Московский
Физико-Технический Институт
(государственный университет)

Кафедра общей физики
Вопрос по выбору, ГКЭ

Фазовые переходы второго рода и их механическая аналогия

Студент
Ушаков Роман
511 группа

21 января 2018 г.

Теория

Фаза — макроскопическая физически однородная часть вещества, отделённая от остальных частей границами раздела, так что она может быть извлеченая из системы механическим путём.

Рассмотрим систему, которая состоит из двух фаз 1 и 2, которые могут превращаться друг в друга. Для механического и теплового равновесия необходимо, чтобы $T_1 = T_2$ и $P_1 = P_2$. Пусть m_1 и m_2 соответственно массы фаз, а φ_1 и φ_2 — удельные термодинамические потенциалы вещества в этих фазах. Тогда очевидно, что термодинамический потенциал всей системы $\Phi = m_1\varphi_1 + m_2\varphi_2$. Напомним, что термодинамический потенциал системы по определению равен $\Phi = \Phi(P,T) = U - TS + PV$, поэтому если при фазовых превращениях $T = \ const$ и $P = \ const$, то φ_1 и φ_2 не будут меняться. Следовательно, при фазовых превращениях меняются только массы m_1 и m_2, и эти превращения должны происходить в таком направлении, чтобы Φ принял наименьшее значение, которое возможно в рассматриваемых условиях. Поэтому только при условии $\varphi_1(P,T) = \varphi_2(P,T)$ фазы будут находиться в равновесии друг с другом.

Мы получили следующее важное следствие: при всех изменениях состояния вещества его удельный термодинамический потенциал всегда меняется непрерывно (в отличии от других величин — удельного объема, удельной энтропии и пр.).

Фазовые превращения, при которых первые производные функции $\varphi(P,T)$ меняются скачкообразно, называются *фазовыми превращениями первого рода*. Фазовые превращения, в которых первые производные остаются непрерывными, а вторые производные меняются скачкообразно, называются *фазовыми переходами второго рода*.

Так как $d\varphi = -sdT + vdP$, то:

$$s = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial T}\right)_P \text{ и } v = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial P}\right)_T$$

Следовательно, фазовые переходы первого рода характеризуются скачкообразным изменением либо удельной энтропии s, либо удельного объема v, либо обеих величин сразу. Скачкообразное изменение энтропии означает выделение или поглощение тепла. Следовательно, фазовые переходы второго рода не сопровождаются выделением или поглощением теплоты, а также изменением удельного объема вещества. Таким образом, фазовый переход второго рода является непрерывным в том смысле, что состояние тела меняется непрерывным образом.

Фазовые переходы второго рода сопровождаются изменением симметрии вещества. Изменение симметрии может быть связано со смещением атомов определённого типа в кристаллической решётке, либо с изменением упорядоченности вещества.

В общую теорию фазовых переходов второго рода входит некоторый *параметр порядка* η, отличный от нуля в упорядоченной фазе и равный нулю в неупорядоченной. Например, в магнетизме параметр порядка характеризует выстраивание магнитных моментов атомов вдоль направления макроскопической намагниченности. Обычно переход из упорядоченного состояния в неупорядоченное происходит при увеличении температуры (однако, есть и исключение — при переходе через нижнюю точку Кюри в сегнетовой соли, фаза, соответствующая меньшей температуре, обладает ромбической симметрией, в то время как фаза, соответствующая большей температуре, обладает моноклинной симметрией).

Пусть теперь термодинамический потенциал системы есть функция от давления, температуры и еще параметра порядка: $\Phi = \Phi(P,T,\eta)$. Заметим, что переменная η “неравноправна" с переменными P и T, потому что давление и температура могут быть заданы произвольно, а реально осуществленное значение порядка должно быть определено из условия минимальности Φ при заданных P и T.

Непрерывность изменения состояния при фазовом переходе второго рода математически выражается в том, что вблизи точки перехода величина η может принимать сколь угодно малые значения. Поэтому при заданном давлении P и температуре T можно разложить Φ по степеням η:

$$\Phi(P,T,\eta) = \Phi_0 + a_1\eta + a_2\eta^2 + a_3\eta^3 + a_4\eta^4,$$

где $a_i = a_i(P,T)$.

