

Лабораторная работа №5 «Численное интегрирование»

Задание к лабораторной работе

1. Найдите шаг интегрирования h для вычисления интеграла $\int_a^b f(x)dx$ по формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 0,001$.
2. Вычислите интеграл по формуле трапеций с шагами $2h$ и h . Дайте уточненную оценку погрешности.
3. Вычислите интеграл по формуле Симпсона с шагами $2h$ и h . Дайте уточненную оценку погрешности.
4. Вычислите определенный интеграл по формуле Ньютона–Лейбница. Сравните приближенные значения интеграла с точными. Какая формула численного интегрирования дала более точный результат?

Указание. Шаг h следует выбирать с учетом дополнительного условия: отрезок интегрирования должен разбиваться на число частей, кратное 4.

Варианты заданий

№	Интеграл
1	$f(x) = x^4(1+x^2)^{-1}, \quad a=1, \quad b=2.$
2	$f(x) = x^2 e^{-2x}, \quad a=0, \quad b=1,6.$
3	$f(x) = x^{-0,5} \ln x, \quad a=1, \quad b=3.$
4	$f(x) = x \sin 3x, \quad a=0, \quad b=1.$
5	$f(x) = \sqrt{x+1} \lg(x+1) \quad a=0,1, \quad b=1,1.$
6	$f(x) = x^2 \ln x, \quad a=1, \quad b=2.$
7	$f(x) = x^2(x+1)^{-2}, \quad a=1, \quad b=4.$
8	$f(x) = x \cos 2x, \quad a=0, \quad b=1.$
9	$f(x) = x^2 \ln x, \quad a=1, \quad b=2.$
10	$f(x) = \sqrt{x} \ln x, \quad a=1, \quad b=4.$
11	$f(x) = x^3 / \sqrt{1-x^2}, \quad a=-0,5, \quad b=0,5.$
12	$f(x) = e^{-x} \cos x, \quad a=0, \quad b=2.$
13	$f(x) = \sqrt{x} / (x+1), \quad a=1, \quad b=4.$
14	$f(x) = e^{-\sqrt{x}}, \quad a=1, \quad b=4.$
15	$f(x) = x \operatorname{arctg} x, \quad a=0, \quad b=1.$
16	$f(x) = x \arccos x, \quad a=-0,5, \quad b=0,5.$
17	$f(x) = x \arcsin x, \quad a=0, \quad b=0,9.$
18	$f(x) = (x^3 + x)^{-1}, \quad a=1, \quad b=2,2.$
19	$f(x) = x 3^{-x}, \quad a=0, \quad b=1,5.$
20	$f(x) = x^2 e^{-x}, \quad a=0, \quad b=1.$
21	$f(x) = x^3 / (1+x^2), \quad a=0, \quad b=2.$
22	$f(x) = (x^2 + x)^{-1}, \quad a=1, \quad b=3.$
23	$f(x) = \sqrt{1+x^2}, \quad a=0, \quad b=1,8.$
24	$f(x) = x^2 \sin x, \quad a=0, \quad b=1.$
25	$f(x) = x \sin x, \quad a=0, \quad b=1,6.$
26	$f(x) = x^3 / \sqrt{x^2+1}, \quad a=-0,4, \quad b=0,8.$
27	$f(x) = x^2 \cos x, \quad a=0, \quad b=1.$
28	$f(x) = x 2^{-x}, \quad a=0, \quad b=2.$
29	$f(x) = e^x \sin x, \quad a=0, \quad b=1,2.$
30	$f(x) = x^2 \operatorname{arctg} x, \quad a=0, \quad b=1.$

Лабораторная работа №6 «Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений»

Задание к лабораторной работе

Решается задача Коши: $y' = f(x, y)$, $y(a) = y_0$ на отрезке $[a, b]$.

1. Найти шаг интегрирования для решения задачи Коши методом Рунге–Кутты (IV) с точностью 10^{-4} .
2. Найти решение задачи Коши на отрезке $[a, b]$ методом Рунге–Кутты (IV) с точностью 10^{-4} . Построить приближенную интегральную кривую.
3. Найти решение задачи Коши на отрезке $[a, b]$ методом Эйлера. Построить на одном графике (с п. 2) приближенную интегральную кривую.
4. Найти точное решение задачи Коши. Сравнить точное решение с приближенным. Найти максимум модуля отклонений в узловых точках приближенного решения от точного.
5. Записать результаты расчетов в сводную таблицу.

