

# 模式识别作业一

数据科学与计算机学院 17大数据与人工智能

17341015 陈鸿崢

问题 1 (§2 Q2). 假设两个等概率的一维密度具有如下形式: 对任给  $i = 1, 2$  及  $0 < b_i$ ,  $p(x | \omega_i) \propto e^{-|x-a_i|/b_i}$ 。

- (a) 写出每个密度的解析表达式, 即对任意的  $a_i$  和正的  $b_i$ , 将每个函数归一化
- (b) 计算似然比, 作为4个变量的函数
- (c) 绘出在  $a_1 = 0, b_1 = 1, a_2 = 1, b_2 = 2$  时的似然比  $p(x | \omega_1)/p(x | \omega_2)$  的曲线图

解答. (a) 设比例系数为  $k_i$ , 由概率的基本性质有

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} k_i e^{-\frac{|x-a_i|}{b_i}} dx \\ &= \int_{-\infty}^{a_i} k_i e^{\frac{x-a_i}{b_i}} dx + \int_{a_i}^{\infty} k_i e^{-\frac{x-a_i}{b_i}} dx \\ &= 2k_i b_i \\ &= 1 \end{aligned}$$

进而求得  $k_i = 1/(2b_i)$ , 故解析表达式为

$$p(x | \omega_i) = \frac{1}{2b_i} e^{-|x-a_i|/b_i}$$

(b)

$$\frac{p(x | \omega_1)}{p(x | \omega_2)} = \frac{b_2}{b_1} e^{-\frac{|x-a_1|}{b_1} + \frac{|x-a_2|}{b_2}}$$

(c) 将  $a_1 = 0, b_1 = 1, a_2 = 1, b_2 = 2$  代入(b)求得的式子化简得

$$\frac{p(x | \omega_1)}{p(x | \omega_2)} = 2e^{-|x| + \frac{|x-1|}{2}}$$

图像如下

