frac{du}{u} = 75ln(\frac{8200}{2800}) = 80.588$

Así:

$x = \int_{15}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000} = \underline{80.588}$

$x = \int_{0}^{30} \frac{1200vdv}{8v^2+1000} = 75ln(\frac{8200}{1000}) = \underline{157.81}$

Como se puede observar, se obtuvo un valor más preciso de la integral con el programas **3sim.f90**. Concluyendo que la distancia que recorre el automovil hasta que tiene una velocidad de 15 m/s es de *80.588m* y hasta que se detiene es de *157.81 m*.

** Nota: El archivo **3sim.f90** tine algún detalle que no sé que es. Ya que al abrir por primera vez aparece un error que dice que el archivo no está en el directorio. Pero al borrar las dos " use funcion y use numer" guardar y correr. Y luego volver a agregar "use funcion y use numer" de nuevo, ya corre correctamente. Adjunto capturas del programa en windows y en ubuntu.

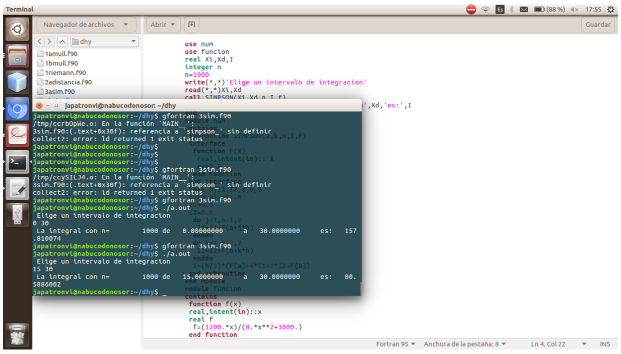

Figura 1

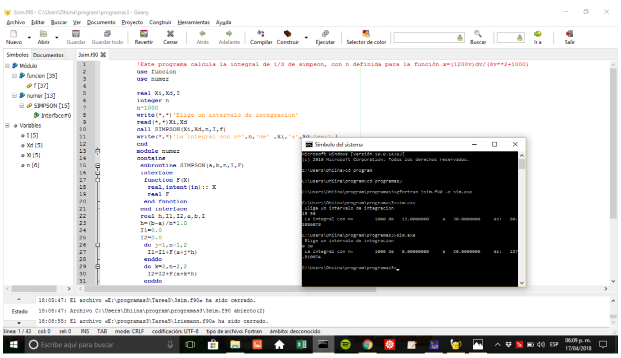

Figura 2