Можно показать*, что в отсутствии внешних полей термодинамические потенциалы являются четными функциями, поэтому a_1 и a_3 равняются 0, то есть:

$$\Phi(P,T,\eta) = \Phi_0 + \frac{1}{2}A(P,T)\cdot\eta^2 + \frac{1}{4}B(P,T)\cdot\eta^4$$

Равновесные значения порядка η находим из условия минимума функции Φ:

$$\begin{cases} \eta = 0 \\ \eta = \pm\sqrt{\frac{-A}{B}} \end{cases}$$

В классической теории фазовых переходов предполагается, что верны следующие приближения:

$$A(P,T) = a(P,T_{cr})(T - T_{cr})$$
$$B(P,T) = b(P,T_{cr}),\ b(P,T_{cr}) > 0$$

Зависимость η от температуры вблизи точки перехода в несимметричной фазе определяется из условия минимальности Φ как функции от η. Приравнивая к нулю производную $\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}$ находим:

$$\eta = \pm\sqrt{\frac{a\cdot(T - T_{cr})}{B}},$$

Итак, мы получили важное следствие: $\eta^2 \sim (T - T_{cr})$.

Можно рассмотреть важный частный пример: поведение ферромагнетиков вблизи точки Кюри. Рассматривая зависимость термодинамического потенциала как функцию намагниченности и внешнего поля $\Phi = \Phi(\vec{M}, \vec{H})$ можно получить аналогичный результат для спонтанной намагниченности в ферромагнитной фазе:

$$M^2 \sim (T - T_{cr})$$

Механическая аналогия

Рассмотрим следующий механический эксперимент.

Оборудование

1. Динамик с приклеенной к мембране мензуркой
2. 50-100 шариков кускуса
3. Генератор импульсов Г3-33
4. iPhone 6
5. Миллиметровка

