

数学与计算机学院

迷宫问题的求解报告

杨鑫

计算机 11902 班 2021年1月25日

本作品采用 CC-BY-NC-SA 协议进行许可

CC BY-NC-SA

1 需求分析

1.1 问题描述

以一个 $m \times n$ 的长方阵表示迷宫,0 和 1 分别表示迷宫中的通路和障碍。设计一个程序,对任意设定的迷宫,求出一条从入口到出口的通路,或得出没有通路的结论。

1.2 涉及知识点

求迷宫中从入口到出口的所有路径是一个经典的程序设计问题。由于计算机解迷宫时,通常用的是"穷举求解"的方法,即从入口出发,顺某一方向向前探索,若能走通,则继续往前走;否则沿原路径退回,换一个方向再继续探索,直至所有可能的通路都探索到为止。

为了保证在任何位置上都能沿原路退回,显然需要用一个后进先出的结构来保存从入口到 当前位置的路径。因此,在求迷宫通路的算法中应用"**栈**"也就是自然而然的事了。

1.3 基本要求

(1) 首先实现一个以链表作存储结构的栈类型,然后编写一个求解迷宫的非递归程序。求得的通路以三元组 (i, j, d) 的形式输出。其中: (i, j) 指示迷宫中的一个坐标,d 表示走到下一坐标的方向。

如,对于图 1 所示的迷宫,输出一条通路为:

$$(1,1,0),(1,2,1),(2,2,1),(3,2,2),(3,1,1),\cdots$$

- (2) 编写递归形式的算法, 求得迷宫中所有可能的通路。
- (3) 以方阵形式输出迷宫及其通路。

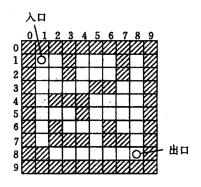


图 1: 迷宫示例

2 概要设计

2.1 数据结构

2.1.1 坐标位置类

坐标是一个重要的数据结构,它记录了方块的位置信息,是计算机探索路径的关键依据。

```
Pos

+ i : int

+ j : int

+ Pos()

+ Pos(int i, int j)

+ operator==(const Pos& right) : bool

+ to_String(): string
```

坐标类数据成员: (i, j) 表示一个坐标, i 和 j 均为 int 类型。 坐标类函数成员:

- Pos(),构造函数,初始化一个坐标
- operator==(), 重载 "=="运算符, 用于判断两个位置是否相等
- to_String(),将坐标信息转换为字符串

2.1.2 通道块类

假设"当前位置"指的是"在搜索过程中某一时刻所在图中某个方块位置",那么应该有一个辅助变量指示计算机下一次要达到的位置。"下一位置"可以是当前位置的东、南、西、北方向相邻的方块,我们只记录即将转向的方向值就可以了。

于是,将坐标位置和"从此通道块走向下一通道块的方向"封装成一个通道块类。

```
Block
+ ord : int
+ seat : Pos
+ di : int
+ Block()
+ Block(int ord, Pos seat)
+ setBlock(int ord, Pos seat, int di)
+ to_String() : string
+ operator<<(ostream& out, Block block) : ostream&</pre>
```

2.1 数据结构 2 概要设计

通道块类数据成员:

- ord, 通道块在路径上的"序号"
- seat, 通道块在迷宫中的"坐标"
- di,从此通道块走向下一通道块的方向,规定其值取 0、1、2、3,分别代表东、南、西、北通道块类函数成员:
- Block(),构造函数,初始化一个通道块
- setBlock(),设置通道块
- to String(),将通道块信息转换为字符串
- operator «(), 重载 " «"运算符, 用于输出通道块类信息到输出流中

2.1.3 迷宫类

将迷宫的行数、列数、迷宫矩阵, 封装成一个迷宫类。此处规定迷宫矩阵中障碍的值为"@", 通路的值为".", 计算机探索后, 经过的路径的值为"*"。

Maze - r : int - c : int - map : char[][] + Maze() + Maze(int r, int c, char map[][]) + getRow() : int + getCol() : int + setRow() + setCol() + setMapValue(Pos pos, char value) + getMapValue(Pos pos) : char + canPass(Pos pos) : bool

迷宫类数据成员:

