Tarea 7:Valores propios y vectores propios

Varela Mancilla Dhyna Guadalupe
dvarela2611@gmail.com

14 de mayo 2018

Cada nombre de cada programa fue asignado por el número de problema seguido por el inciso y un nombre general que los identifica.

Problema 1:

Programa **potval.f90**: Se encontró el valor propio dominante y su vector asociado a partir del método de la potencia.

El objetivo del método de las potencias es calcular un vector propio de una matriz. Nos interesa buscar un subespacio propio de A y después escoger un vector propio particular; por ejemplo, un vector propio unitario. Así pues, debemos estudiar la convergencia de subespacios.

Sean λ_1,λ_2,...,λ_n los valores propios de la matriz A. Entoncesλ_n es el valor propio dominante si se cumple que $\mid \lambda_n \mid > \mid \lambda_2 \mid \geq .... \geq \mid \lambda_1 \mid$ Conocer el valor propio dominante permite analizar qué va a suceder a medio y largo plazo con x^k. Si λ es valor propio de A (supongamos el v.p. dominante) y x un vector propio asociado, entonces se cumple la implicación: $Av = \lambda * v \Rightarrow A^n v = \lambda^n * v$

El método de las potencias nos va a proporcionar dos sucesiones x^k y λ^k tales que, bajo determinadas condiciones, $\lambda^k \to \lambda^1$. Tomamos un vector inicial x^0 y a partir de él los vectores de la sucesión x^k como lo muestra la tabla 1.0.

Etapa k	$x^{(k)}$ (por filas)	$\lambda^{(k)}$
0	$x^{(0)}$	-
1	$x^{(1)} = Ax^{(0)}$	$\lambda^{(1)} = \dfrac{x_j^{(1)}}{x_j^{(0)}}$
2	$x^{(2)} = Ax^{(1)}$	$\lambda^{(2)} = \dfrac{x_j^{(2)}}{x_j^{(1)}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	$x^{(k)} = Ax^{(k-1)}$	$\lambda^{(k)} = \dfrac{x_j^{(k)}}{x_j^{(k-1)}}$

Figura 1. Tabla1.0 para calcular a λ

Se obtuvo un valor propio dominante a partir de un vector inicial $v_0 = (1,1,1,1)$: $\underline{\lambda = 5.236}$, con un vector asociado $\underline{v = (1, 0.6, 0.11, 0.49)}$.

Problema 2:

Se encontraron los valores y vectores propios de la matriz indicada en el problema 2.

a) El programa **2polica.f90** encuentra el polinomio característico, imprimiendo de un lado el grado de x y del lado derecho el valor asociado, teniendo así:

$\underline{p(l) = -x^3 + 3x^2 - 6x - 8}$

b) El programa**2sec.f90** encuentra los valores propios asociados resolvieno el polinomio característico cuando es igual a 0. Es decir, encuentra las raízces. El programa arroja los valores en los que se encuentra una raíz y el usuario debera elegir el intervalo de x_0y x_1 según lo anterior.

Se encontraron 3 raíces:

Para $[-2.0024, -1.98]$, se encontró $\underline{\lambda_1\text{=-2}}$

Para $[0.99, 1.02]$, se encontró $\underline{\lambda_2\text{=1}}$

Para $[3.99, 4.02]$, se encontró $\underline{\lambda_3\text{=4}}$

c) El programa**2vector.f90** encuentra los vectores propios asociadas a la matriz. Dado cada vector propio obtenido en el incisio b, se inrodujo uno a uno para obtener su vector correspondiente. Para est matriz se encontró que A era linealmente dependiente, entonces existe más de una solución. Se fijó a una variable para cada caso.

Para λ_1=-2, se obtuvo al vector $\underline{v_1 = (-1, 2, 1)}$
Para λ_2=1, se obtuvo al vector $\underline{v_1 = (-3, 4, 2)}$
Para λ_3=4, se observa que z=0, tenindo así x=-2y, tomamos x=1, obteniendo así al vector $\underline{v_1 = (1, -2, 0)}$

Problema 3:

Se encontraron los valores y vectores propios para la matriz del problema 3. Se resolvió de manera análoga al problema 2.

a) El programa **3polica.f90** encuentra el polinomio característico, imprimiendo de un lado el grado de x y del lado derecho el valor asociado, teniendo así:
$\underline{p(l) = x^4 - 20x^3 + 137x^2 - 382x + 360}$

b) El programa**2sec.f90** encuentra los valores propios asocidados resolvieno el polinomio característico cuando es igual a 0. Es decir, encuentra las raízces. El programa arroja los valores en los que se encuntra una raíz y el usuario debera elegir el intervalo de x_0y x_1 según lo anterior.
Se encontraron 4 raíces:

Para $[1.99, 2.02]$, se encontró $\underline{\lambda_1\text{=}2}$

Para $[3.99, 4.2]$, se encontró $\underline{\lambda_2 4}$

Para $[4.99, 5.2]$, se encontró $\underline{\lambda_3\text{=}5}$

Para $[8.99, 9.2]$, se encontró $\underline{\lambda_4\text{=}9}$

c) El programa**3vect.f90** encuentra los vectores propios asociados a la matriz. Dado cada vector propio obtenido en el incisio b, se inrodujo uno a uno para obtener su vector correspondiente.

Para λ_1=2, se obtuvo al vector $\underline{v_1 = 3(1, 1, -1, -1)}$
, donde 3 puede ser cualquier valor t

Para λ_2=4, se obtuvo al vector $\underline{v_1 = 5(1, 1, 1, 1)}$
, donde 5 puede ser cualquier valor t

Para λ_3=5, se obtuvo al vector $\underline{v_1 = 3(-1, 1, -1, 1)}$
, donde 3 puede ser cualquier valor t

Para λ_4=9, se obtuvo al vector $\underline{v_4 = 5(-1, 1, 1, -1)}$
, donde 5 puede ser cualquier valor t

ANEXO: El programa **3eig.f90** calcula los valores propios y vectores propios de la matriz del problema 3.
se encontró:

$\underline{\lambda_1\text{=}5}$

$\underline{\lambda_2\text{=}2}$

$\underline{\lambda_3\text{=}9}$

$\underline{\lambda_4\text{=}4}$

Con los vectores propios:
$\underline{v_1 = 0.5(1, 1, -1, 1)}$

$\underline{v_2 = 0.5(-1, 1, 1, 1)}$

$\underline{v_3 = 0.5(1, -1, 1, 1)}$

$\underline{v_4 = 0.5(-1, -1, -1, 1)}$