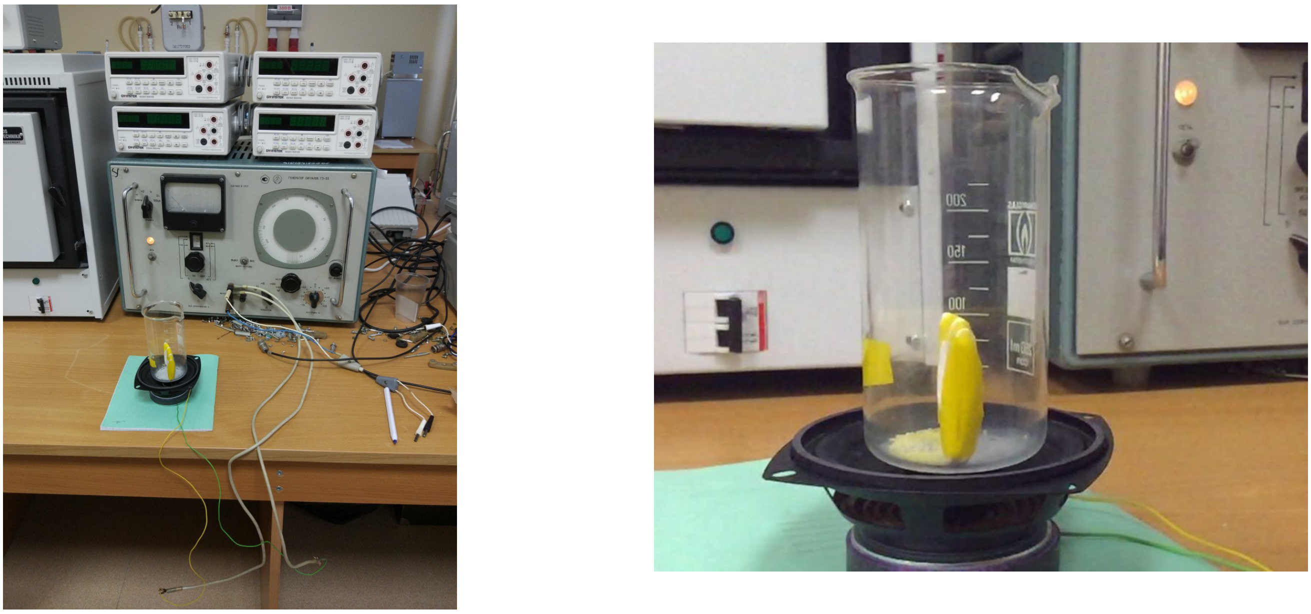

Рис. 1: Схема установки

В нашем случае возбуждение соответсвует кинетической энергии частиц, приводимых в движение мембраной динамика. Эта энергия пропорциональна квадрату скорости колебаний динамика: $v^2 = f^2 \cdot A^2$. Макроскопическое изменение, соответствующее фазовому переходу, — собиранию шариков в одной из половин цилиндра, разделенных небольшой стенкой. Коэффициент $\left|\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}\right|$ хорошо подходит для параметра порядка.

Цель работы: найти зависимость параметра порядка $\eta = \left|\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}\right|$ от $|A^2 - A_{cr}^2|$.

Ход работы

1. Определение критической амплитуды фазового перехода
2. Калибровка установки
3. Определение показателя степени

Определение критической амплитуды

Подсоединим динамик к генератору с соблюдением полярности, затем насыпем 60 шариков кускуса в одну из половин цилиндра. Постепенно увеличивая амплитуду, будем

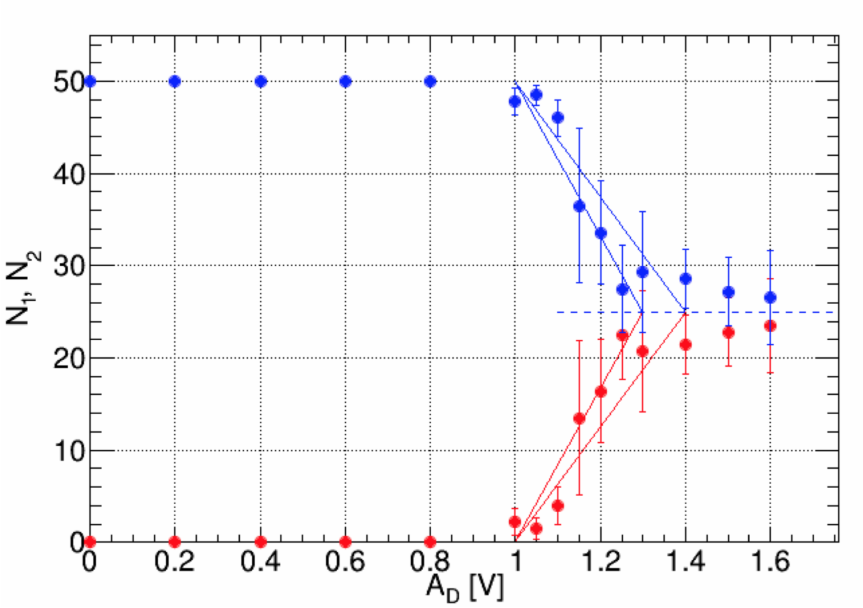

Рис. 2: зависимость N_1 и N_2 от амплитуды

записывать выходное напряжение генератора и количество шариков N_1 и N_2 в каждой половине сосуда.

Калибровка установки

С помощью замедленной съемки на камере мобильного телефона iPhone 6 и миллиметровой бумаги найдём зависимость реальной амплитуды колебаний мембраны динамика от подаваемого вольтажа.

Определение показателя степени

Построим график зависимости η от $|A^2 - A_{cr}^2|$:

Из графика найдём, что $\eta \sim |A^2 - A_{cr}^2|^{0.6}$, то есть степень $b = 0.6 \pm 0.2$, что хорошо согласуется с предсказываемой теоретической зависимостью $b_{th} = 0.5$.