- r, 行数
- c, 列数
- map, 迷宫矩阵

迷宫类函数成员:

2.1 数据结构 2 概要设计

- Maze(),构造函数,初始化迷宫
- getRow(), 获取行数
- getCol(), 获取列数
- setRow(), 设置行数
- setCol(), 设置列数
- setMapValue(),设置迷宫矩阵某坐标元素值
- getMapValue(), 获取迷宫矩阵某坐标元素值
- canPass(),某坐标是否通路

2.1.4 栈节点类

栈节点类,组成栈结构的基本单元,此处选用链栈结构。

Node <t></t>		
- data: T		
- next: Node <t>*</t>		
+ Node()		
+ Node(T data, Node <t>* next = nullptr)</t>		
+ getData() : T		
+ setNext(Node <t>* next)</t>		
+ getNext() : Node <t>*</t>		

栈节点类的数据成员:

- data,数据域
- next,指针域,指向下一节点 栈节点类的函数成员:
- Node(),构造函数,初始化一个节点
- getData(), 获取数据域
- setNext(),设置下一节点
- getNext(), 获取下一节点

2.1 数据结构 2 概要设计

2.1.5 栈类

栈(Stack),是限定仅在表尾进行插入或删除的线性数据结构,具有"后进先出"的特点。这符合迷宫问题求解时需在任何位置上都能沿原路退回的要求。

这里使用栈的链式结构。

Stack <t></t>		
- top: Node <t>*</t>		
- size: int		
+ Stack()		
\sim Stack()		
+ getSize() : int		
+ isEmpty() : bool		
+ push(T data)		
+ pop()		
+ pop(T &e)		
+ getTop() : Node <t>&</t>		
+ print()		

栈类的数据成员:

- top, 栈顶, 链栈头指针
- size, 栈大小 (节点个数) 栈类的函数成员:
- Stack(),构造函数,初始化一个栈
- ~Stack(), 析构函数, 释放栈
- getSize(), 获取栈长
- isEmpty(), 判断栈是否为空
- push(), 入栈
- pop(), 出栈
- getTop(), 获取栈顶
- print(),将栈输出到 cout 对象中

2.2 程序模块 2 概要设计

2.2 程序模块

1. 输入模块

从标准输入或文件中输入迷宫矩阵。

2. 非递归搜索算法模块

使用栈这种数据结构进行路径的非递归搜索,求出一条路径或判定是否存在通路。 该算法的设计见算法1。

```
算法 1: 非递归搜索
  输入: 入口位置 start, 出口位置 end
  输出: 迷宫矩阵的一条通路路径, 或不存在通路
1 Stack S;
2 当前位置 curpos \leftarrow start;
3 do
    if curpos 可通 then
       curpos 入栈 (纳入路径);
5
       if curpos = end then
6
         STOP;
7
       else
8
         curpos ← 东邻居方块;
       end
10
    else
11
       if S 不空 then
12
          if 栈顶位置尚有其他方向未经探索 then
13
            curpos ← 沿顺时针方向旋转找到的栈顶位置的下一相邻方块;
14
          end
15
         if 栈顶位置四周均不可通 then
16
            S 栈顶出栈 (从路径中删去该通道块);
17
            if S 不空 then
18
               重新测试新的栈顶位置,直至找到一个可通的相邻块或出栈至空栈;
19
            end
20
          end
21
       \quad \text{end} \quad
\mathbf{22}
    end
23
24 while S 不空;
```

3. 递归搜索算法模块

使用栈这种数据结构进行路径的递归搜索,求出所有通路路径。

3

```
算法 2: 递归搜索
```

```
输入: 入口位置 start, 出口位置 end
  输出: 迷宫矩阵的所有通路路径
1 Stack S:
2 Function MazePath(Pos start, Pos end) is
     if start = end then
3
        end 入栈;
 4
        Print 当前通路路径;
5
        end 出栈;
 6
     else
7
        if start 可通 then
 8
           while start 相邻方块未全部探索 do
 9
              start 入栈;
10
              Pos next ← 沿顺时针方向的下一相邻方块;
11
              MazePath(next, end);
12
              start 出栈;
13
           \mathbf{end}
14
        \quad \text{end} \quad
15
     end
16
17 end
```

