Übungsblatt 02

Aufgabe 2

Da es sich hier um eine Bijektive Abbildung handelt können insgesamt 3! (die 3 ist die Anzahl der Elemente in der Menge A), also maximal 6 Verknüpfungen gebildet werden.

$$S_1 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix} \qquad S_2 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & a & c \end{pmatrix} \qquad S_3 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & c & b \end{pmatrix}$$
$$S_4 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \end{pmatrix} \qquad S_5 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix} \qquad S_6 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$$

S_1 ist die Identität.

Um die Verknüpfungstafel zu erstellen müssen wir die einzelnen Kombinationen durchprobieren und zuordnen. So sieht die Zuordnung aus:

Allgemein: $f \circ g = f(g(x))$
Beispiel:

$$\begin{gathered} f_2(g_3(a)) = f_2(a) = b \\ \Rightarrow a \to b \quad \Rightarrow \quad f_2(g_3(x)) = S_2 \; oder \; S_5 \\ f_2(g_3(b)) = f_2(c) = c \\ \Rightarrow b \to c \quad \Rightarrow \quad f_2(g_3(x)) = S_3 \; oder \; S_5 \\ \Rightarrow S_5 \text{ muss also richtig sein.} \\ \Rightarrow f_2(g_3(x)) = S_5 \end{gathered}$$

Wenn man das obere Beispiel für alle Möglichkeiten durchgeht, bekommt man folgende Verknüpfungstabelle:

g \ f: $\circ$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
S_1	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
S_2	S_2	S_1	S_5	S_6	S_3	S_4
S_3	S_3	S_6	S_1	S_5	S_4	S_2
S_4	S_4	S_5	S_6	S_1	S_2	S_3
S_5	S_5	S_4	S_2	S_3	S_6	S_1
S_6	S_6	S_3	S_4	S_2	S_1	S_5