Варианты заданий

№	Задача Коши
1	$y' + xy = 0,5(x-1)e^x y^2$, $y(0) = 2$; $a = 0$, $b = 2$.
2	$y' - y \operatorname{tg} x = -2/3 y^4 \sin x$, $y(0) = 1$; $a = 0$, $b = 1,2$.
3	$y' + y^2 = x$, $y(0) = 1$; $a = 0$, $b = 2$.
4	$xy' + y = y^3 e^{-x}$, $y(1) = 1$; $a = 1$, $b = 2$.
5	$y' + xy = 0,5(x+1)e^x y^2$, $y(0) = 1$; $a = 0$; $b = 2$.
6	$xy' - y = -y^2(2 \ln x + \ln^2 x)$, $y(1) = 2$; $a = 1$, $b = 2$.
7	$y' + 4x^3 y = 4y^2 e^{4x}(1-x^3)$, $y(1) = 1$; $a = 1$, $b = 2,8$.
8	$2y' + 3y \cos x = e^{2x}(2 + 3 \cos x) / y$, $y(1) = 2$; $a = 1$, $b = 1,6$.
9	$y' + 2xy = 2x^3 y^3$, $y(0) = 1$; $a = 0$, $b = 1$.
10	$xy' + y = y^2 \ln x$, $y(1) = 0,5$; $a = 1$, $b = 5$.
11	$2y' + 3y \cos x = (8 + 12 \cos x)e^{2x} / y$, $y(0) = 2$; $a = 0$, $b = 2$.
12	$4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2$, $y(0) = 0,5$; $a = 0$, $b = 2,4$.
13	$8xy' = 12y - (5x^2 + 3)y^3$, $y(1) = 1$; $a = 1$, $b = 3$.
14	$y' + y = 0,5xy^2$, $y(0) = 2$; $a = 0$, $b = 2$.
15	$y' + xy = (x-1)e^x y^2$, $y(0) = 1$; $a = 0$, $b = 2$.
16	$3y' - 3y \cos x = -e^{-2x}(2 + 3 \cos x) / y$, $y(0) = 1,1$; $a = 0$, $b = 0,8$.
17	$y' - y = xy^2$, $y(0) = 0,5$; $a = 0$, $b = 0,8$.
18	$xy' + y = y^2 \ln x$, $y(1) = 1$; $a = 1$, $b = 2,6$.
19	$y' + y = xy^2$, $y(0) = 1$; $a = 0$, $b = 2$.
20	$xy' + y = xy^2$, $y(1) = 1$; $a = 1$, $b = 2$.
21	$2y' + 3y \cos x = e^{2x}(2 + 3 \cos x) / y$, $y(0) = 1$; $a = 0$, $b = 1,6$.
22	$3(xy' + y) = xy^2$, $y(1) = 1$; $a = 1$, $b = 5$.
23	$y' - y = 2xy^2$, $y(-1) = 0,2$; $a = -1$, $b = 0,6$.
24	$2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3$, $y(1) = 0,25$; $a = 1$, $b = 5$.
25	$2y' + 3y \cos x = (8 + 12 \cos x)e^{2x} / y$, $y(0) = 3$; $a = 0$, $b = 3$.
26	$y' + xy = (1+x)e^x y^{-2}$, $y(0) = 1$, $a = 0$, $b = 1,6$.
27	$xy' + y = 2y^2 \ln x$, $y(1) = 0,5$; $a = 1$, $b = 5$.
28	$2xy' + 2y = xy^2$, $y(1) = 2$; $a = 1$, $b = 1,8$.
29	$y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)e^{-4x} y^2$, $y(0) = 0,5$; $a = 0$, $b = 1$.
30	$xy' - y = -y^2(2 \ln x + \ln^2 x)$, $y(1) = 1$; $a = 1$, $b = 3$.