3 详细设计

3.1 类的函数实现

3.1.1 坐标位置类

坐标位置类的函数实现如代码 1 所示。

```
// 重载 "==" 运算符,用于判断两个位置是否相等
bool Pos::operator==(const Pos &right) const {
    return (i == right.i && j == right.j);
}

// 构造函数
Pos::Pos(): Pos(0, 0) {}

Pos::Pos(int i, int j) {
    this->i = i;
    this->j = j;
```

代码 1: Pos 类的实现

3.1.2 通道块类

通道块类的函数实现如代码 2 所示。

```
// 构造函数
  Block::Block() = default;
  Block::Block(int ord, Pos seat, int di) {
      setBlock(ord, seat, di);
  }
  // 设置通道块
  void Block::setBlock(int ord, Pos seat, int di){
      this->ord = ord;
      this->seat = seat;
      this->di = di;
10
11
  // 将通道块信息转换为字符串
  std::string Block::to_String() {
      return "(" + seat.to_String() + "," + std::to_string(di) + "
14
         )";
15
  // 重载 "<<"运算符,用于输出通道块类信息到输出流中
  std::ostream &operator<<(std::ostream &output, Block block) {</pre>
      output << block.to_String();</pre>
18
      return output;
  }
```

代码 2: Block 类的实现

3.1.3 迷宫类

迷宫类的函数实现如代码 3 所示。

```
1 // 构造函数
```

```
Maze::Maze() = default;
  Maze::Maze(int r, int c, char map[MAXLEN][MAXLEN]) {
      this->r = r;
4
      this->c = c;
      // 将 map 拷 贝 到 this->map
      for (int i = 0; i < r; i++) {
          for (int j = 0; j < c; j++) {
              this->map[i][j] = map[i][j];
          }
10
      }
  // 获取行数
  int Maze::getRow() {
      return r;
15
  // 获取列数
  int Maze::getCol() {
      return c;
19
  // 设置行数
  void Maze::setRow(int row){
      this -> r = row;
23
^{24}
  // 设置列数
  void Maze::setCol(int col){
      this -> c = col;
  // 设置迷宫矩阵某坐标元素值
  void Maze::setMapValue(Pos pos, char value) {
      this->map[pos.i][pos.j] = value;
32
  // 获取迷宫矩阵某坐标元素值
  char Maze::getMapValue(Pos pos) {
      return map[pos.i][pos.j];
  // 某坐标是否通路
  bool Maze::canPass(Pos pos) {
      return getMapValue(pos) == '.';
39
  }
40
```

代码 3: Maze 类的实现

3.1.4 栈节点类

栈节点类的函数实现如代码 4 所示。

```
// 构造函数
  template < typename T>
  Node < T > :: Node() = default;
  // 有参构造函数
  template < typename T>
  Node<T>::Node(T data, Node<T> *next) {
      this->data = data;
      this->next = next;
  // 获取数据域
  template < typename T>
  T Node<T>::getData() {
      return data;
14
  // 设置下一节点
  template < typename T>
  void Node<T>::setNext(Node<T> *next) {
      this->next = next;
19
  // 获取下一节点
  template < typename T>
  Node<T> *Node<T>::getNext() {
      return next;
23
  }
24
```

