

Домашняя работа №1

Необходимо решить задачи и сделать отчет (в пакете Wolfram Mathematica).

На каждое задание должен быть явный ответ.

Одна задача = 1балл, т.е. всего за это ДЗ можно получить 4 балла

Задача 1. Используя систему Mathematica, построить график, исследовать на монотонность и найти предел (при $n \rightarrow \infty$) для следующей последовательности:

$$x_n = \frac{a^n}{n!},$$

где число a вычисляется по номеру вашего варианта N по следующей формуле:

$$a(N) = \begin{cases} N^2 + 121N, & 1 \leq N < 10; \\ N^2, & 10 \leq N \leq 20; \\ N^2 - 10N, & 20 < N \leq 30. \end{cases}$$

Построить график функции $a(x)$, $x \in [1, 30]$.

Задача 2. Используя систему Mathematica, провести исследование функции согласно своему варианту:

1. найти промежутки знакопостоянства;
2. найти промежутки монотонности;
3. найти промежутки выпуклости и точки перегиба;
4. найти асимптоты;
5. линеаризовать функцию в окрестности случайно выбранной точки из отрезка $[-5, 5]$;
6. сделать графическую иллюстрацию.

Варианты:

№	$f(x)$	№	$f(x)$
1	$(x^4 + 16)/x$	2	$(4x^3 + 1)/x^2$
3	$(x^4 + 1)/(x + 1)^2$	4	$(-x^3 + 2x + 3)/x^2$
5	$x^4/(x^3 - 1)$	6	$(x^3 + 3)/(x + 2)^2$
7	$\arctg(x/(x^2 + 1))$	8	$\arctg(16x^2/(x - 4))$
9	$\arctg((x - 1)/(x^2 + 2))$	10	$x \arctg((x^2 - 1)/(x^2 + 1))$
11	$(x^2 - 1)^2/(x^2 + 1)$	12	$\sqrt{x^4 + 1}/(x^3 + 2)$
13	$\sqrt{x^4 + 5}/(x + 5)$	14	$\sqrt{x^2 + 1}/(x^3 - 1)$
15	$(2x^3 - 9)/(x - 3)^4$	16	$-(x^5 + 1)/x^4$
17	$x^3/(1 - x^2)$	18	$x(x^2 - 1)/(x^2 + 1)$
19	$x^3/(x^2 + x)$	20	$\arctg(x^2/(x + 1))$
21	$x/(x^4 + 2x^2 + 1)$	22	$\sqrt{x^2 + 1}/(x^2 - 1)$
23	$\arctg(x^3/(1 - x^2))$	24	$\sqrt{x^6 + 1}/(x^3 - 2)$

Задача 3. Используя систему Mathematica, для заданной функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$

1. найти локальные экстремумы;
2. найти наибольшее и наименьшее значения;
3. сделать иллюстрацию.

Варианты:

№	$f(x)$	$[a, b]$	№	$f(x)$	$[a, b]$
1	$\cos(x) + x/2$	$[-\pi, 3\pi]$	2	$\sin(2x) - x - 2$	$[-\pi, 5\pi/2]$
3	$x^2 \cos(x) + 1$	$[-3\pi, 3\pi]$	4	$\sqrt{x} - \sin(x)$	$[0, 4\pi]$
5	$x^5 - 4x^4 - x^3 + 16x^2 - 12x$	$[-3, 2.5]$	6	$x^3 - 7x^2 + 3x - 4$	$[-1, 7]$
7	$x^5 - 5x^3/3 + 1/2$	$[-1.2, 2]$	8	$x^5 - 5x^2 + 1$	$[-2, 2]$
9	$1 - \exp(-x^2) - 0.1x^2$	$[-4, 3]$	10	$x \exp(-x^2) - 0.01x^3$	$[-2, 3]$
11	$x - 10 \sin(x^2)/x^2$	$[-\pi, \pi]$	12	$x \cos(x^3) + 0.01x^5$	$[-\pi/2, 3\pi/4]$
13	$\exp(x) - \exp(-2x) - 10x$	$[-2, 4]$	14	$\exp(\sqrt{x}) + \sin(x^2)$	$[0, \pi]$
15	$\exp(0.5x) + \exp(-3x) + 5(x-1)^3 - 4x$	$[0, 3]$	16	$3\sqrt{x} - 0.1(x-2)^5$	$[0, 4]$
17	$\sqrt{2x} \ln(x) - 0.1(2x-1)^3$	$[0.05, 2]$	18	$x^2 \ln(x/6)$	$[1, 8]$
19	$\sin(3x) - x$	$[0, \pi]$	20	$x^5 - 5x^3/3 + 1/2$	$[-2, 4]$
21	$\sqrt{x} - x \ln(x+1)$	$[0, 3]$	22	$x^2 \ln(x/6)$	$[1, 8]$
23	$\exp(-x) \cos(2x)$	$[0, 4]$	24	$\sin(x) \operatorname{arctg}(x/(x^2+1))$	$[-3, 5]$