Вывод

В данной работе была рассмотрена классическая теория фазовых переходов второго рода разработанная Л. Д. Ландау. Полученная физическая модель описывает широкий класс фазовых переходов: парамагнетик-ферромагнетик или парамагнетик-антиферромагнетик, переходы в сегнетоэлектриках и некоторые другие.

Также была предложена наглядная механическая аналогия модели переходов второго рода. Результаты эксперимента согласуются с физической моделью в пределах погрешности.

Источники

[1] *Д. В. Сивухин.* Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика.
[2] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц* Том VIII. Электродинамика сплошных сред.
[3] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц* Том V. Статистическая физика.

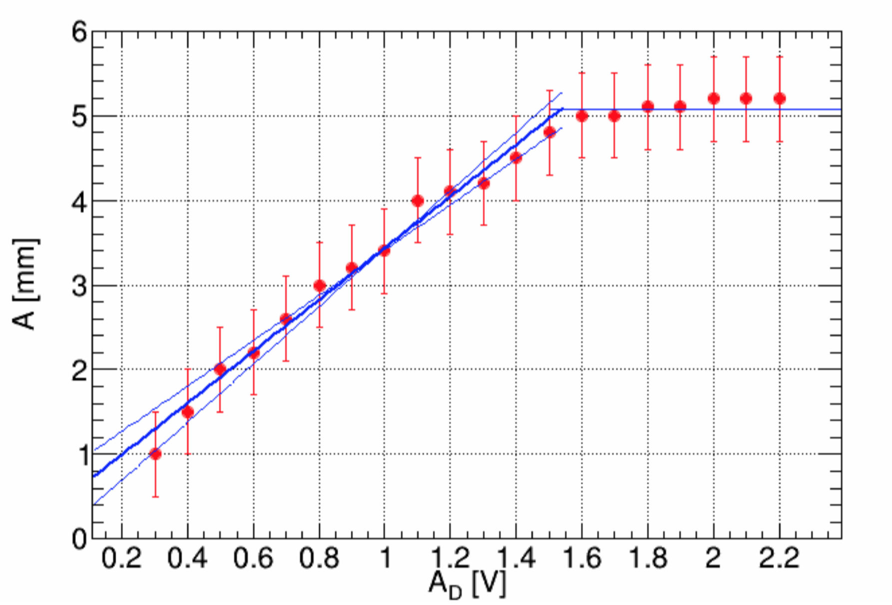

Рис. 3: зависимость амплитуды мембраны от напряжения

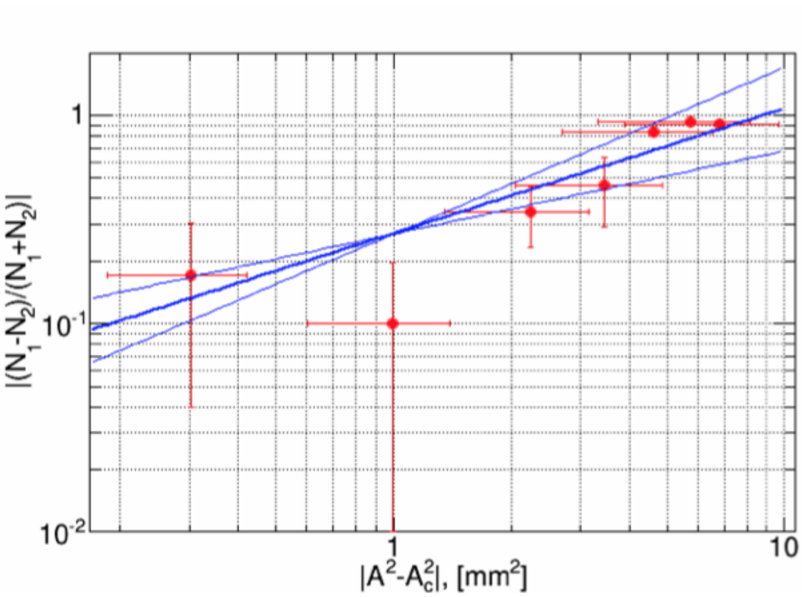

Рис. 4: η от $|A^2 - A_{cr}^2|$