代码 4: Node 类的实现

3.1.5 栈类

栈类的函数实现如代码 5 所示。

```
1 // 构造函数
2 template < typename T>
3 Stack < T>::Stack() {
```

```
top = nullptr;
      // 初始时,没有节点
      size = 0:
  }
  // 析构函数
  template < typename T >
  Stack<T>::~Stack() {
      while (top) { // 如果栈顶存在
          Node < T > *p = top;
          top = top->getNext();
          // 释放栈顶
          delete p;
15
      }
16
17
  // 判断栈是否为空
  template < typename T>
  bool Stack<T>::isEmpty() {
      return top == nullptr;
21
  // 获取栈长
  template < typename T>
  int Stack<T>::getSize(){
      return size;
  // 入栈
  template < typename T>
  void Stack<T>::push(T data) {
      // 生成新栈顶,并指向当前栈顶
      auto newTop = new Node<T>{data, top};
      // top指向新栈顶
      top = newTop;
      // 更新 size
      size++;
  // 出栈
  template < typename T>
  void Stack<T>::pop() {
      if (isEmpty()) {
41
          std::cerr << "栈空! 无法出栈." << std::endl;
```

```
exit(1);
      }
      Node < T > *p = top;
45
      // top变为原栈顶的下一节点
      top = top->getNext();
      // 删除原栈顶
      delete p;
      // 更新 size
      size--;
51
  // 出栈并将栈顶节点的data值赋给参数e
  template < typename T>
  void Stack<T>::pop(T &e) {
      if (isEmpty()) {
          std::cerr << "栈空! 无法出栈." << std::endl;
          exit(1);
      }
      // 将栈顶赋值给e
      e = (*top).getData();
      Node < T > *p = top;
      // top变为原栈顶的下一节点
      top = top->getNext();
      // 删除原栈顶
      delete p;
      // 更新 size
      size--;
69
  // 获取栈顶的引用
  template < typename T>
  Node<T> &Stack<T>::getTop() {
      if (isEmpty()) {
73
          std::cerr << "栈空! 没有栈顶." << std::endl;
74
          exit(1);
75
      }
      return *top;
  // 打印栈
  template < typename T>
81 | void Stack<T>::print() {
```

3.2 程序模块 3 详细设计

```
if (isEmpty()) {
           std::cout << "null";</pre>
83
       }
84
       Node < T > *p = top;
       auto cnt{1};
       while (p) {
           std::string ch = (cnt % 5 ? " " : "\n"); // 一行五个
           if (cnt == size) // 如果是最后一个
               ch = " \n";
           cnt++;
           std::cout << p->getData() << ch;</pre>
           p = p->getNext();
       }
94
  }
95
```

代码 5: Stack 类的实现

3.2 程序模块

3.2.1 输入模块

输入模块的函数代码实现如代码 6 所示。

```
/**
  * Obrief 输入迷宫
  * Oparam maze 迷宫对象,将输入到此对象中
  * Oparam In 流对象, 从此流对象输入到maze中
  */
  void InputMaze(Maze &maze, std::istream &In) {
      auto row{0}, col{0};
      In >> row >> col;
      maze.setRow(row);
      maze.setCol(col);
      char value;
      for (int i = 0; i < maze.getRow(); i++) {</pre>
          for (int j = 0; j < maze.getRow(); j++) {</pre>
              In >> value;
              maze.setMapValue(Pos{i, j}, value);
15
          }
16
      }
17
18 }
```

3.2 程序模块 3 详细设计

代码 6: 输入模块

3.2.2 非递归搜索算法模块

根据算法 1 的设计,编写出了相应的 C++ 语言代码,见代码 7。

```
Status MazePath(Maze &maze, Pos start, Pos end) {
                        // 实例化一个栈对象
      Stack < Block > S;
2
      Pos curpos = start; // 当前坐标
                        // 实例化一个通道块对象
      Block e;
      int curstep = 1; // 探索步骤
6
      do {
                                      // 当前位置可通过
          if (maze.canPass(curpos)) {
             maze.setMapValue(curpos, '*'); // 留下足迹
             e.setBlock(curstep, curpos, 0); // 设置待入栈的通道块
10
11
             S.push(e); // 入栈
12
             if (curpos == end) { // 到达终点(出口)
13
                 S.print();
14
                 return true;
15
             }
16
             // 下一位置是当前位置的东邻
17
             curpos = NextPos(curpos, 0);
18
             // 探索下一步
19
             curstep++;
20
         } else { // 当前不能通过
21
             if (!S.isEmpty()) {
                 S.pop(e); // 出栈
23
                 while (e.di == 3 && !S.isEmpty()) {
24
                     if (maze.getMapValue(e.seat) != '@')
25
                        maze.setMapValue(e.seat, '.');
26
                     S.pop(e); // 出栈, 回退一步
                 }
                 if (e.di < 3) {
29
                     e.di++; // 换下一个方向探索
30
                     S.push(e);
31
                     // 设定当前位置是该新方向上的相邻块
                     curpos = NextPos(e.seat, e.di);
33
```