Задача 4. Используя систему Mathematica, найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y)$ в области D (область, ограниченная заданными кривыми). Сделать иллюстрацию.

Варианты:

№	$f(x, y)$	D
1	$x^2 + 2xy - 4x + 8y$	$\{x = 0, y = 0, y = 2 - x^2\}$
2	$5x^2 - 3xy + y^2$	$\{x = 0, y = 0, x = 1, y = \sqrt{2x} + 1\}$
3	$x^2 + 2xy - 4x - y^2$	$\{x - y + 1 = 0, x = 3, y = 0\}$
4	$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$	$\{x = 0, y = 0, x^2 + y^2 - 1 = 0\}$
5	$2x^3 - xy^2 + y^2$	$\{x = 0, y = 0, y = \cos(x)\}$
6	$3x + 6y - x^2 - xy - y^2$	$\{x = 0, y = 0, y = \exp - x^2, x = 2\}$
7	$x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$	$\{x = 0, y = 0, x + y - 3 = 0\}$
8	$x^2 + 2xy - 10$	$\{y = x^2 - 4, y = 0\}$
9	$x^2/2 - xy - 1$	$\{y = 2x^2, y = 8\}$
10	$3x^2 + 3y^2 + 1$	$\{y = 0, y = 3\sqrt{1 - x^2}/3\}$
11	$3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$	$\{x = 0, y = 0, x + y = 1\}$
12	$x^2 - 2xy - y^2 + 3x + 1$	$\{x = -\pi/2, y = 0, y = \sin(x)\}$
13	$x^2y(4 - x - y)$	$\{y = 0, y = \operatorname{arctg} x, x = 2\}$
14	$4 - 2x^2 - y^2$	$\{y = 0, y = \sqrt{1 - x^2}\}$
15	xye^{x+y}	$\{x^2 + y^2 = 2, y = 2x\}$
16	$e^{-y}(2y - x^2)$	$\{y = x^2, y = 4\}$
17	$x^3 - 6xy + 3y^2$	$\{x = 0, y = x, y = 3\}$
18	$x^2 + xy - 2$	$\{y = 0, y = 4x^2 - 4\}$
19	$x^3 + y^3 - 3x - 3y - 9$	$\{ x + y = 3\}$
20	$\sin(x) + \sin(y) + \cos(x + y)$	$\{x = 0, x = 3\pi/2, y = 0, y = x - 3\pi/2\}$
21	$2x^2 + 2xy - y^2/2 - 3x$	$\{x = 0, y = 2, y = 2x^3\}$
22	$2x^2y - x^3y - x^2y^2$	$\{x = 0, y = 0, y + x = 6\}$
23	$\sin(x + y)$	$\{x = 0, x = \pi/2, y = 0, y = 1/(x + \pi)\}$
24	$x^2 \cos(y - \pi)$	$\{x = 1, y = 1, y = 1/x\}$