3.2 程序模块 3 详细设计

代码 7: 非递归搜索算法模块代码

3.2.3 递归搜索算法模块

根据算法 2 的设计,编写出了相应的 C++ 语言代码,见代码 8。

```
Maze maze;
  Stack < Block > S;
  int count = 0; // 路径计数
  void ReMazepath(Pos start, Pos end) {
      if (start == end) {
6
          // 放入终点
          maze.setMapValue(start, '*');
          S.push(Block{S.getSize() + 1, start, 1});
9
          cout << "找到第" << ++count << "条通路:" << endl;
10
          S.print();
11
          PrintMaze(maze);
          // 退出栈, 找下一条路径
13
          S.pop();
14
          // 恢复原值
15
          maze.setMapValue(start, '.');
      } else {
          if (maze.canPass(start)) {
              int di = 0;
19
              while (di < 4) {
20
                  // 加入当前方块
21
                  S.push(Block{S.getSize() + 1, start, di});
                  // 下一位置
                  Pos next = NextPos(start, di);
24
                  // 避免来回走动
25
                  maze.setMapValue(start, '*');
26
                  // 递归
                  ReMazepath(next, end);
28
```

3.3 其他函数 3 详细设计

代码 8: 递归搜索算法模块代码

3.3 其他函数

NextPos 函数,用于确定下一相邻方块:

```
int dir[][2] = \{\{0, 1\},
                              // 东
                   {1, 0},
                              // 南
2
                   {0, -1}, // 西
3
                   {-1, 0}}; // 北
4
5
  Pos NextPos(Pos curpos, int i) {
      Pos ret = curpos;
7
      // 新坐标
      ret.i += dir[i][0];
      ret.j += dir[i][1];
10
      return ret;
11
12
```

代码 9: NextPos 函数

PrintMaze 函数, 打印迷宫路程图:

3.3 其他函数 3 详细设计

代码 10: PrintMaze 函数

main 函数、menu 函数、重载的 InputMaze 函数,用于组织程序结构:

```
int main() {
      while (true) {
2
           switch (menu()) {
               case 1: {
                   InputMaze();
                   Pos start, end;
6
                   cout << "输入入口位置:";
                   cin >> start.i >> start.j;
                   cout << "输入出口位置:";
                   cin >> end.i >> end.j;
10
                   auto flag = MazePath(maze, start, end);
11
                   if (flag) {
12
                       PrintMaze(maze);
13
                   } else {
                                         此迷宫无法从起点走到终点。
                       cout << "****
15
                            *****\n";
                   }
16
               }
17
                   break;
18
               case 2: {
19
                   InputMaze();
20
                   Pos start, end;
^{21}
                   cout << "输入入口位置:";
^{22}
                   cin >> start.i >> start.j;
                   cout << "输入出口位置:";
^{24}
                   cin >> end.i >> end.j;
25
                   ReMazepath(start, end);
26
               }
                   break;
               case 0:
29
                   cout << "程序结束, 谢谢使用! " << endl;
30
                   exit(0);
31
           }
```

3.3 其他函数 3 详细设计

```
}
      return 0;
35
36
  int menu() {
      auto sn{0};
      cout << end1
             << "<----- 显示菜单------ << endl
             << "1. 非递归搜索迷宫通路路径" << end1
41
             << "2. 递归搜搜迷宫通路路径" << end1
             << "0. 结束程序" << end1
             << "---->" << endl
44
             << "输入0-2:":
45
      while (true) {
         cin >> sn;
         if (sn < 0 \mid \mid sn > 3)
             cout << "输入错误, 重选0-2:" << endl;
49
         else
50
             break;
      }
      return sn;
  }
54
55
  void InputMaze() {
      auto way{0};
      cout << "0手动输入,1从文件导入:";
      while (true) {
         cin >> way;
         if (way < 0 || way > 1)
             cout << "输入错误, 重新输入0或1:" << endl;
         else
63
             break;
64
      }
65
      if (way) {
         std::string filename;
         cout << "输入文件名:";
         cin >> filename;
         std::ifstream InputFile;
70
         InputFile.open(filename);
```

```
if (!InputFile.is_open()) {
              std::cerr << "没有找到文件" << filename << endl;
73
              exit(1):
74
          }
75
          InputMaze(maze, InputFile);
76
          InputFile.close();
      } else {
78
          cout << "输入行数、列数、迷宫矩阵:" << endl;
79
          InputMaze(maze, std::cin);
80
      }
  }
82
```

代码 11: 其他函数

4 测试分析

使用 G++8.1.0 编译器编译本实例,运行测试。 测试文件为 test.in ,其内容见图 2:

```
      10
      10

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      a
      a

      <td
```

图 2: 测试迷宫

4.1 非递归搜索

4.1.1 搜索成功

入口: (1,1), 出口 (8,8), 结果见图3。

图 3: 非递归搜索 - 搜索成功

4.1.2 搜索失败

入口: (1,1), 出口 (8,3), 结果见图4。

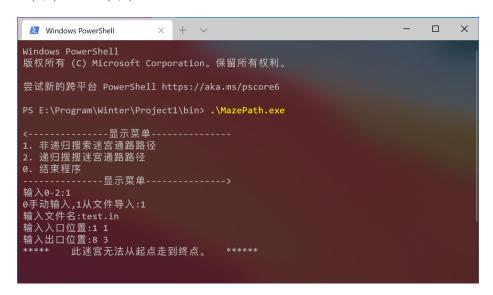


图 4: 非递归搜索 - 搜索失败

5 递归搜索

入口: (1,1), 出口 (6,4), 共有 4 条通路路径, 结果见图 5 和图 6。

```
X
                     × + ~ -
                                             X
                                                         ➢ Windows PowerShell
                                                                               \times + \vee
 Windows PowerShell
                                                        找到第2条通路:
输入入口位置:1 1
输入出口位置:6 4
找到第1条通路:
                                                        (6,4,1) (6,3,0) (5,3,1) (5,2,0) (5,1,0) (4,1,1) (3,1,1) (2,1,1) (2,2,2) (1,2,1)
                                                        (1,1,0)
(4,1,1) (3,1,1) (3,2,2) (2,2,1) (1,2,1)
                                                        迷宫路程图:
(1,1,0)
                                                                ·
迷宫路程图:
      程3.
@@@@@@@@@@@
@**@...@.@
-a.*@...@
                                                                @ @ . . . . . @ . @
```

图 5: 递归搜索 - 第一条和第二条通路路径

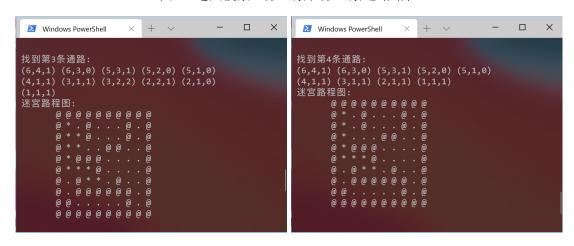


图 6: 递归搜索 - 第三条和第四条通路路径

6 总结

通过本次项目实践、熟练地掌握栈了这种数据结构、并实现了链栈的编写。

使用计算机进行迷宫通路路径的探索,使得栈这种数据结构得到实际的应用。在实践过程中,使用了非递归搜索算法,对计算机如何模拟实际问题有了较好的感性理解。在使用递归搜索算法中,感受到了递归所带来了的便利之处,能够将复杂的问题简单化,并且也易于人理解。

7 附录

本项目实例使用 CMake 构建,并要求编译器为 G++ 8.1.0,使用的操作系统是 Windows。项目主要文件清单:

test.in	测试输入文件
CMakeLists.txt	
docs	项目文档目录
images	文档使用的图片资源
project1.pdf	项目文档
project1.tex	项目文档 LATEX 源文件
src	源代码
includes	
Stack.h	Stack 类头文件
main.cpp	主程序
Maze.cpp	Maze 类的实现
Maze.h	Maze 类的声明
这些源文件可以在 https://github.com/DianDengJu	n/Course-Design/tree/main/Winter
roject1 中查看。	
构建本实例的命令 (Bash 或 Powershell) 如下:	
进入根目录,执行:	
mkdir build	
cd build	
cmake -G "MinGW Makefiles"	
make # 或者是 mingw32-make	
-	

cd ../bin
./MazePath